

**kmbs**

Києво-Могиланська  
Бізнес Школа

**CHANGE  
THE  
WORLD**

# Комп'ютерне моделювання складних систем

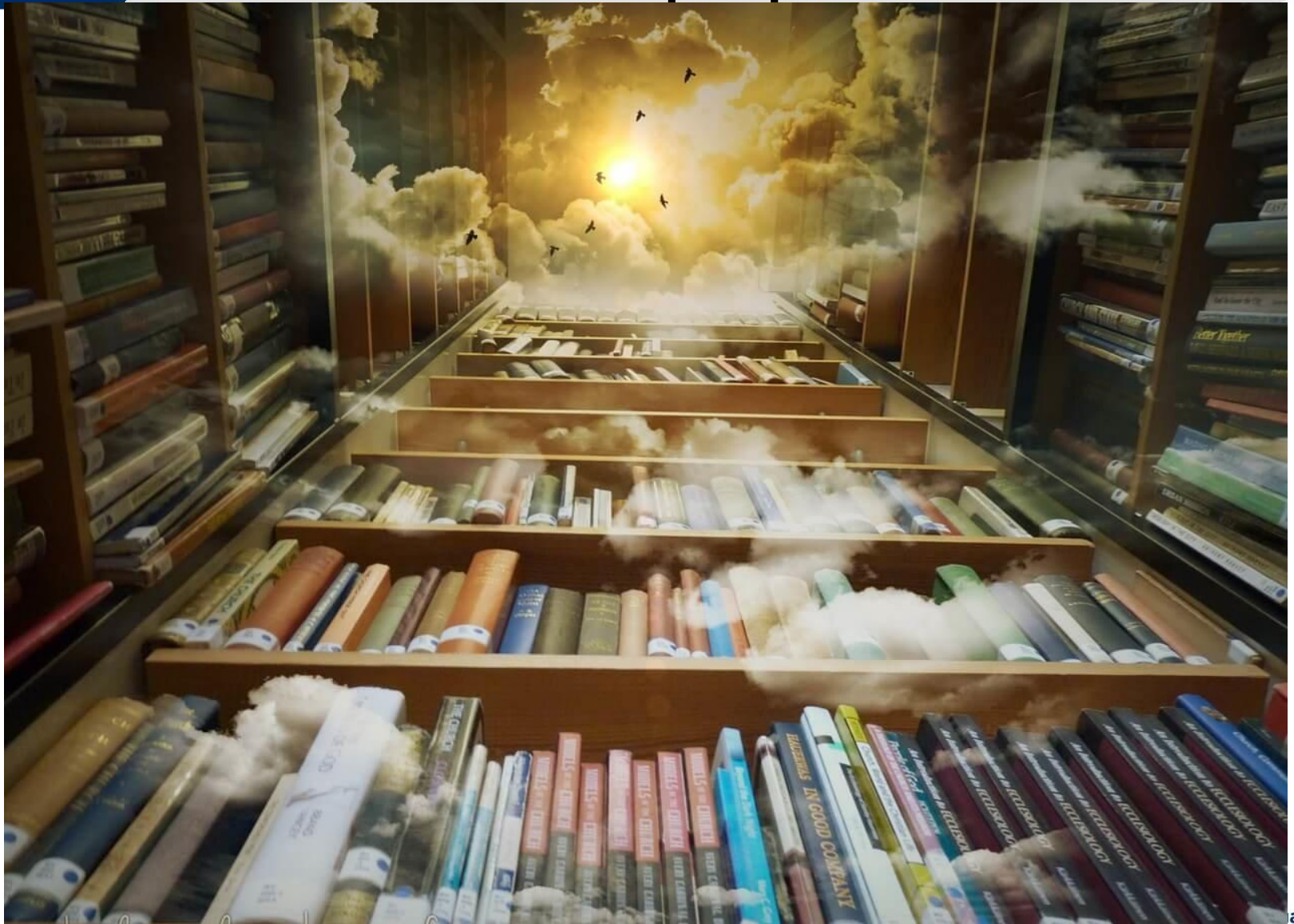
Соловйов Володимир Миколайович,  
доктор ф.-м. н., проф.





- Криза сучасної парадигми дослідження складних систем
- Індустрія 4.0 і мережні технології
- Динамічні системи та сучасні методи їх дослідження
- 1. Фрактальні і мультифрактальні
- 2. Рекурентний аналіз. Кількісні характеристики
- 3. Ентропійні методи
- 4. Мережні міри складності:
  - - спектральні;
  - - топологічні.
- 5. Мультиплексні (мультимережні) міри

# Бібліографія



# Література

- Хусаїнов Д.Я. Введення в моделювання динамічних систем: навчальний посібник / Хусаїнов Д.Я., Харченко І.І., Шатирко А.В. -К.: КНУ, 2010. - 132 с.
- Дербенцев В.Д., Сердюк О.А., Соловйов В.М., Шарапов О.Д. Синергетичні та еконофізичні методи дослідження динамічних та структурних характеристик економічних систем - Черкаси: Брама-Україна, 2010. - 300 с.
- Соловйов В.М., Сердюк О.А., Данильчук Г.Б. Моделювання складних систем- Черкаси: Брама-Україна, 2016. - 204 с.
- Vladar T. Complex and Chaotic Nonlinear Dynamics.- 2009, Springer.- 761 p.
- Lynch S. Dynamical systems with application using Matlab - 2014, Springer.- 519 p.

# Література

- Николис Г. Познание сложного. Введение. / Г. Николис, И. Пригожин - М.: ЛКИ, 2008.- 354 с.
- Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рынков.-М.: Интернет-трейдинг, 2004.- 304 с.
- Снарский А.А., Ландэ Д.В. Моделирование сложных сетей: учебное пособие. — К.: НТУУ «КПИ», 2015. — 212 с.
- Лоскутов А.Ю., Михайлов А.С. Основы теории сложных систем. - М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2007. - 620 с.
- Networks of Networks: The Last Frontier of Complexity. Gregorio D'Agostino, Antonio Scala Editors, - 2014, Springer.- 342 p.

# Дискусія Пола Кругмана Дискусія Пола Кругмана



- гостра дискусія між старими таборами - неокласикою («мейнстрімом») і кейнсіанством
- два важливих етапи дискусії:
- робота нобелівського лауреата 2007 року Пола Кругмана «Чому економічна наука безсила?» {Krugman P. How Did Economists Get It So Wrong?// The New York Times, September 2, 2009, pp. 3-8}

# Нові ініціативи Дж. Сороса

- в даний час необхідні нові міждисциплінарні підходи до економіки, до яких залучатимуться історія, психологія, природничі науки (<http://www.soros.org> в даний час необхідні нові міждисциплінарні підходи до економіки, до яких залучатимуться історія, психологія, природничі науки (<http://www.soros.org>; <http://ineteconomics.org/> )
- Ініціатива Дж. Сороса підштовхнула Євросоюз до активізації робіт у галузі міждисциплінарного напрямку дослідження фінансових систем. Сьогодні така діяльність координується у рамках проекту FuturICT



Jean-Philippe Bouchaud. [Economics needs a scientific revolution](#) // *Nature*. V. 455. P. 1181 (30 October 2008)



Глобальних економічних криз можна уникнути, якщо застосовувати фізичні підходи до моделювання економічних процесів, змінивши при цьому систему їх мислення і фахової підготовки І.Ньютон “моделювати безумство людей значно складніше, аніж рух планет ”  
Аксіоми класичної економіки:

- невидима рука ринку;
- раціональність поведінки екон. агентів;
- гіпотеза ефективного ринку тощо

Відсутній здоровий скепсис (як у фізиків)

Причина інертності в системі підготовки економістів



Г. Г. Малинецкий. Теория самоорганизации. На пороге IV парадигмы. - КОМПЬЮТЕРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ. 2013. Т.5. №3, С.315-366

- 1. Нерівноважна термодинаміка
- 2. Існування горизонту прогнозу
- 3. Парадигма складності
- 4. Мережна парадигма



# Століття як складність

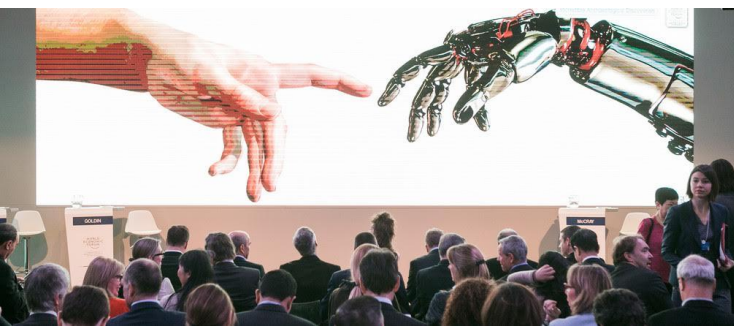


- Я думаю, що наступне століття стане століттям складності
- Стівен Хокінг, січень 2000
- Що таке складність?

# Клас Аерміртіваб



- Schwab K. The Forth Industrial Revolution - <http://www.amazon.com/dp/B01AIT6SZ8>
- Рифкин Дж. Третья промышленная революция: Как горизонтальные взаимодействия меняют энергетику, экономику и мир в целом / Пер. с англ. — М.: Альпина нон-фикшн, 2014. — 410 с.
- Марш, П. Новая промышленная революция. Потребители, глобализация и конец массового производства / пер. с англ. - М.: Изд-во Института Гайдара, 2015. - 420 с.

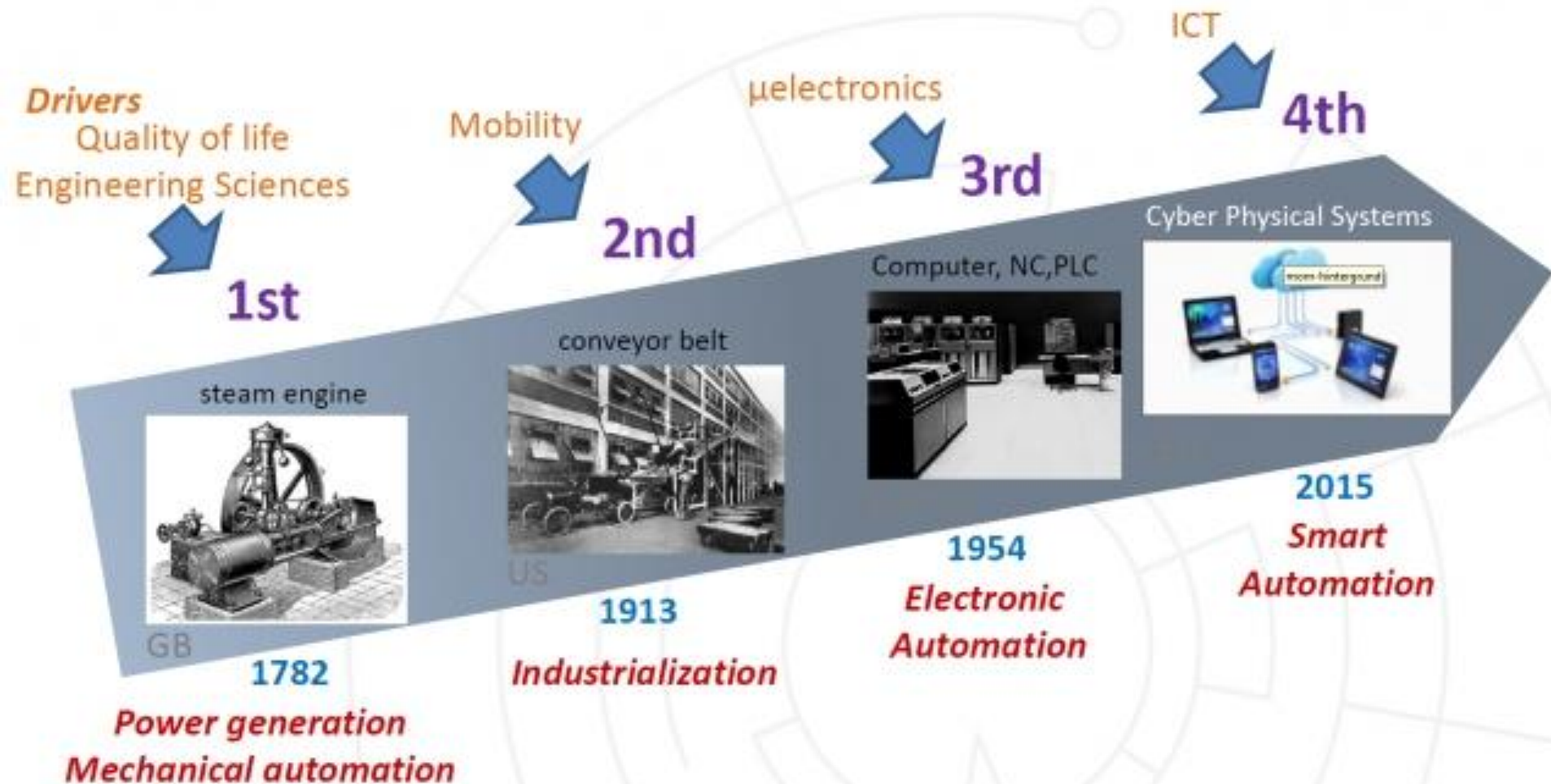


4.0  
Industry



# Історія І 4.0

## The 4th Industrial Revolution - „Industry 4.0“

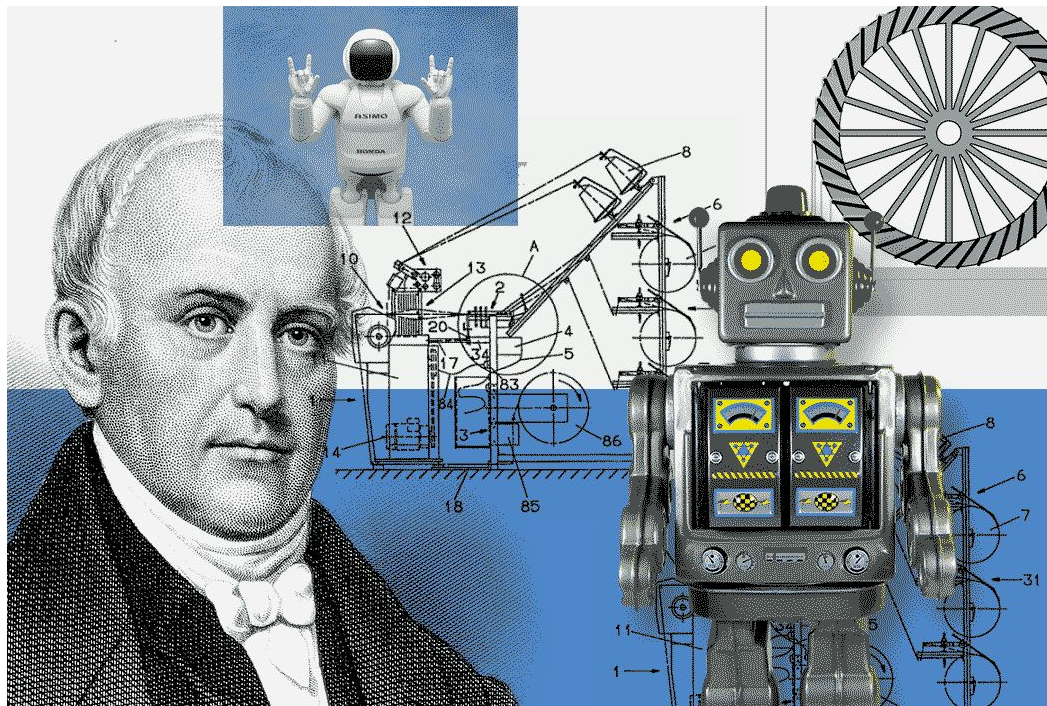


- The Internet of Things (ІоТ, Інтернет речей) - мережа фізичних об'єктів, поєднаних інтернетом



# КІБЕРФІЗИЧНІ СИСТЕМИ

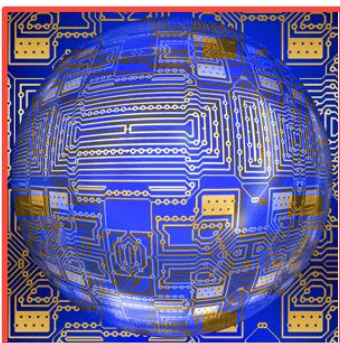
- Під кіберфізичною системою розуміють поєднання фізичних процесів та кібернетичних компонентів



# Базові технології Індустрії 4.0

 IOT ANALYTICS

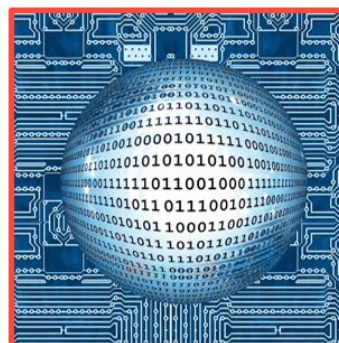
## 7 core technologies make up Industry 4.0



1. Cyber Physical Systems



2. Cloud Computing



3. Big Data



4. System Security



5. 3D Printing

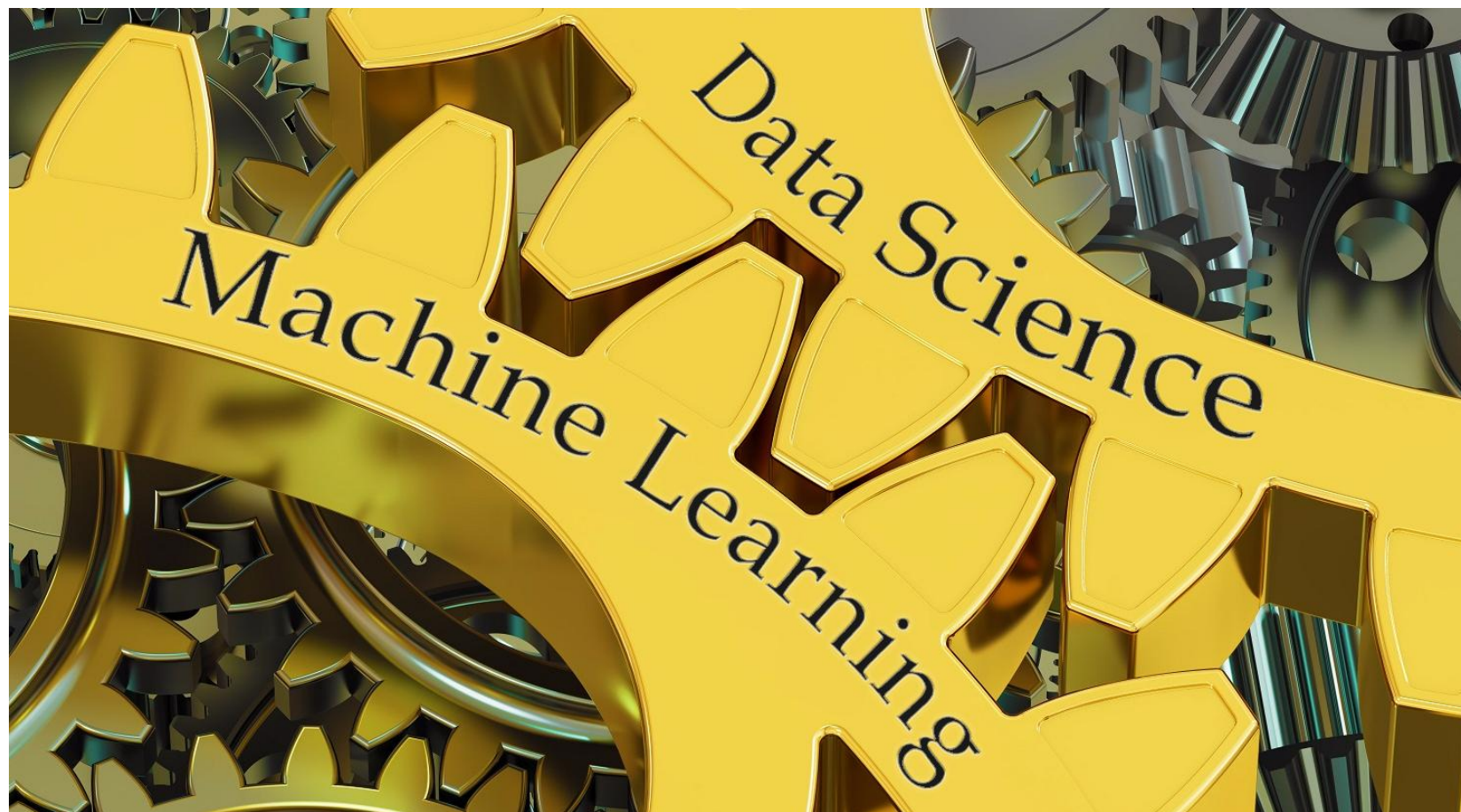


6. Augmented Reality



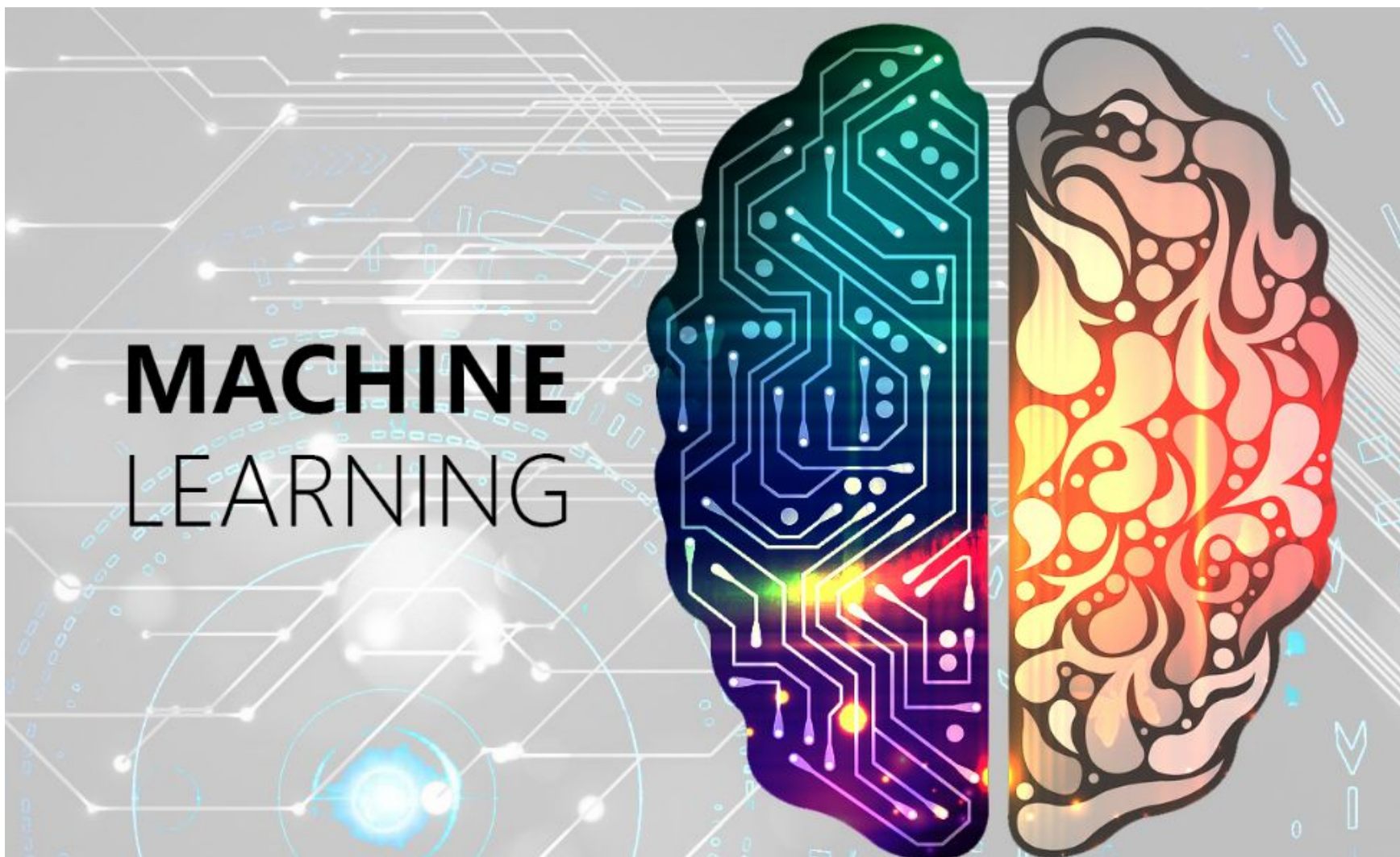
7. Humanoid Robots

# Базові технології Індустрії 4.0



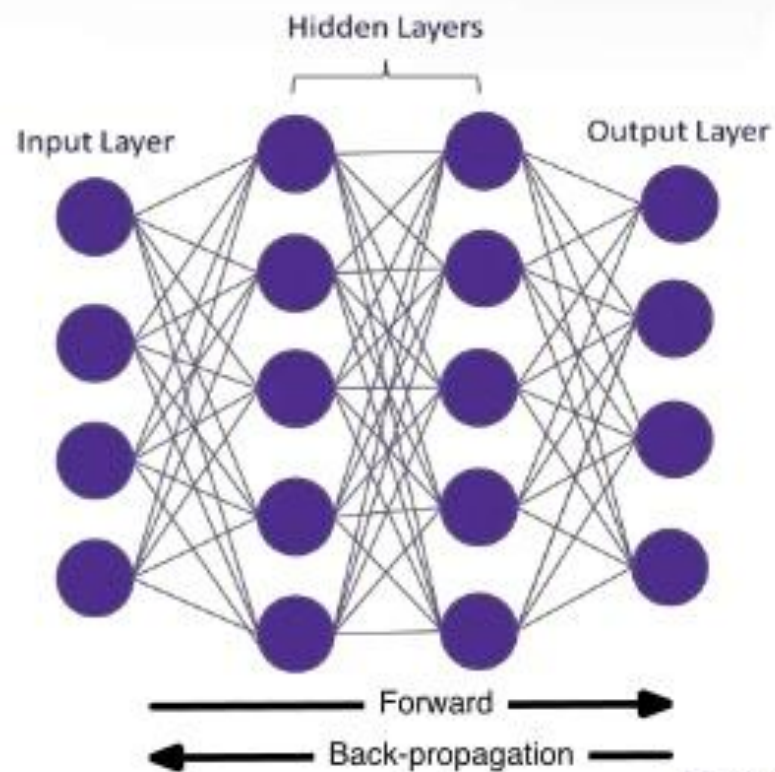
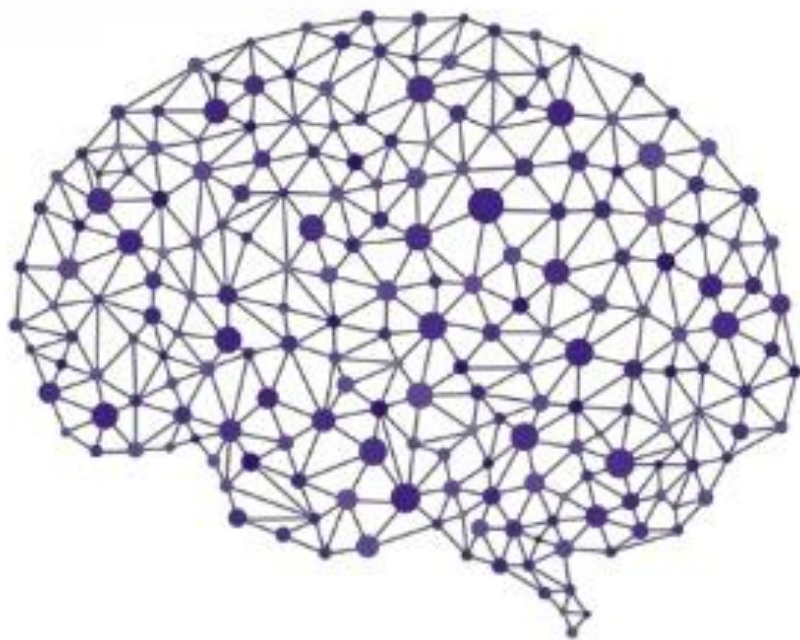


# Машинне навчання



# Глибоке навчання

## Deep Learning



# Машинне навчання

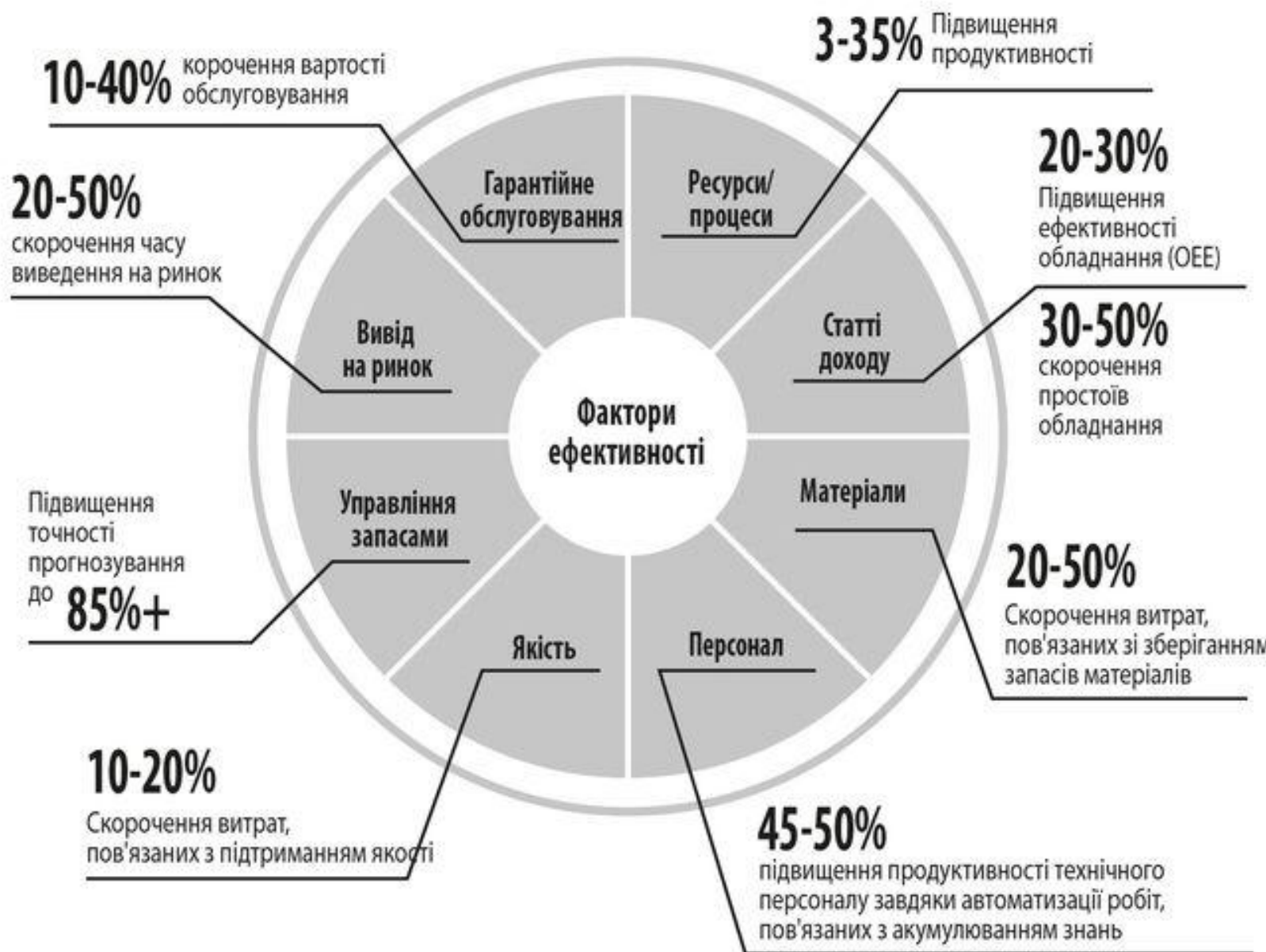
- **Машинне навчання** (англ. machine learning) — це підгалузь штучного інтелекту в галузі інформатики, яка часто застосовує статистичні прийоми для надання комп'ютерам здатності «навчатися» (тобто, поступово покращувати продуктивність у певній задачі) з даних, без того, щоби бути програмованими явно. [https://uk.wikipedia.org/wiki/Машинне\\_навчання](https://uk.wikipedia.org/wiki/Машинне_навчання)



# Глибинне навчання

- **Глибінне навчання** (також відоме як **глибинне** структурне **навчання**, ієрархічне **навчання**, **глибинне** машинне **навчання**, англ. deep learning, deep structured learning, hierarchical learning, deep machine learning) — це галузь машинного **навчання**, що ґрунтується на наборі алгоритмів, які намагаються моделювати високорівневі абстракції в даних, застосовуючи глибинний граф із декількома обробними шарами, що побудовано з кількох лінійних або нелінійних перетворень.
- [https://uk.wikipedia.org/wiki/Глибинне\\_навчання](https://uk.wikipedia.org/wiki/Глибинне_навчання)

# ПОКАЗНИКИ ПЕРЕВАГ ВПРОВАДЖЕННЯ INDUSTRY 4.0 В КОМПАНІЯХ ЗА ДАНИМИ КОНСАЛТИНГОВОЇ КОМПАНІЇ MCKINSEY ЗА СЕРПЕНЬ 2016 р.



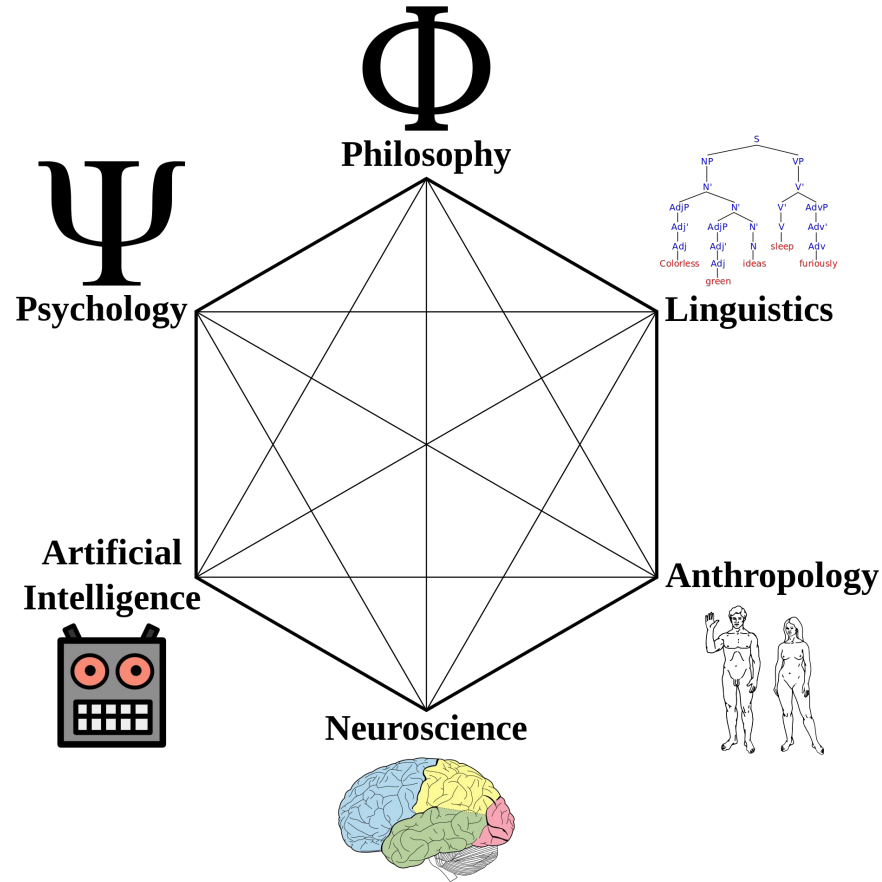
# Проблеми і

# Проблеми і можливості :



- - Штучний інтелект, ризики та можливості;
- Глобальні соціальні мережі і їх вплив на соціальну структуру і політичні інститути;
- Розвиток технологій замкнутого циклу виробництва, повторної переробки сировини і поновлюваних джерел енергії, як це позначиться на ринках сировини;
- Збільшення тривалості життя людей у зв'язку з розвитком біомедичних технологій, можливо до 120-150 років, як це відіб'ється на системі соціального страхування, ринку праці і на споживчих перевагах;
- «Інтернет речей» перетворюється з футуристичного дискурсу в реальність і починає істотно впливати на наше життя;
- І головна тема - як повсюдна роботизація виробництва і послуг позначиться на зайнятості людей?

