

ТЕПЛОМАССООБМЕН

Задачи.

**Теплопередача. Сложный
теплообмен**

№ 2

2016 год

План

- 1. Теплопроводность через плоскую стенку.
- 2. Теплопроводность через цилиндрическую стенку.

1. Теплопроводность через плоскую стенку

Целью расчета передачи тепла теплопроводностью в стационарном тепловом режиме (температурное поле не меняется во времени) является либо **определение величины плотности теплового потока**, либо **нахождение распределения температуры по толщине стенки**.

- **Пример № 1.**

Определить плотность теплового потока, проходящего через плоскую стальную стенку толщиной $\delta_1 = 10$ мм с $\lambda_1 = 50$ Вт/(м·К), и коэффициенты теплопередачи для двух случаев. В первом случае: температура газов $t_1 = 1127$ °С, температура кипящей воды $t_2 = 227$ °С, коэффициент теплоотдачи от газов к стенке $\alpha_1 = 100$ Вт/(м²·К) и от стенки к кипящей воде $\alpha_2 = 5000$ Вт/(м²·К). Во втором случае в процессе эксплуатации поверхность нагрева со стороны газов покрылась слоем сажи толщиной $\delta_2 = 10$ мм с $\lambda_2 = 0,09$ Вт/(м·К). Температура газов и воды остается без изменения.

- Вычислить температуры поверхностей между слоями, а также определить во сколько раз уменьшится коэффициент теплопередачи с появлением слоя сажи.

Как изменится плотность теплового потока и температура поверхности стенки, если со стороны воды появится накипь толщиной 10 и 30 мм с $\lambda_3 = 2,0$ Вт/(м·К)? Со стороны газа поверхность стенки чистая.

Решение.

- **Случай первый.**
- Коэффициент теплопередачи определяем по формуле:

$$\mathbf{\kappa}_1 = \frac{1}{\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{1}{\alpha_2} \right)}$$

$$\mathbf{\kappa}_1 = \frac{1}{\left(\frac{1}{100} + \frac{0,01}{50} + \frac{1}{5000} \right)} = 96,2 \frac{\text{Вт}}{\left(\text{м}^2 \cdot \text{К} \right)}$$

- Плотность теплового потока находим по уравнению:

$$q_1 = \kappa_1 \cdot (t_1 - t_2) = 96,2 \cdot (1127 - 227) = 86600 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} = 86,6 \frac{\text{кВт}}{\text{м}^2}$$

- Температуру стенки со стороны газов определяем по формуле:

$$t_{\text{ст1}} = t_1 - \frac{q_1}{\alpha_1} = 1127 - \frac{86600}{100} = 261 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

- Температуру стенки со стороны воды определяем по формуле:

$$t_{\text{ст2}} = t_2 + \frac{q_1}{\alpha_2} = 227 + \frac{86600}{5000} = 244,3 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

- **Второй случай.**
- Коэффициент теплопередачи через многослойную плоскую стенку определяем по формуле:

$$\mathbf{\kappa}_2 = \frac{1}{\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2} \right)}.$$

$$\mathbf{\kappa}_2 = \frac{1}{\left(\frac{1}{100} + \frac{0,01}{50} + \frac{0,002}{0,09} + \frac{1}{5000} \right)} = 30,7 \frac{\text{Вт}}{\left(\text{м}^2 \cdot \text{К}\right)}.$$

- Плотность теплового потока находим по уравнению:

$$q_2 = \mathbf{\kappa}_2 \cdot (t_1 - t_2) = 30,7 \cdot (1127 - 227) = 27600 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} = 27,6 \frac{\text{кВт}}{\text{м}^2}$$

- Температура наружного слоя сажи

$$t'_{\text{ст1}} = t_1 - \frac{q_2}{\mathbf{\alpha}_1} = 1127 - \frac{27600}{100} = 851 \text{ }^\circ\text{C}.$$

