

Савченко Е.М., учитель математики, МОУ гимназия № , г. Полярные Зори, Мурманской обл.



Свойства логарифмов

Готовимся к ЕГЭ

Найдите значение выражения

1

$$\log_a b^r = r \log_a b$$



$$(\log_5 125) \cdot (\log_4 16) = \left(\log_5 5^3 \right) \cdot \left(\log_4 4^2 \right)$$

$$= (3 \log_5^1 5) \cdot (2 \log_4^1 4) = 3 \cdot 2 = ?$$

$$\log_a a = 1$$



Запомни! $\log_a b^r$
 $1 = \log_a a$

Найдите значение выражения

2 $7 \cdot 5^{\log_5 4} = 7 \cdot 4 = ?$

$a^{\log_a b} = b$ ❌

$\log_a b^r = r \log_a b$ ❌

3

$$9^{\log_3 4} = (3^2)^{\log_3 4} = 3^{2 \log_3 4} = 3^{\log_3 4^2} = 3^{\log_3 16} = 16$$

Запомни! $r \log_a b$

Найдите значение выражения

4

$$\log_{a^r} b = \frac{1}{r} \log_a b$$



$$\log_{0,25} 2 = \log_{0,5^2} 2 = \log_{\left(\frac{1}{2}\right)^2} 2 = \log_{2^{-2}} 2$$

$$= -\frac{1}{2} \log_2^1 2 = -\frac{1}{2}$$

Запомни!

$$\log_{a^r} b = \frac{1}{r} \log_a b$$

$$a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

Найдите значение выражения

5

$$\log_a b^r = r \log_a b$$



$$\log_4 8 = \log_{2^2} 2^3 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \log_2 2 = \frac{3}{2}$$

$$\log_{a^r} b = \frac{1}{r} \log_a b$$



Запомни!

$$\log_{a^r} b = \frac{1}{r} \log_a b$$

$$\log_a b^r = r \log_a b$$

Найдите значение выражения

6

$$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$$

$$\log_6 270 - \log_6 7,5 = \log_6 (270 : 7,5) = ?$$

7

$$\frac{\log_3 25}{\log_3 5} = \log \quad = ?$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

Найдите значение выражения

8

$$\begin{aligned}\log_5 0,2 + \log_{0,5} 4 &= \log_5 \left(\frac{1}{5} \right) + \log_{\left(\frac{1}{2} \right)} 2^2 \\ &= \log_5 5^{-1} + \log_{2^{-1}} 2^2 = -\log_5^1 5 - 2 \log_2^1 2 = ?\end{aligned}$$

$$\log_a b^r = r \log_a b \quad \times$$

$$\log_a a = 1 \quad \times$$

$$\log_{a^r} b = \frac{1}{r} \log_a b \quad \times$$

Найдите значение выражения

9

$$\log_a b \cdot \log_b a = 1 \quad \times$$

$$\log_5 7 \cdot \log_7 25 = \log_5 7 \cdot \log_7 5^2 = 2 \overbrace{\log_5 7 \cdot \log_7 5}^1 = ?$$

10

$$\frac{\log_9 8}{\log_{81} 8} = \frac{\log_9 8}{\log_{9^2} 8} = \frac{\cancel{\log_9 8}}{\frac{1}{2} \cancel{\log_9 8}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = ?$$

$$\log_{a^r} b = \frac{1}{r} \log_a b$$

Найдите значение выражения

11

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$



$$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$$



$$\frac{6^{\log_{12} 432}}{6^{\log_{12} 3}} = 6^{\log_{12} 432} : 6^{\log_{12} 3} = 6^{\log_{12} 432 - \log_{12} 3}$$

$$= 6^{\log_{12} (432:3)} = 6^{\log_{12} 144} = 6^{\log_{12} 12^2} = 6^{2 \log_{12} 12} = 6^2$$