# Гексагон когнітивної науки



• нейронаука немислима без появи нових технічних засобів візуалізації головного мозку

Київська  
Бізнес Школа

• Картини активації спеціалізованих зон мозку в конкретних ситуаціях ухвалення рішень дозволяють пояснити відхилення їх вибору від раціональної моделі



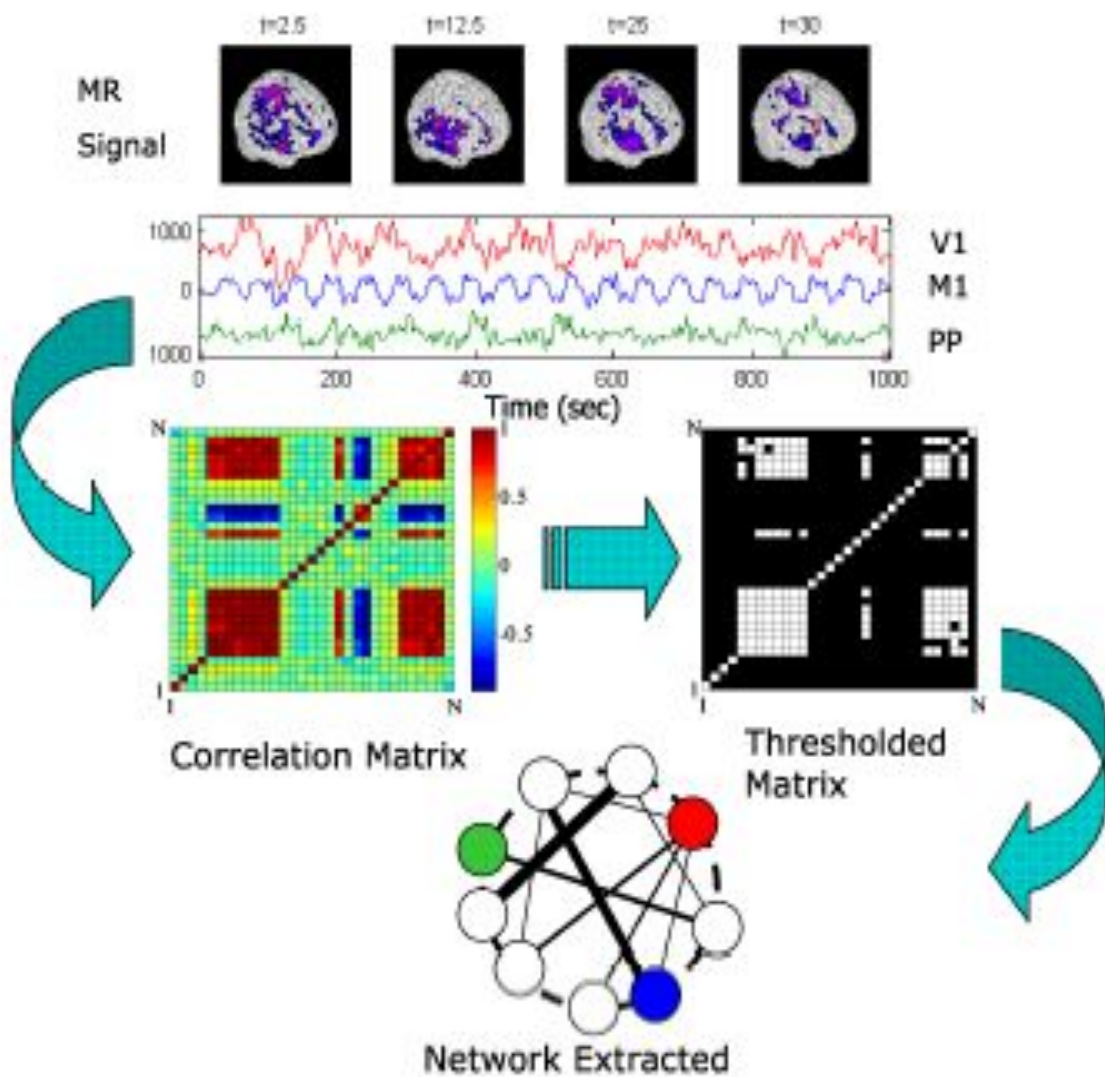
- сучасна нейронаука вичерпала можливості парадигми мозку як молекулярно-хімічної машини для пояснення механізмів роботи свідомості
- нейронаука немислима без появи нових технічних засобів візуалізації головного мозку
- Картини активації спеціалізованих зон мозку в конкретних ситуаціях ухвалення рішень дозволяють пояснити відхилення їх вибору від раціональної моделі



# Сучасні методи реєстрації активності мозку

- Реєстрація ходу обробки інформації:
  - електроенцефалографія і визвані потенціали
  - магнітоенцефалографія
  - реєстрація реакцій окремих нейронів
- Функціональне картування:
  - позитронно-емісійна томографія (ПЕТ)
  - функціональне магнітно-резонансне картування (fMRI)
- Вплив на мозок: транскраніальна магнітна стимуляція (ТМС)

# Мозок - функціональна масштабно-інваріантна мережа

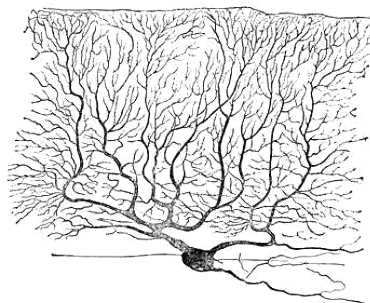


# (Мульти-)Фрактальні об'єкти в медицині

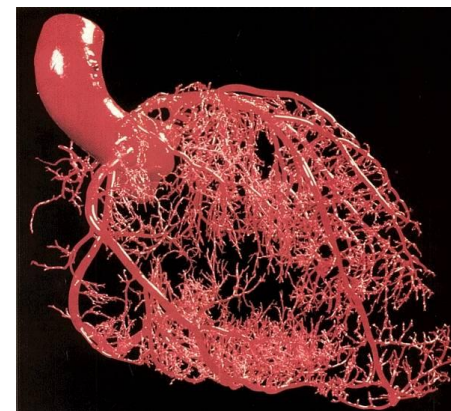
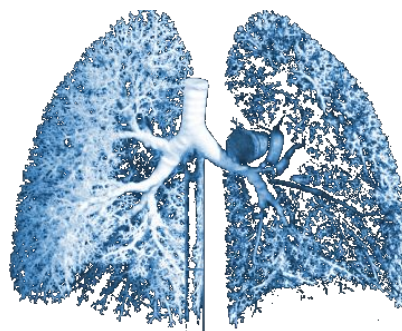
- серцево-судинна система



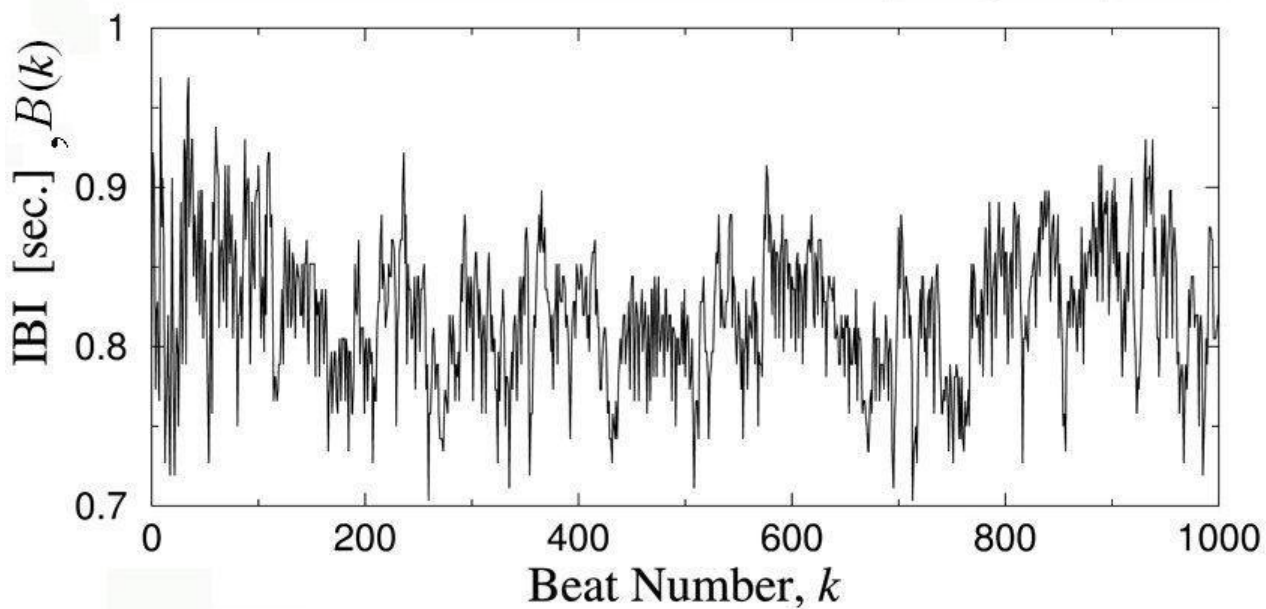
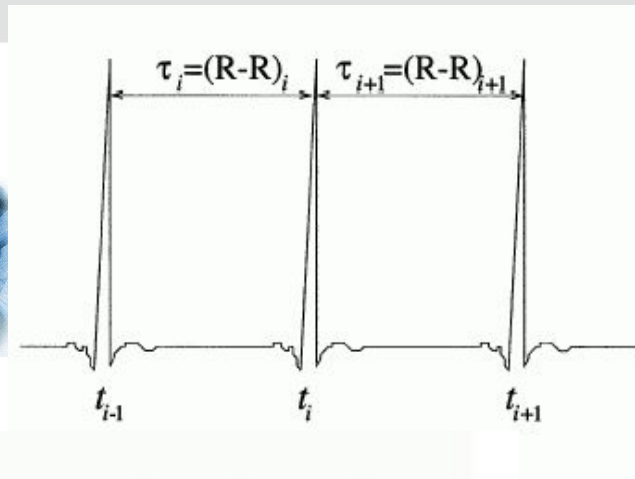
- нейрон



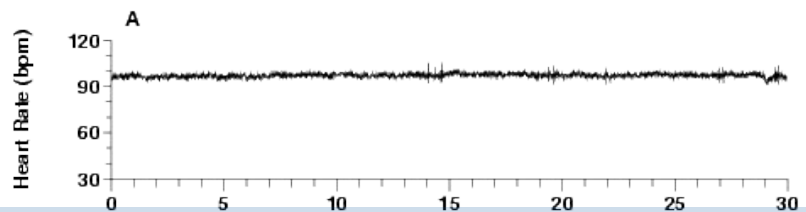
- бронхіальна система



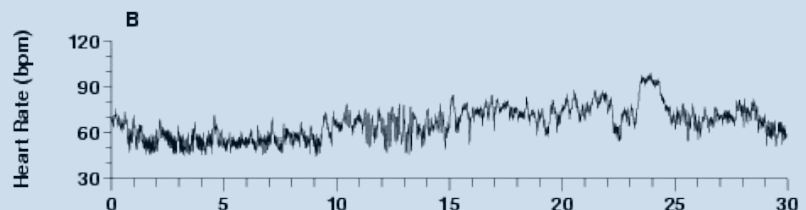
# Нормальний синус ритм серця



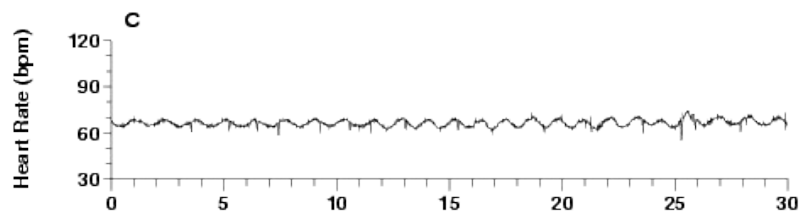
# Динаміка серцебиття



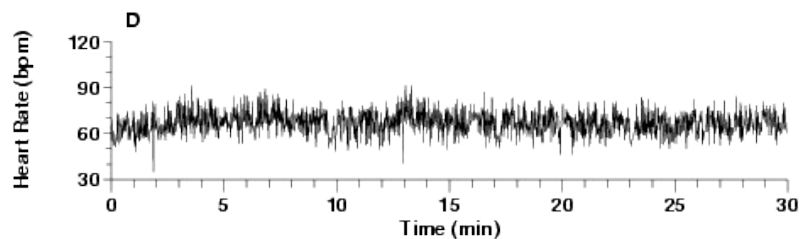
Хворе серце



Здорове серце

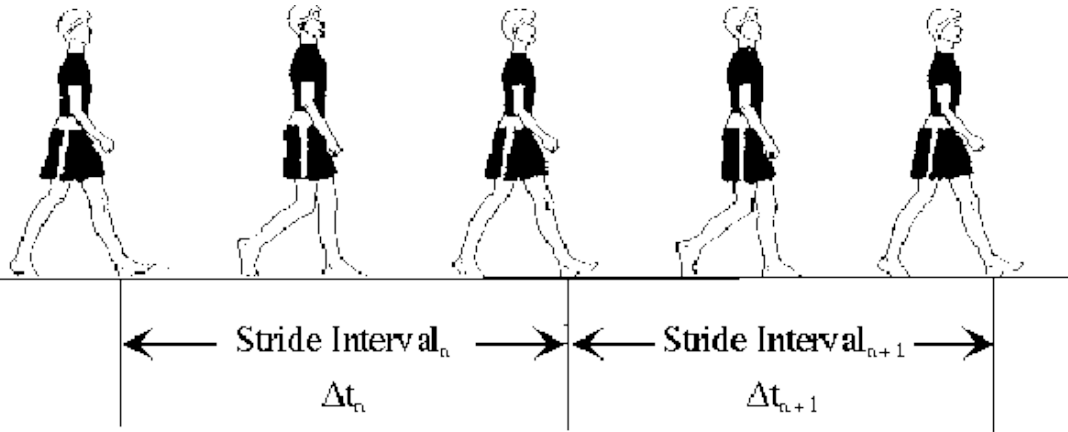


Хворе серце

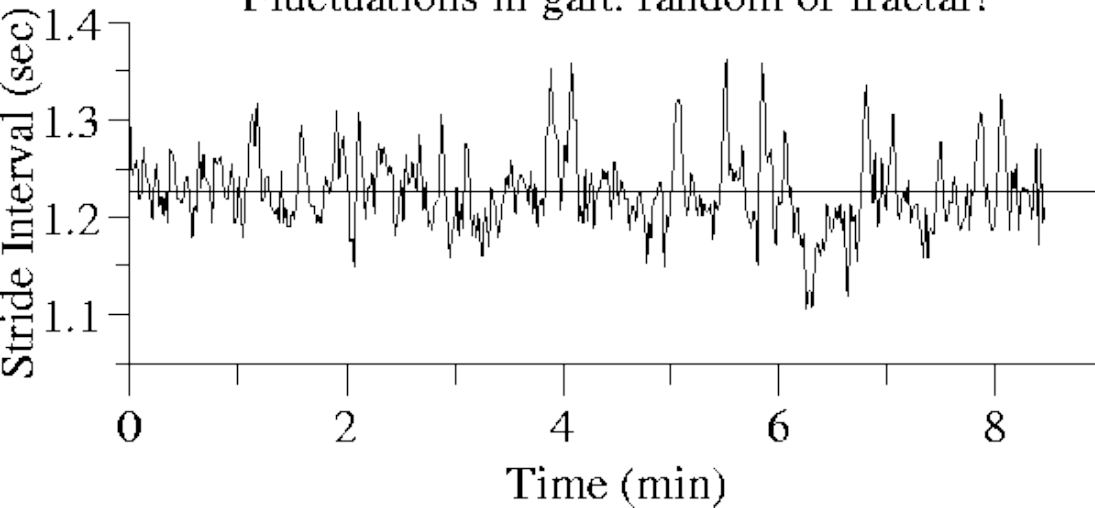


Хворе серце

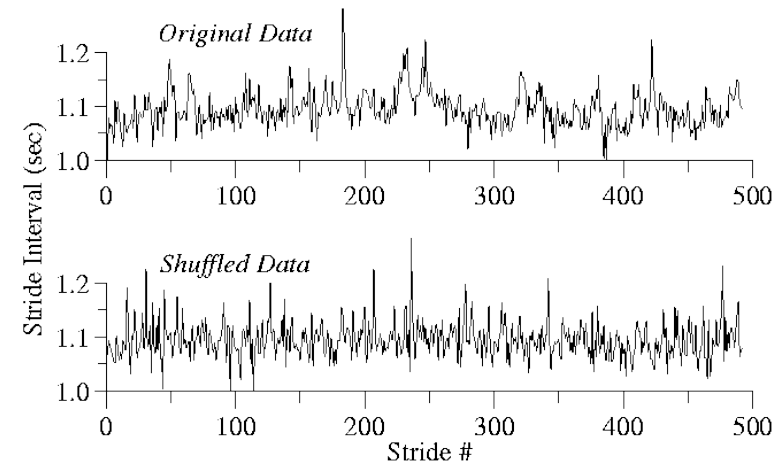
# Фрактальність довжини повного кроку



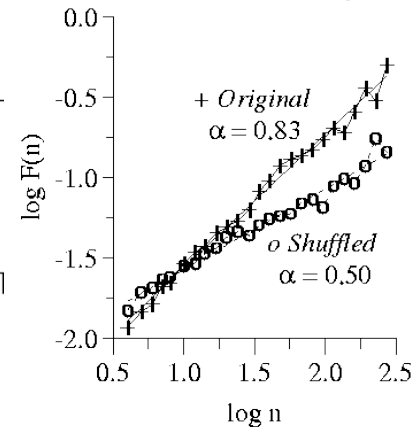
Fluctuations in gait: random or fractal?



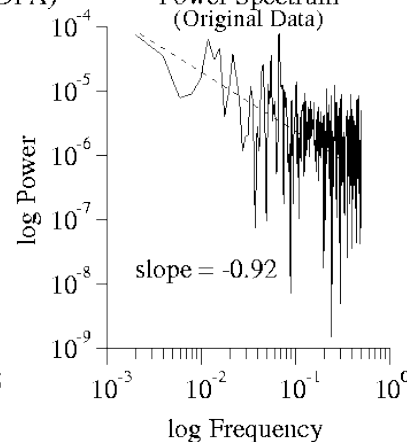
Fractal Dynamics of Gait During 9 Minute Walk



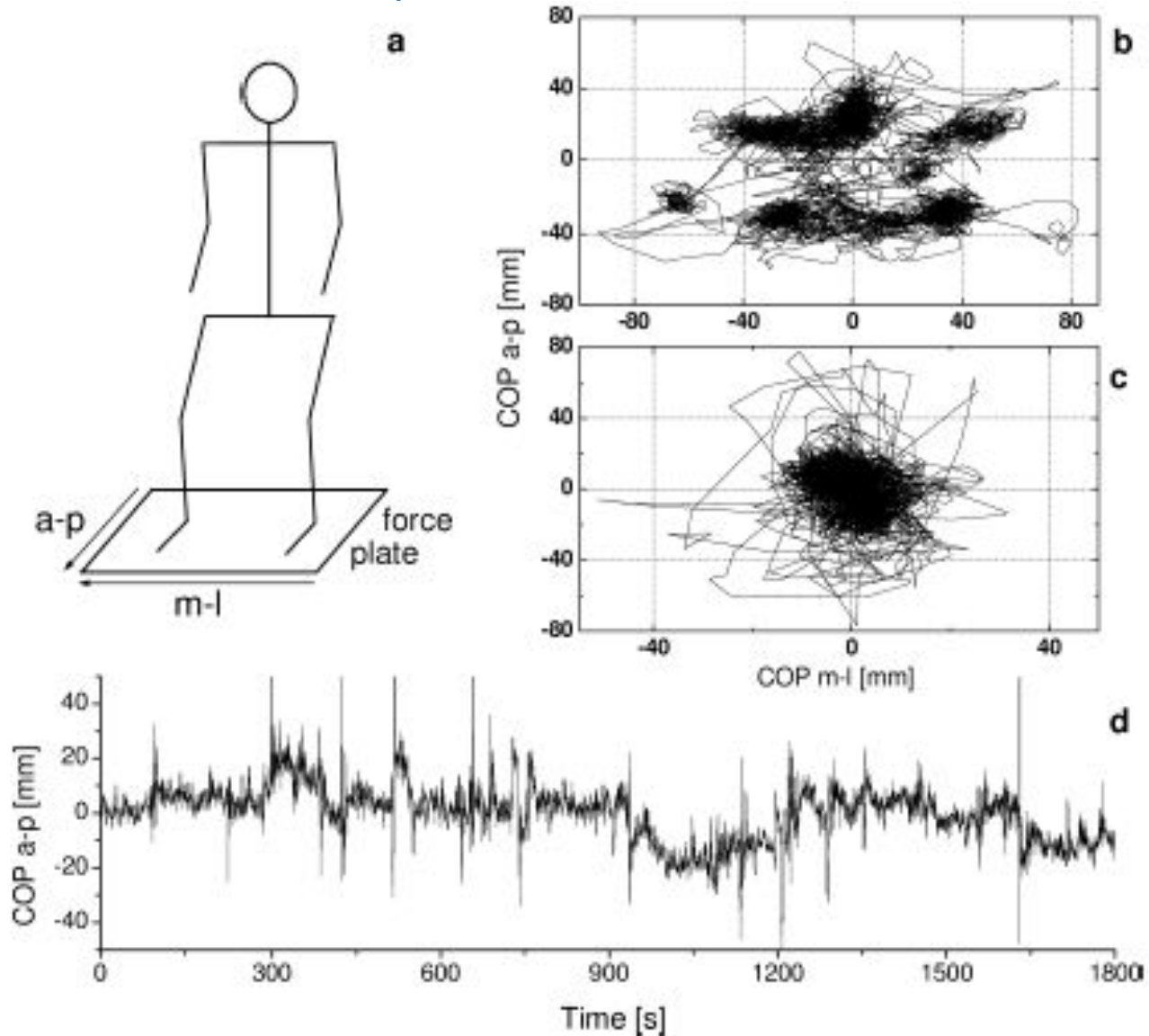
Detrended Fluctuation Analysis (DFA)



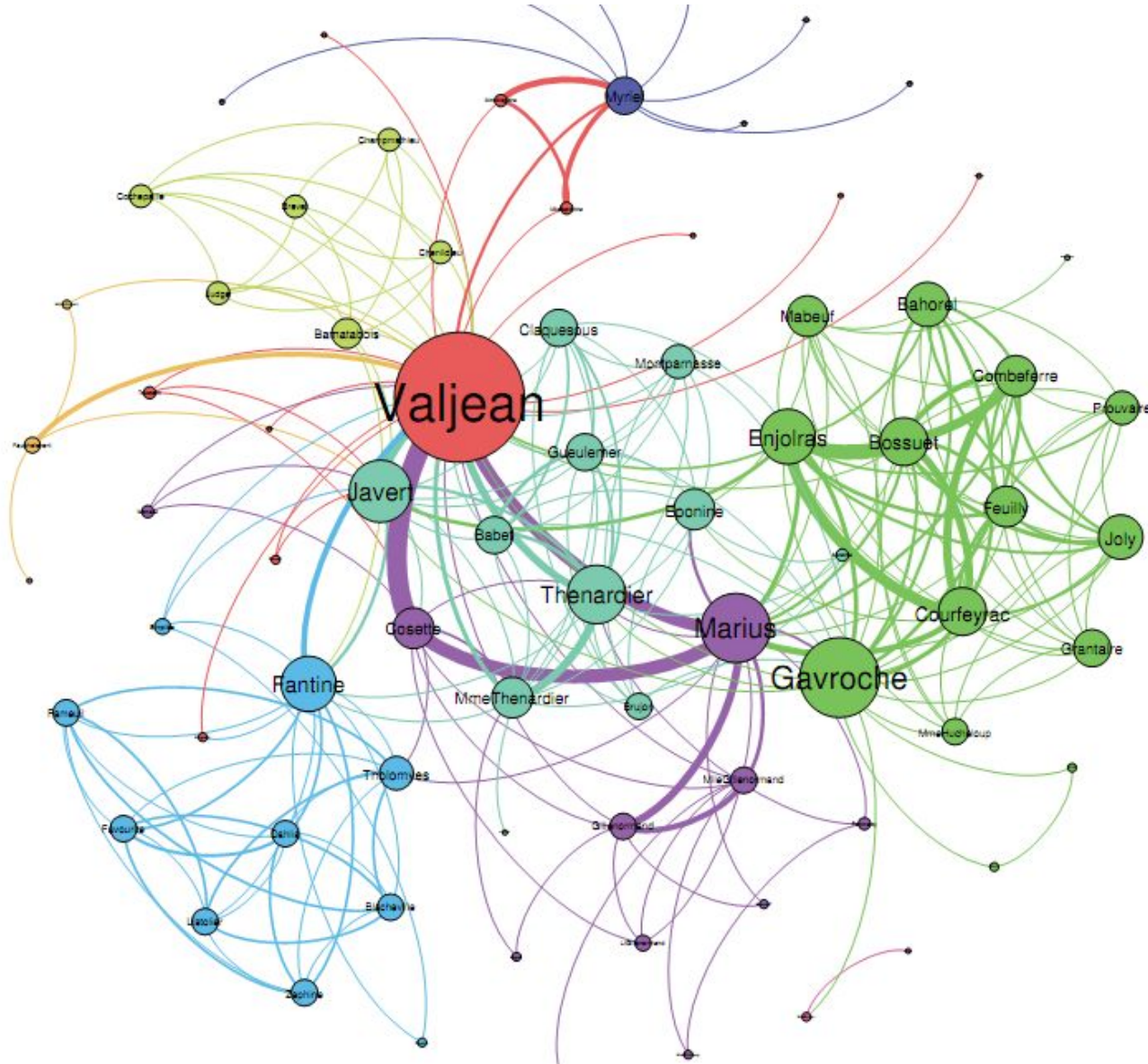
Power Spectrum (Original Data)



# Фрактальна динаміка положення рівноваги

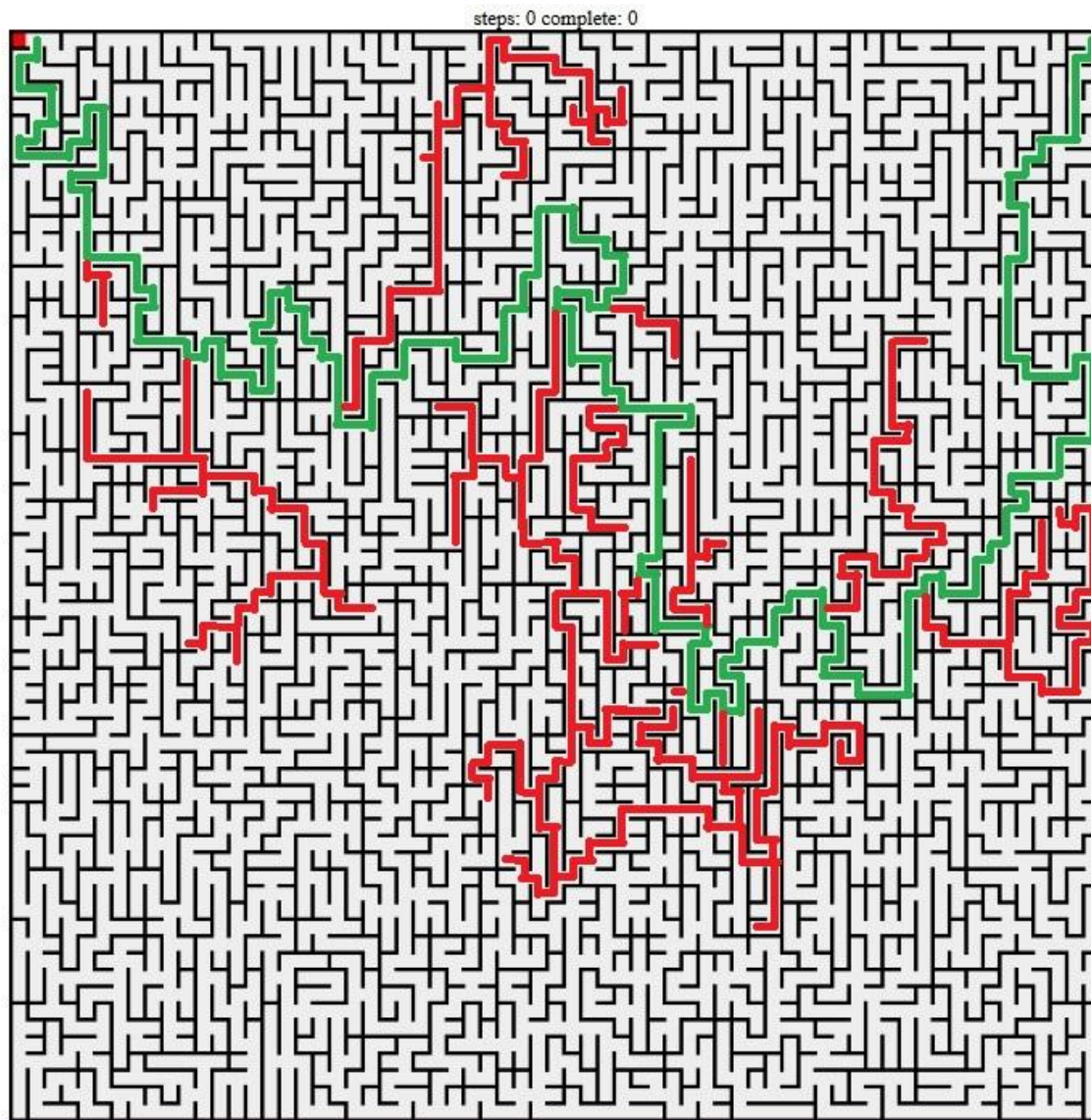


# КОГНІТИВНА МЕРЕЖА МІЖСОБИСТІСНИХ ЗВ'ЯЗКІВ ГЕРОЇВ РОМАНУ ВІЛЬЯМА ВУЛГ'Я "ВНЕДОЛЕНІ"





# Психодіагностика



# Міри складності



## Інформаційні міри

- Лемпеля-Зіва;
- ентропії Шеннона, Тсалліса і Реньї, вейвлет-ентропія

## Хаос-динамічні

- моно- і мультимасштабні ентропійні міри (ентропії Колмогорова-Сіная, подібності, шаблонів, перестановок);
- показники Ляпунова, включаючи масштабно-залежну версію;
- фрактальні міри: фрактальна розмірність, декілька модифікацій розрахунку коефіцієнта Херста, спектр сингулярності (мультифрактальності);
- незворотність процесів;
- рекурентні міри складності, які одержуються в результаті побудови та кількісного аналізу рекурентних діаграм та інші.

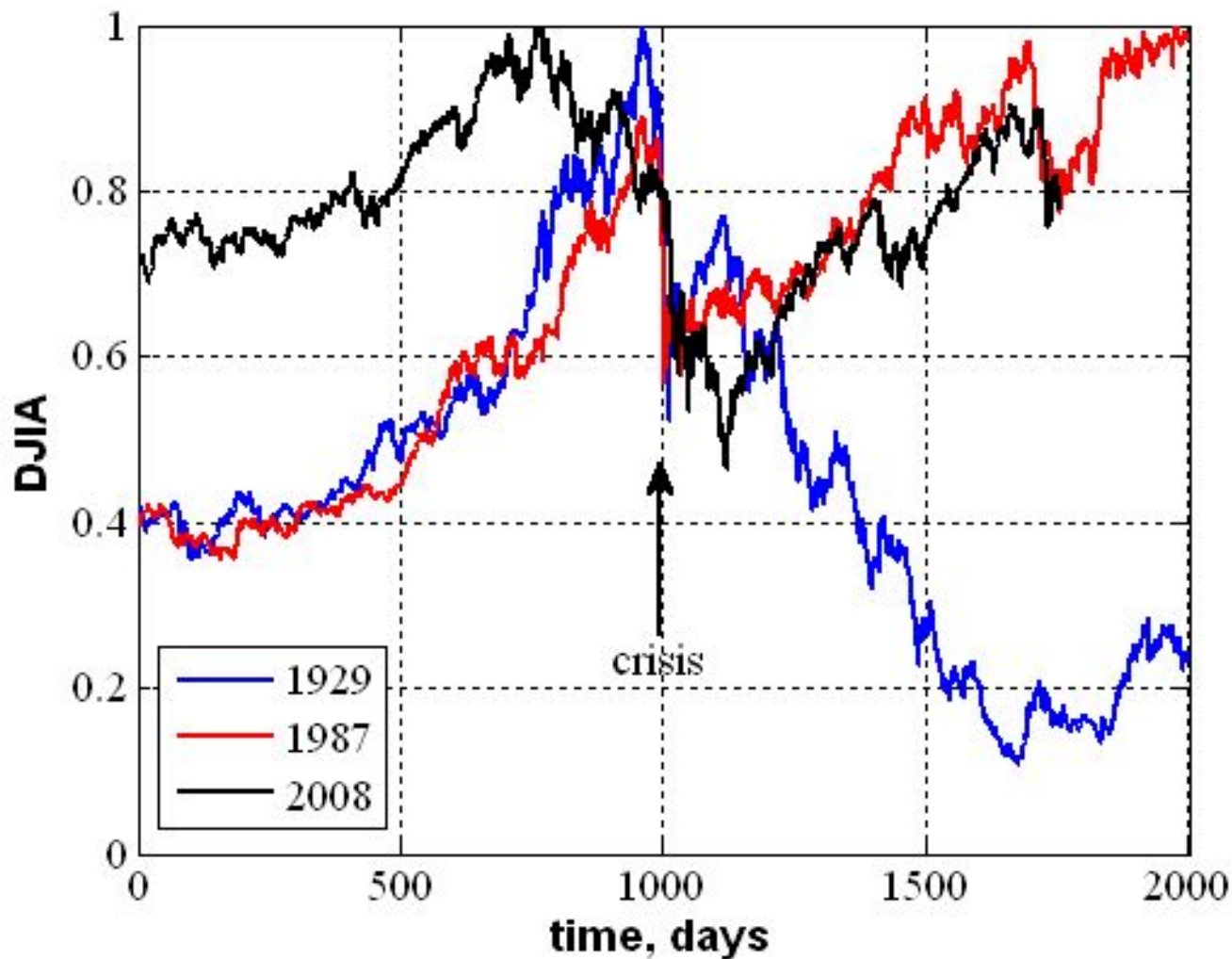
## Мережні

- спектральні (спектральний розрив, енергія графа, алгебраїчна зв'язність,...)
- топологічні (ступінь вершини, коефіцієнт кластеризації, середня довжина шляху, ...)

## Мультимережні

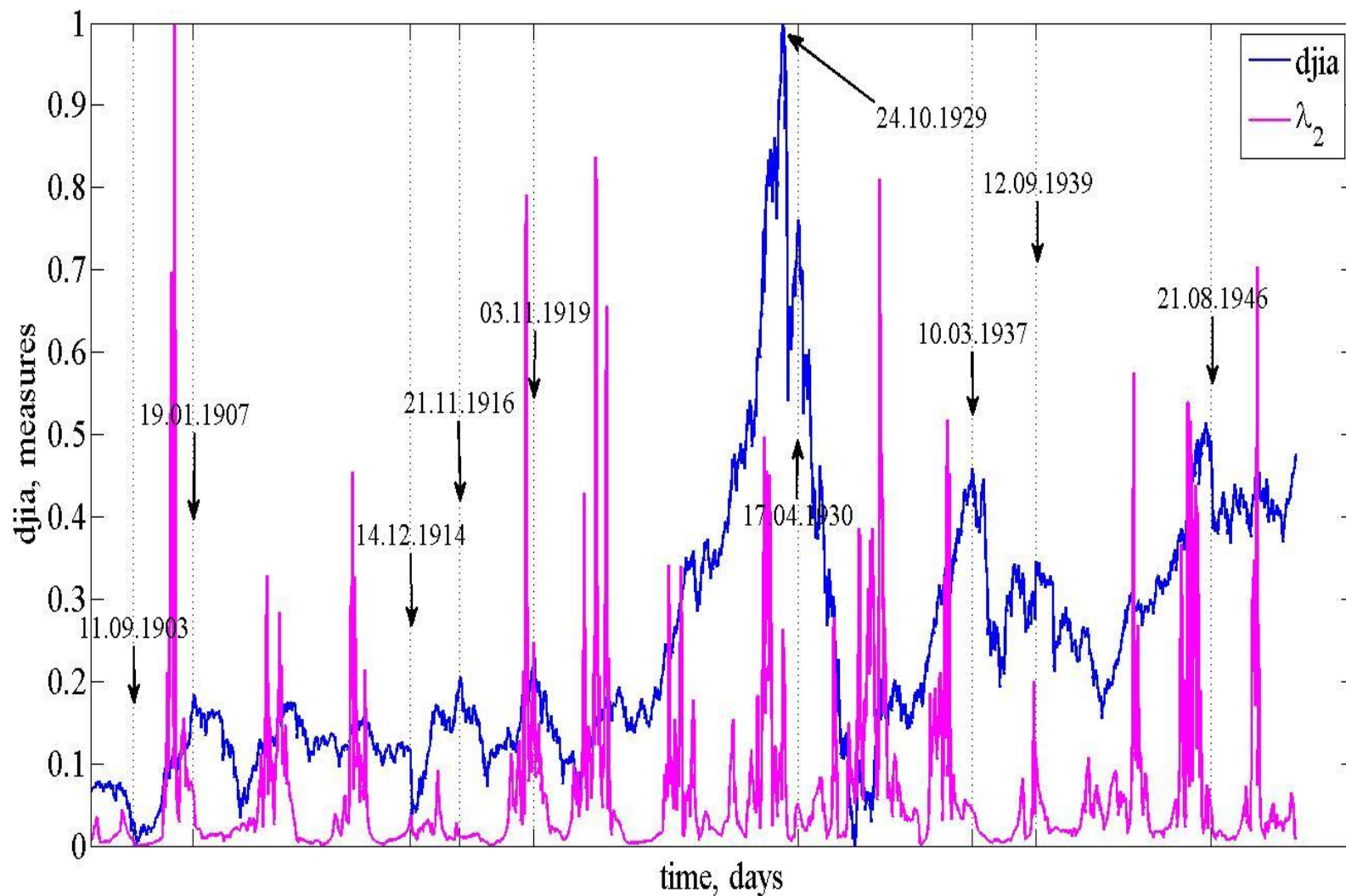
- мультиплексні;
- міжмережні.

# Кризи фондового ринку



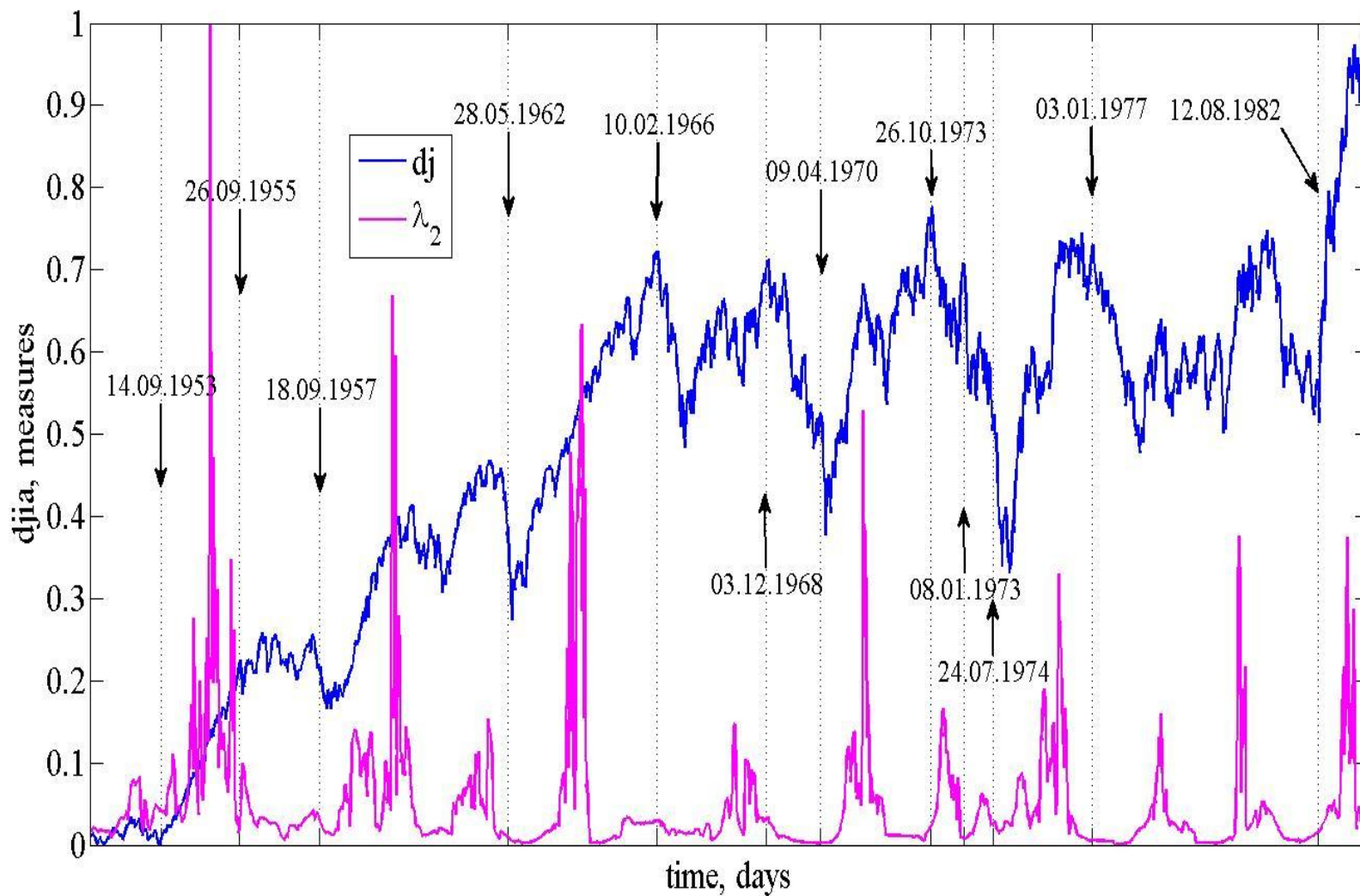
# DJIA'50

1900-1950

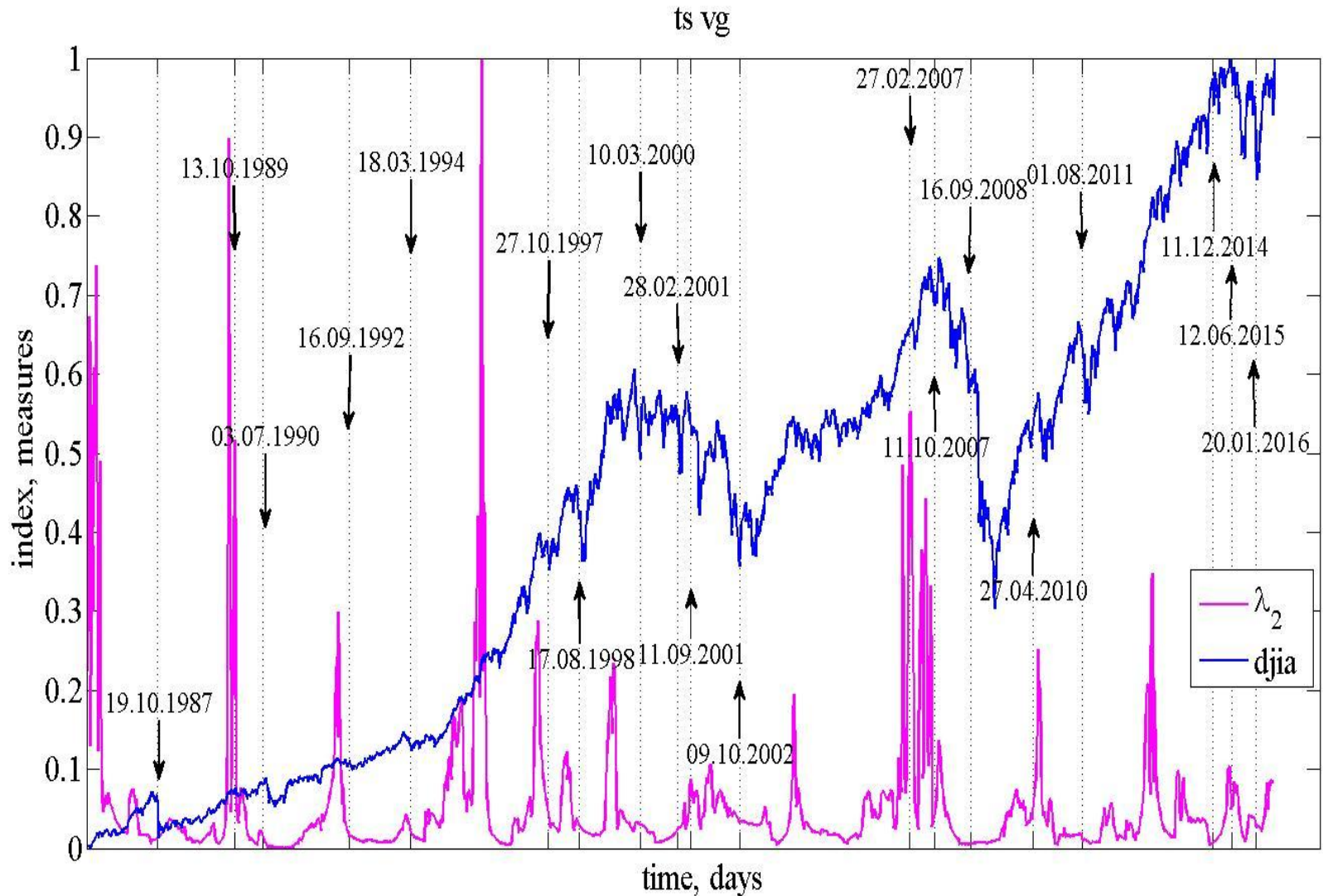


# DJIA'80

1950-1983



# DJIA'2016



Обчислюються зміни цін (“прибутковостей”- returns) активів  $i = 1, \dots, N$  з часом, ( $\Delta t$  часовий крок)

$$G_i(t) \equiv \ln S_i(t + \Delta t) - \ln S_i(t) ,$$

$S_i(t)$  - ціна активу  $i$ .