- Температура внутреннего слоя сажи

$$t'_{\text{сл1}} = t'_{\text{ст1}} - \frac{q_2 \cdot \mathbf{\delta}_2}{\mathbf{\lambda}_2} = 851 - \frac{27600 \cdot 0,002}{0,09} = 238 \text{ }^\circ\text{C}.$$

- Температура внутренней поверхности стенки (со стороны воды)

$$t'_{\text{ст}2} = t_2 + \frac{q_2}{\alpha_2} = 227 + \frac{27600}{5000} = 232,5 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

- **Вывод.** Слой сажи в 2 мм уменьшает коэффициент теплопередачи от газов к воде в 3,13 раза.

- **Третий случай (А).**

- Коэффициент теплопередачи при накипи толщиной 10 мм

$$\mathbf{\kappa}_{31} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_{31}}{\lambda_3} + \frac{1}{\alpha_2} \right)}.$$

$$\mathbf{\kappa}_{31} = \frac{1}{\left(\frac{1}{100} + \frac{0,01}{50} + \frac{0,01}{2,0} + \frac{1}{5000} \right)} = 65,0 \frac{\text{Вт}}{\left(\text{м}^2 \cdot \text{К} \right)}.$$

- Плотность теплового потока находим по уравнению:

$$q_{31} = \mathbf{\kappa}_{31} \cdot (t_1 - t_2) = 65,0 \cdot (1127 - 227) = 58500 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} = 58,5 \frac{\text{кВт}}{\text{м}^2}$$

- Температура стальной стены со стороны газов

$$t''_{\text{ст1}} = t_1 - \frac{q_{31}}{\mathbf{\alpha}_1} = 1127 - \frac{58500}{100} = 542 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

- Температура внутреннего слоя между стеной и накипью

$$t''_{\text{сл1}} = t''_{\text{ст1}} - \frac{q_{31} \cdot \mathbf{\delta}_1}{\mathbf{\lambda}_1} = 542 - \frac{58500 \cdot 0,01}{50} = 530 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

- Температура внутренней поверхности накипи (со стороны воды)

$$t''_{\text{ст}2} = t_2 + \frac{q_{31}}{\alpha_2} = 227 + \frac{58500}{5000} = 239 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

- **Третий случай (Б).**

- Коэффициент теплопередачи при накипи толщиной 30 мм

$$\mathbf{k}_{32} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_{32}}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2} \right)}.$$

$$\mathbf{k}_{32} = \frac{1}{\left(\frac{1}{100} + \frac{0,01}{50} + \frac{0,03}{2,0} + \frac{1}{5000} \right)} = 39,4 \frac{\text{Вт}}{\left(\text{м}^2 \cdot \text{К} \right)}.$$

- Плотность теплового потока в этом случае

$$q_{32} = \mathbf{k}_{32} \cdot (t_1 - t_2) = 39,4 \cdot (1127 - 227) = 35600 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} = 35,6 \frac{\text{кВт}}{\text{м}^2}$$

- Плотность теплового потока в этом случае

$$q_{32} = \kappa_{32} \cdot (t_1 - t_2) = 39,4 \cdot (1127 - 227) = 35600 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} = 35,6 \frac{\text{кВт}}{\text{м}^2}$$

- Температура стальной стены со стороны газов

$$t'''_{\text{ст1}} = t_1 - \frac{q_{32}}{\alpha_1} = 1127 - \frac{35600}{100} = 771 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

- Температура внутреннего слоя между стеной и накипью

$$t'''_{\text{сл1}} = t'''_{\text{ст1}} - \frac{q_{32} \cdot \delta_1}{\lambda_1} = 771 - \frac{35600 \cdot 0,01}{50} = 764 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

- Температура внутренней поверхности накипи (со стороны воды)

$$t'''_{ст2} = t_2 + \frac{q_{32}}{\alpha_2} = 227 + \frac{35600}{5000} = 234 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

- **Выводы:**

- Приведенные расчеты показывают, что появление накипи на поверхности нагрева уменьшает теплопередачу:

