

# Модуль и его приложения



# Понятие модуля

**Абсолютной величиной** (модулем) действительного числа  $a$  называется само число  $a$ , если оно неотрицательное, и число, противоположное  $a$ , если  $a$  – отрицательное.

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0; \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$$

**Пример:**  $|2x - 3| = \begin{cases} 2x - 3, & \text{если } x \geq 1,5; \\ -2x + 3, & \text{если } x < 1,5. \end{cases}$

# Свойства модуля

$$1^\circ |a| \geq 0$$

$$2^\circ |a \cdot b| = |a| \cdot |b|$$

$$3^\circ \left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}, \quad \text{где } b \neq 0$$

$$4^\circ |a|^2 = a^2$$

# Свойства модуля

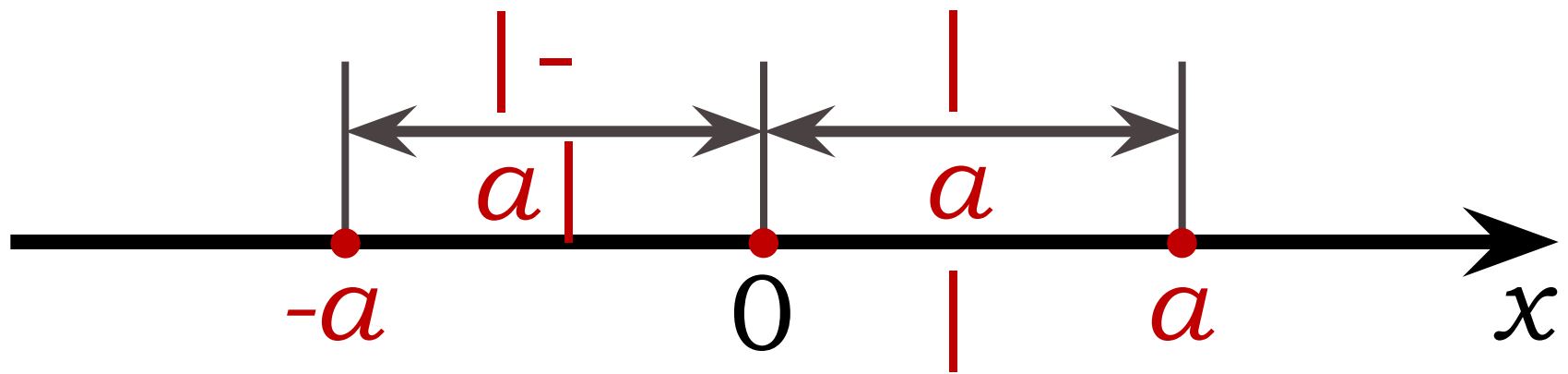
$$5^\circ \quad |a| = |-a|$$

$$6^\circ \quad |a| \geq a$$

$$7^\circ \quad |a + b| \leq |a| + |b|$$

$$8^\circ \quad \sqrt{a^2} = |a|$$

# Геометрическая интерпретация модуля



Модуль числа - это **расстояние** от начала отсчета до точки, изображающей число.

# Примеры      Раскрыть модули:

$$1) |p - 3|;$$

$$6) |x^4 + 1|;$$

$$2) |\sqrt{3} - \sqrt{5}|;$$

$$7) \sqrt{(a - 3)^2}, \quad a \geq 3;$$

$$3) |\sqrt{5} - 2|;$$

$$8) \sqrt{(b - 4)^2}, \quad b < 4;$$

$$4) |1 - \sqrt{2}|;$$

$$9) \sqrt{m^2 - 2m + 1}, \\ m < 1.$$

$$5) |x^2|;$$

# Примеры Проверь себя:

$$1) \begin{cases} p - 3, \text{ если } p \geq 3 \\ 3 - p, \text{ если } p < 3 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} p - 3, \text{ если } p \geq 3 \\ 3 - p, \text{ если } p < 3 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} p - 3, \text{ если } p \geq 3 \\ 3 - p, \text{ если } p < 3 \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} p - 3, \text{ если } p \geq 3 \\ 3 - p, \text{ если } p < 3 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} p - 3, \text{ если } p \geq 3 \\ 3 - p, \text{ если } p < 3 \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} p - 3, \text{ если } p \geq 3 \\ 3 - p, \text{ если } p < 3 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} p - 3, \text{ если } p \geq 3 \\ 3 - p, \text{ если } p < 3 \end{cases}$$

$$9) \begin{cases} p - 3, \text{ если } p \geq 3 \\ 3 - p, \text{ если } p < 3 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} p - 3, \text{ если } p \geq 3 \\ 3 - p, \text{ если } p < 3 \end{cases}$$

# Решение уравнений вида $|f(x)| = a$

$$\begin{cases} f(x) = a, \\ f(x) = -a. \end{cases}$$

**Пример:**  $|x - 8| =$

$$\begin{cases} x - 8 = 5, \\ x - 8 = -5; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 13, \\ x = 3. \end{cases}$$