Визначаються нормалізовані прибутковості

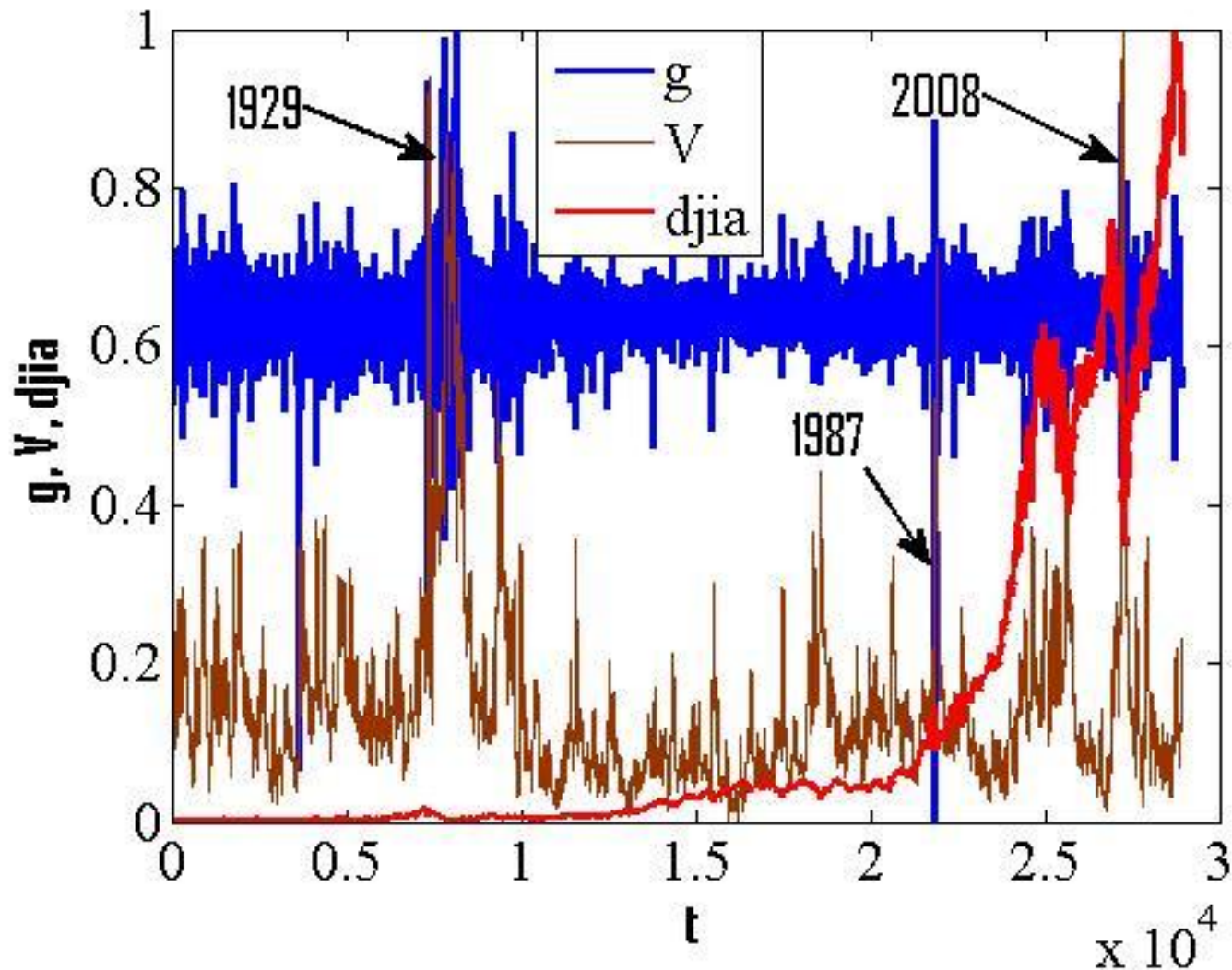
$$g_i(t) \equiv \frac{G_i(t) - \langle G_i \rangle}{\sigma_i} .$$

$\sigma_i \equiv \sqrt{\langle G_i^2 \rangle - \langle G_i \rangle^2}$  є стандартним відхиленням  $G_i$ , а  $\langle \dots \rangle$  означає середнє по часу за вибраний період

Волатильність

$$V_T(t) = \frac{1}{n} \sum_{t'=t}^{t+n-1} |G(t')|$$

# Прибутковість, волатильність джиа





Часовий ряд є самоподібний, якщо **фрактальної поведінки** – відсутність характерних часових і просторових масштабів (scale-free)

## Самоподібність

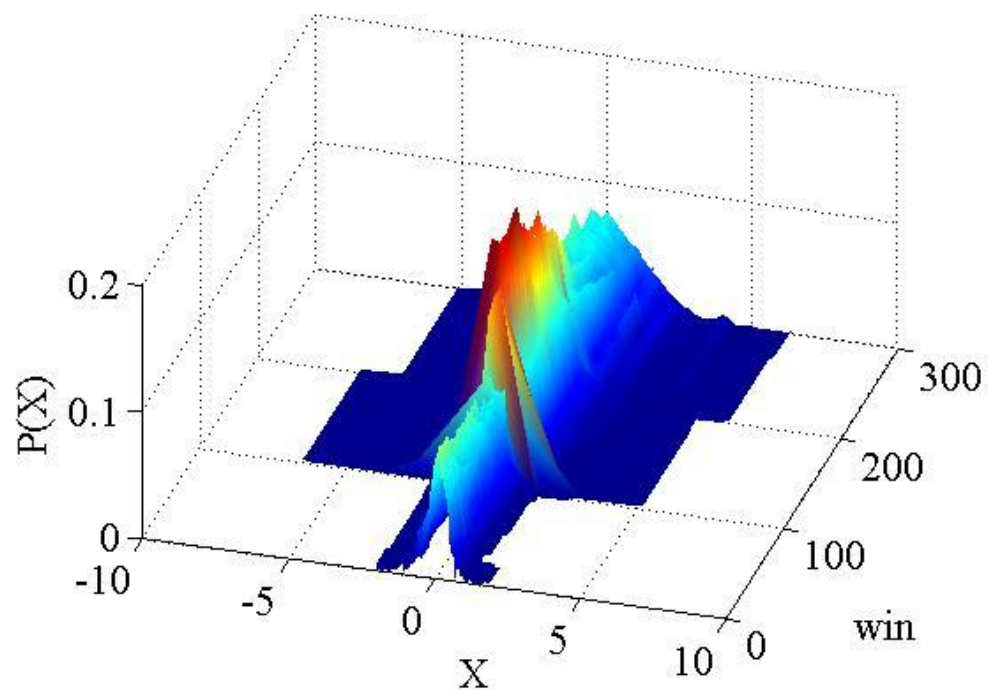
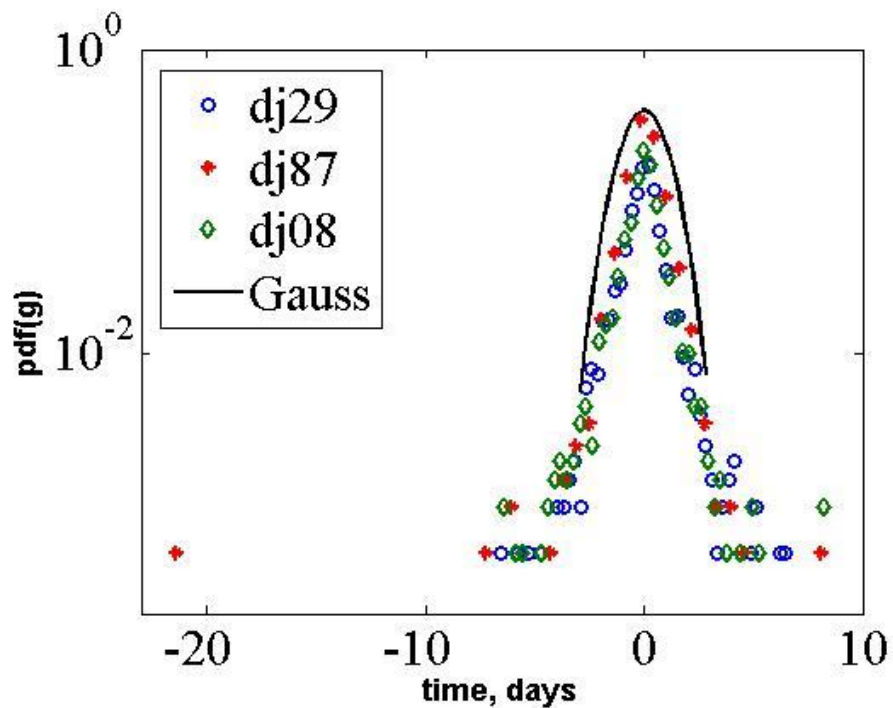
Часовий ряд самоподібний, якщо  $y(t) \equiv^d a^\alpha y\left(\frac{t}{a}\right)$

де  $\equiv^d$  означає, що статистичні властивості обох сторін рівняння ідентичні. Тобто розподіли часових рядів в координатах вихідних і перетворених

$$t \rightarrow t/a \quad y \rightarrow a^\alpha y \quad \text{ідентичні}$$

$\alpha$  - параметр самоподібності

# Довгі “хвости” розподілів



# Аналіз детрендованих флуктуацій (АДФ)

Спочатку заданий часовий ряд інтегрується,

Отримана послідовність значень

розбивається на рівні проміжки, в кожному з яких методом

найменших квадратів знаходиться тренд

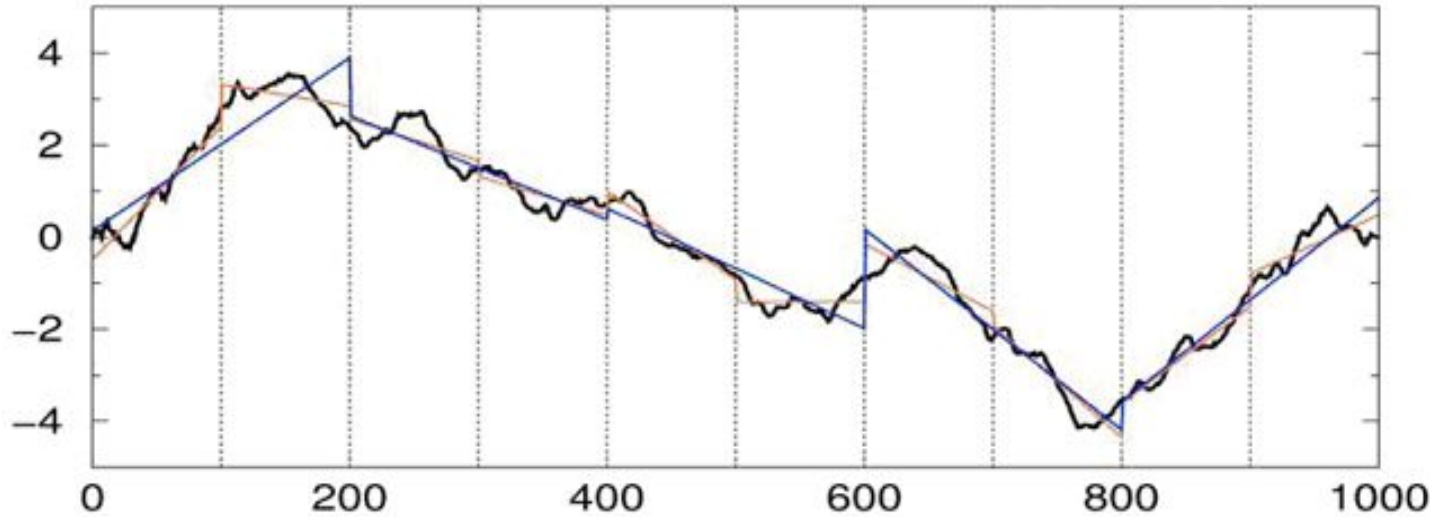
Отримана послідовність значень

розбивається на рівні проміжки, в кожному з яких методом

найменших квадратів знаходиться тренд

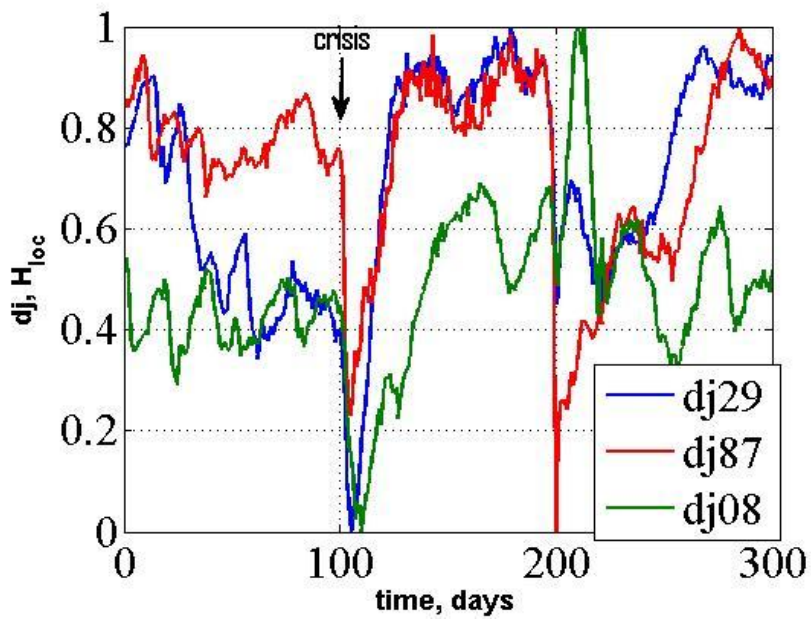
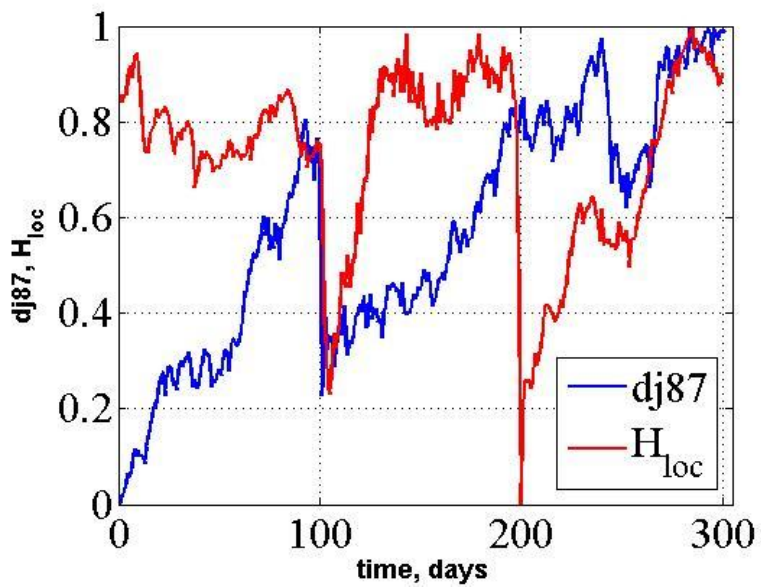
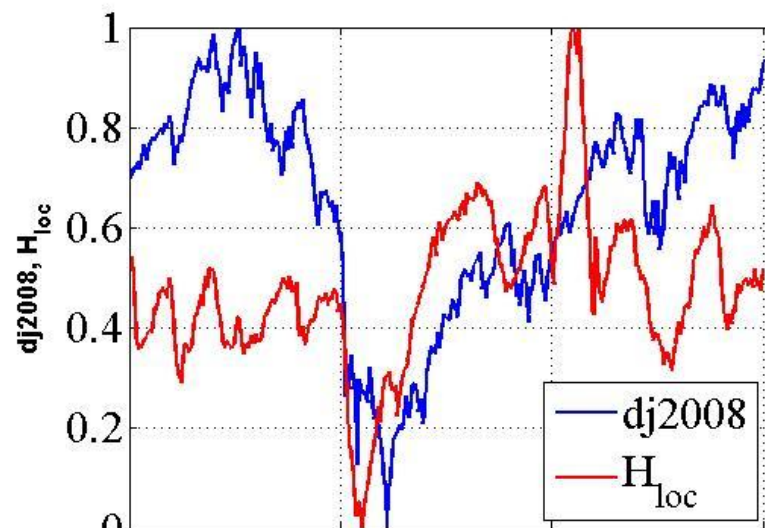
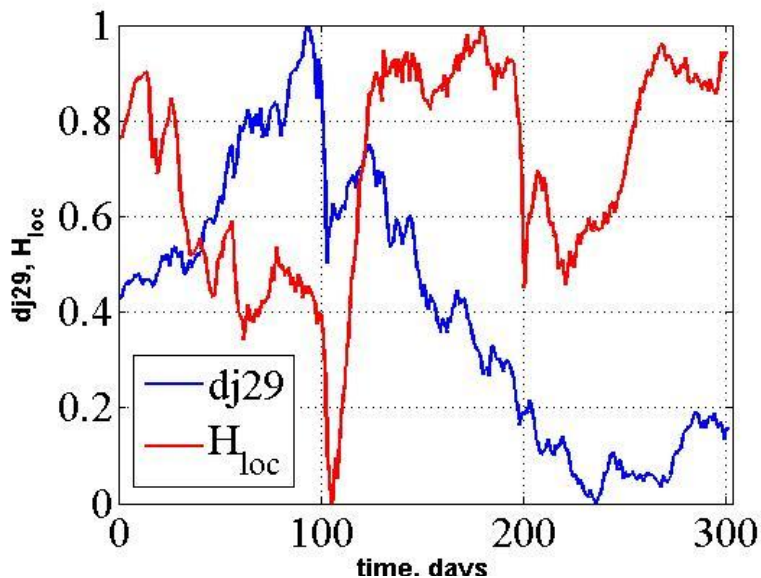
$$y_n(k)$$

$$y(k) = \sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})$$

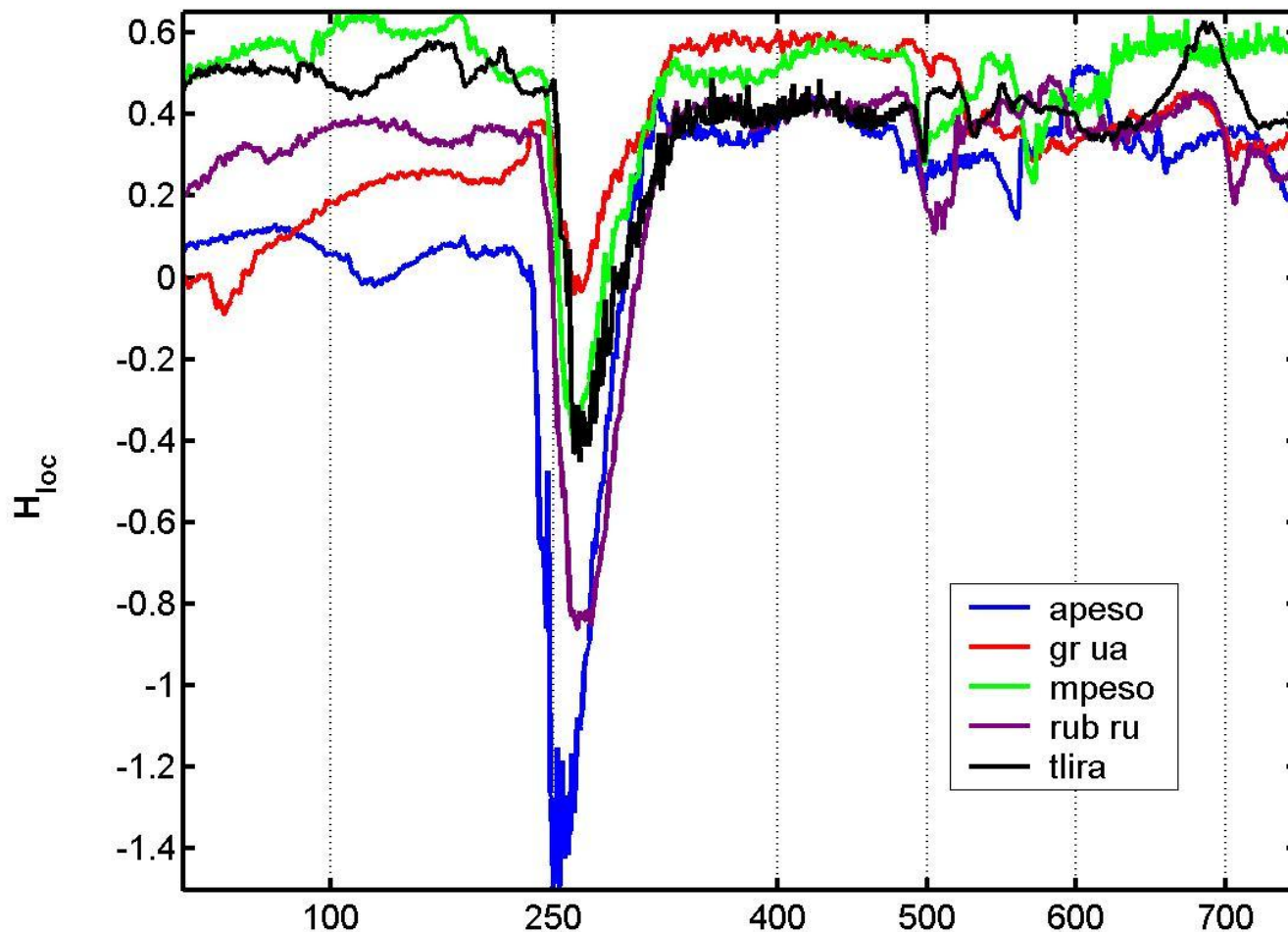


$$F_q(n) = \left\{ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [(y(k,q) - y_n(k,q))^2]^{q/2} \right\}^{1/q} \quad F_q(n) \propto n^{h(q)}$$

# Локальний коефіцієнт Херста

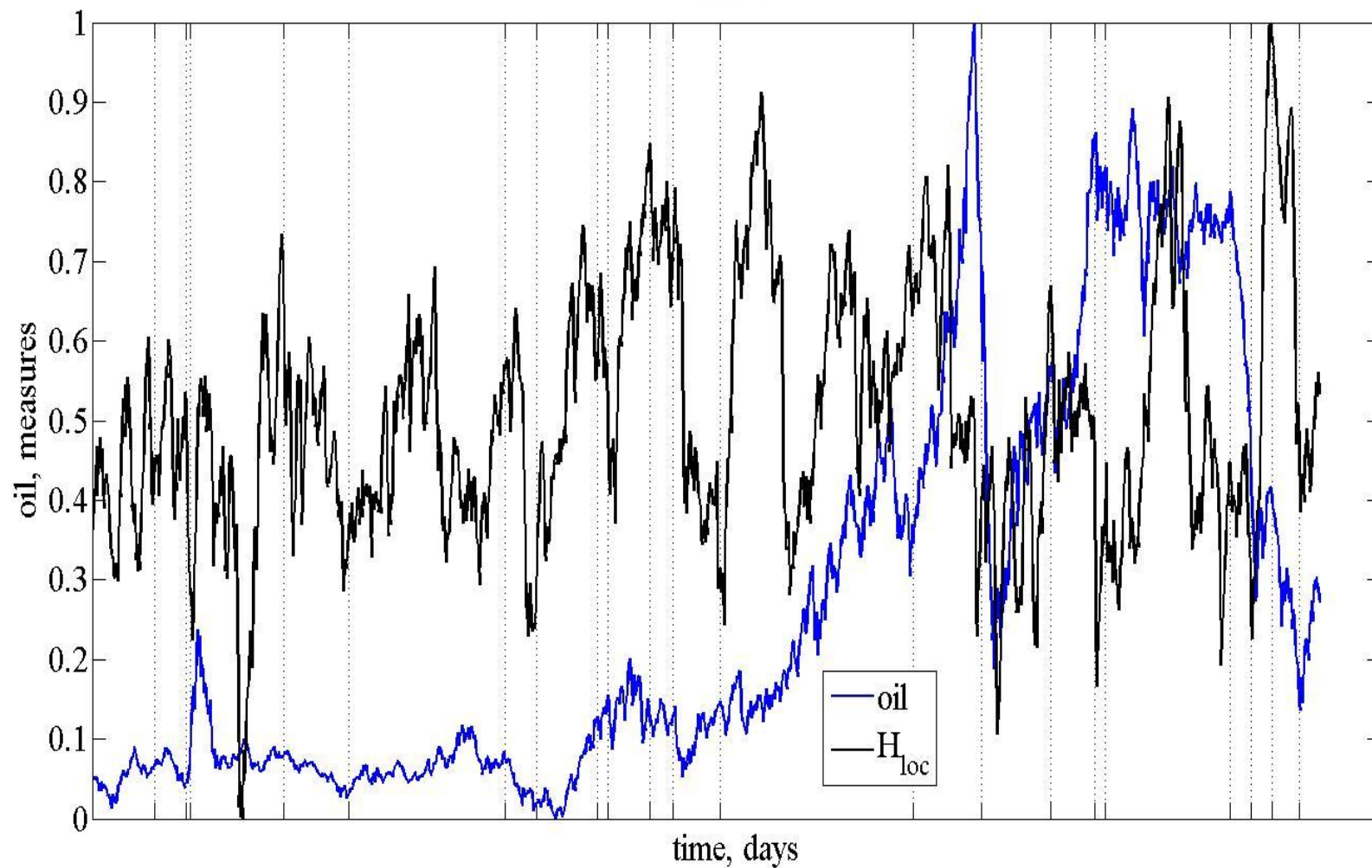


# Локальний коефіцієнт Херста

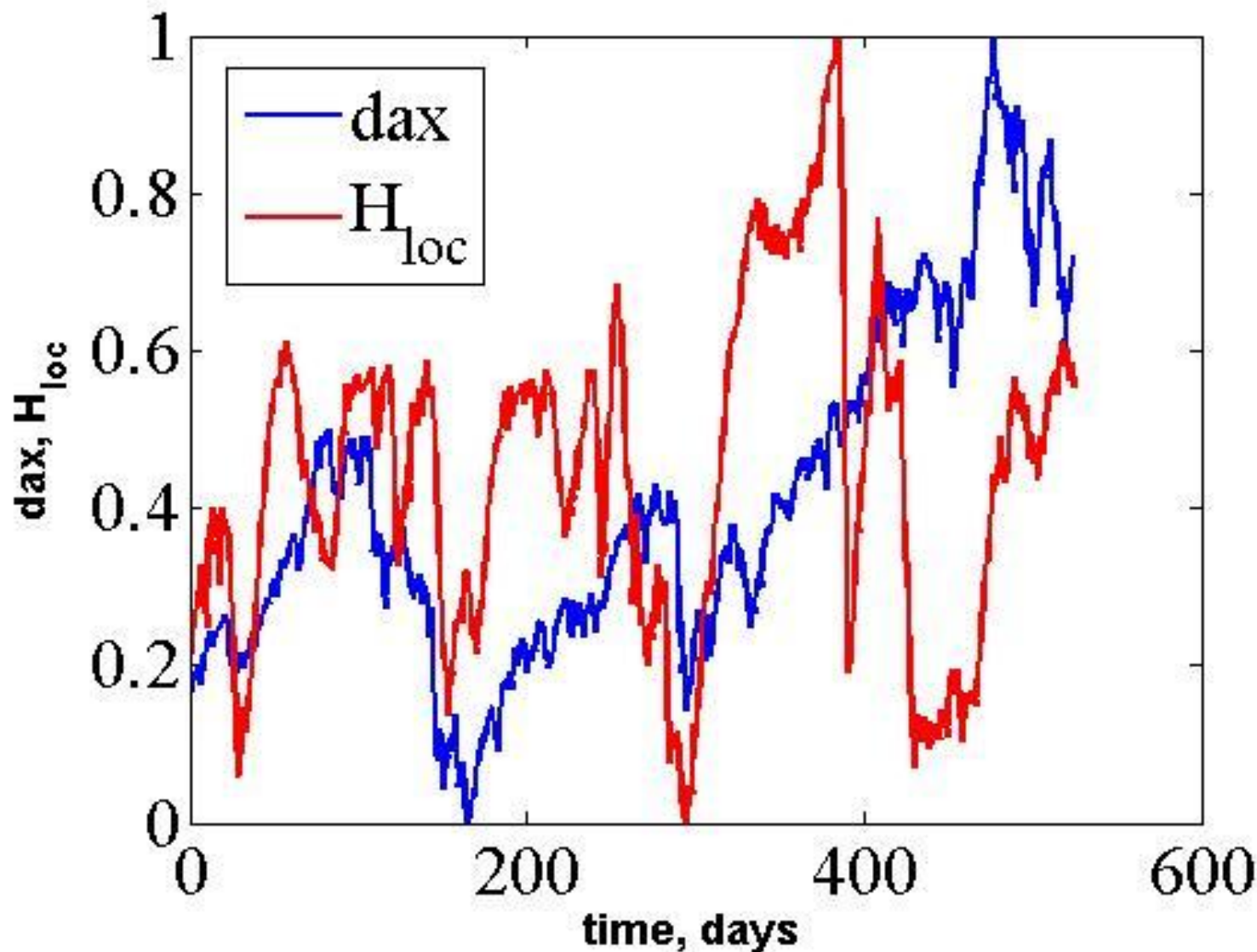


## Локальний Н

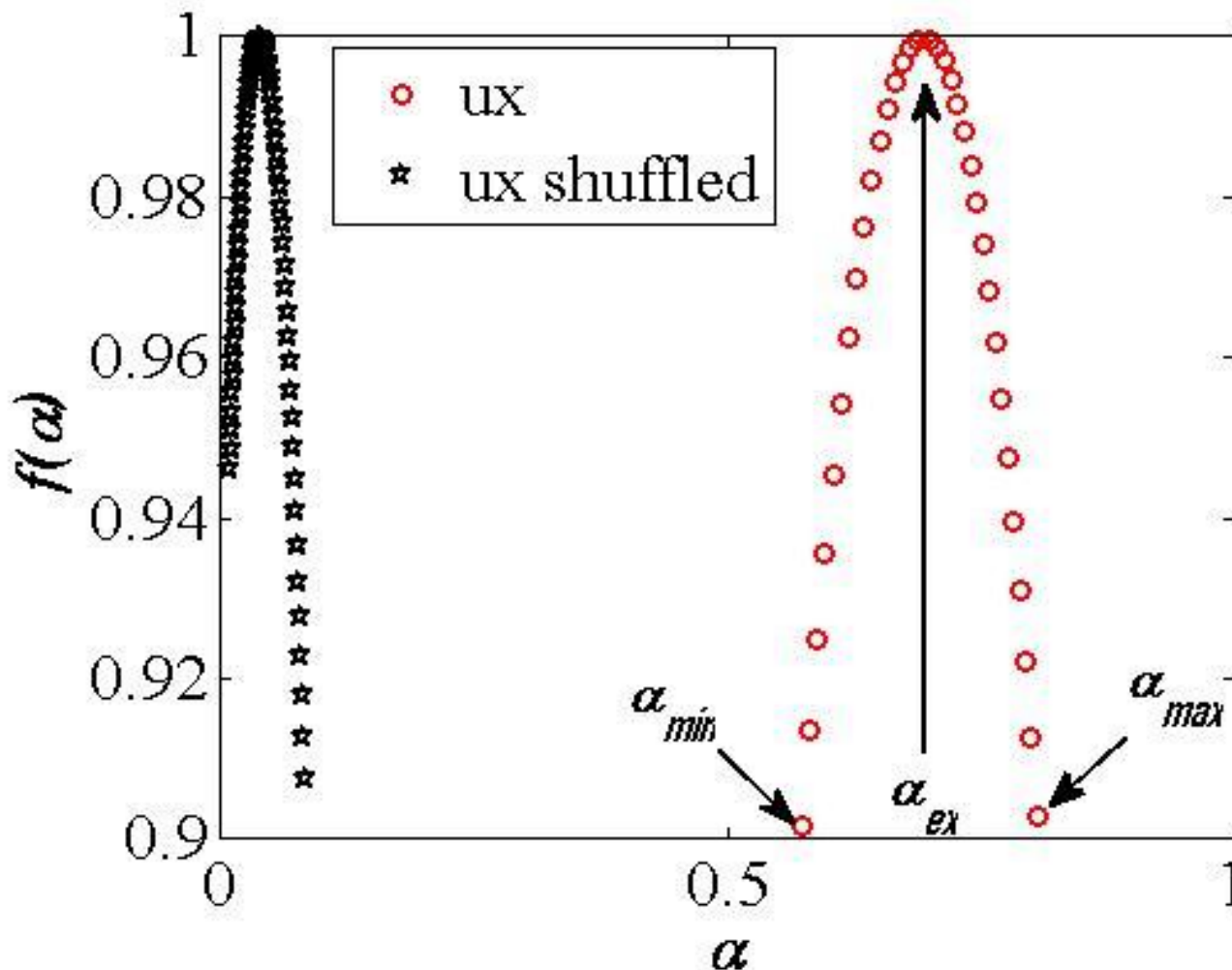
250 5



# Локальний коефіцієнт Херста

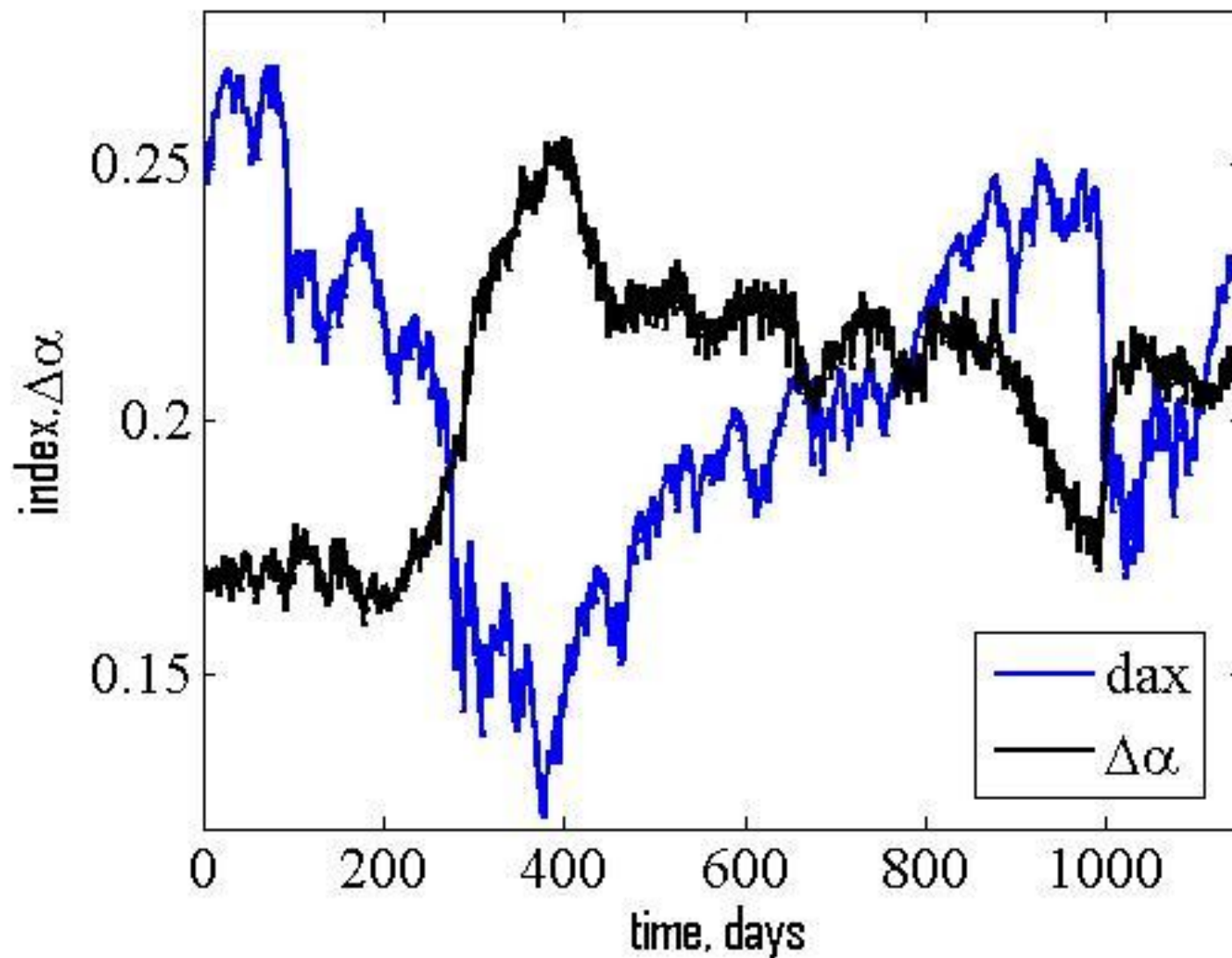


# Спектр мультифрактальності (сингулярності)



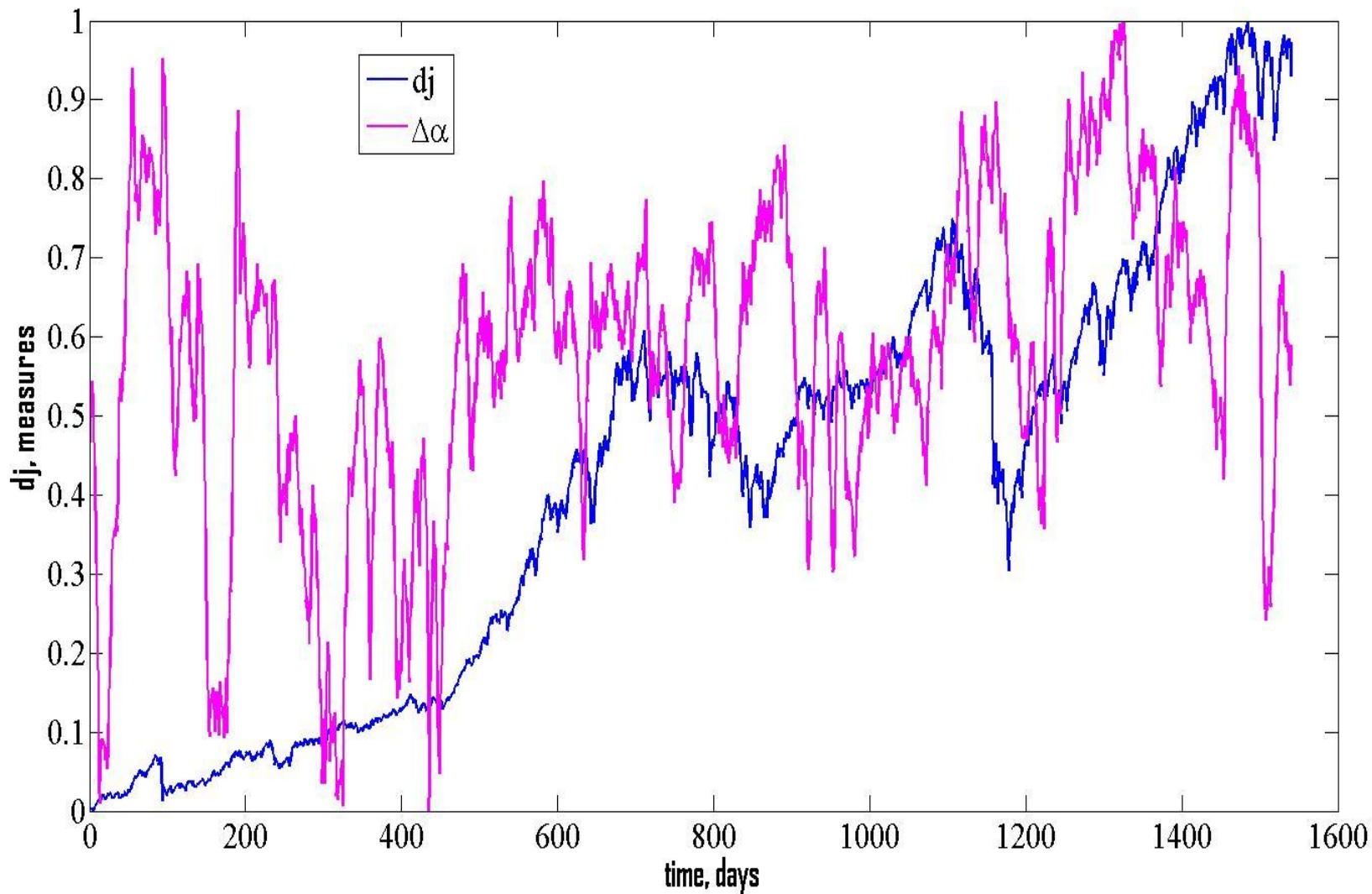


# Мультифрактальність і криза



# DJIA'2016

ts 500 5



# Рекурентний аналіз

- Соловйов: 1(с.65-83), 2(92-109)
- Реалізує методи, засновані на фундаментальних властивостях дисипативних динамічних систем.
- Збудження, відхилення, повернення системи до режиму, близького до попереднього.
- Таку рекурентну поведінку і візуалізують рекурентні карти
- Ця властивість була відмічена ще в 80-х рр. ХІХ століття А.Пуанкаре (Poincaré) і згодом сформульована у вигляді «теорема рекурентності» (1890 р.):
- **Якщо система зводить свою динаміку до обмеженої підмножини фазового простору, то система майже напевно, скільки завгодно близько повертається до заданого режиму**