- **слой** 10 мм – на 32,4%;

- **слой** 30 мм – на 59%

- Расчеты показали, что температура стальной стенки с появлением накипи резко возрастает и при толщине в 30 мм достигает 771 °С, что *абсолютно недопустимо.*
- *Появление большого слоя накипи может привести к взрыву котла.*

- **Пример № 2.**

Определить потерю тепла через стенку печи при стационарном режиме, если температура внутренней поверхности кладки $t_{\text{кл}} = t_{\text{п}} = 1300^{\circ}\text{C}$, температура окружающей среды $t_{\text{о}} = 0^{\circ}\text{C}$. Толщина шамотной кладки стенки $\delta_{\text{ш}} = 0,46$ м; толщина изоляционной кладки из диатомитового кирпича $\delta_{\text{д}} = 0,115$ м и толщина изоляции из вермикулитовых плит $\delta_{\text{в}} = 0,05$ м. Определить температуры на границах слоев.

- **Литература:**

- **1. Теория, конструкции и расчеты металлургических печей:** Учебник для техникумов. В 2-х томах. 2-е изд. перераб. и доп.
- **Т. 2. Мастрюков Б.С. Расчеты металлургических печей.** – М.: Металлургия, 1986. 376 с.

Решение.

Согласно приложению XI в [1, стр. 366–368] коэффициент теплопроводности:

- **для шамотного кирпича** $\lambda_{\text{ш}} = 0,88 + 0,00023 t_{\text{ср.ш}}$;
- **для диатомитового кирпича** $\lambda_{\text{д}} = 0,163 + 0,00043 t_{\text{ср.д}}$;
- **для вермикулитовых плит** $\lambda_{\text{в}} = 0,081 + 0,00023 t_{\text{ср.в}}$.
- Пологая температуру на наружной поверхности кладки $t_{\text{н}} = 100$ °С и принимая в первом приближении распределение температуры по толщине кладки линейным, из геометрических соотношений найдем температуры на границах раздела слоев.

$$t_{\text{сЛ1}} = t_{\text{H}} + (t_{\text{КЛ}} - t_{\text{H}}) \frac{\delta_{\text{Д}} + \delta_{\text{В}}}{\delta_{\text{Ш}} + \delta_{\text{Д}} + \delta_{\text{В}}} \text{ } ^\circ\text{C}.$$

$$t_{\text{сЛ1}} = 100 + (1300 - 100) \frac{0,115 + 0,05}{0,46 + 0,115 + 0,05} = 416,8 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

$$t_{\text{сЛ2}} = t_{\text{H}} + (t_{\text{КЛ}} - t_{\text{H}}) \frac{\delta_{\text{В}}}{\delta_{\text{Ш}} + \delta_{\text{Д}} + \delta_{\text{В}}} \text{ } ^\circ\text{C}.$$

$$t_{\text{сЛ2}} = 100 + (1300 - 100) \frac{0,05}{0,46 + 0,115 + 0,05} = 196,0 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

Определим средние температуры по толщине слоев материалов,

- **для шамотного кирпича:**

$$t_{\text{ср.ш}} = \frac{t_{\text{кЛ}} + t_{\text{сл1}}}{2} = \frac{1300 + 416,8}{2} = 858,4 \text{ } ^\circ\text{C},$$

- $\lambda_{\text{ш}} = 0,88 + 0,00023 \cdot 858,4 = 1,078 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}).$

- **для диатомитового кирпича**

$$t_{\text{ср.д}} = \frac{t_{\text{сл1}} + t_{\text{сл2}}}{2} = \frac{416,8 + 196}{2} = 306,4 \text{ } ^\circ\text{C},$$

- $\lambda_{\text{д}} = 0,163 + 0,00043 \cdot 306,4 = 0,29 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}).$

- для вермикулит вой плиты:

$$t_{\text{ср.в}} = \frac{t_{\text{сл2}} + t_{\text{н}}}{2} = \frac{196 + 100}{2} = 148 \text{ } ^\circ\text{C},$$