$$\log_a b^r = r \log_a b$$



Найдите значение выражения

12

$$\log_a a = 1$$



$$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$$



$$(1 - \log_2 12)(1 - \log_6 12)$$

$$= (\log_2 2 - \log_2 12)(\log_6 6 - \log_6 12)$$

$$= \log_2 (2:12) \log_6 (6:12) = \log_2 \frac{1}{6} \log_6 \frac{1}{2}$$

$$= \log_2 6^{-1} \log_6 2^{-1} = -1 \cdot (-1) \overbrace{\log_2 6 \cdot \log_6 2}^1 = ?$$

$$\log_a b^r = r \log_a b$$

$$\log_a b \cdot \log_b a = 1$$



Найдите значение выражения

13

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \quad \times$$

$$\log_a a = 1 \quad \times$$

$$104 \log_3 \sqrt[8]{3^1} = 104 \log_3 3^{\frac{1}{8}} = 104 \cdot \frac{1}{8} \log_3 3 = ?$$

$$\log_a b^r = r \log_a b$$

14

$$\log_{\sqrt[6]{13}} 13 = \log_{13^{\frac{1}{6}}} 13 = 6 \log_{13} 13 = ?$$

$$\log_{a^r} b = \frac{1}{r} \log_a b$$

Найдите значение выражения

15

$$\log_a b + \log_a c = \log_a bc$$



$$\begin{aligned} \frac{\log_6 180}{2 + \log_6 5} &= \frac{\log_6 (36 \cdot 5)}{2 + \log_6 5} = \frac{\log_6 36 + \log_6 5}{2 + \log_6 5} \\ &= \frac{2 + \log_6 5}{2 + \log_6 5} = 1 \end{aligned}$$

Найдите значение выражения

16

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\begin{aligned} \frac{\log_3 5}{\log_3 7} + \log_7 0,2 &= \log_7 5 + \log_7 \frac{1}{5} = \log_7 5 + \log_7 5^{-1} \\ &= \log_7 5 - 1\log_7 5 = 0 \end{aligned}$$

$$\log_a b^r = r \log_a b$$

Только зная все свойства, можно научиться решать примеры

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a b + \log_a c = \log_a bc$$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_a b = \frac{\log_b b}{\log_b a}$$

$$\log_a b \cdot \log_b a = 1$$

$$\log_a b^r = r \log_a b$$

$$\log_{a^r} b = \frac{1}{r} \log_a b$$

Найдите значение выражения

17

$$\log_a b = \frac{\log_b b}{\log_b a}$$



$$\log_{1,25} 7 \cdot \log_7 0,8 = \frac{1}{\log_7 1,25} \cdot \log_7 0,8 = \frac{\log_7 0,8}{\log_7 1,25}$$

$$= \log_{1,25} 0,8 = \log_{\frac{5}{4}} \left(\frac{4}{5} \right) = \log_{\frac{5}{4}} \left(\frac{5}{4} \right)^{-1} = -1 \log_{\frac{5}{4}} \left(\frac{5}{4} \right) = -1$$

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$



Найдите значение выражения

18

$$3^{\log_9 16} = 3^{\log_{3^2} 16} = 3^{\frac{1}{2} \log_3 16} = 3^{\log_3 16^{\frac{1}{2}}} = 3^{\log_3 \sqrt{16}} = 3^{\log_3 4} = ?$$

19

$$\begin{aligned} \log_{\sqrt{11}}^2 121 &= \left(\log_{\sqrt{11}} 121 \right)^2 = \left(\log_{11^{\frac{1}{2}}} 11^2 \right)^2 \\ &= \left(2 \cdot 2 \cdot \log_{11} 11 \right)^2 = \left(2 \cdot 2 \cdot 1 \right)^2 = ? \end{aligned}$$

20

$$5^{3+\log_5 2} = 5^3 \cdot 5^{\log_5 2} = ?$$

Найдите значение выражения

18

$$8^{2\log_8 3} = 8^{\log_8 3^2} = ?$$

19

$$64^{\log_8 \sqrt{3}} = 8^{2\log_8 \sqrt{3}} = 8^{\log_8 (\sqrt{3})^2} = ?$$

20

$$\log_4 \overset{2}{\log_5 25} = ?$$