# (Крос-)Рекурентна карта

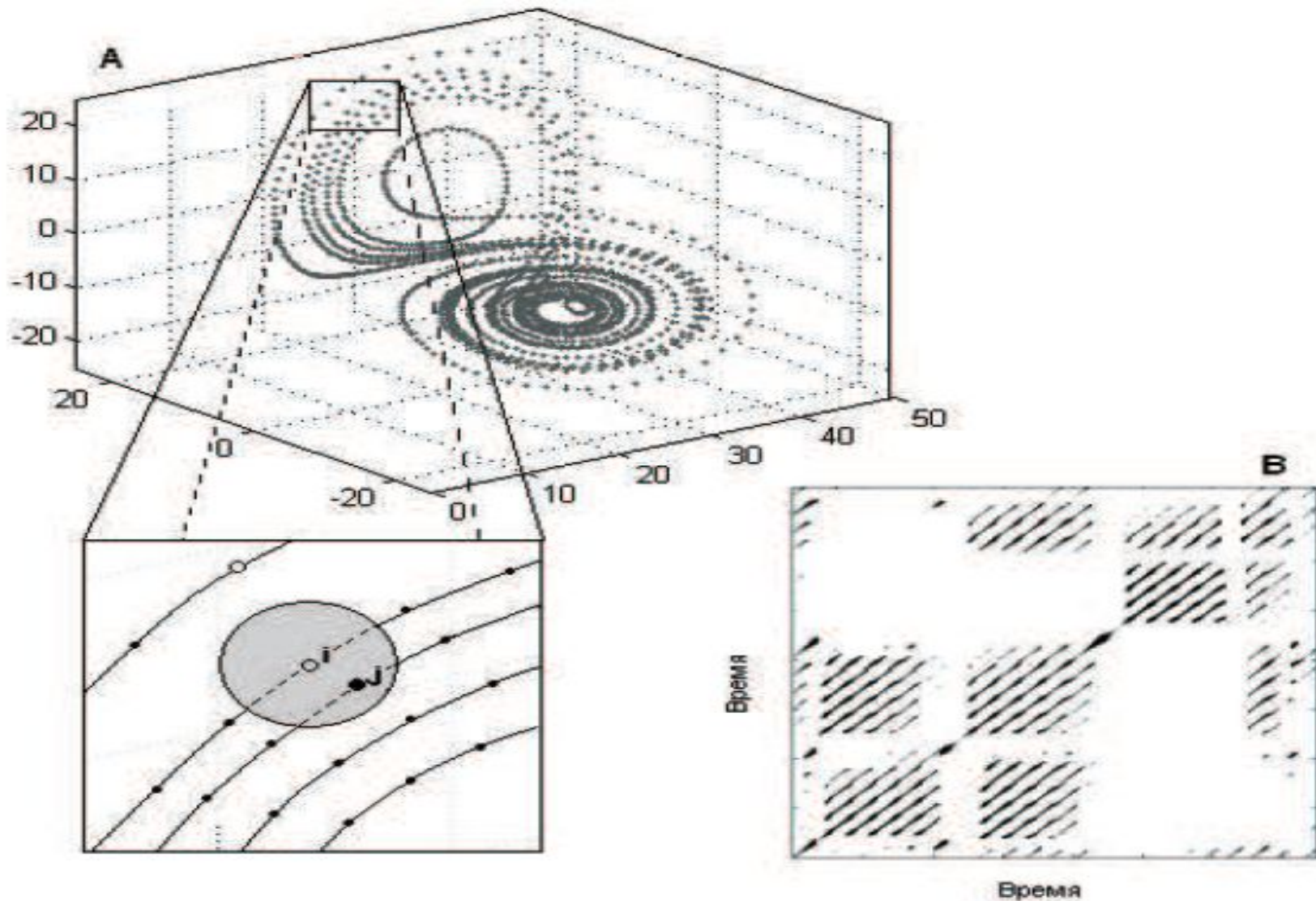
Рекурентний графік відображається у вигляді двовимірної квадратної матриці, заповненої нулями і одиницями:

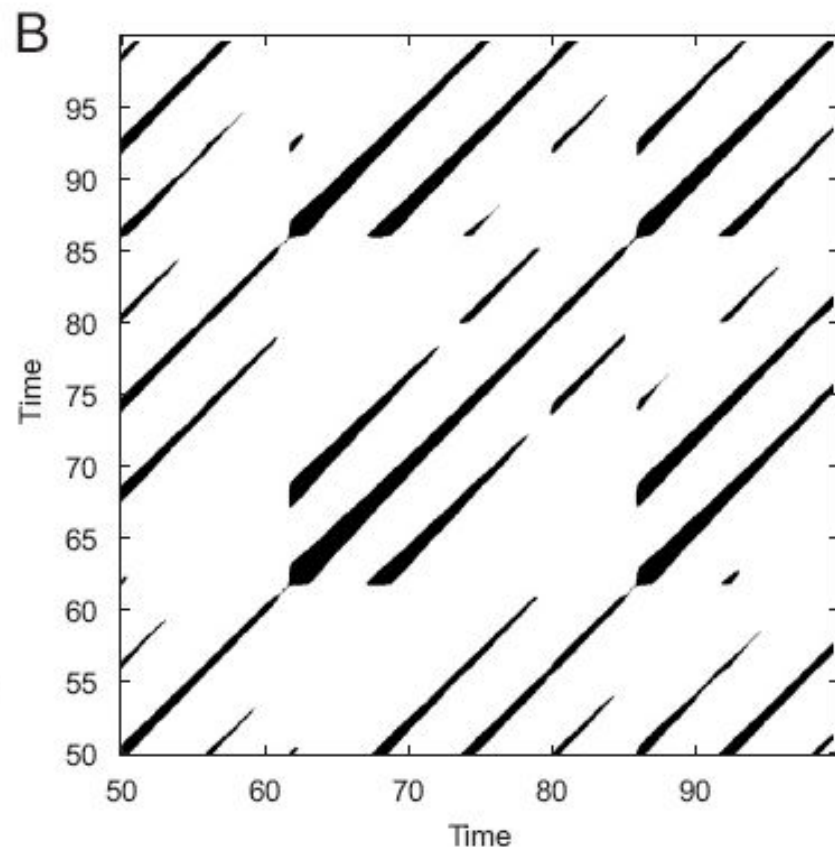
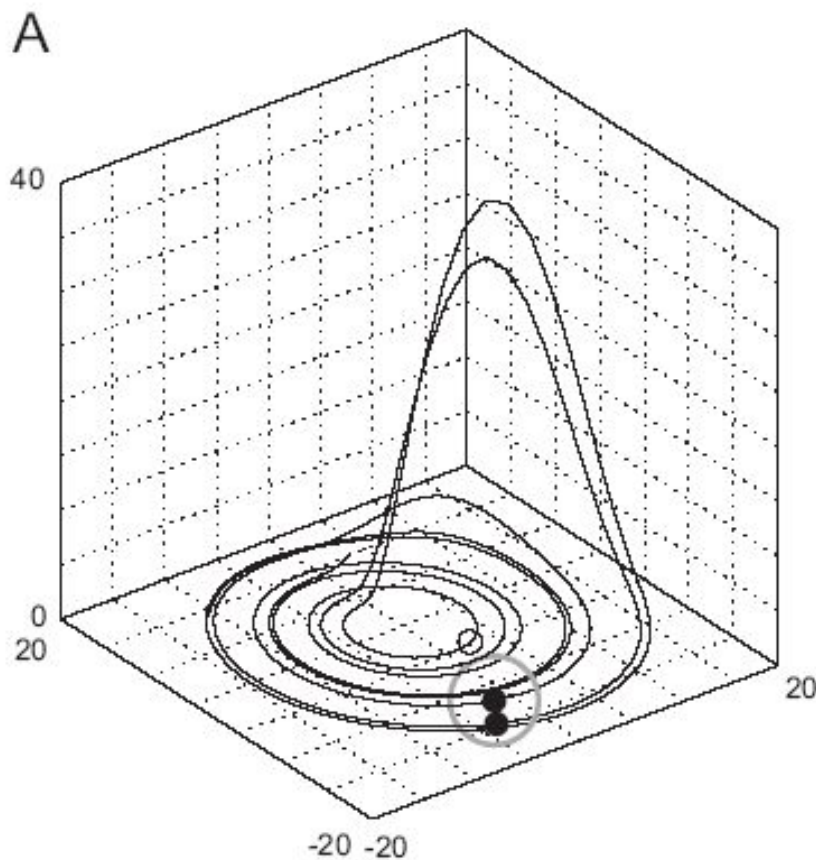
$$R_{ij} = \Theta(\varepsilon_i - \|x_i - x_j\|), \quad i, j = 1, \dots, N$$

де  $N$  - число станів  $x_i$ ,  $\varepsilon$  - гранична відстань,  $\|\cdot\|$  - норма і  $\Theta(\cdot)$  - функція Хевісайда.

Якщо стан системи у момент часу  $i$  рекурентний іншому її стану в момент  $j$ , то значення елемента матриці з координатами  $(i, j)$  рівне одиниці, у протилежному випадку - нулю. Графічно одиниці відображаються чорними точками, а нулі білими. По обом осям рекурентного графіка відкладається час

# Рекурентні міри складності



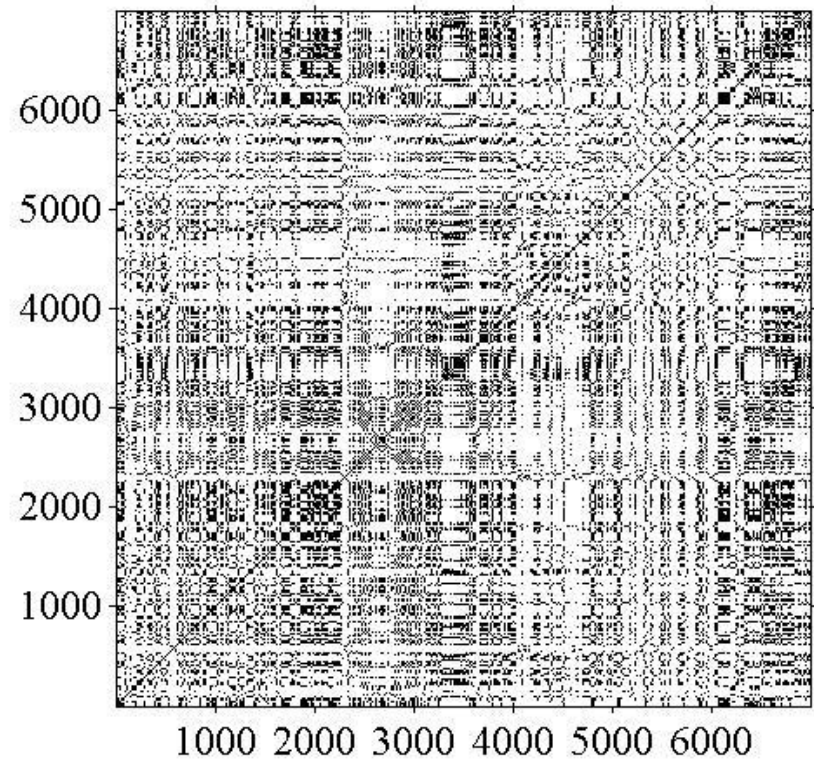
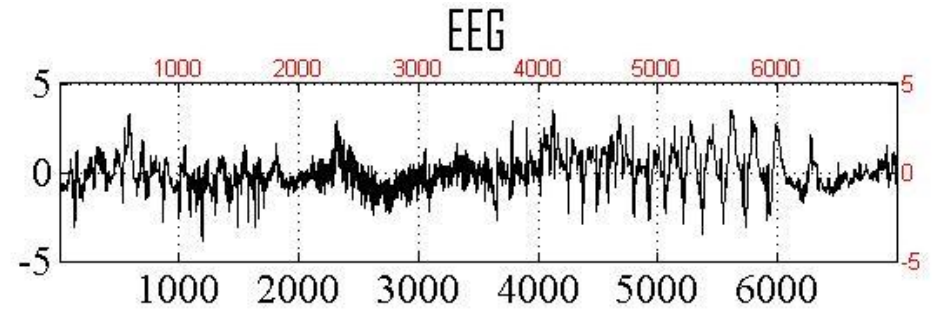
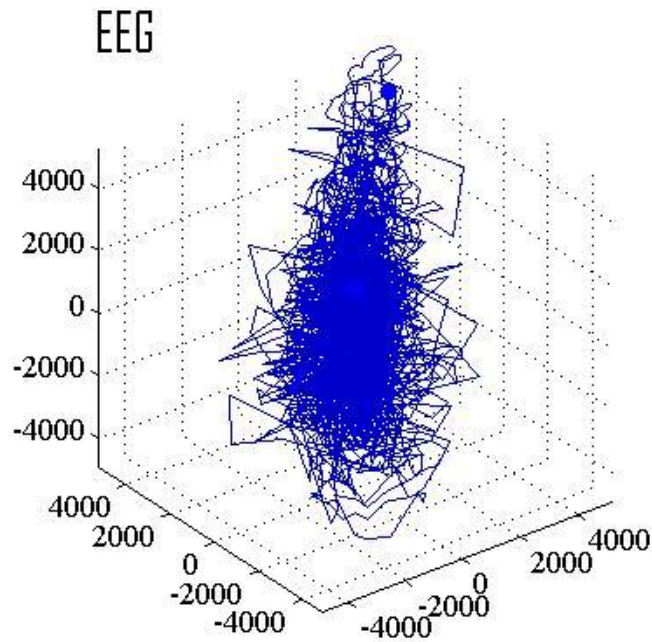


(A) Сегмент траєкторії фазового простору для системи Реслера (Rossler)  $\dot{x} = -y - z$ ,  $a = 0.15, b = 0.20, c = 10$ ; (B) RP

$$\dot{y} = x + ay,$$

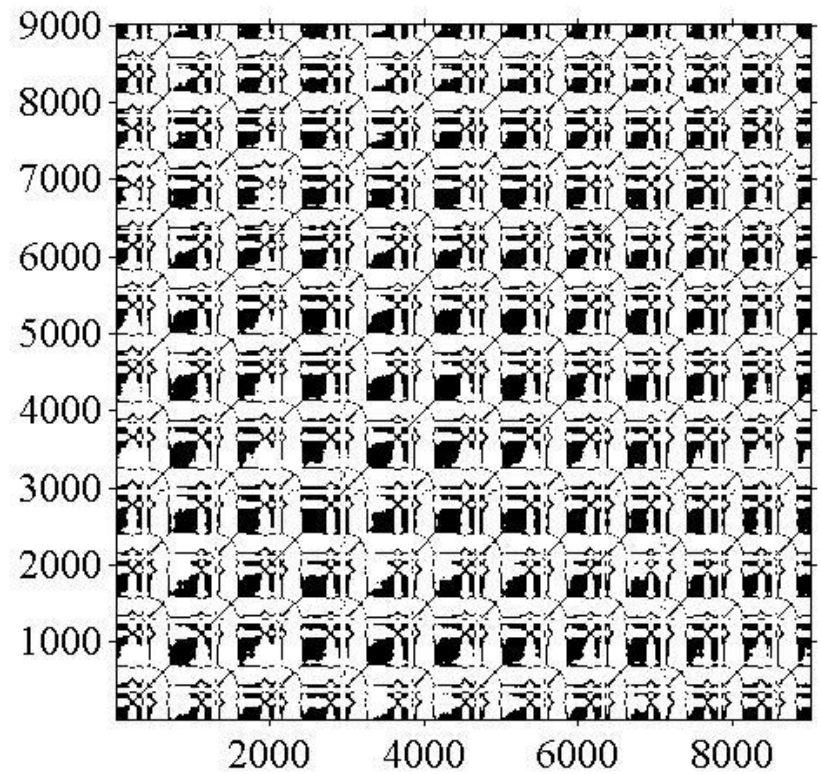
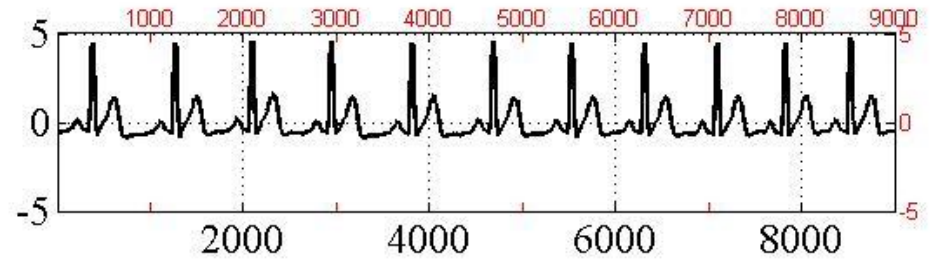
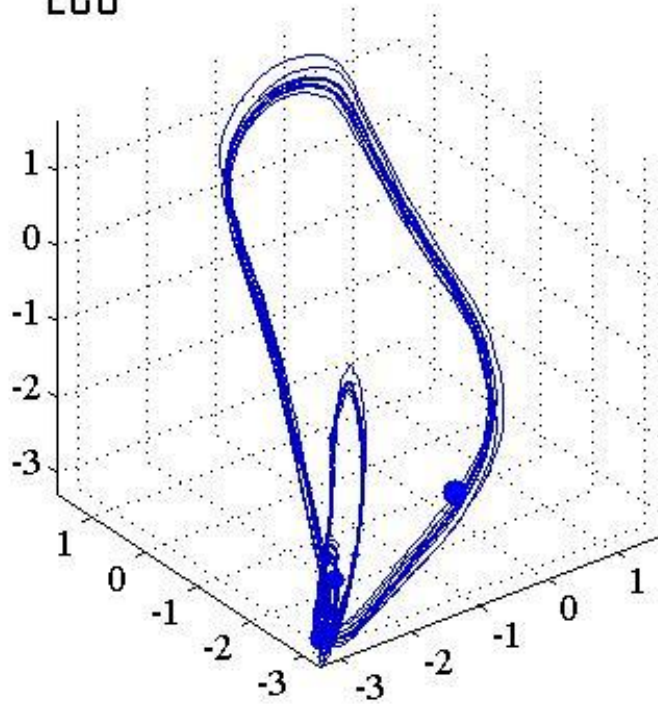
$$\dot{z} = b + z(x - c).$$

# ЕЕГ



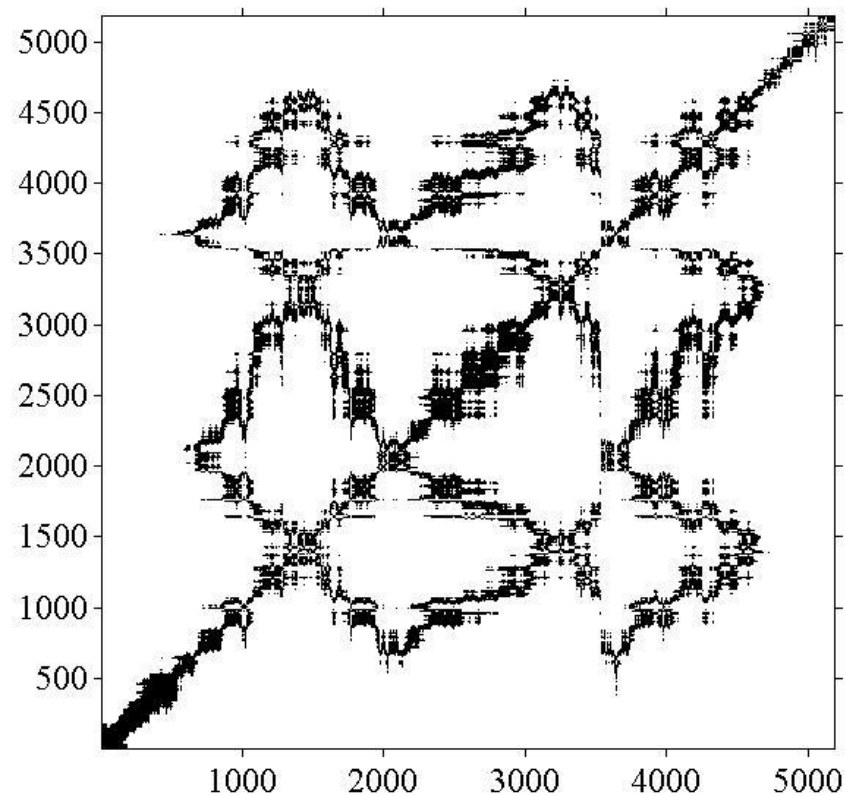
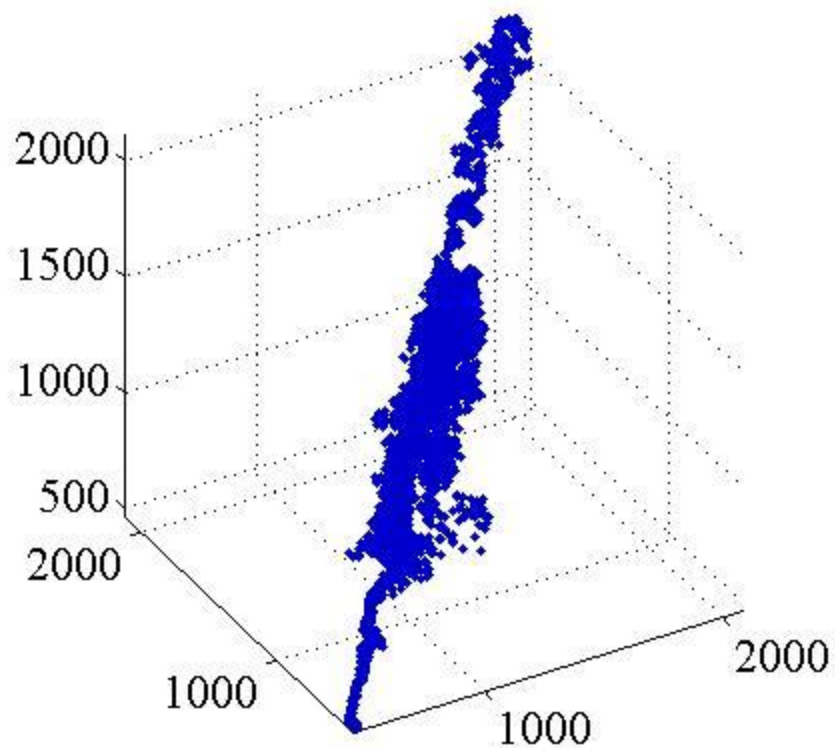
# ЕКГ

ECG





# Фондовий індекс



# Побудова атрактора

- Виконується командою `phasespace(a)`, де аргумент - попередньо імпортований у робочу область часовий ряд

# Кількісний аналіз рекурентних діаграм (recurrence quantification analysis, RQA)

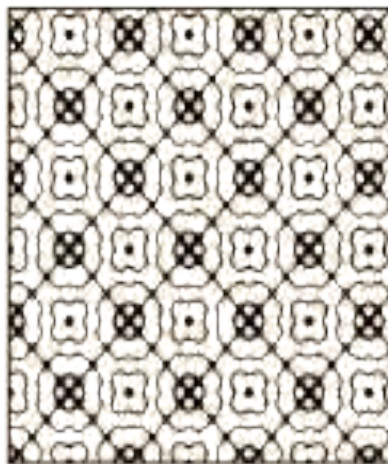
- Докладний розгляд рекурентних діаграм дозволяє виявити дрібномасштабні структури – текстуру, яка складається з простих точок, діагональних, горизонтальних і вертикальних ліній. Комбінації вертикальних і горизонтальних ліній формують прямокутні кластери точок.
- *самотні*, окремо розташовані рекурентні точки з'являються в тому разі, коли відповідні стани рідкісні, або нестійкі в часі, або викликані сильною флуктуацією. При цьому вони не є ознаками випадковості або шуму;
- *діагональні лінії*  $R_{i+k, j+k} = 1$  (при  $k = 1 \dots l$  де  $l$  - довжина діагональної лінії) з'являються у разі, коли сегмент траєкторії у фазовому просторі пролягає паралельно іншому сегменту, тобто траєкторія повторює саму себе, повертаючись в одну і ту ж область фазового простору у різний час

# Характерна типологія рекурентних карт

A



B



C



D



A – білий шум

B – періодичний сигнал

C – трендостійкий сигнал

D – броунівський рух

# Кількісний аналіз рекурентних діаграм (recurrence quantification analysis, RQA)

- Ці та деякі інші структури використовуються для обчислення мір кількісного аналізу рекурентних діаграм - RQA.
- Збілут (Zbilut) і Веббер (Webber) розробили інструмент обчислення ряду мір на основі підрахунку густини рекурентних точок і побудови частотного розподілу довжин діагональних ліній: **recurrence rate** (*RR*, коефіцієнт самоподібності), **determinism** (*DET*, передбачуваність), **divergence** (*DIV*, зворотна величина максимальної довжини діагональної лінії), **entropy** (*ENTR*, ентропія) і **trend** (*TREND*, тренд). Пізніше були запропоновані міри, що використовують густину вертикальних (або горизонтальних) структур: **laminarity** (*LAM*, завмирання), **trapping time** (*TT*, показник затримки), дозволяючі виявляти переходи хаос-хаос. Обчислення цих мір в підматрицях рекурентної діаграми уздовж лінії ідентичності показує поведінку цих мір у часі

# Рекурентні міри

Визначимо  $R_{ij} = \begin{cases} 1 \rightarrow \text{якщо } (i, j) \text{ рекурентні} \\ 0 \rightarrow \text{інакше} \end{cases}$

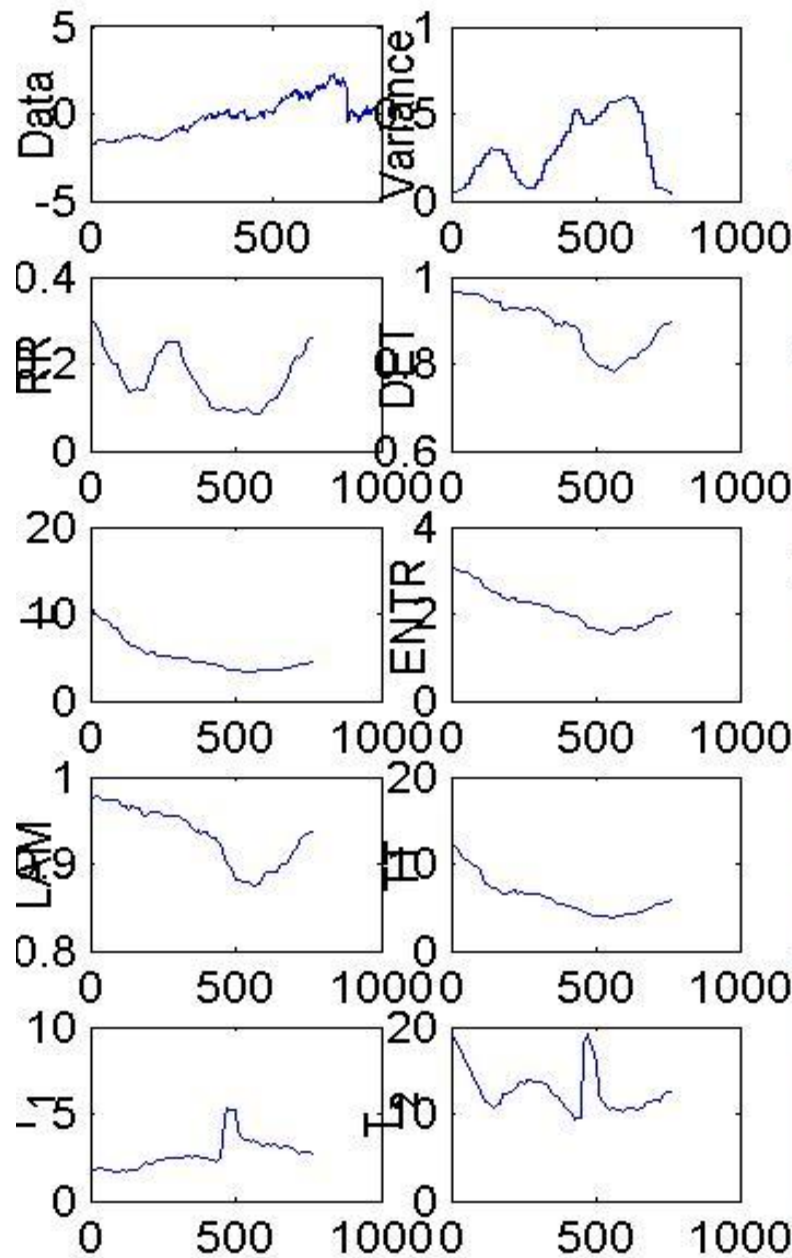
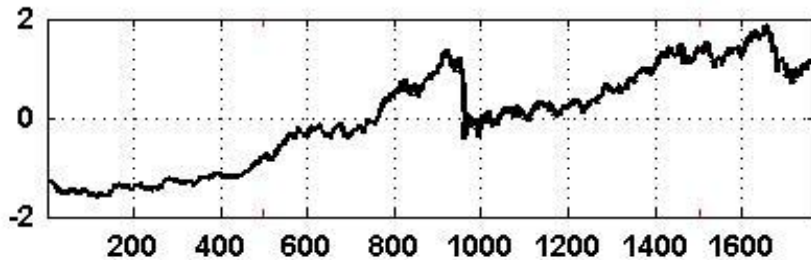
$D_{ij} = \begin{cases} 1 \rightarrow \text{якщо } (i, j) \text{ and } (i+1, j+1) \text{ or } (i-1, j-1) \text{ рекурентні} \\ 0 \rightarrow \text{інакше} \end{cases}$

Тепер, наприклад, коефіцієнт самоподібності і передбачуваність мають вигляд:

$$RR = \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N R_{ij}$$

$$DET = \frac{\sum_{i,j=1}^N D_{ij}}{\sum_{i,j=1}^N R_{ij}}$$

Underlying Time Series crash dj87



Embedding

Dimension:

Delay:

Neighbourhood

Maximum Vectors:

Threshold:

DETA parameters

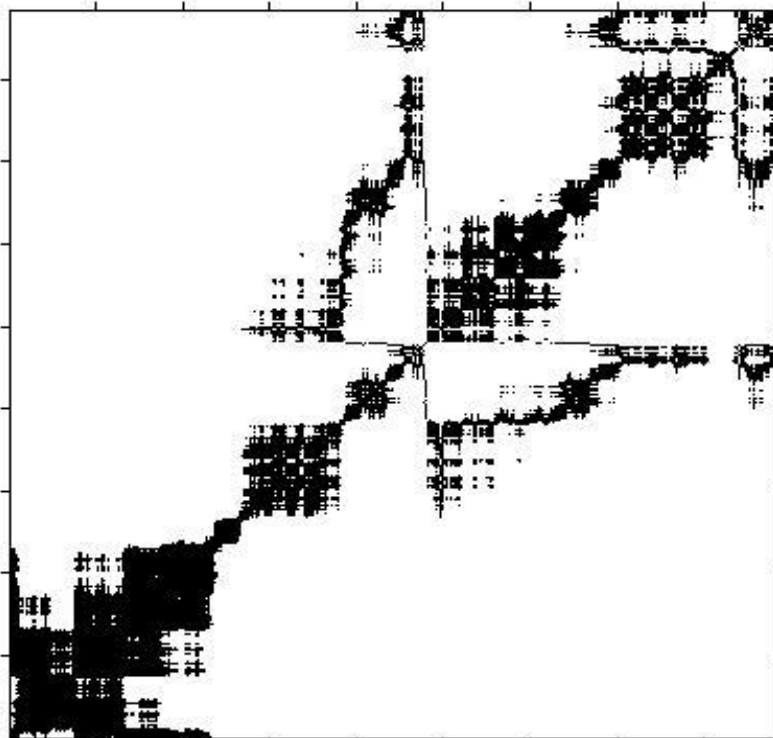
rr Diagonal:

rr Vertical:

The epsilon:

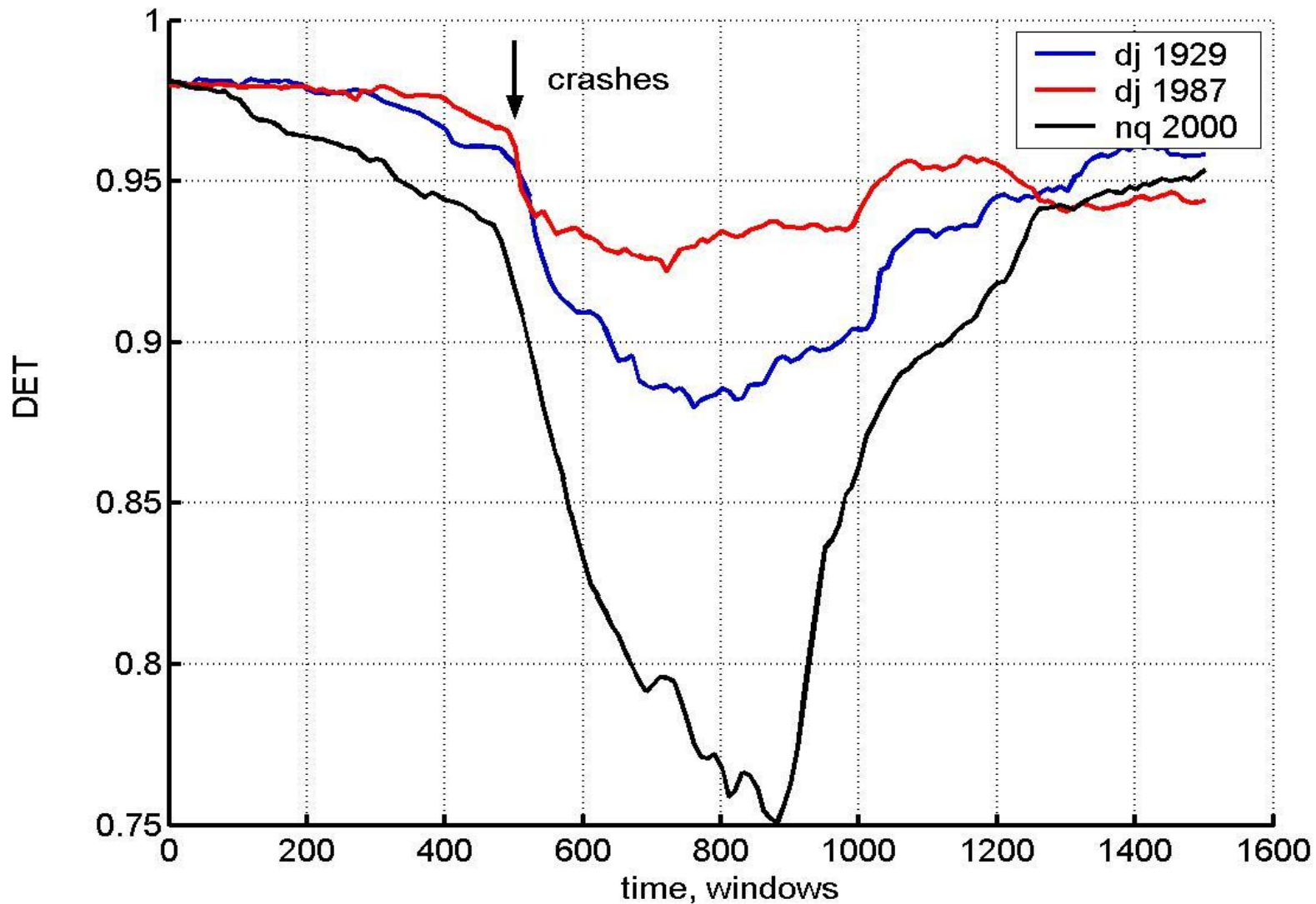
Window size:

Window step:



Recurrence Plot  
Dimension: 1, Delay: 1, Threshold:  $0.2\sigma$   
(fixed distance maximum norm)