- $\lambda_{\text{в}} = 0,081 + 0,00023 \cdot 148 = 0,115 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}).$

- Согласно формуле
$$q = \frac{(t_{\text{кп}} - t_{\text{о}})}{\left(\frac{\delta_{\text{ш}}}{\lambda_{\text{ш}}} + \frac{\delta_{\text{д}}}{\lambda_{\text{д}}} + \frac{\delta_{\text{в}}}{\lambda_{\text{в}}} + \frac{1}{\alpha_2} \right)}$$

Плотность теплового потока через трехслойную стенку равна

$$q = \frac{(1300 - 0)}{\left(\frac{0,46}{1,078} + \frac{0,115}{0,29} + \frac{0,05}{0,115} + \frac{1}{16} \right)} = 925,7 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Коэффициент теплоотдачи конвекцией от наружной поверхности печи (футеровки) в окружающую среду определяем по формуле для приближенных расчетов:

$$\alpha_2 = 10 + 0,06 \cdot t_H$$

- Найдем уточненные значения температур раздела слоев футеровки по формулам:

$$t_{\text{сл1}} = t_{\text{кл}} - \frac{q \cdot \delta_{\text{ш}}}{\lambda_{\text{ш}}}, \quad t_{\text{сл2}} = t_{\text{кл}} - q \cdot \left(\frac{\delta_{\text{ш}}}{\lambda_{\text{ш}}} + \frac{\delta_{\text{д}}}{\lambda_{\text{д}}} \right), \quad t_H = t_o + \frac{q}{\alpha_2},$$

$$t_{\text{сл1}} = 1300 - \frac{925,7 \cdot 0,46}{1,078} = 905 \text{ }^\circ\text{C}. \quad t_H = 0 + \frac{925,7}{16} = 57,9 \text{ }^\circ\text{C}.$$

$$t_{\text{сл2}} = 1300 - 925,7 \cdot \left(\frac{0,46}{1,078} + \frac{0,115}{0,29} \right) = 538 \text{ }^\circ\text{C}.$$

- Определим уточненные значения средних температур слоев и коэффициентов теплопроводности:

- **для шамотного кирпича:**

$$t_{\text{ср.ш}} = \frac{1300 + 905}{2} = 1102,5 \text{ } ^\circ\text{C},$$

- $\lambda_{\text{ш}} = 0,88 + 0,00023 \cdot 1102,5 = 1,13 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}).$

- **для диатомитового кирпича**

$$t_{\text{ср.д}} = \frac{905 + 538}{2} = 721,5 \text{ } ^\circ\text{C},$$

- $\lambda_{\text{д}} = 0,163 + 0,00043 \cdot 721,5 = 0,47 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}).$

- **для вермикулит вой плиты:**

$$t_{\text{ср.в}} = \frac{538 + 57,9}{2} = 298 \text{ } ^\circ\text{C},$$

- $\lambda_{\text{в}} = 0,081 + 0,00023 \cdot 298 = 0,152 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}).$

$$\alpha_2 = 10 + 0,06 \cdot t_H = 10 + 0,06 \cdot 57,9 = 13,474 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}.$$

Найдем уточненное значение плотности теплового потока через трехслойную стенку

$$q = \frac{(t_{\text{кЛ}} - t_0)}{\left(\frac{\delta_{\text{ш}}}{\lambda_{\text{ш}}} + \frac{\delta_{\text{д}}}{\lambda_{\text{д}}} + \frac{\delta_{\text{в}}}{\lambda_{\text{в}}} + \frac{1}{\alpha_2} \right)}$$

$$q' = \frac{(1300 - 0)}{\left(\frac{0,46}{1,13} + \frac{0,115}{0,47} + \frac{0,05}{0,152} + \frac{1}{13,474} \right)} = 1218,7 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