*Ответ: 3; 13.*



## Решение уравнений вида $|f(x)| = a$

$$|2x - 3| = 4$$

$$x_1 = 3,5; \quad x_2 = -0,5$$

$$|5x + 6| = 7$$

$$x_1 = 0,2; \quad x_2 = -2,6$$

$$|9 - 3x| = 6$$

$$x_1 = 1; \quad x_2 = 5$$

$$|4x + 2| = -1$$

$$x \in \emptyset$$

$$|8 - 2x| = 0$$

$$x = 4$$

$$|10x + 3| = 16$$

$$x_1 = 1,3; \quad x_2 = -1,9$$

$$|24 - 3x| = 12$$

$$x_1 = 12; \quad x_2 = 4$$

$$|2x + 30| = 48$$

$$x_1 = 9; \quad x_2 = -39$$

Решение уравнений вида  $|f(x)| = g(x)$

$$\left[ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} f(x) = g(x), \\ g(x) \geq 0; \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} f(x) = -g(x), \\ g(x) \geq 0. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

**Пример:  $|3x - 10| = x - 2$**

$$\left[ \begin{cases} 3x - 10 = x - 2, \\ x - 2 \geq 0; \end{cases} \iff \left[ \begin{cases} 2x = 8, \\ x \geq 2; \end{cases} \iff \left[ \begin{cases} 3x - 10 = -(x - 2), \\ x - 2 \geq 0; \end{cases} \iff \left[ \begin{cases} 4x = 12, \\ x \geq 2; \end{cases} \iff \left[ \begin{cases} x = 4, \\ x = 3. \end{cases} \right. \right.$$

*Ответ: 3; 4.*

## Решение уравнений вида

$$|f(x)| = |g(x)|$$

$$\begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) = -g(x). \end{cases}$$

**Пример:**  $|x - 2| = |3 -$

$$\begin{cases} x - 2 = 3 - x, \\ x - 2 = -3 + x; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 5, \\ -2 = -3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2,5, \\ x \in \emptyset; \end{cases}$$

*Ответ:* 2,5.

**Решить самостоятельно:**

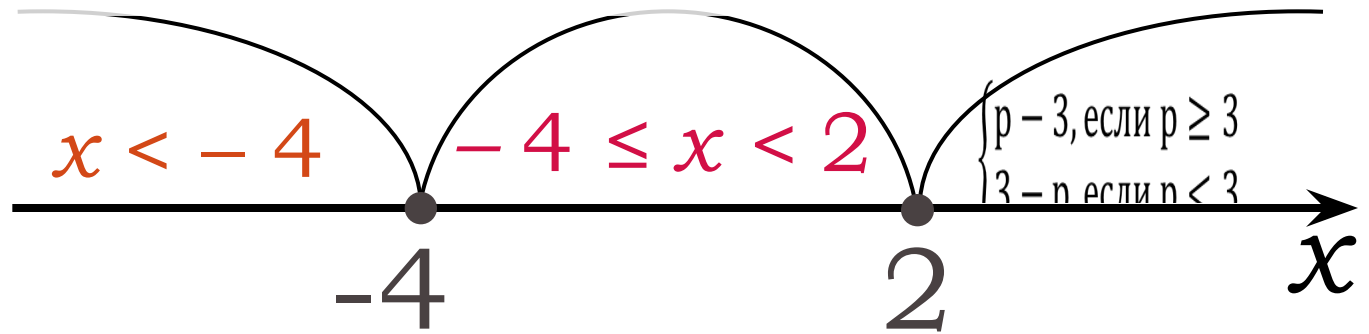
$$|4x - 1| = |2x + 3|$$

$$\begin{cases} 4x - 1 = 2x + 3, \\ 4x - 1 = -2x - 3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 4, \\ 6x = -2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ x = -\frac{1}{3}. \end{cases}$$

*Ответ: 2;  $-\frac{1}{3}$ .*

# Решить уравнение

$$2|x - 2| - 3|x + 4| = 1$$



$$\begin{cases} p - 3, & \text{если } p \geq 3 \\ 3 - p, & \text{если } p < 3 \end{cases}$$

—

—

+

$$\begin{cases} p - 3, & \text{если } p \geq 3 \\ 3 - p, & \text{если } p < 3 \end{cases}$$

—

+

+

## Решить уравнение

$$2|x - 2| - 3|x + 4| = 1$$

$$\left[ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} x < -4, \\ 2(-x + 2) - 3(-x - 4) = 1; \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} -4 \leq x \leq 2, \\ 2(-x + 2) - 3(x + 4) = 1; \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} x > 2, \\ 2(x - 2) - 3(x + 4) = 1; \end{array} \right. \end{array} \right.$$



$$\left[ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} x < -4, \\ x = -15; \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} -4 \leq x \leq 2, \\ x = -1,8; \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} x > 2, \\ x = -17. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

*Ответ: -15; -1,8.*

# Примеры

(решить самостоятельно)

1)  $|x^2 + 3x| = 2(x + 1)$

2)  $|x - 6| = |x^2 - 5x + 9|$

3)  $|2x + 8| - |x - 5| = 12$

1) *Ответ:* 1;  $(-5 + \sqrt{17})/2$ .

2) *Ответ:* 1; 3.

3) *Ответ:* -25; 3.