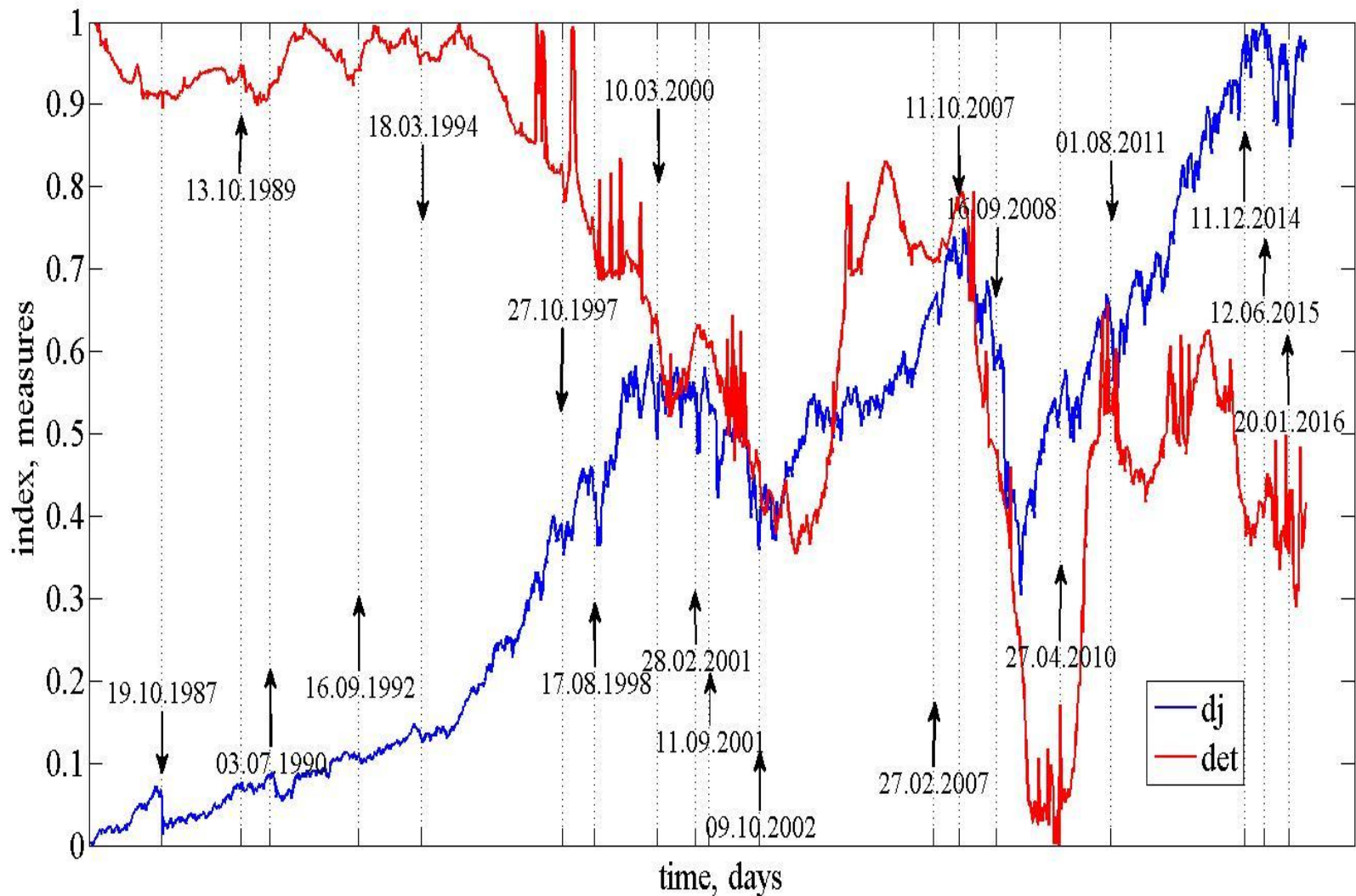
# Кількісний аналіз рекурентних діаграм





# Djia, ftse, oil?

crqa 1984-2016

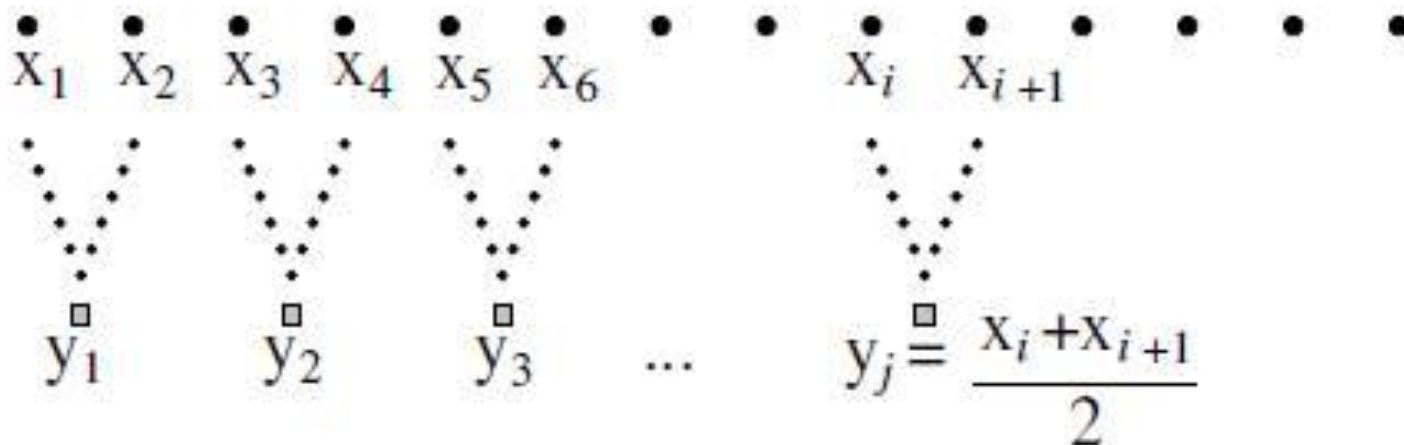


# Ентропійні міри

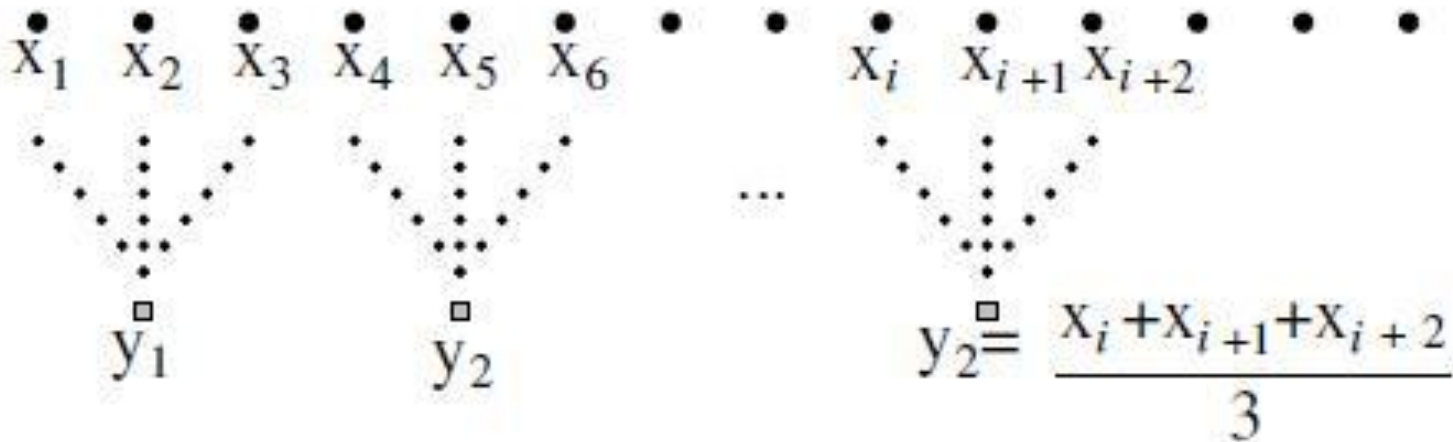
- Соловйов 1 (с.50-64), 2 (с.110-123)
- Для всього ряду
- Віконна реалізація
- Масштабно-залежна
- Віконна масштабно залежна

# Процедура coarse-graining

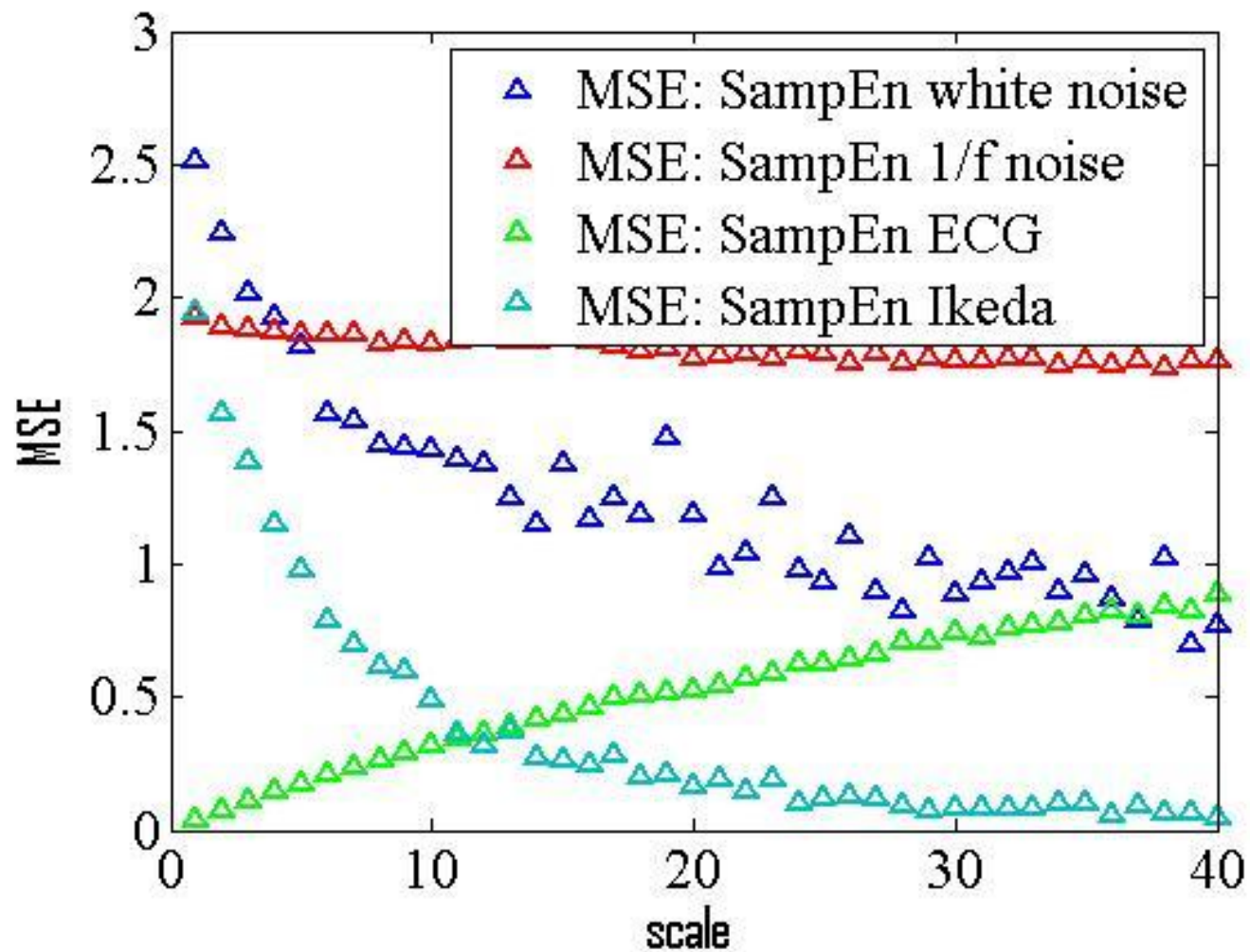
Масштаб 2



Масштаб 3

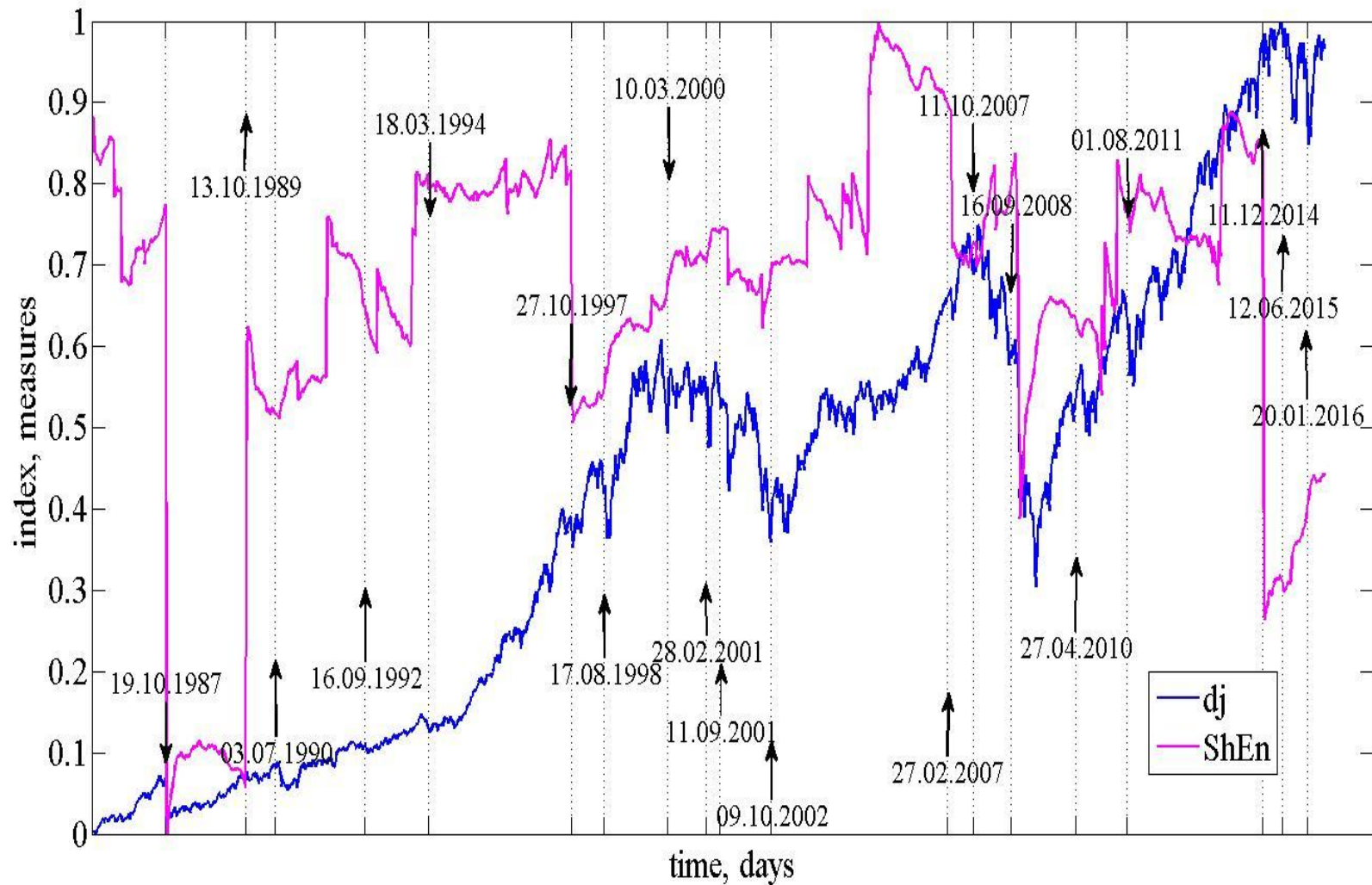


# MSE



# Ентропія Шеннона

1984-2016

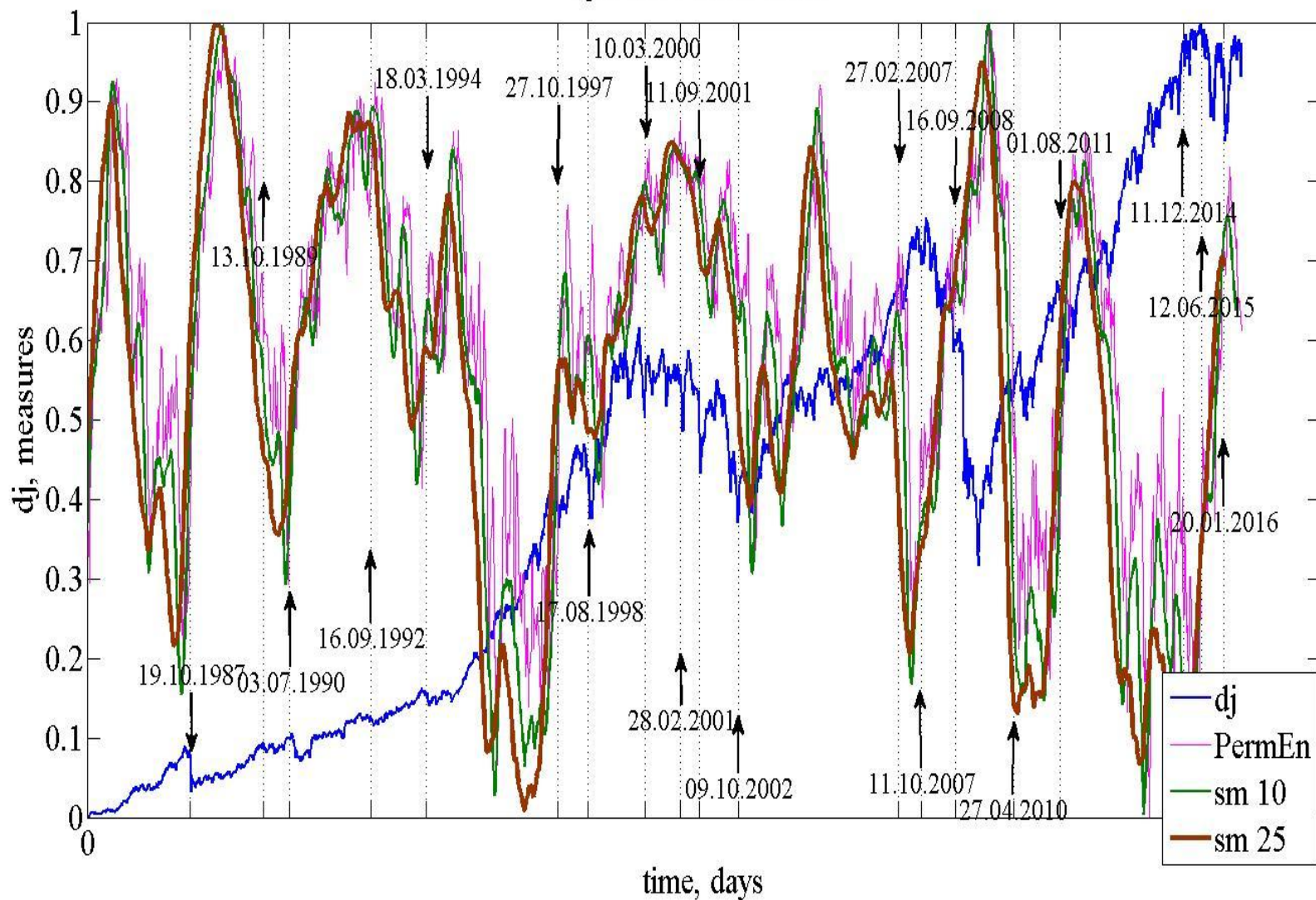


# Пермутаційна ентропія

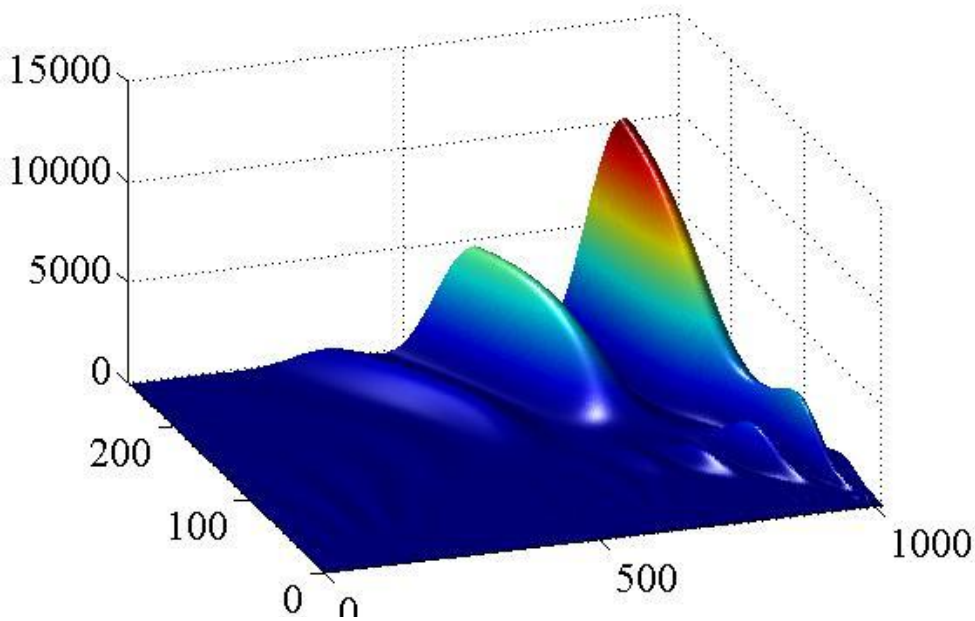
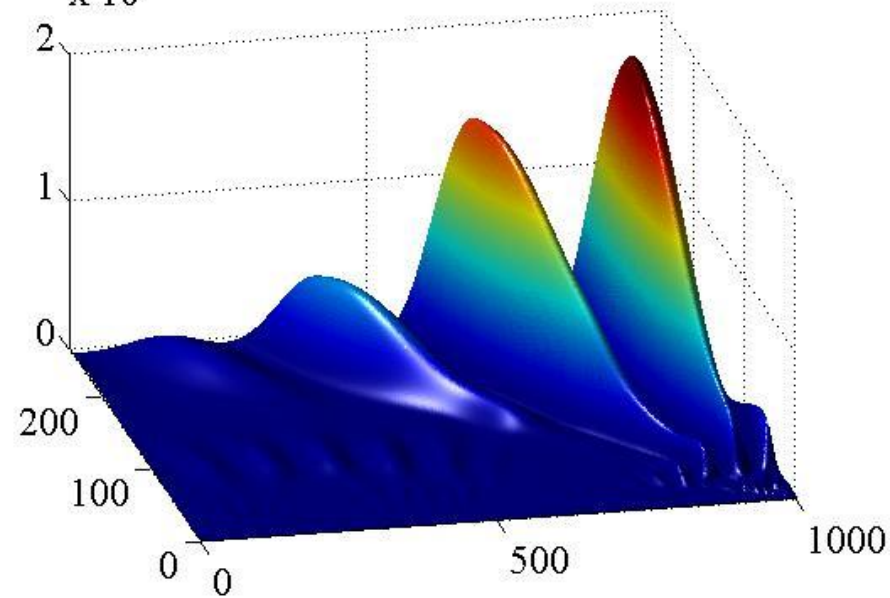
- Соловйов (с.116)
- Чумак (Макет\_Chumak\_1.pdf), с. 33

# Ентропія перестановок

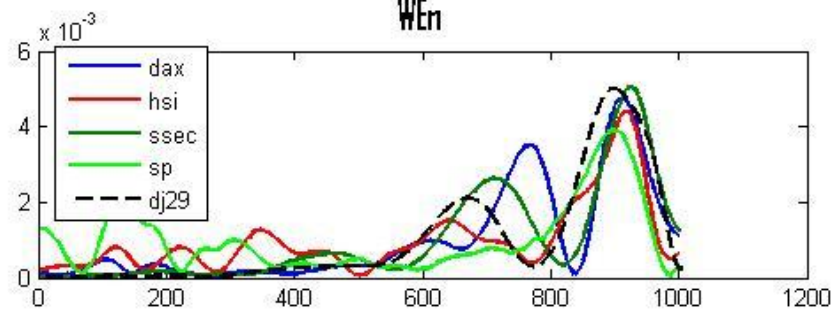
djia 1984-2016 250 5



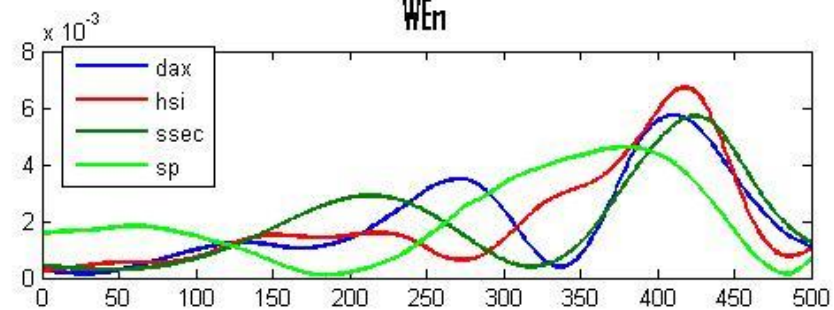
dj1929

ssec  $\times 10^5$ 

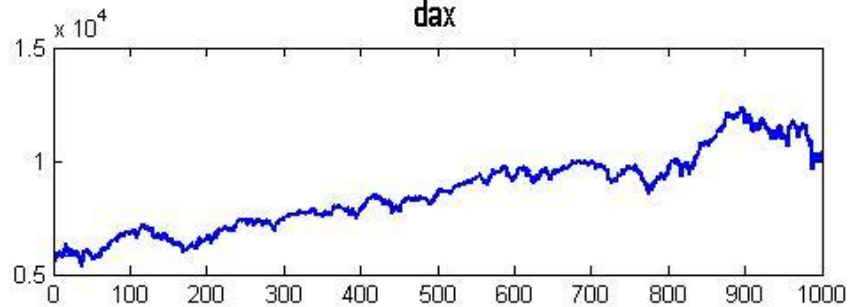
WEn



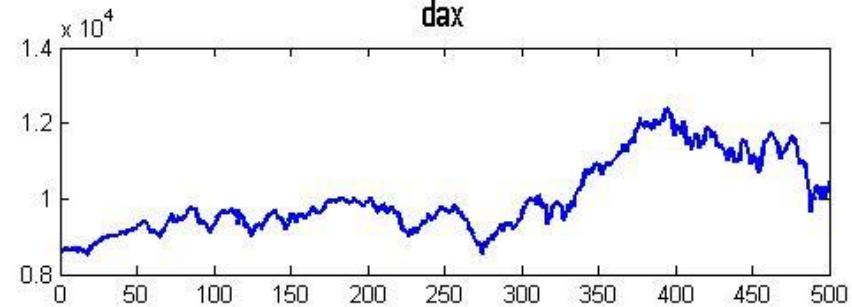
WEn



dax

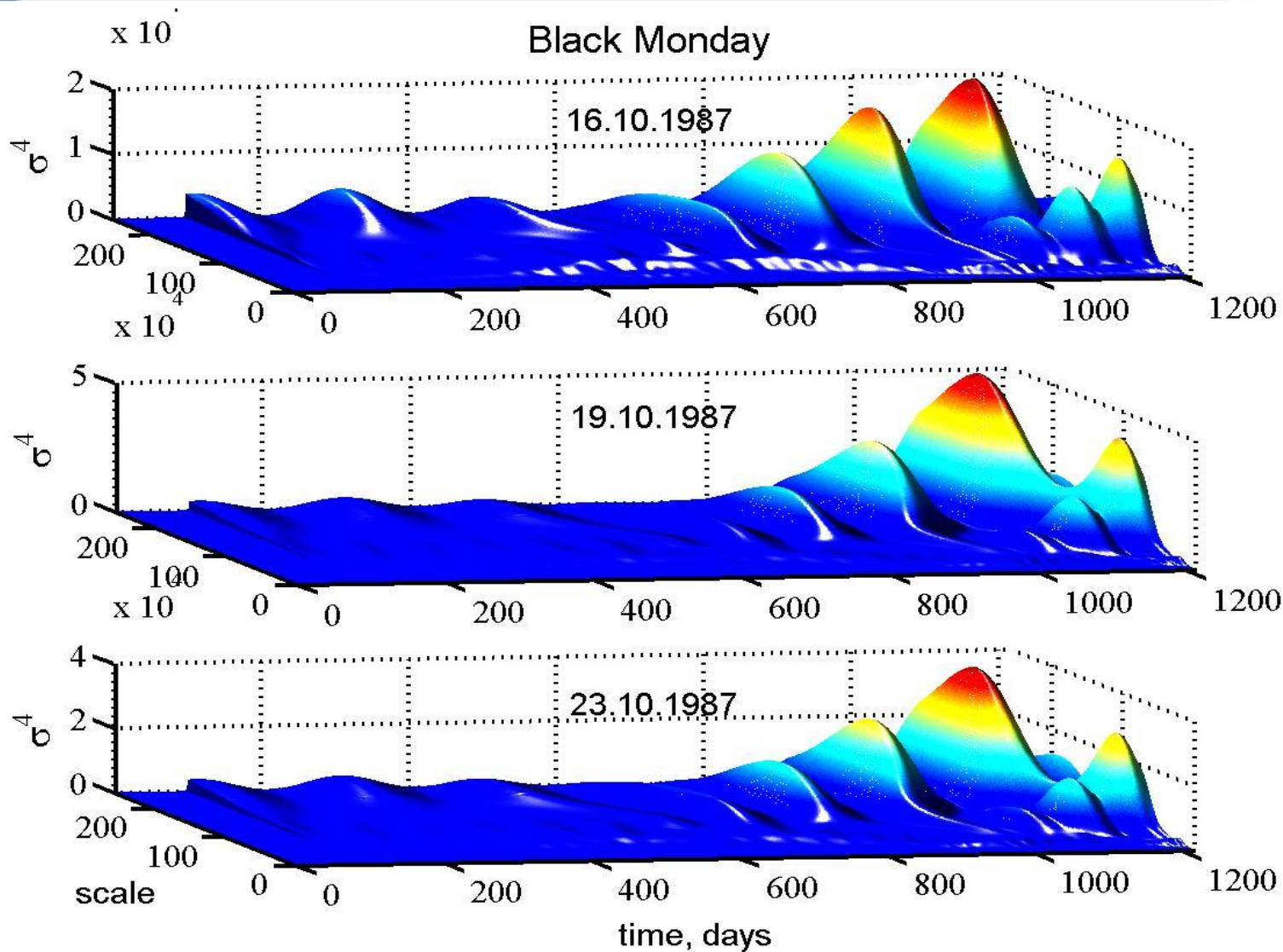


dax





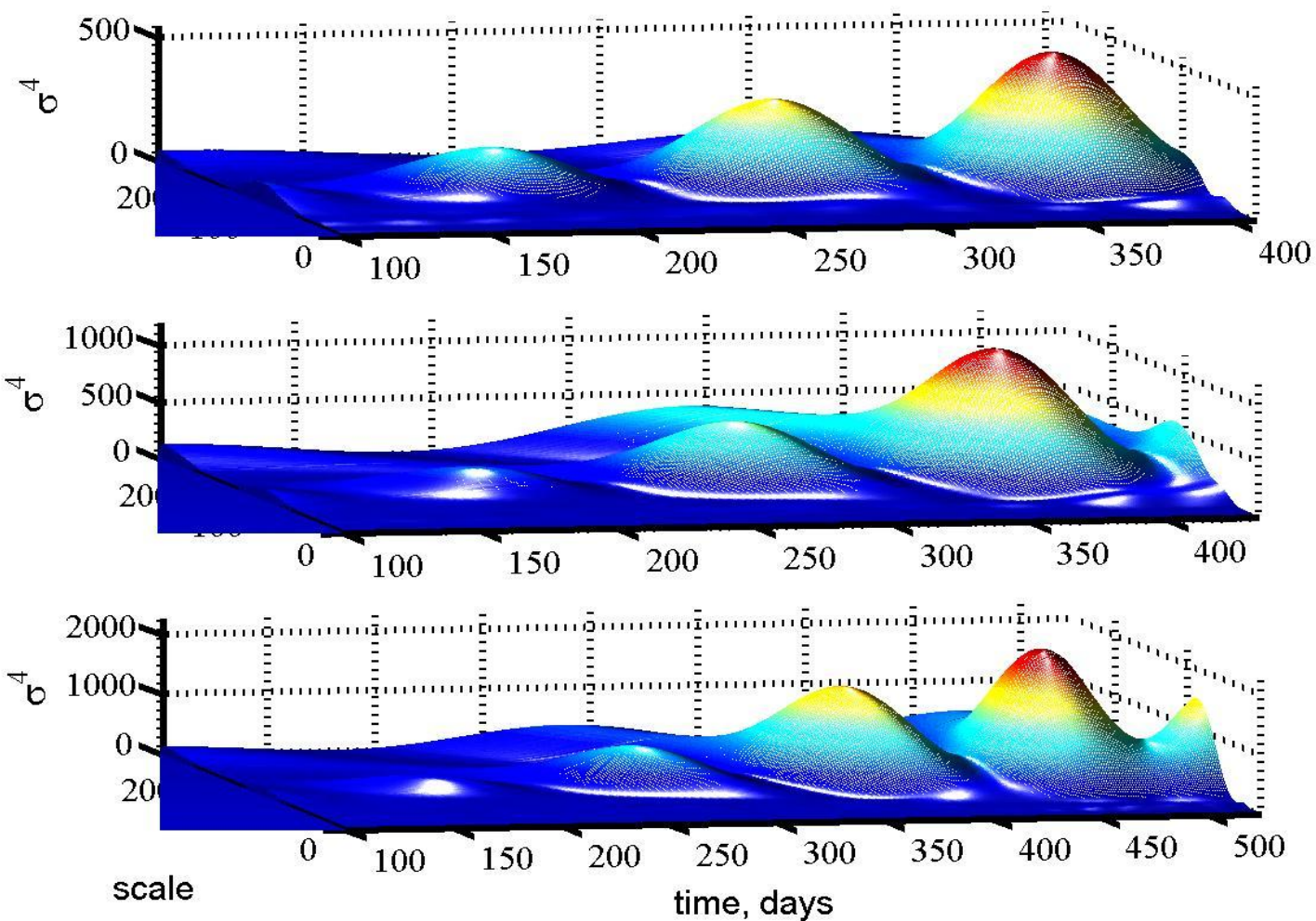
# Вейвлет аналіз



# Нафтовий шок



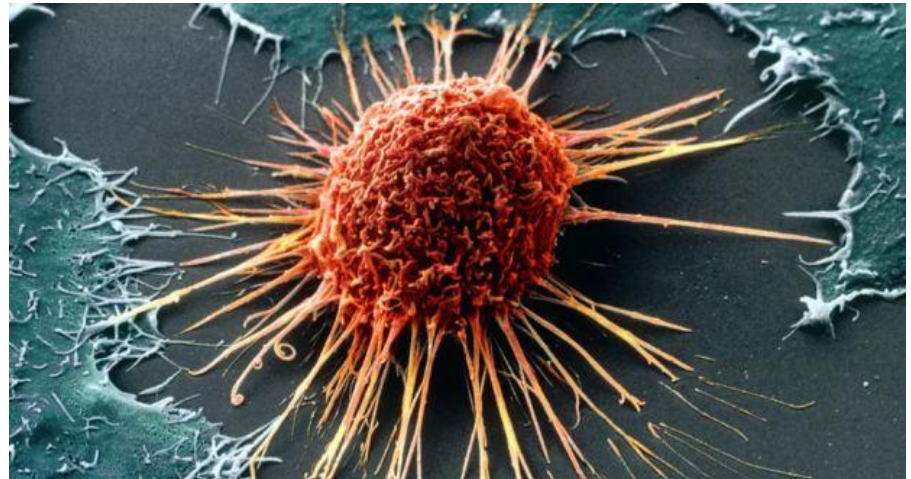
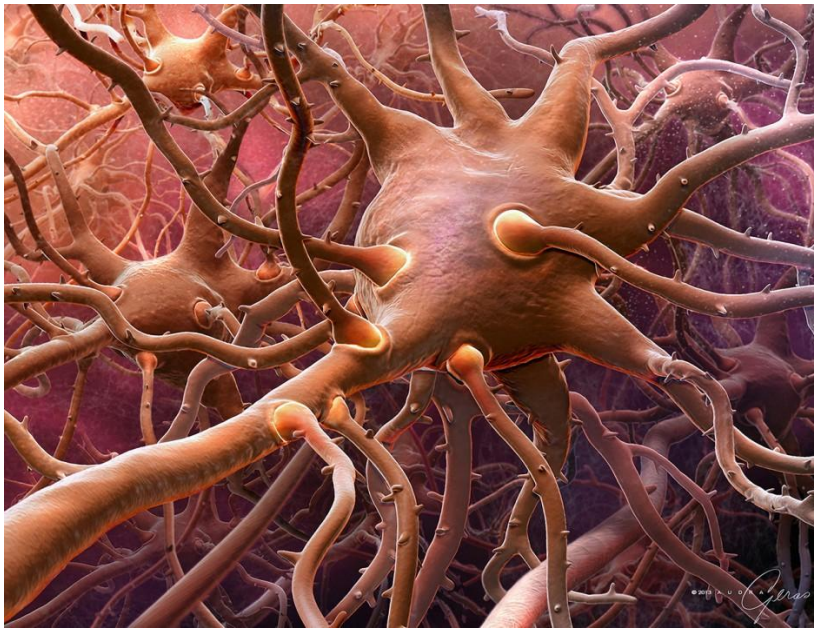
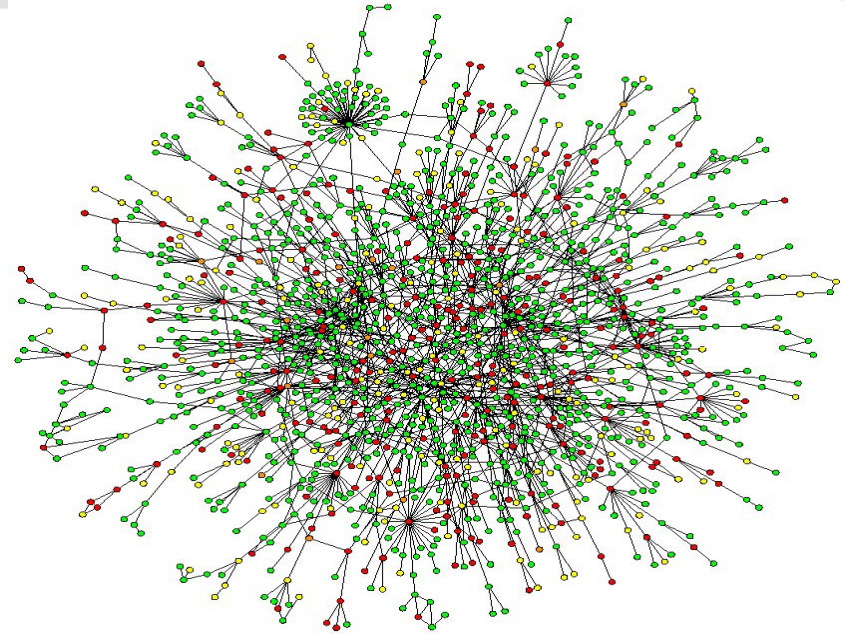
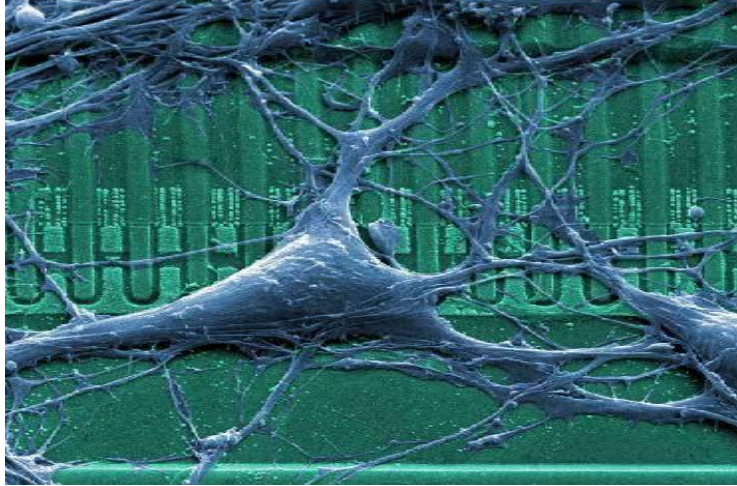
oil shock aug 2, sept 6 1990, jan 11 1991



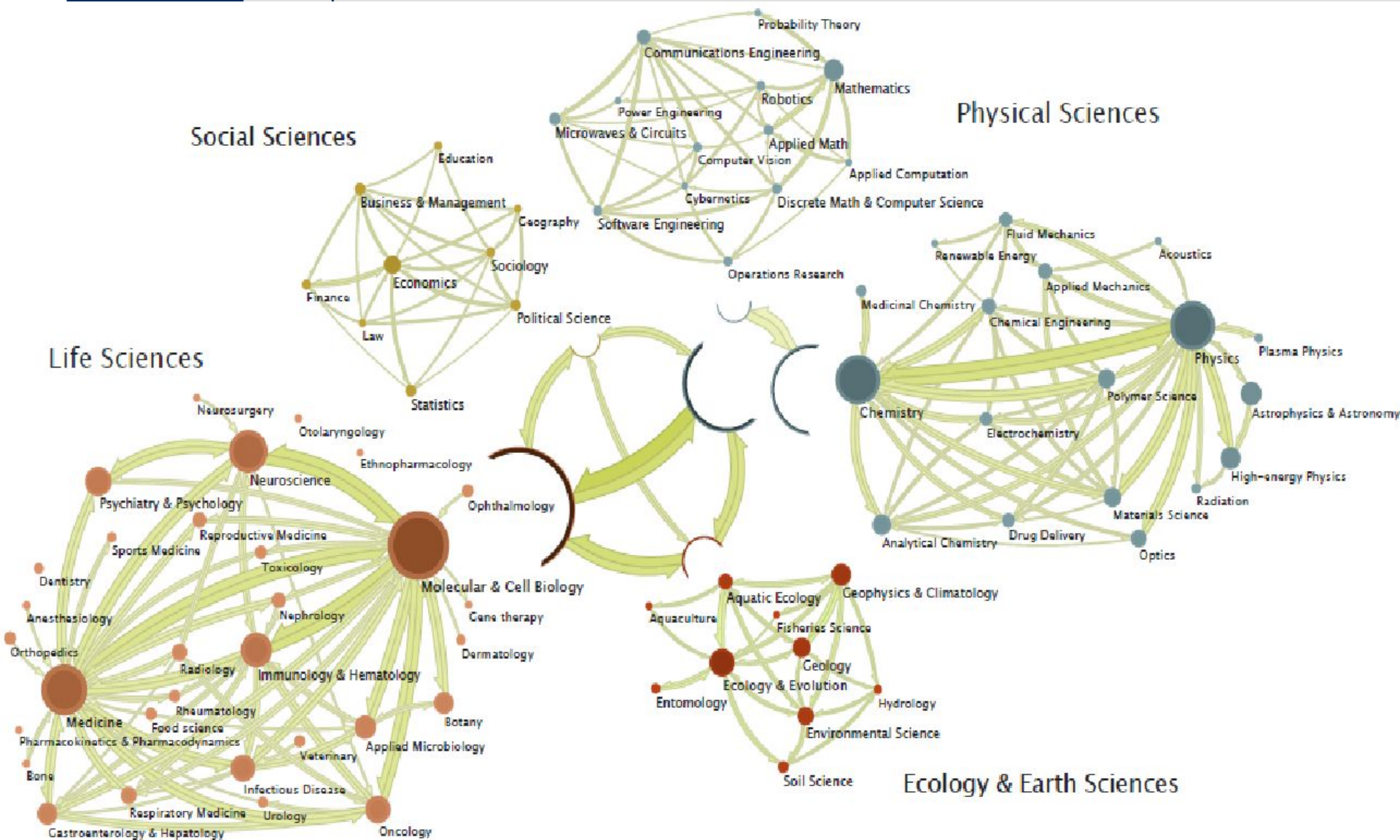
# Мережна парадигма

- Мережа описує колекцію вузлів або вершин (наприклад, фінансові установи, фондові ринки) і зв'язки між ними, які можуть бути направленими (тобто, дуги) або ненаправленими (тобто, ребра).
- Вузли задані матрицею різних агентів, кожен з яких має часовий ряд, динаміку поведінки і зв'язки яких будуються за певними мірами залежності між часовими рядами