- Теперь найдем уточненные значения температур на границах раздела слоев, средние температуры слоев и коэффициенты теплопроводности:

$$t_{\text{сл1}} = t_{\text{кл}} - q \cdot \frac{\delta_{\text{ш}}}{\lambda_{\text{ш}}}, \quad t_{\text{сл2}} = t_{\text{кл}} - q \cdot \left(\frac{\delta_{\text{ш}}}{\lambda_{\text{ш}}} + \frac{\delta_{\text{д}}}{\lambda_{\text{д}}} \right), \quad t_{\text{н}} = t_{\text{о}} + \frac{q}{\alpha_2},$$

$$t_{\text{сл1}} = 1300 - 1218,7 \cdot \frac{0,46}{1,13} = 803,8 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

$$t_{\text{сл2}} = 1300 - 1218,7 \cdot \left(\frac{0,46}{1,13} + \frac{0,115}{0,47} \right) = 505,7 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

$$t_{\text{н}} = 0 + \frac{1218,7}{13,474} = 90,4 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

- **для шамотного кирпича:**
$$t_{\text{ср.ш}} = \frac{1300 + 803,8}{2} = 1051,9 \text{ } ^\circ\text{C},$$
- $\lambda_{\text{ш}} = 0,88 + 0,00023 \cdot 1051,9 = 1,12 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}).$
- **для диатомитового кирпича**
$$t_{\text{ср.д}} = \frac{803,8 + 505,7}{2} = 654,75 \text{ } ^\circ\text{C},$$
- $\lambda_{\text{д}} = 0,163 + 0,00043 \cdot 654,75 = 0,44 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}).$
- **для вермикулит вой плиты:**
$$t_{\text{ср.в}} = \frac{505,7 + 90,4}{2} = 298,05 \text{ } ^\circ\text{C},$$
- $\lambda_{\text{в}} = 0,081 + 0,00023 \cdot 298,05 = 0,148 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}).$

$$\alpha_2 = 10 + 0,06 \cdot t_H = 10 + 0,06 \cdot 90,4 = 15,424 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}.$$

Найдем снова уточненное значение плотность теплового потока через стенку

$$q = \frac{(t_{\text{кЛ}} - t_0)}{\left(\frac{\delta_{\text{ш}}}{\lambda_{\text{ш}}} + \frac{\delta_{\text{д}}}{\lambda_{\text{д}}} + \frac{\delta_{\text{в}}}{\lambda_{\text{в}}} + \frac{1}{\alpha_2} \right)}$$

$$q'' = \frac{(1300 - 0)}{\left(\frac{0,46}{1,12} + \frac{0,115}{0,44} + \frac{0,05}{0,151} + \frac{1}{15,424} \right)} = 1158,3 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

- Поскольку расхождение между двумя последними значениями плотности теплового потока через стенку менее 5%

$$\frac{\Delta q}{q'} = \frac{q' - q''}{q'} \cdot 100\% = \frac{1218,7 - 1158,3}{1218,7} \cdot 100\% = 4,96\% < 5\%$$

- то последнее значение плотности теплового потока

$$q'' = 1158,3 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

- считаем окончательным, а распределение температур по толщине стенки будет

$$t_{\text{кл}} = 1300 \text{ }^\circ\text{C}. \quad t_{\text{сл1}} = 803,8 \text{ }^\circ\text{C}. \quad t_{\text{сл2}} = 505,7 \text{ }^\circ\text{C}. \quad t_{\text{н}} = 90,4 \text{ }^\circ\text{C}.$$

2. Теплопроводность через цилиндрическую стенку

- **Пример № 1.**

- Стальной паропровод диаметром $d_1/d_2=180/200$ мм с теплопроводностью $\lambda_1 = 50$ Вт/(м·К) покрыт слоем жароупорной изоляции толщиной $\delta_2=50$ мм, $\lambda_2 = 0,18$ Вт/(м·К). Сверх этой изоляции лежит слой пробки $\delta_3=50$ мм, $\lambda_3 = 0,06$ Вт/(м·К). Температура протекающего внутри пара равна $t_1=427^\circ\text{C}$, температура наружного воздуха $t_2 = 27^\circ\text{C}$. Коэффициент теплоотдачи от пара к трубе $\alpha_1=200$ Вт/(м²·К), коэффициент теплоотдачи от поверхности пробковой изоляции воздуху $\alpha_2=10$ Вт/(м²·К). Определить потери теплоты на 1 м трубопровода, а также температуры поверхностей отдельных слоев.