# Біологічні мережі



# Ієрархічна карта науки (7940 журналів, 9.2 млн. цитувань) arXiv:1010.0431v1 [physics.soc-ph] 3 Oct 2010



# Транспортні мережі

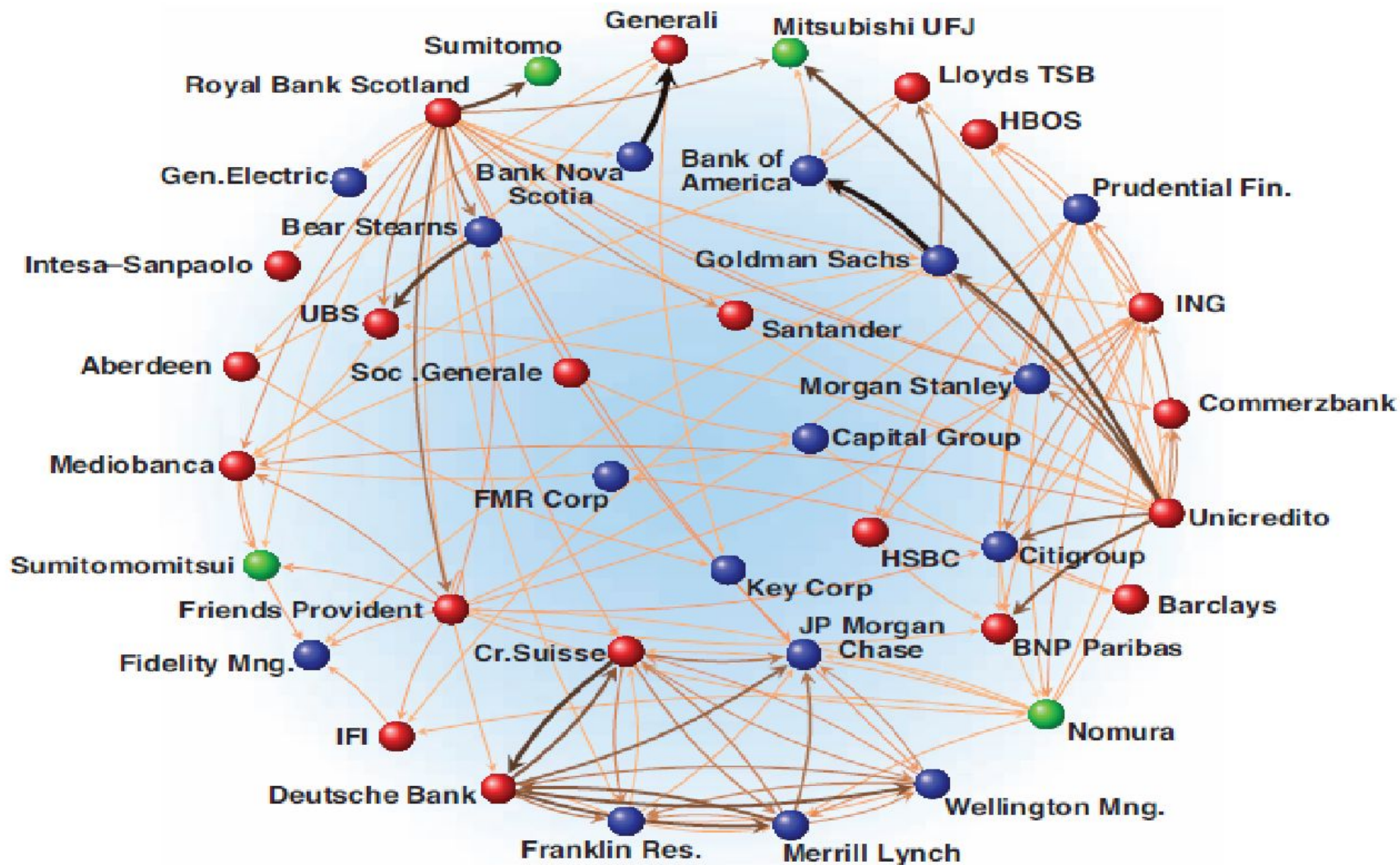


# Соціальні мережі



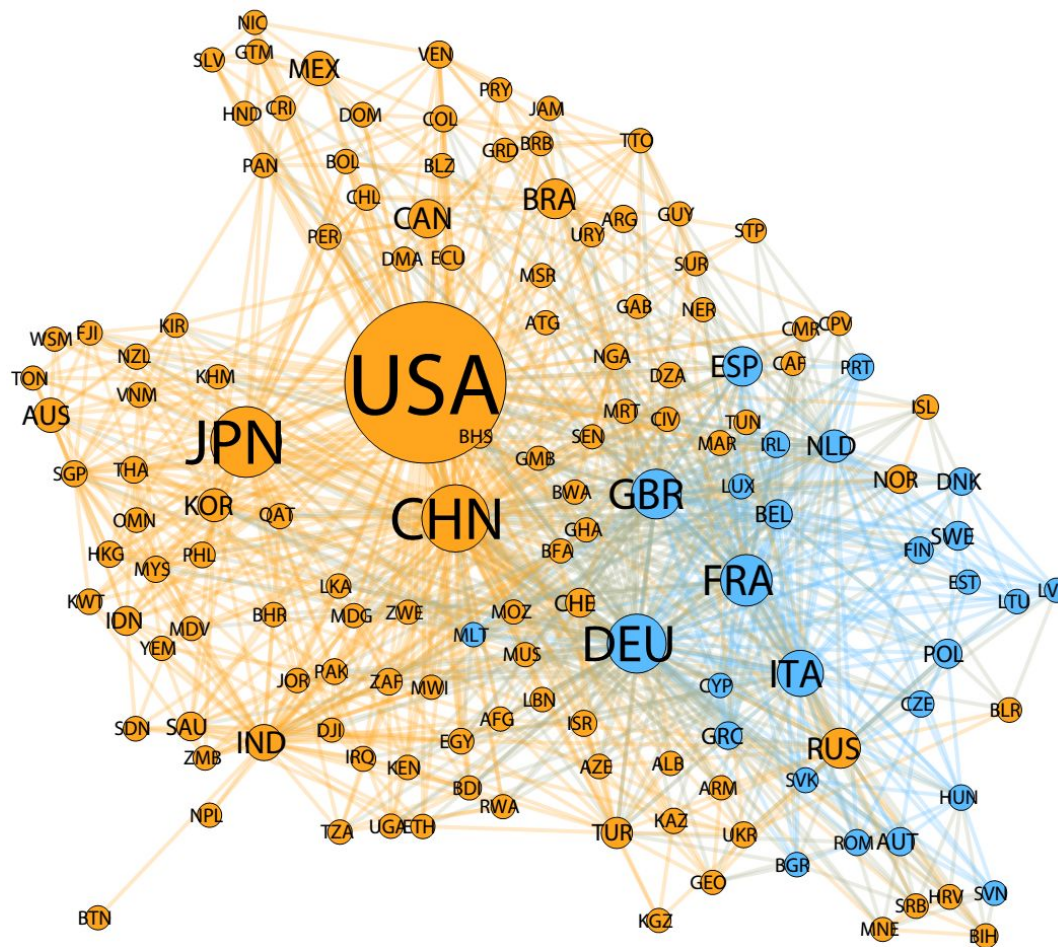
# Фінансовий кластер:

Economic Networks: The New Challenges Frank Schweitzer, Giorgio Fagiolo, Didier Sornette, Fernando Vega-Redondo, Alessandro Vespignani, Douglas R. White // 24 JULY 2009 VOL 325 SCIENCE www.sciencemag.org

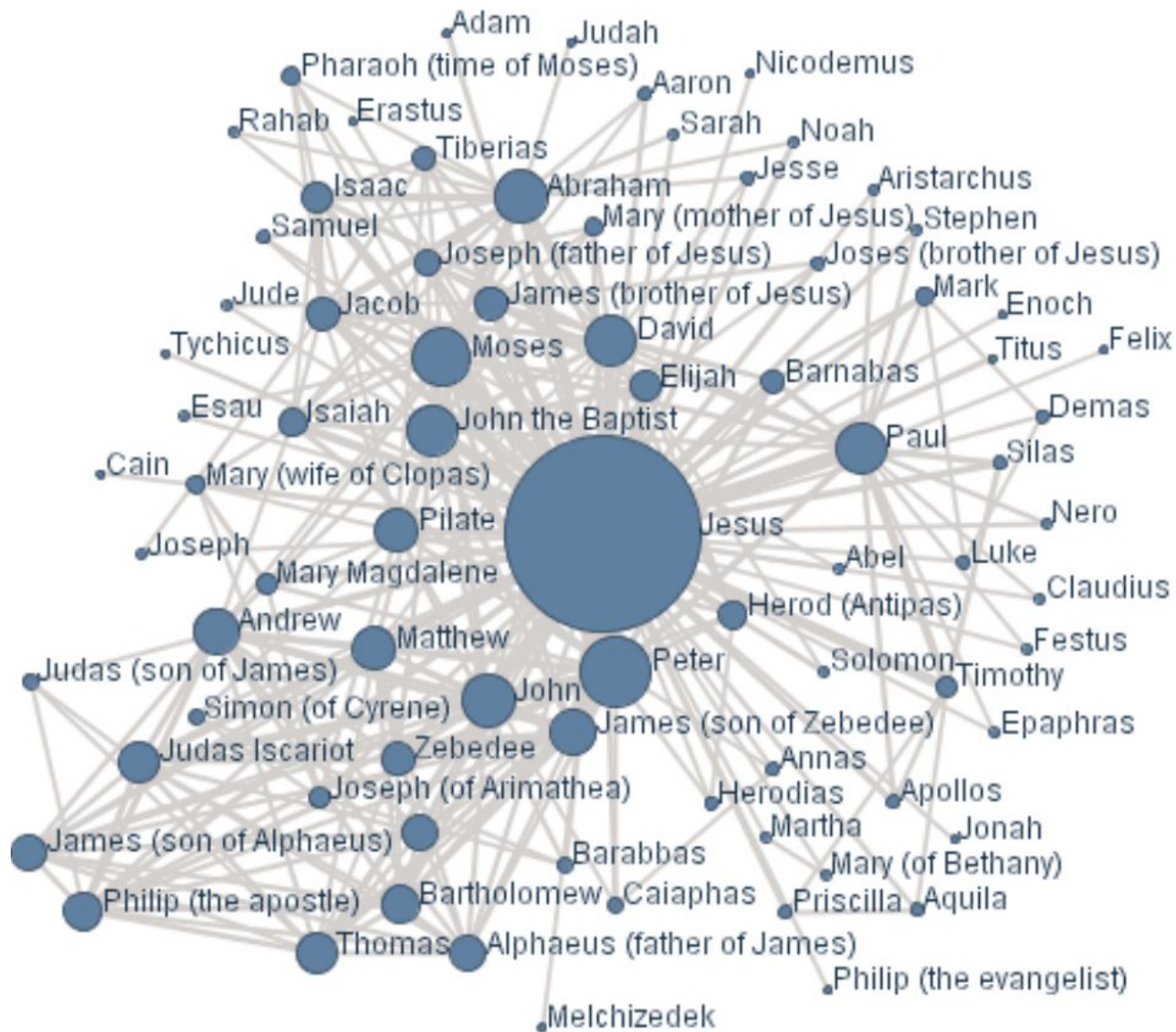




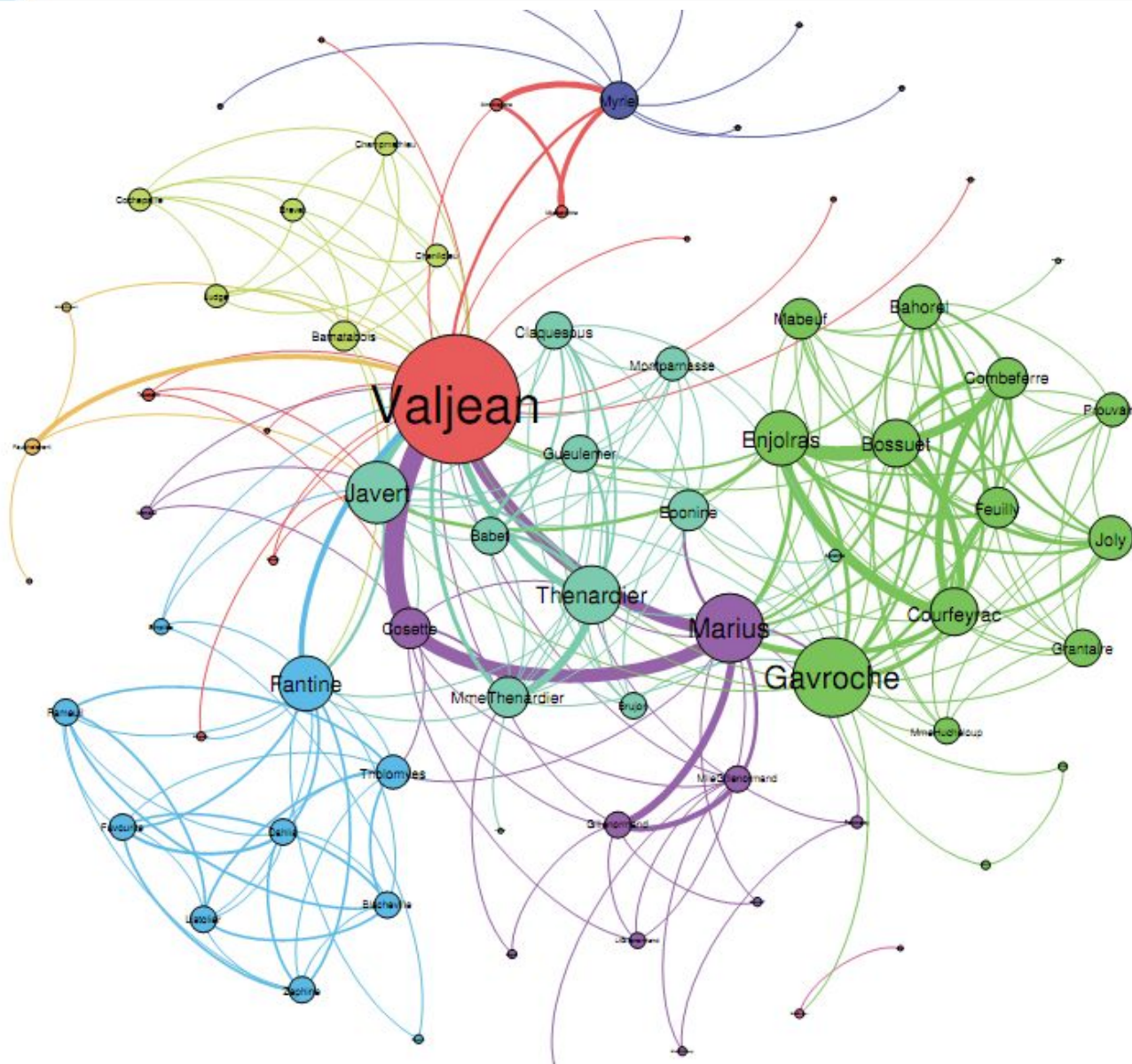
# Світова торгова мережа, 142 країни



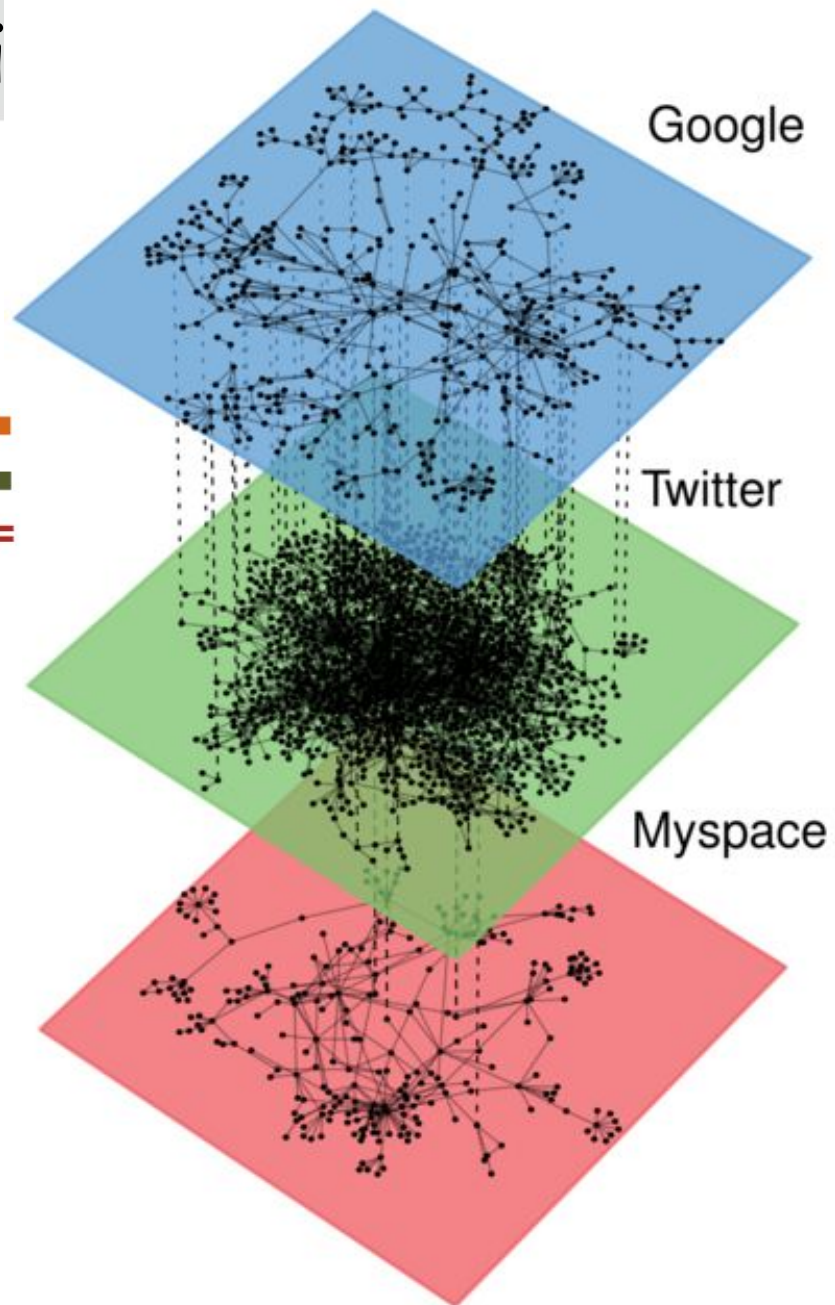
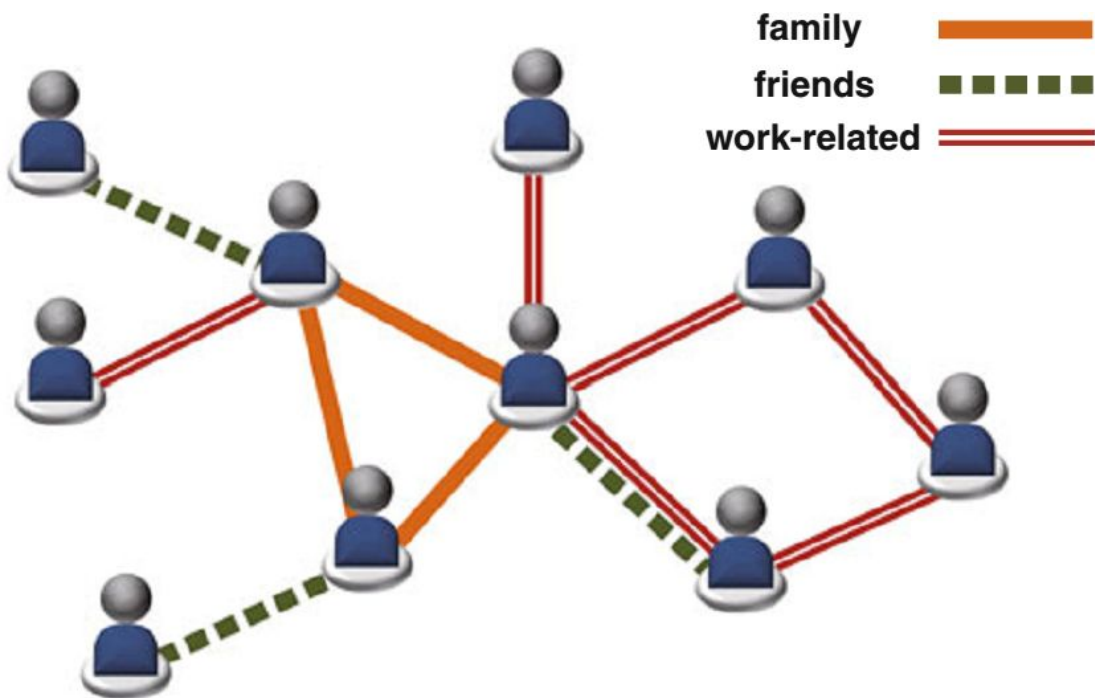
# Мережа персонажів Біблії



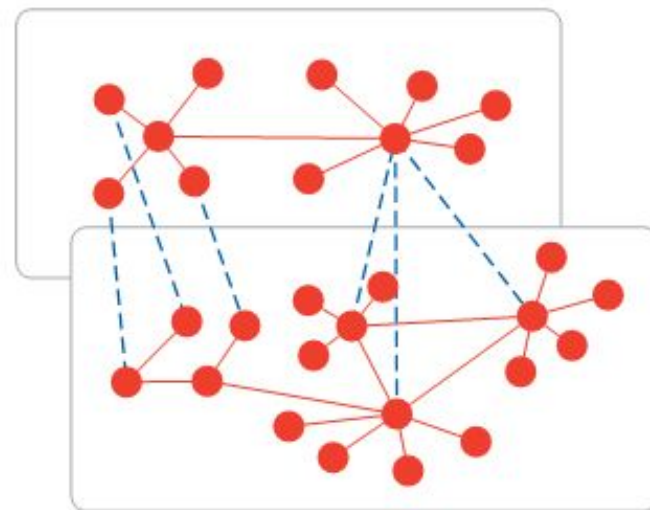
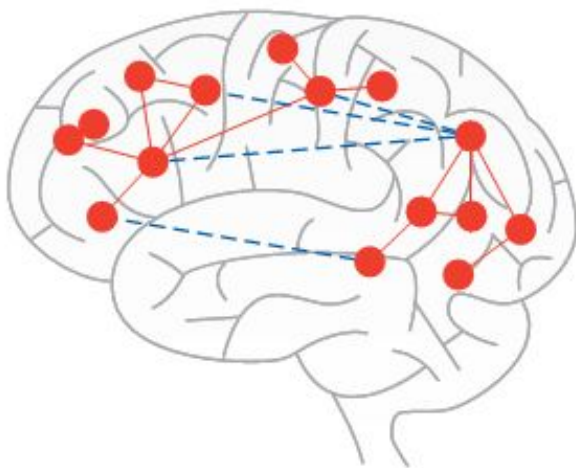
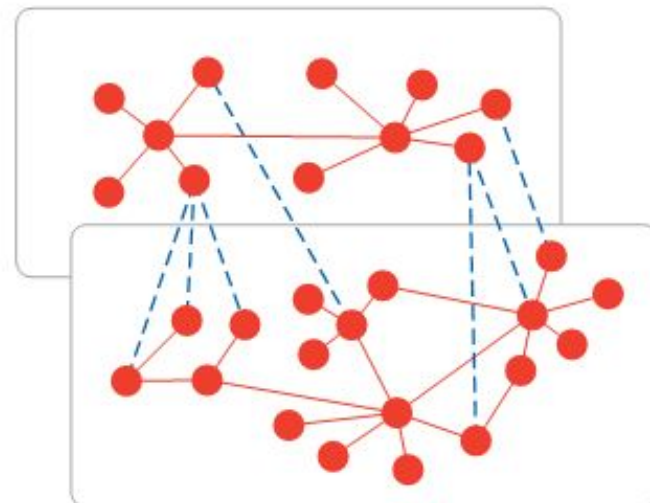
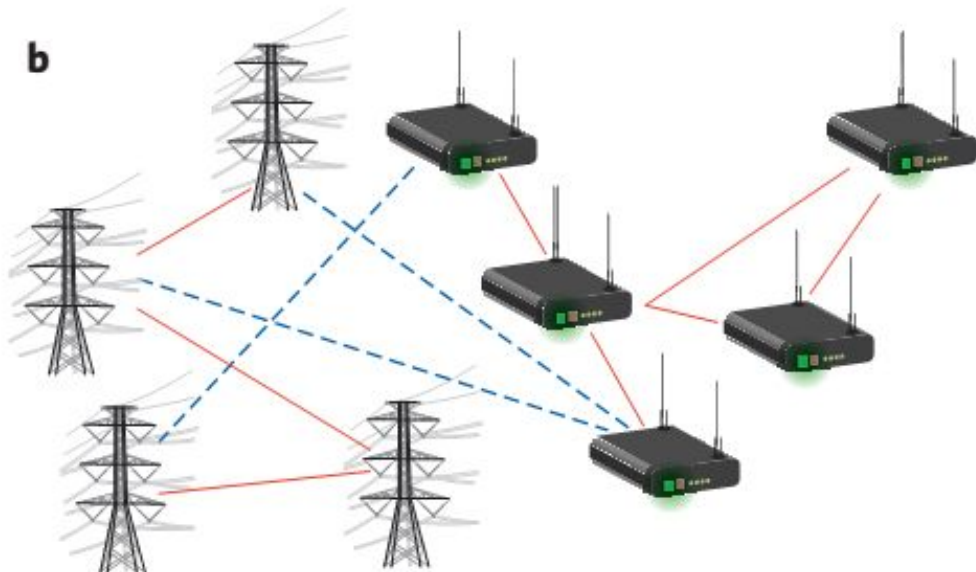
# Когнітивні мережі: мережа міжособистісних зв'язків героїв роману В.Гюго "Знедолені"



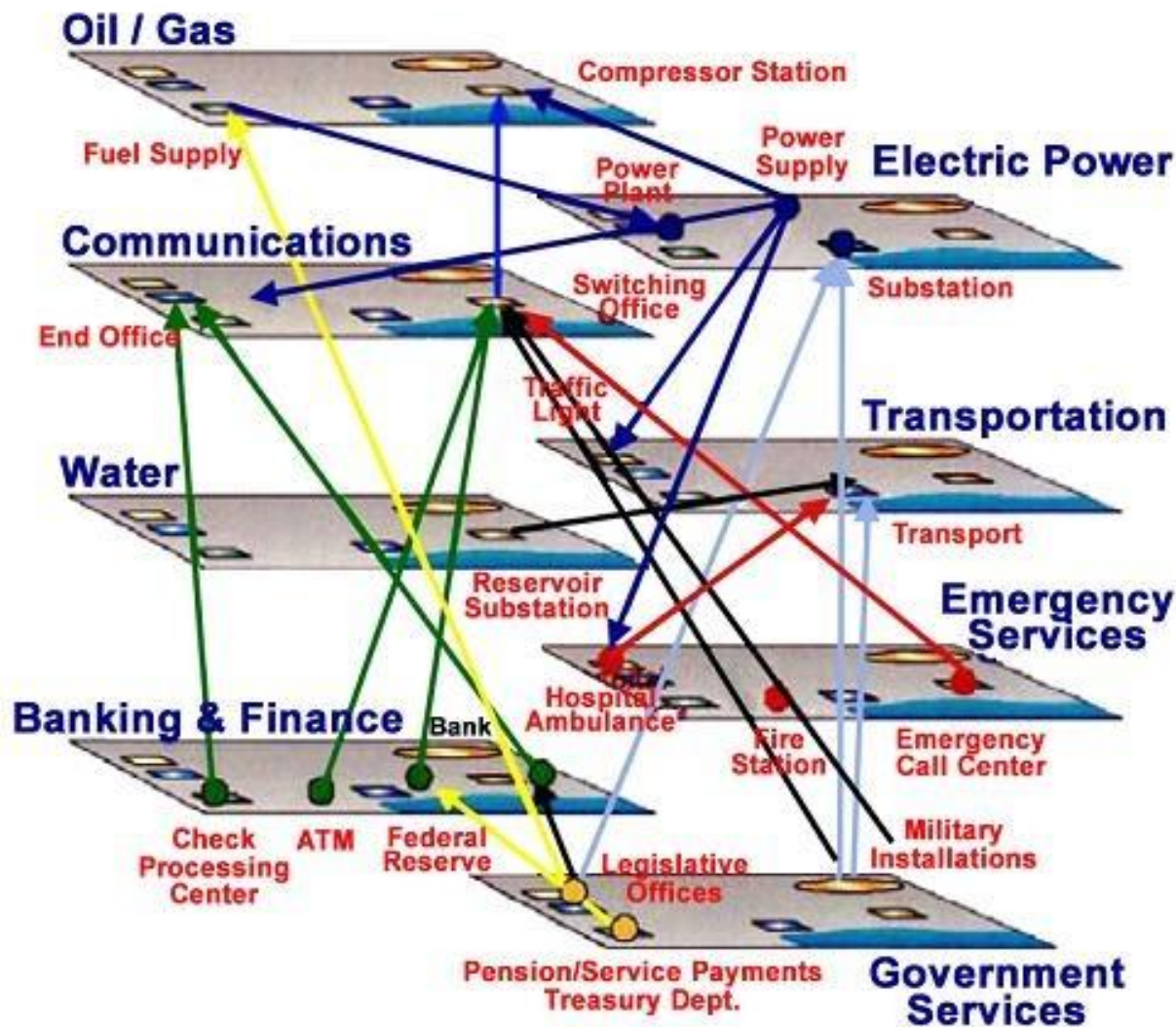
# Соціальні мережі



# Нейро- та енерго- мультимережі

**a****b**

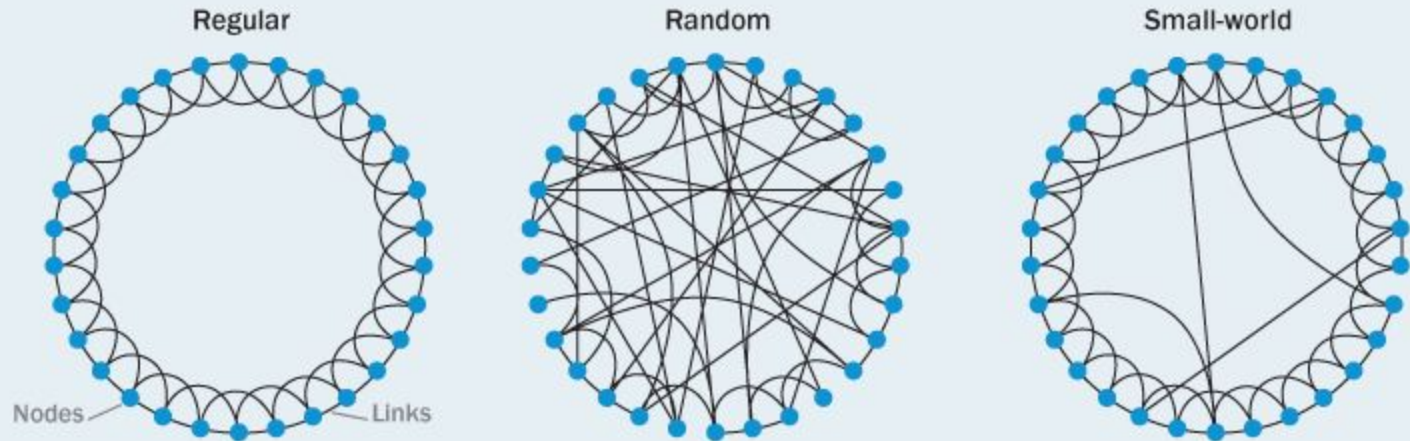
# Кіберфізична інфраструктурна мережа



# Моделі мереж

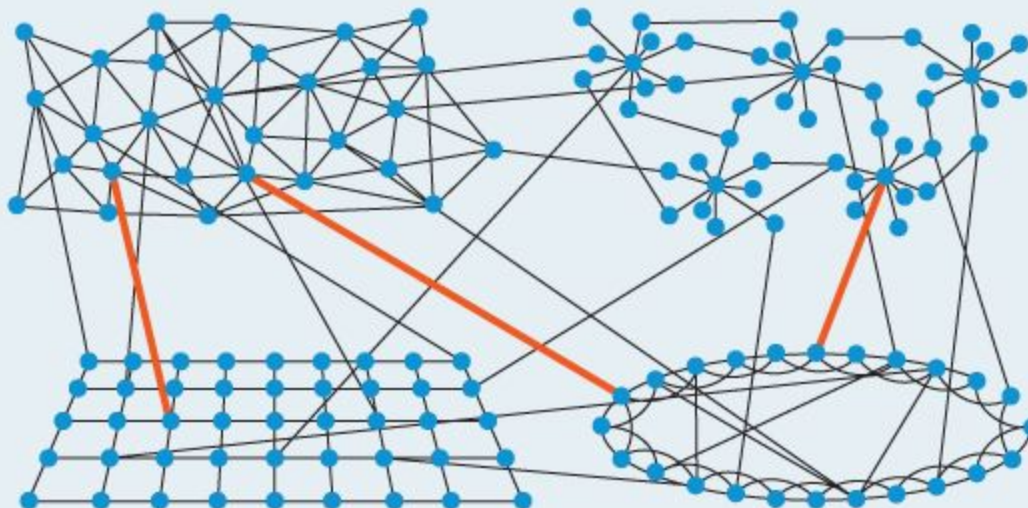
## Single networks

A network consists of nodes (dots) connected by links (lines). Scientists characterize networks using properties such as size (number of nodes) and average degree (average number of links). In regular networks, each node has the same number of links. In random networks, the number of links per node is random. Small-world networks are a sort of intermediary and often more relevant to the real world.



## Networks of networks

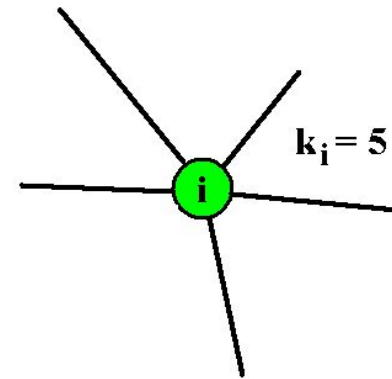
In practice, networks often link up. Though scientists don't yet know what form these übernetworks typically take, some of the same quantitative properties still apply. Links here come in at least two forms: connectivity (similar to links in single networks, shown in black) and dependency (interactions that can be the difference between life and death for a node, shown in orange).



# Спектральний аналіз базується на наступних матрицях

- Матриці суміжності (Adjacency Matrix)  $A$
- Матриці Лапласа (Laplacian Matrix)  $L = A - K$
- Нормалізованій матриці (Normalized Matrix)  $N = K^{-1} A$

$$K = \begin{pmatrix} k_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & k_n \end{pmatrix}$$



$$k_i = \sum_{j=1, N} a_{ij}$$



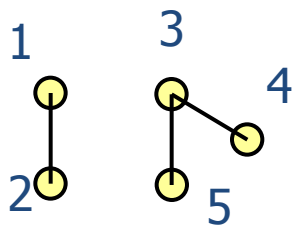
# Спектральні властивості

Лапласіан  $L$   $n$ -вершинного ненаправленого графа  $G$

$$L = A - K$$

$K$  - діагональна матриця ступеня вершини  $k$

$A$  - матриця суміжності

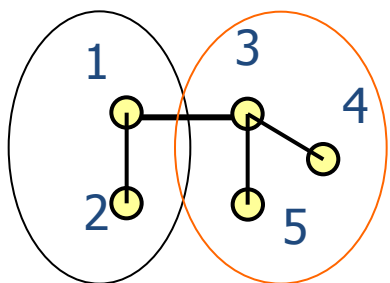


$$L = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & -\frac{2}{\sqrt{6}} \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{6}} \\ 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{6}} \end{bmatrix}$$

$$E = [0, 0, 1, 2, 3]$$

# Міри складності



$$\Rightarrow L = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$V = \begin{bmatrix} 0.45 & 0.34 & 0 & -0.70 & 0.44 \\ 0.45 & 0.70 & 0 & 0.54 & -0.14 \\ 0.45 & -0.20 & 0 & -0.32 & -0.81 \\ 0.45 & -0.42 & -0.71 & 0.24 & 0.26 \\ 0.45 & -0.42 & 0.71 & 0.24 & 0.26 \end{bmatrix}$$

$$E = [0.00, 0.52, 1.00, 2.31, 4.17]$$

Для матриці суміжності:



Енергія графа: 
$$E_{graph} = \sum_i |\lambda_i|$$

Алгебраїчна зв'язність

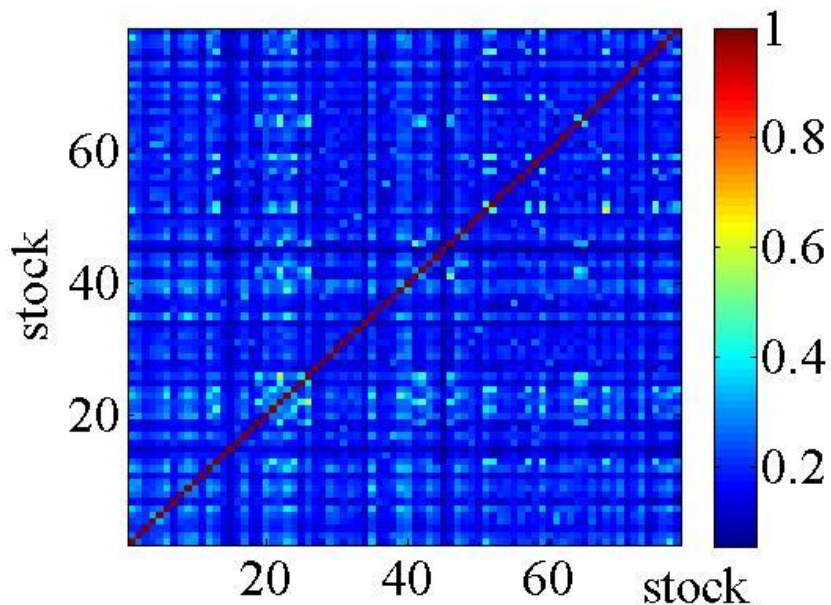
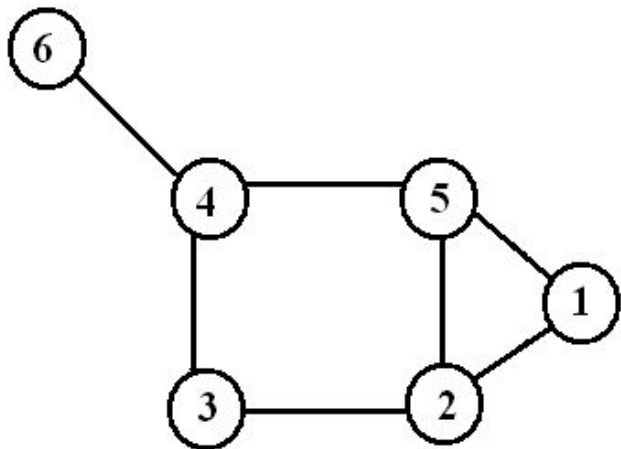
Спектральна щілина (spectral gap): 
$$\Delta_{\lambda}^A = \lambda_{\max} - \lambda_{\max-1}$$

# Алгоритм кореляції. Алгоритм кореляції

$$c_{ij} \equiv \langle g_i(t)g_j(t) \rangle$$

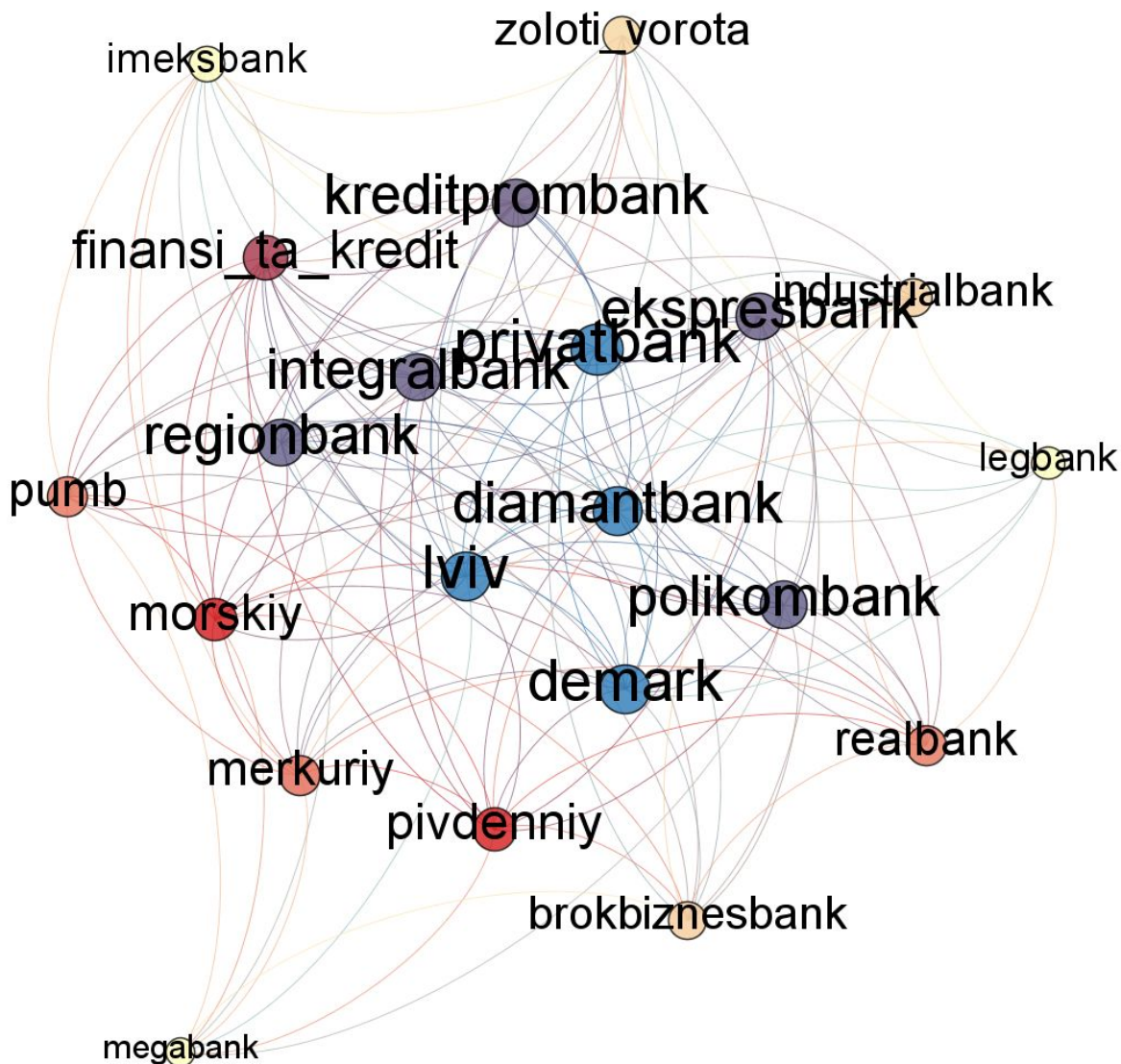
$$d_{ij} = \sqrt{2(1 - c_{ij})}$$

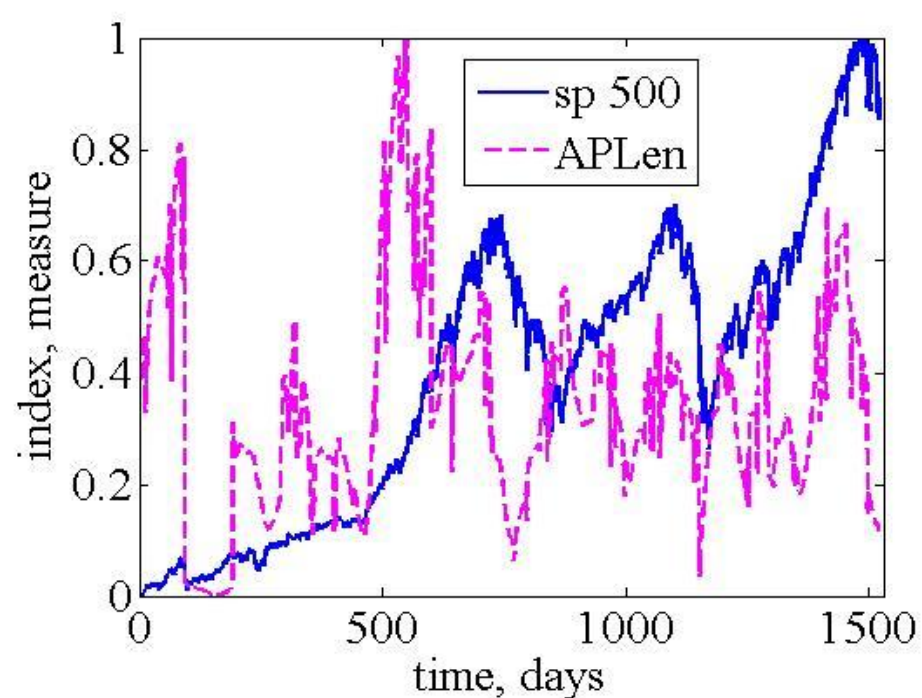
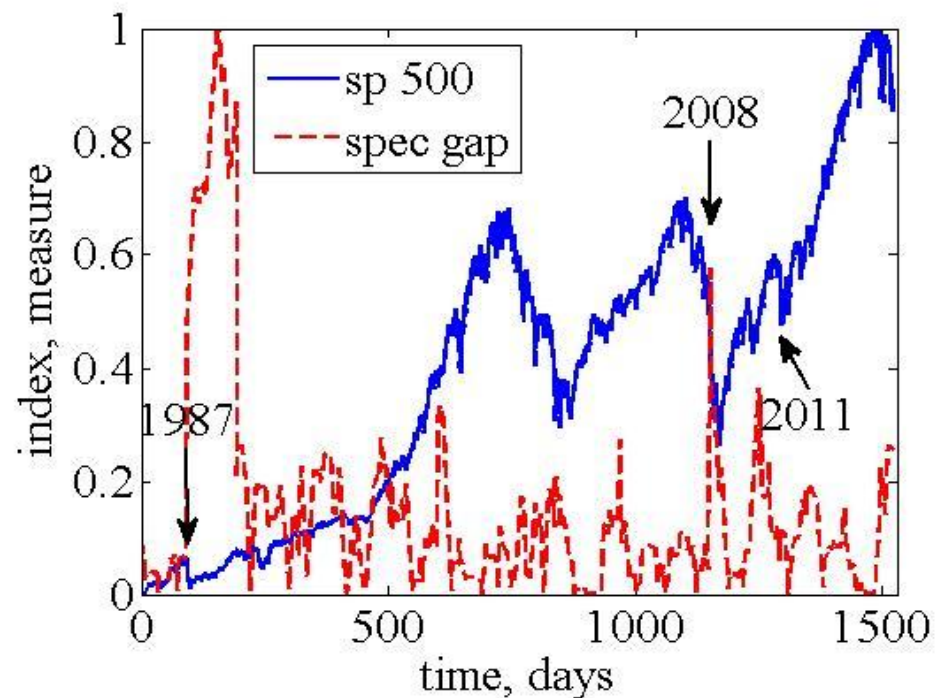
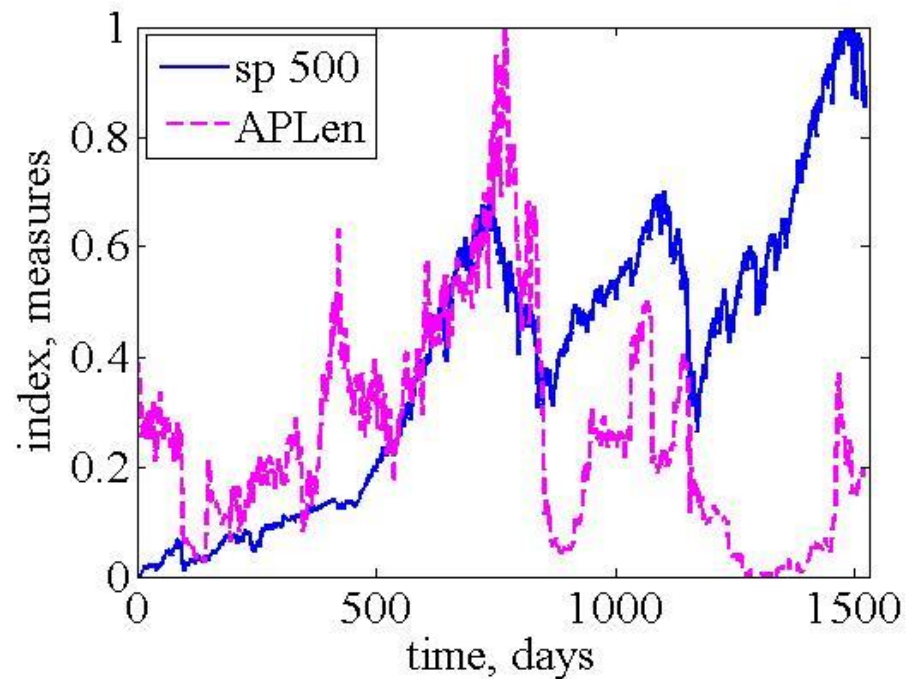
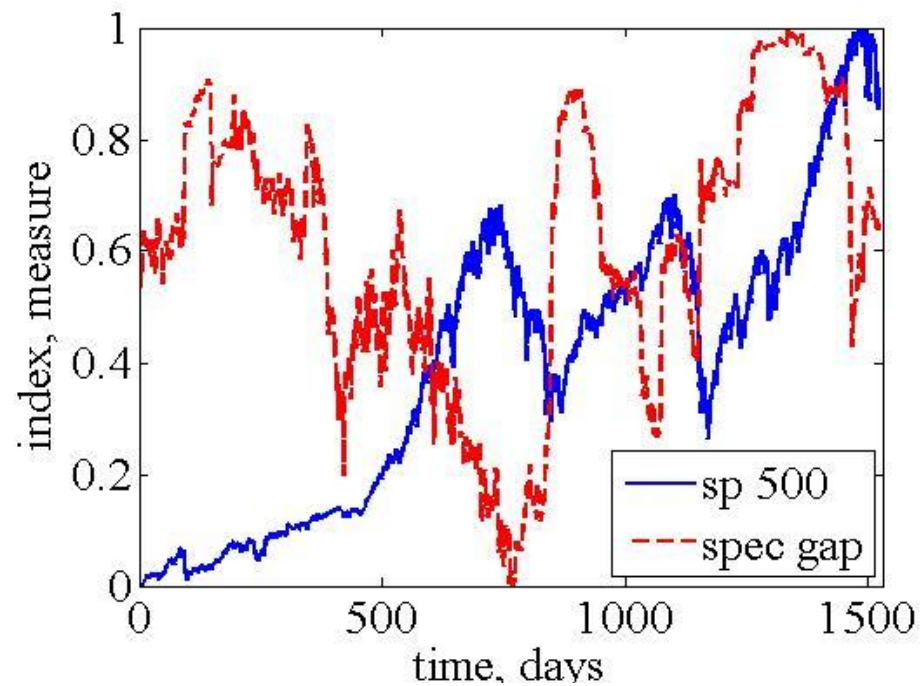
$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & d_{ij} < k \cdot d_{ij}^{mean} \\ 0 & \end{cases}$$



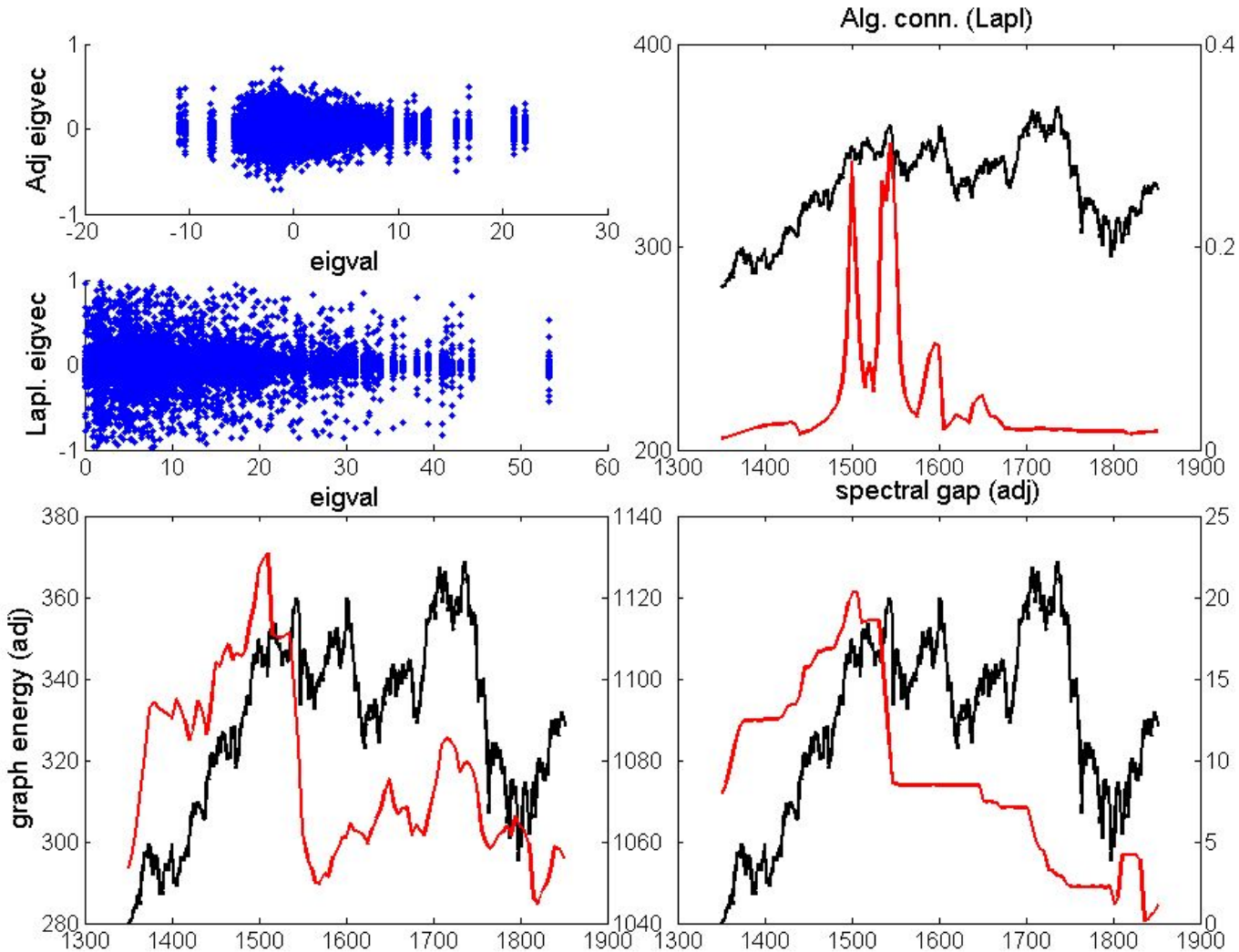
	1	2	3	4	5	6
1	0	1	0	0	1	0
2	1	0	1	0	1	0
3	0	1	0	1	0	0
4	0	0	1	0	1	1
5	1	1	0	1	0	0
6	0	0	0	1	0	0

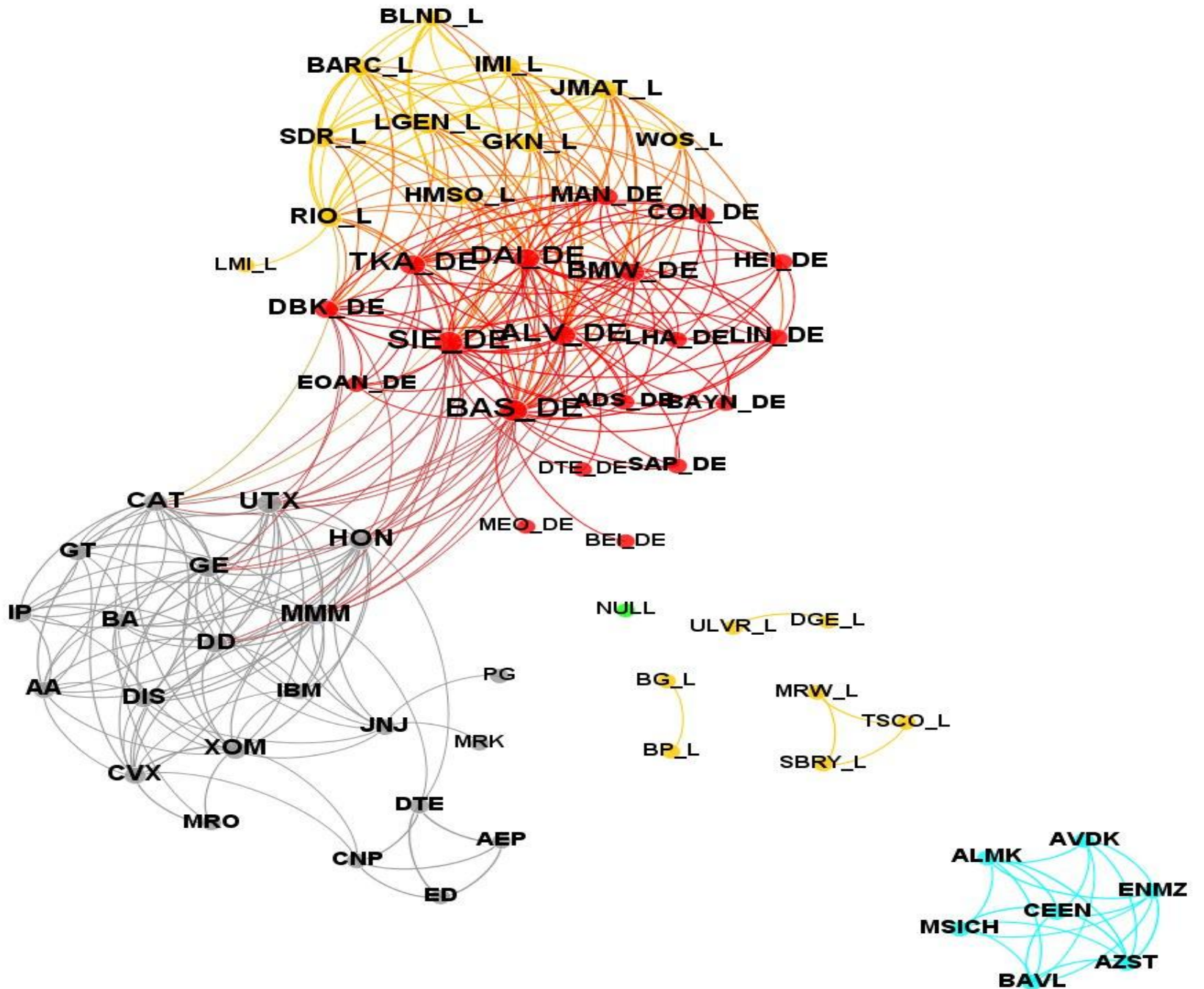
# Банки України



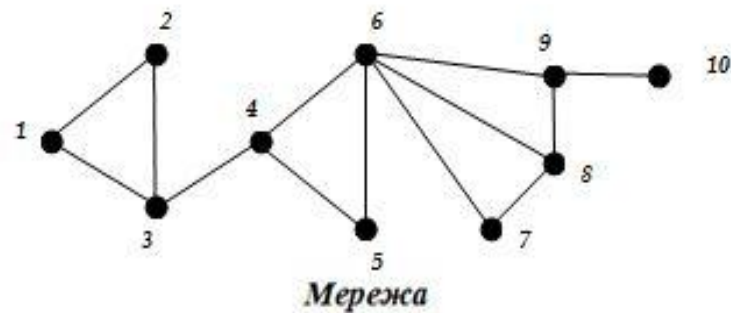
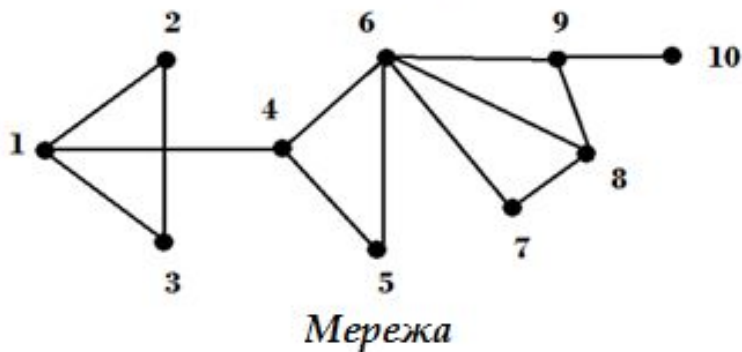
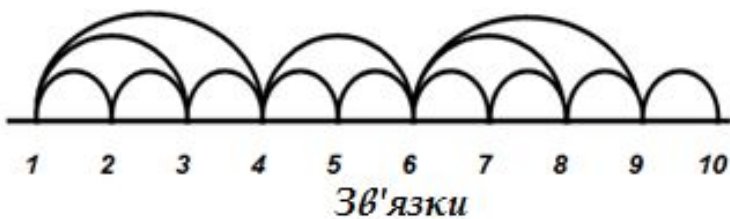
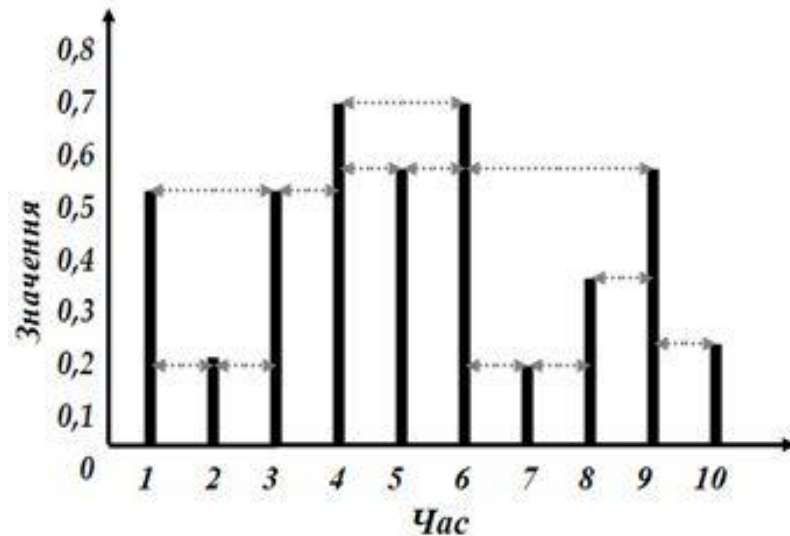
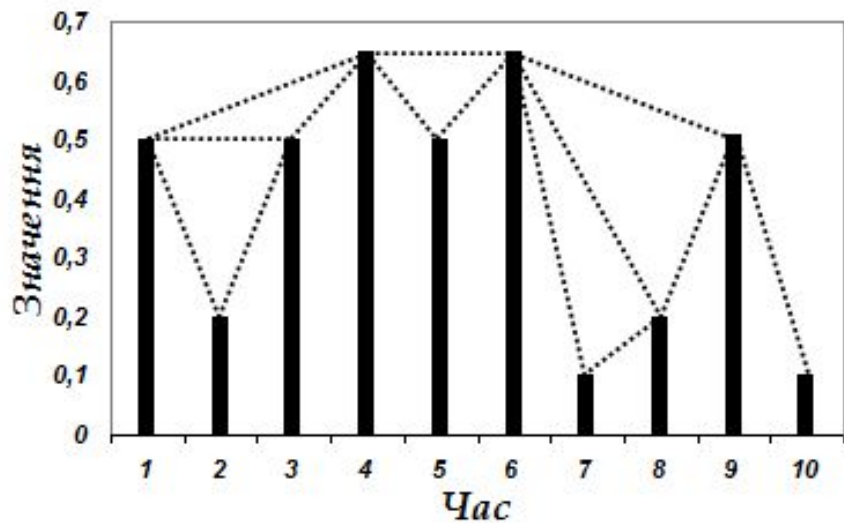


# Віконна графодинаміка



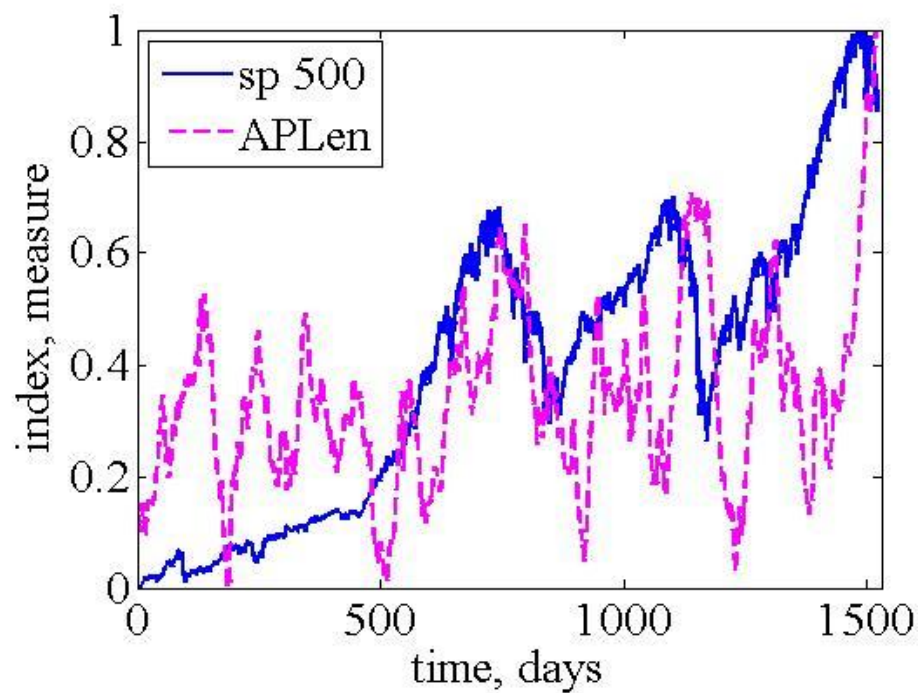
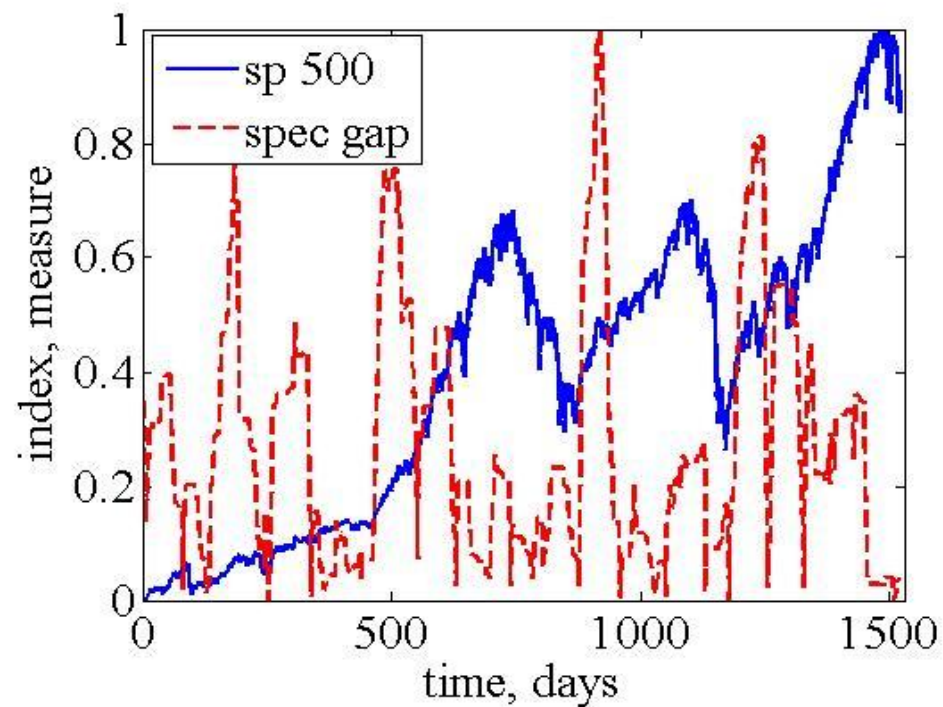


# Графи видимості

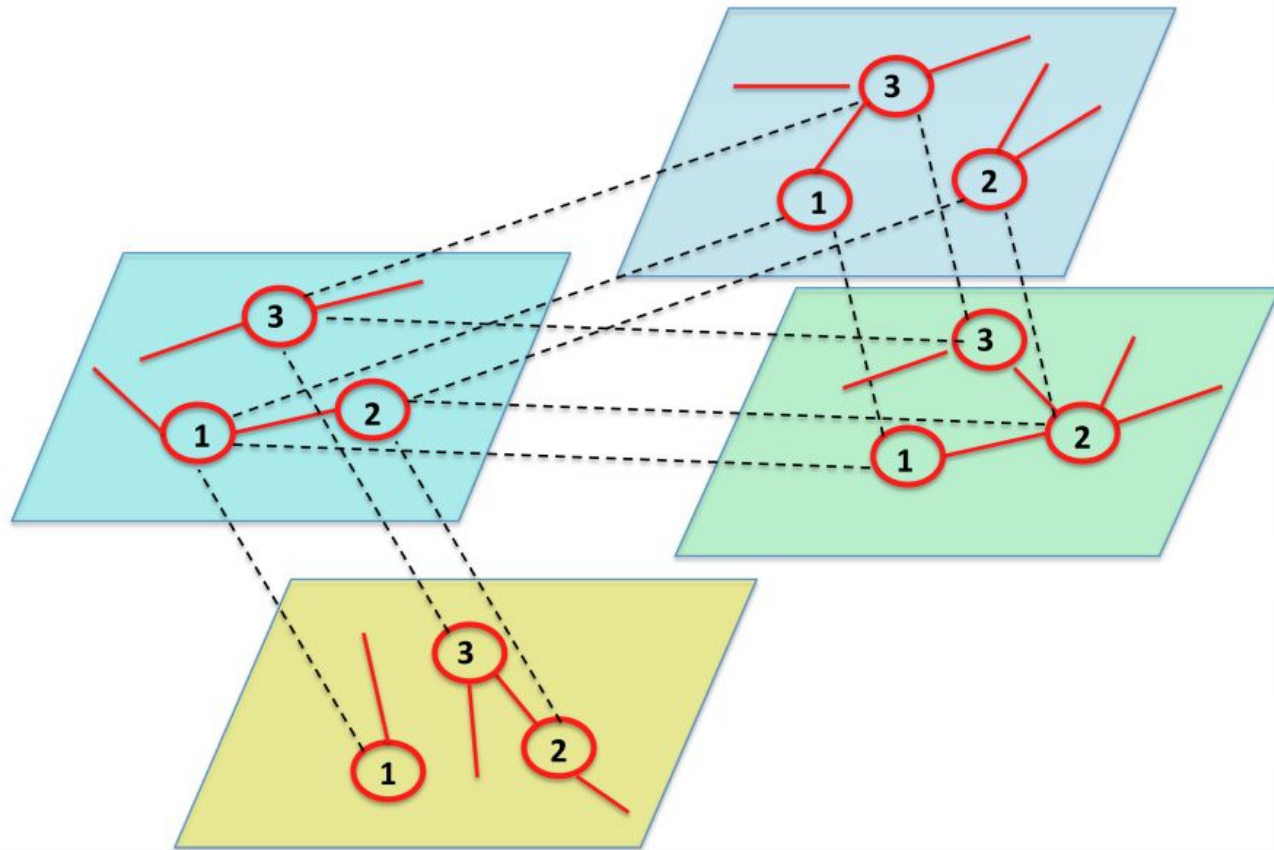
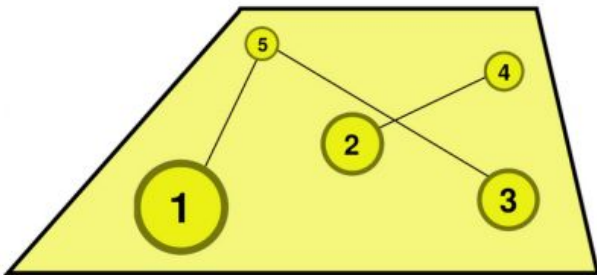
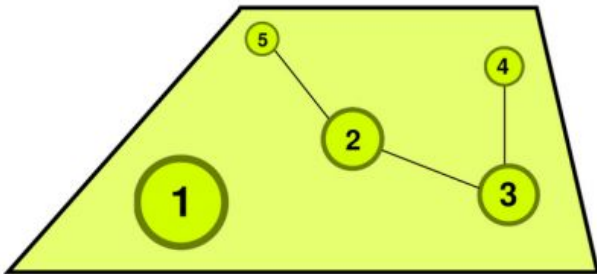
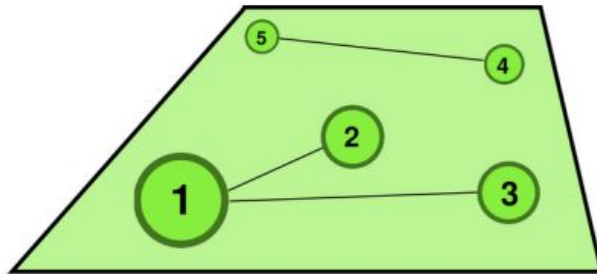




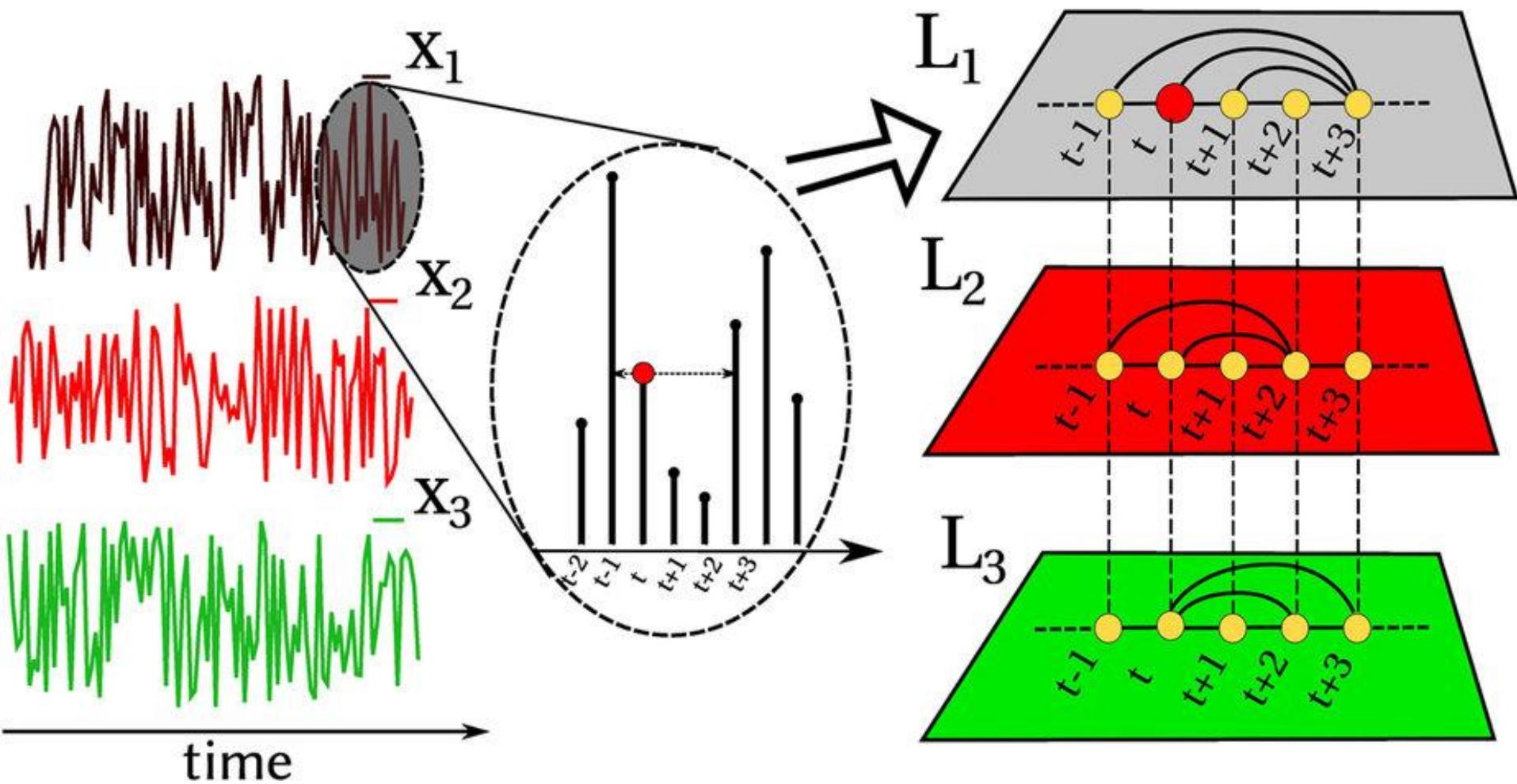
# Граф видимості



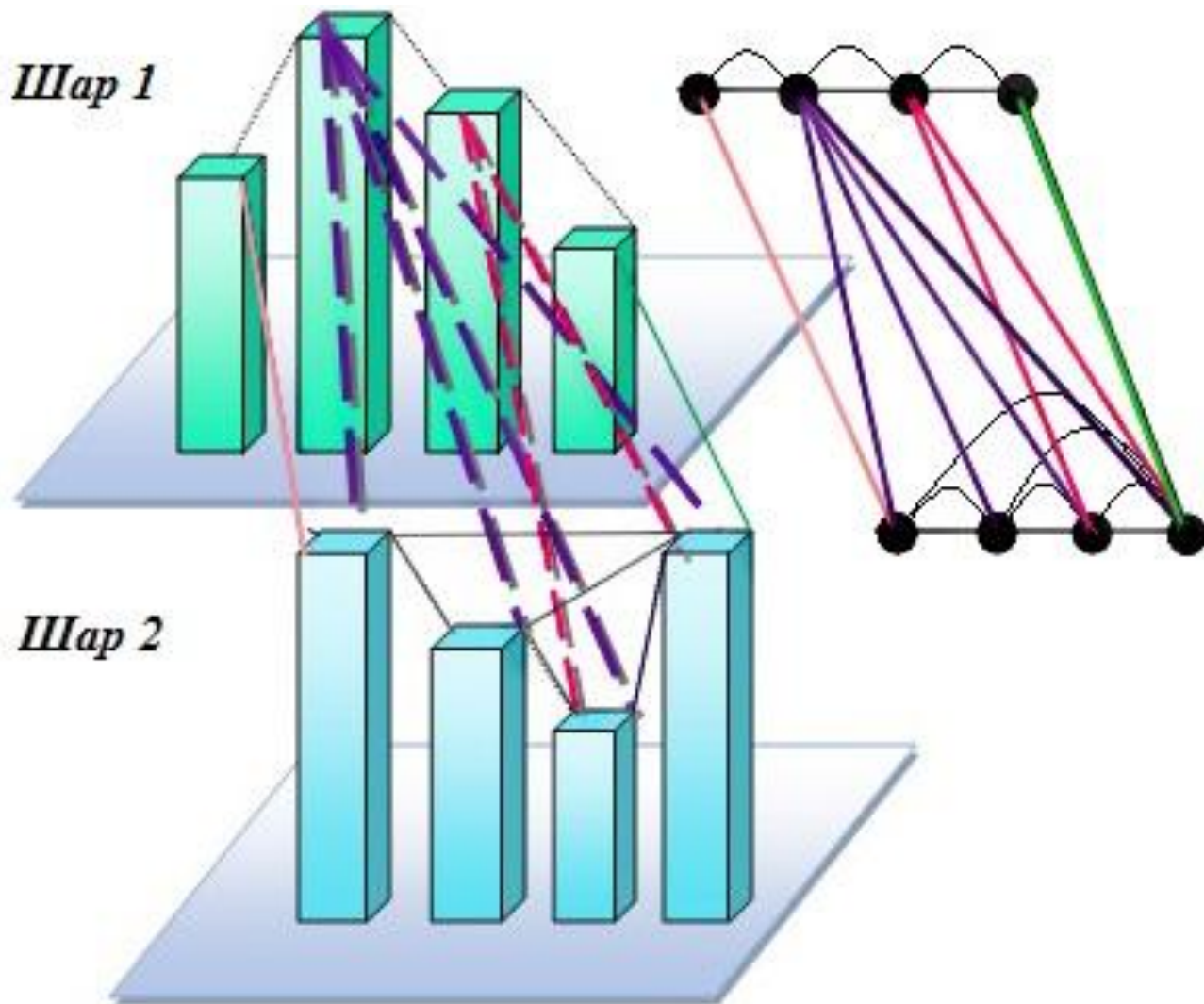
# Мультиплексні мережі (multiplex networks) та мережі мереж (networks of networks)