Решение.

- Из условия задачи следует, что $d_{\text{вн}}=d_1=0,18$ м, $d_2=0,20$ м, $d_3=0,30$ м, и $d_{\text{нар}}=d_4=0,40$ м.
- Коэффициент теплопередачи многослойной цилиндрической стенки определяем по уравнению:

$$\kappa_{\text{ц}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{\alpha_1 d_{\text{вн}}} + \frac{1}{2\lambda_1} \ln \frac{d_2}{d_{\text{вн}}} + \frac{1}{2\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{2\lambda_3} \ln \frac{d_{\text{нар}}}{d_3} + \frac{1}{\alpha_2 d_{\text{нар}}} \right)}$$

$$\begin{aligned} \kappa_{\text{ц}} &= \frac{1}{\left(\frac{1}{200 \cdot 0,18} + \frac{1}{2 \cdot 50} \ln \frac{0,20}{0,18} + \frac{1}{2 \cdot 0,18} \ln \frac{0,30}{0,20} + \frac{1}{2 \cdot 0,06} \ln \frac{0,40}{0,30} + \frac{1}{10 \cdot 0,40} \right)} = \\ &= 0,263 \frac{\text{Вт}}{(\text{м} \cdot \text{К})}. \end{aligned}$$

- Плотность теплового потока на 1 м трубы

$$q_{\text{ц}} = \frac{Q}{l} = \kappa_{\text{ц}} \pi (t_1 - t_2) = 0,263 \cdot 3,14 \cdot (427 - 27) = 330 \frac{\text{Вт}}{\text{м}}.$$

- Температуру внутренней поверхности трубы определяем по уравнению:

$$t_{\text{ст1}} = t_1 - \frac{q}{\alpha_1 \pi d_{\text{вн}}} = 427 - \frac{330}{200 \cdot 3,14 \cdot 0,18} = 424 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

- Термическим сопротивлением трубы можно пренебречь наружную температуру поверхности трубы считать равной

$$t_{\text{сл1}} = 424 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

- Температуру наружной поверхности жароупорной изоляции определяем по уравнению:

$$t_{\text{сл2}} = t_{\text{сл1}} - \frac{q}{2\pi\lambda_2} \ln \frac{d_3}{d_2} = 424 - \frac{330}{2 \cdot 3,14 \cdot 0,18} \ln \frac{0,30}{0,20} = 306 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

- Температуру наружной пробковой изоляции определяем по уравнению:

$$t_{\text{ст2}} = t_2 + \frac{q}{\alpha_2 \pi d_{\text{нар}}} = 27 + \frac{330}{10 \cdot 3,14 \cdot 0,40} = 53,3 \text{ } ^\circ\text{C}.$$

- Из приведенных расчетов видно, что слой жароупорной изоляции слишком тонок и не предохраняет пробку от самовозгорания, так как максимально допустимая температура для пробки составляет $80 \text{ } ^\circ\text{C}$, следовательно, слой жароупорной изоляции надо увеличить.

- **Пример № 2.**

- Футеровка секционной печи имеет цилиндрическую форму и состоит из слоя магнезита толщиной $\delta_{\text{м}}=0,23$ м и слоя шамота толщиной $\delta_{\text{ш}}=0,23$ м. Диаметр рабочего пространства печи $d_1=1$ м, температура печи $t_{\text{п}}=t_1=1500^{\circ}\text{C}$. Температура воздуха в цехе $t_{\text{ок}}=t_2=30^{\circ}\text{C}$. Какова должна быть толщина слоя диатомитовой изоляции, чтобы тепловые потери через стенку печи не превышали $q=10$ кВт/м? Определить температуру наружной поверхности изоляционного слоя. Коэффициент теплопроводности $\lambda_{\text{м}} = 5,5$ Вт/(м·К); шамота $\lambda_{\text{ш}} = 0,8$ Вт/(м·К); диатомита $\lambda_{\text{д}} = 0,17$ Вт/(м·К); коэффициент теплоотдачи конвекцией в окружающую среду $\alpha_2=11,63$ Вт/(м²·К).

Решение.

- Для решения поставленной задачи воспользуемся формулой

$$q = \frac{\pi(t_1 - t_{\text{ок}})}{\left(\frac{1}{2\lambda_{\text{м}}} \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{1}{2\lambda_{\text{ш}}} \ln \frac{d_3}{d_2} + \frac{1}{2\lambda_{\text{д}}} \ln \frac{d_4}{d_3} + \frac{1}{\alpha_2 d_4} \right)},$$

- где $d_2 = d_1 + 2\delta_{\text{м}} = 1 + 2 \cdot 0,23 = 1,46$ м;
 $d_3 = d_2 + 2\delta_{\text{м}} = 1,46 + 2 \cdot 0,23 = 1,92$ м;
- Применительно к сформулированным условиям

$$10000 \geq \frac{3,14 \cdot (1500 - 30)}{\left(\frac{1}{2 \cdot 5,5} \ln \frac{1,46}{1} + \frac{1}{2 \cdot 0,8} \ln \frac{1,92}{1,46} + \frac{1}{2 \cdot 0,17} \ln \frac{d_4}{1,92} + \frac{1}{11,63 \cdot d_4} \right)},$$

- или

$$10000 \geq \frac{4615,8}{\left(0,2 + \frac{1}{0,34} \ln \frac{d_4}{1,92} + \frac{1}{11,63 \cdot d_4}\right)}.$$

- Полученное уравнение можно решить методом последовательного приближения. Принимаем $d_4=2$ м. Тогда

$$q = \frac{4615,8}{\left(0,2 + \frac{1}{0,34} \ln \frac{2}{1,92} + \frac{1}{11,63 \cdot 2}\right)} = 12800,2 \frac{\text{Вт}}{\text{м}} > 10000 \frac{\text{Вт}}{\text{м}}.$$

- Принимаем $d_4=2,1$ м. Тогда

$$q = \frac{4615,8}{\left(0,2 + \frac{1}{0,34} \ln \frac{2,1}{1,92} + \frac{1}{11,63 \cdot 2,1}\right)} = 9211,3 \frac{\text{Вт}}{\text{м}} < 10000 \frac{\text{Вт}}{\text{м}}.$$

- Т.о. толщина изоляции

$$\delta_{\text{д}} = 0,5(d_4 - d_3) = 0,5(2,1 - 1,92) = 0,09 \text{ м}$$

- будет достаточной для выполнения сформулированных условий. Поскольку стандартная ширина кирпича равна 115 мм. Примем $\delta_{\text{д}} = 0,115$ м и

$$d_4 = d_3 + 2\delta_{\text{д}} = 1,92 + 2 \cdot 0,115 = 2,15 \text{ м.}$$

- В этом случае

$$q = \frac{4615,8}{\left(0,2 + \frac{1}{0,34} \ln \frac{2,15}{1,92} + \frac{1}{11,63 \cdot 2,15} \right)} = 8113,6 \frac{\text{Вт}}{\text{м}}$$

- Температуру наружной поверхности футеровки найдем по формуле:

$$t_{\text{нар}} = t_{\text{ок}} + \frac{q}{\alpha_2 \pi d_4} = 30 + \frac{8113,6}{11,63 \cdot 3,14 \cdot 2,15} = 133,3 \text{ } ^\circ\text{C}.$$