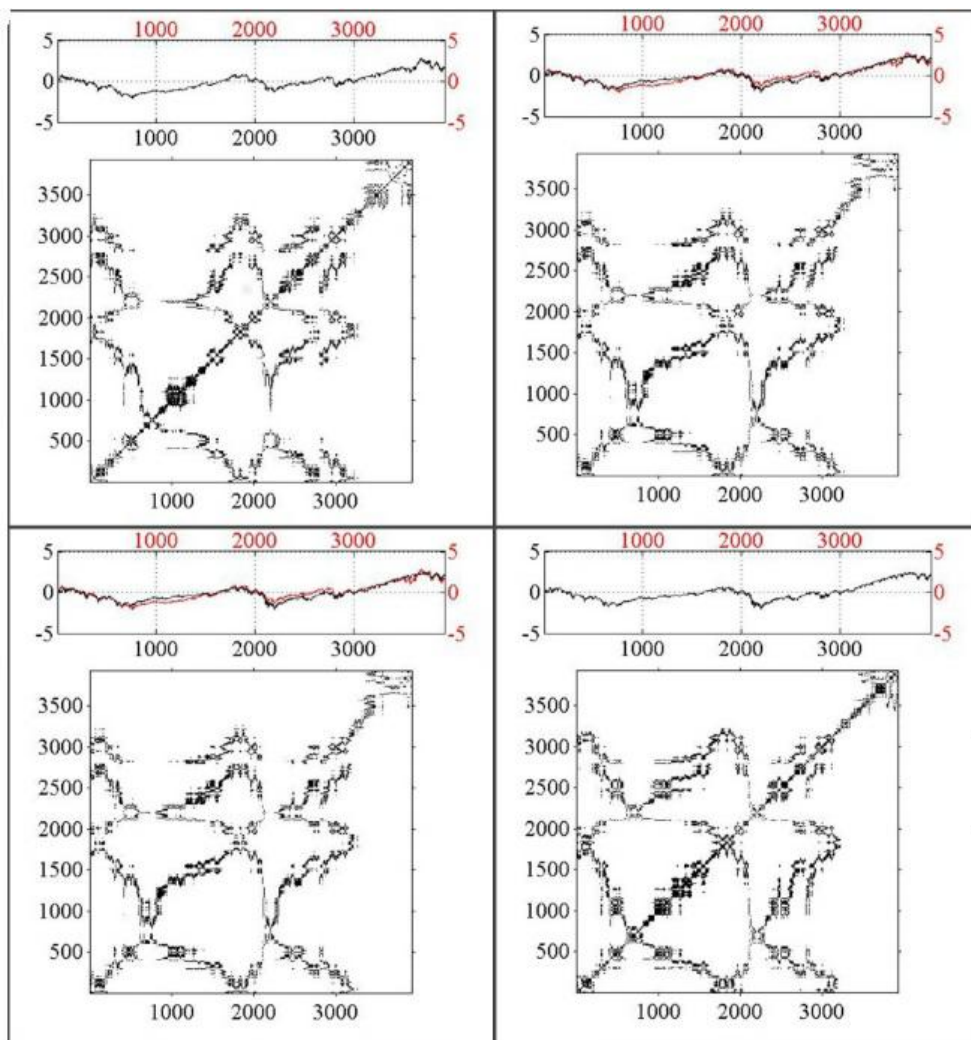
# Мультиплексні графи видимості



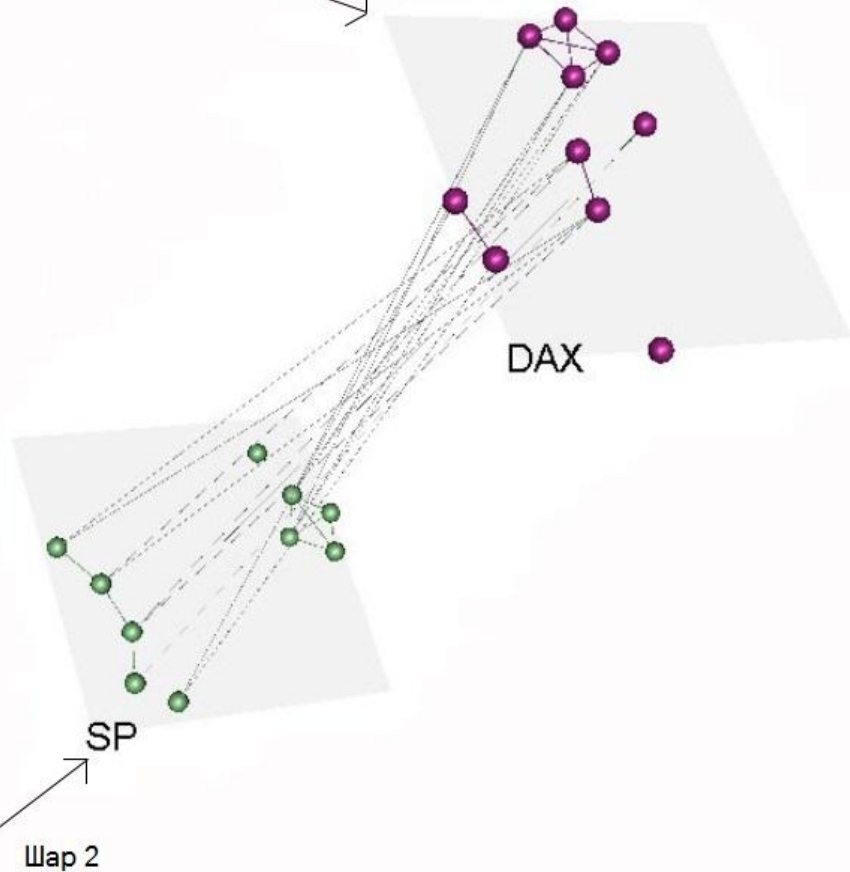
# Мультиплексні графи видимості



# Рекурентні мултимережі

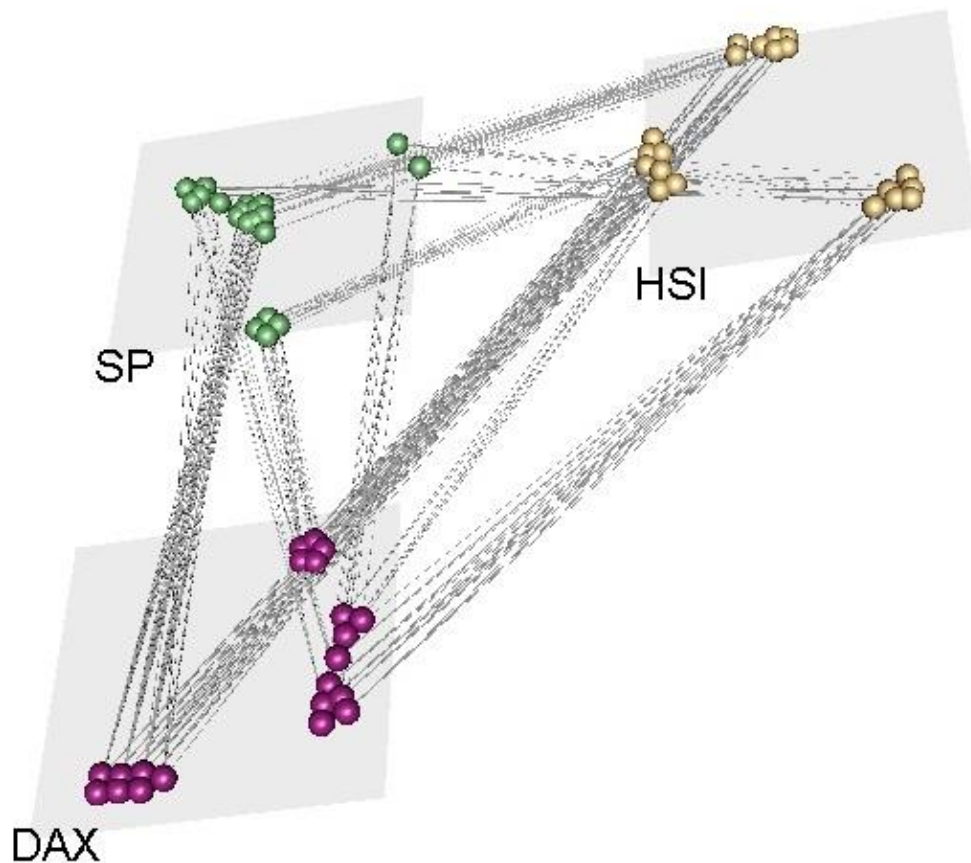
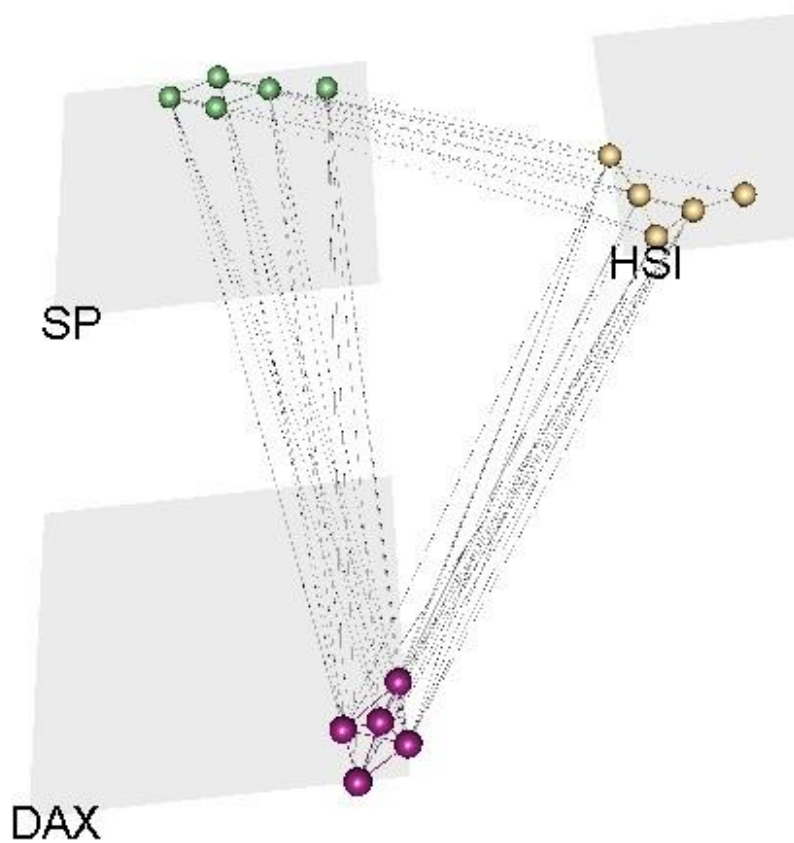


Шар 1

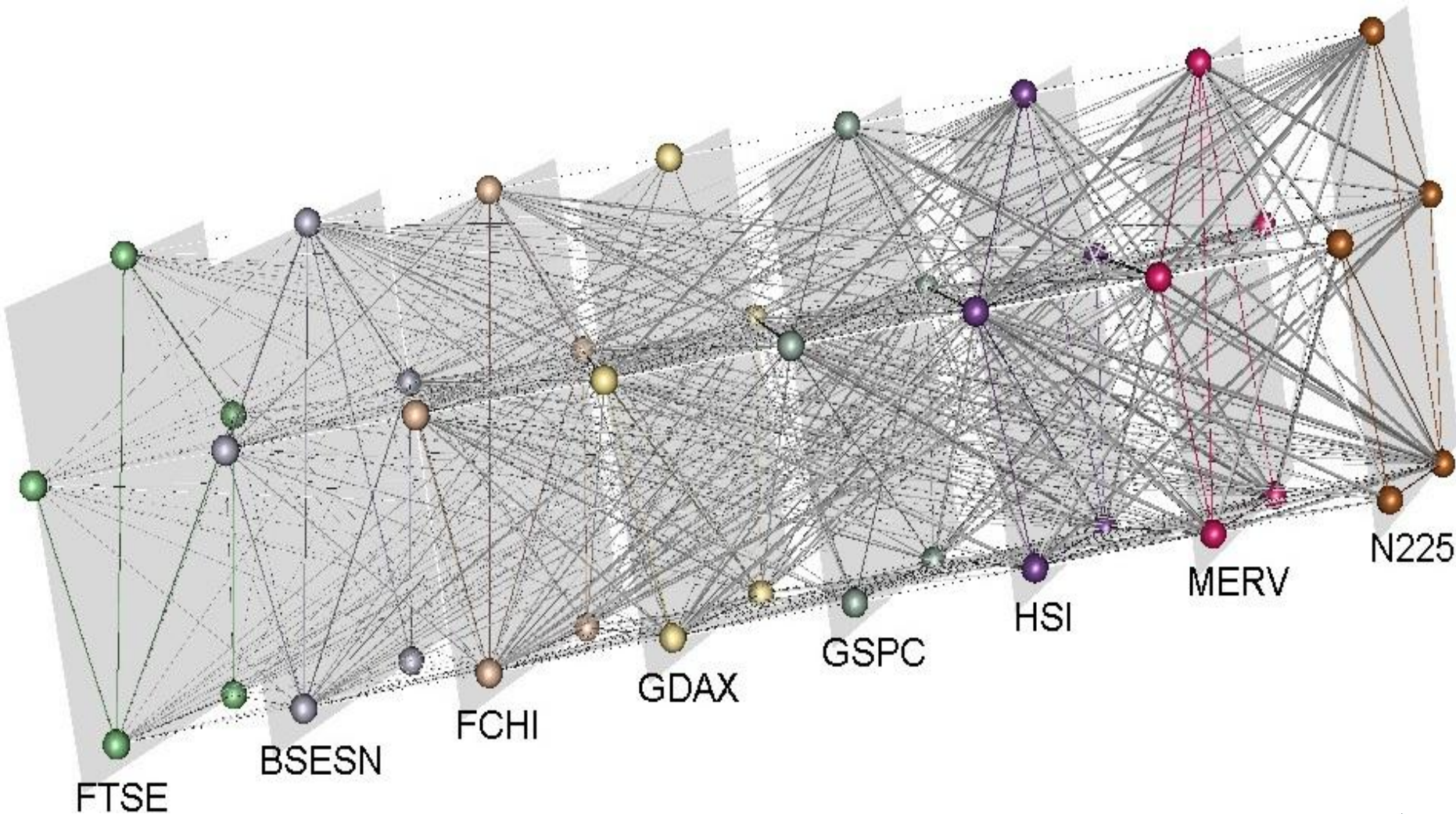


Шар 2

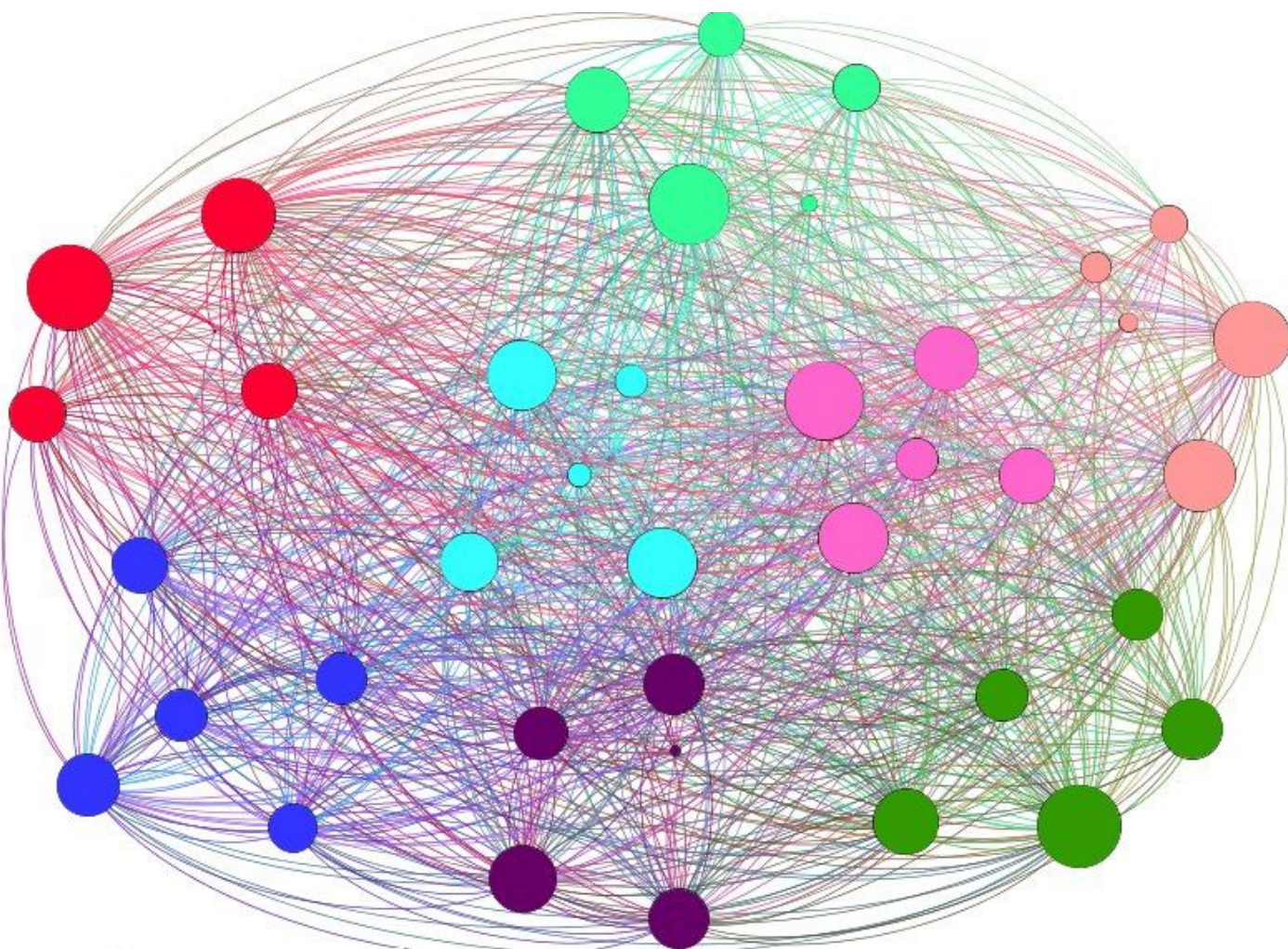
# Візуалізація: MuxViz



# МихViz: MVG мультиплексна мережа



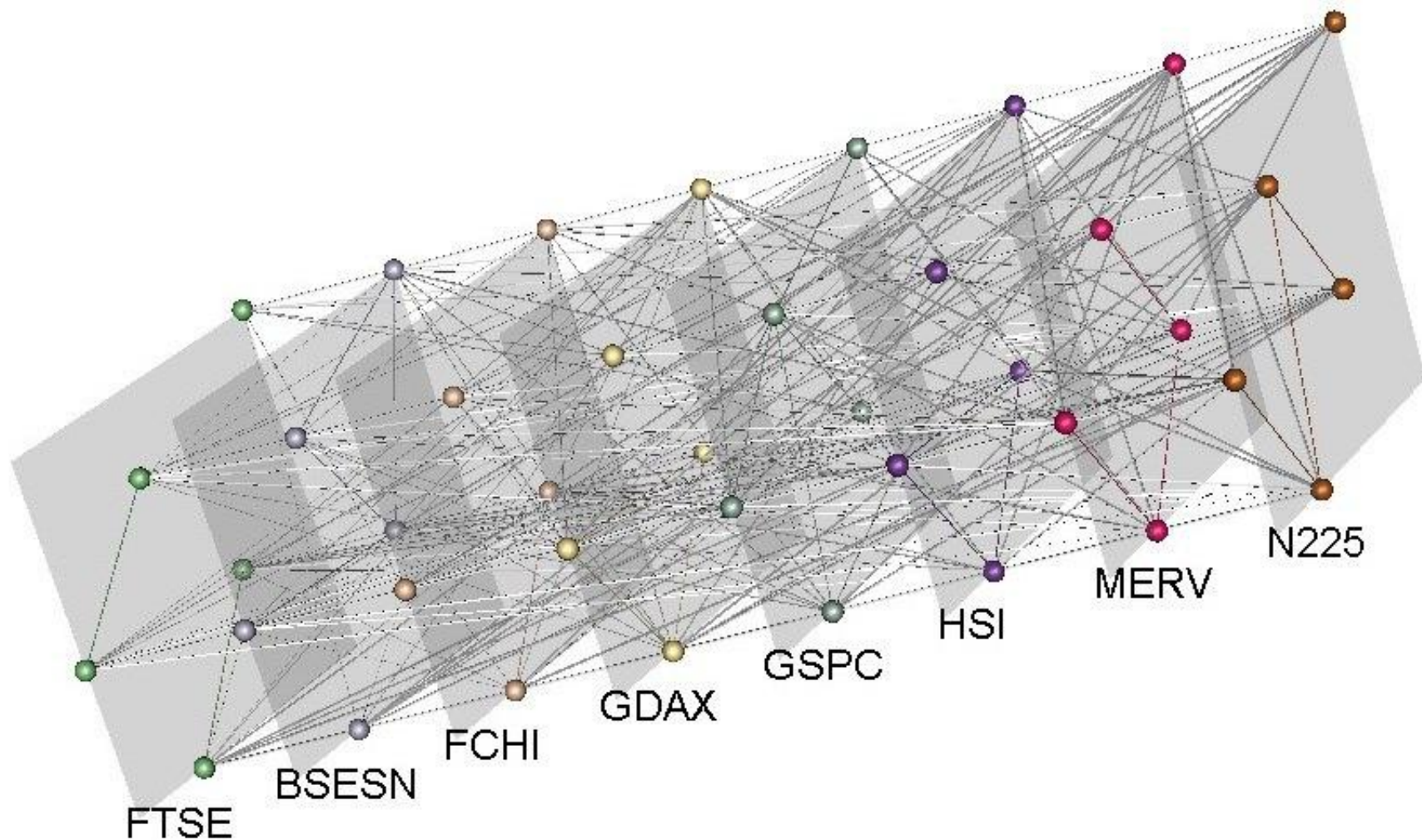
# Gerhi: MVG мультиплексна мережа



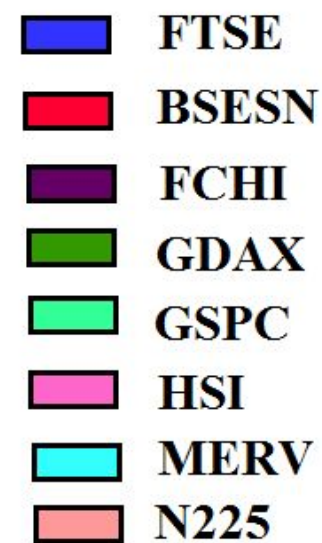
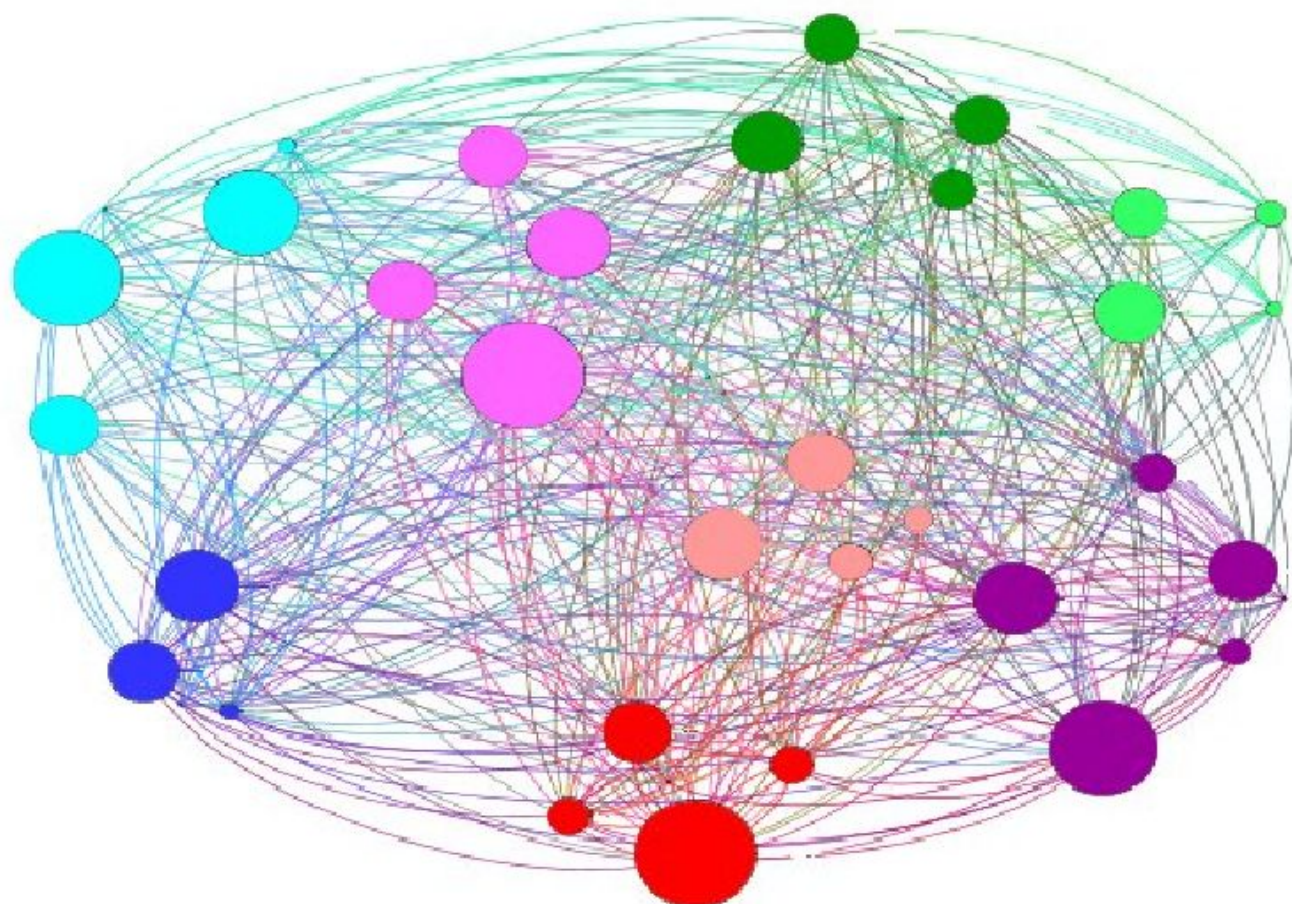
- FTSE
- BSESN
- FCHI
- GDAX
- GSPC
- HSI
- MERV
- N225



# МихViz: рекурентна мультиплексна мережа



# Gerhi: рекурентна мультиплексна мережа



# Мультиплексні міри

- **Середнє перекриття** зв'язків (average edge overlap)

$$\omega = \frac{\sum_i \sum_{j>i} \sum_{\alpha} a_{ij}^{[\alpha]}}{M \sum_i \sum_{j>i} (1 - \delta_{0, \sum_{\alpha} a_{ij}^{[\alpha]}})}$$

- визначає число шарів, в яких присутній даний зв'язок
- високі значення  $\omega$  вказують на помітну кореляцію у структурі сигналів

# Мультиплексні міри

- **Загальне(повне) перекриття (total overlap)**

$$O^{\alpha\beta} = \sum a_{ij}^{\alpha} a_{ij}^{\beta}$$

- **перекриття ступіня вузла**  $O_i = \sum_{\alpha=1}^M k_i^{[\alpha]}$

- **міжшарова взаємна інформація**

$$I_{\alpha,\beta} = \sum \sum P(k^{[\alpha]}, k^{[\beta]}) \log \frac{P(k^{[\alpha]}, k^{[\beta]})}{P(k^{[\alpha]})P(k^{[\beta]})}$$

# Мультиплексні міри

- **ентропія** мультиплексного ступіня

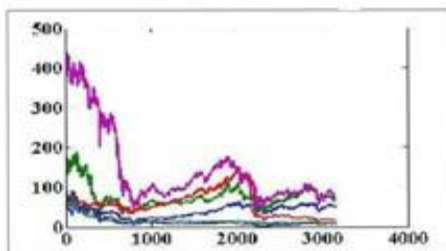
$$S_i = - \sum_{\alpha=1}^M \frac{k_i^{[\alpha]}}{O_i} \ln \frac{k_i^{[\alpha]}}{O_i}$$

- мультиплексний **коефіцієнт участі**

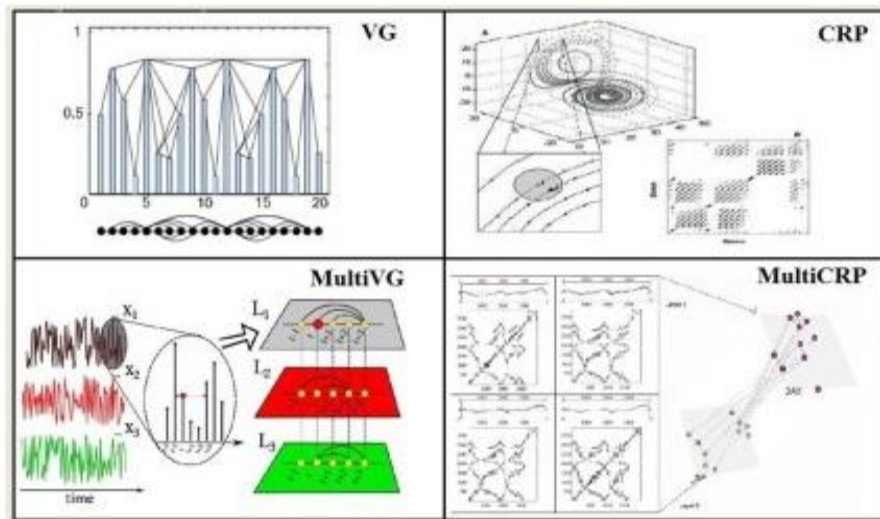
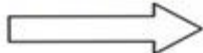
$$P_i = \frac{M}{M-1} \left[ 1 - \sum_{\alpha=1}^M \left( \frac{k_i^{[\alpha]}}{O_i} \right)^2 \right]$$

# Схема розрахунку (мульти-) мережних показників

## 1. Часовий ряд або сукупність часових рядів



Реконструкція часового ряду

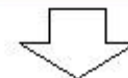


## 2. Розрахунок спектральних, топологічних і мультиплексних мір

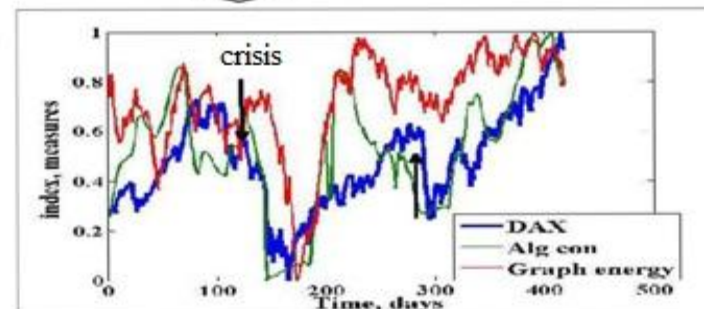
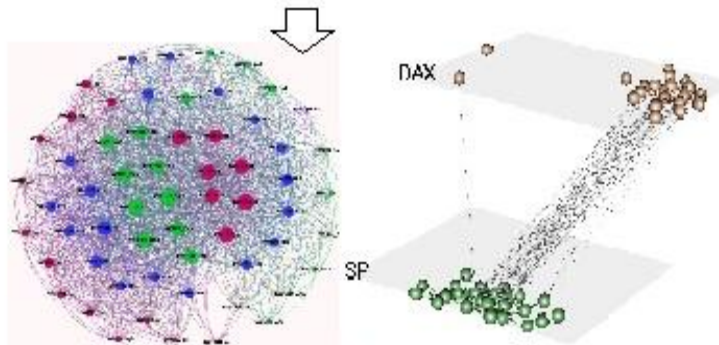
Перекриття зв'язків та вузлів, міжшарова інформація, ентропія, коефіцієнти участі, тощо

Спектральний розрив  
Енергія графу  
Спектральний радіус

Алгебраїчна зв'язність  
Спектральне відношення

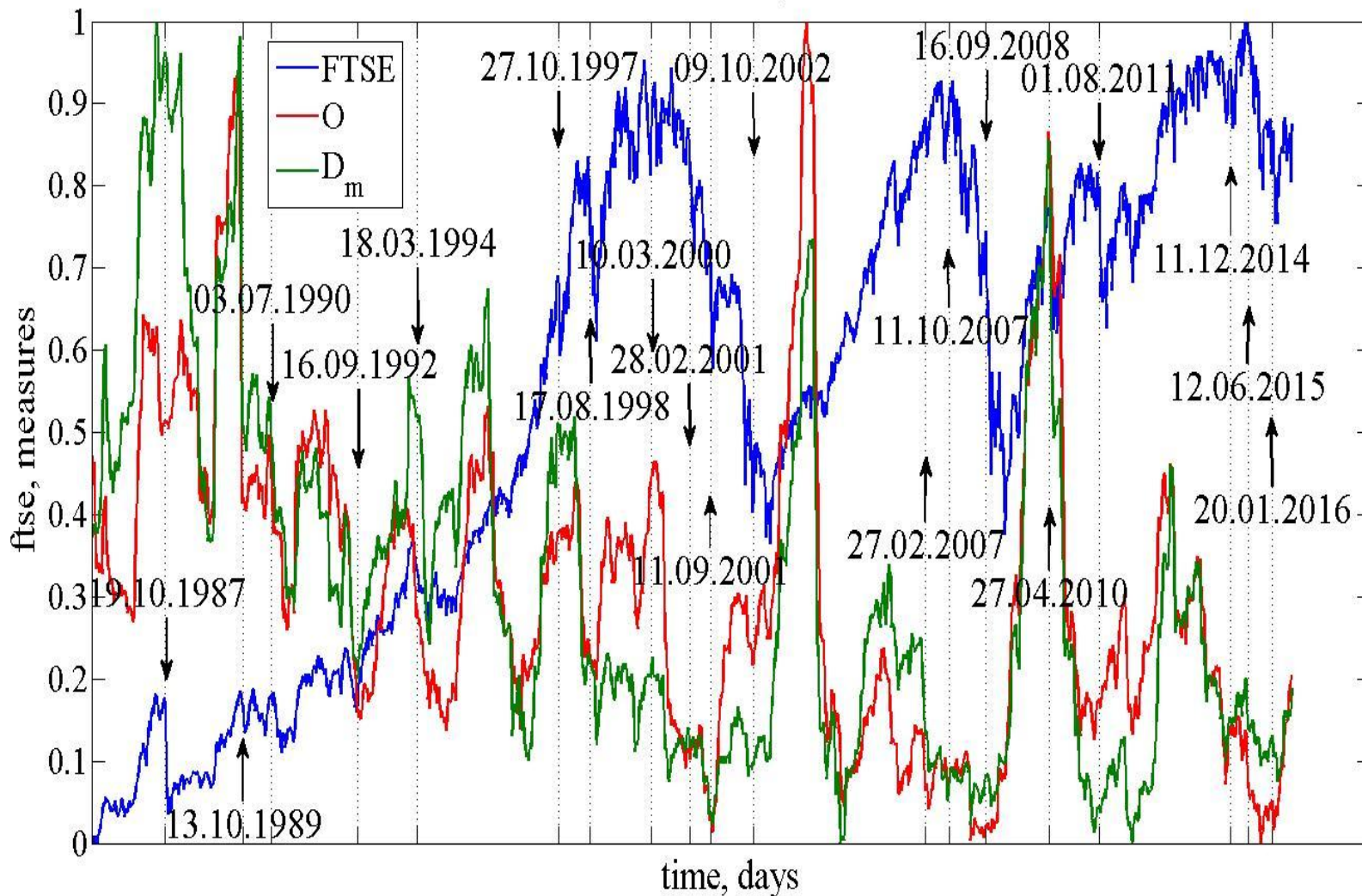


## 3. Блок візуалізації і розрахунку мір складності

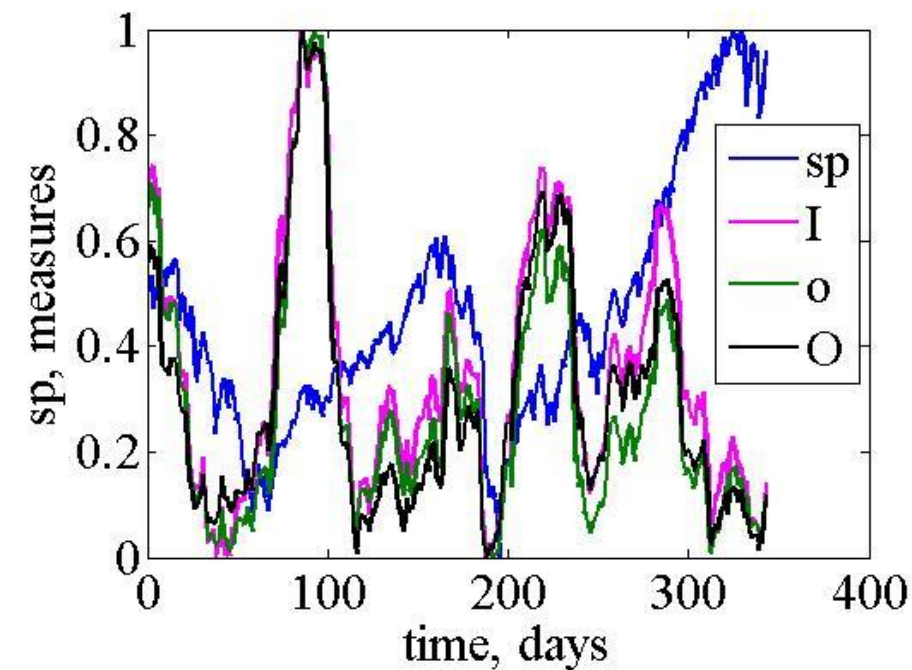


# Ftse-dax-fchi

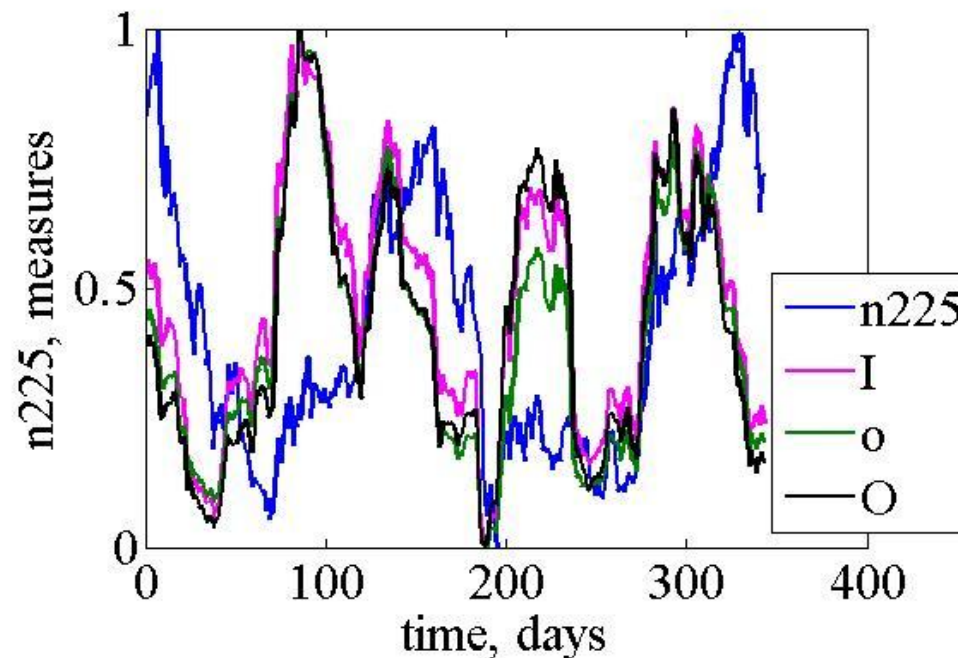
3 ts Mvg



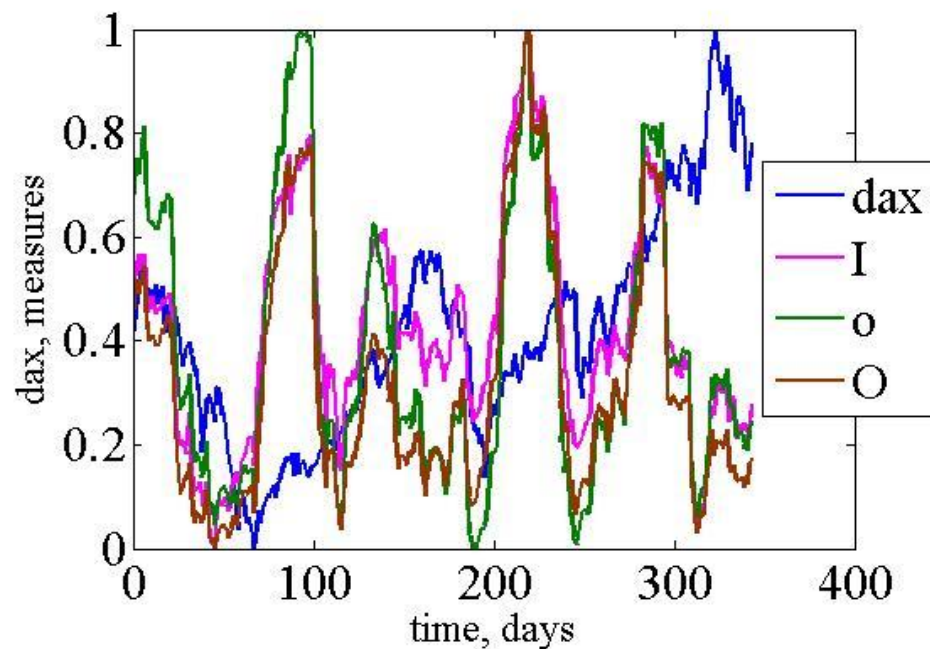
SP DAX HSI



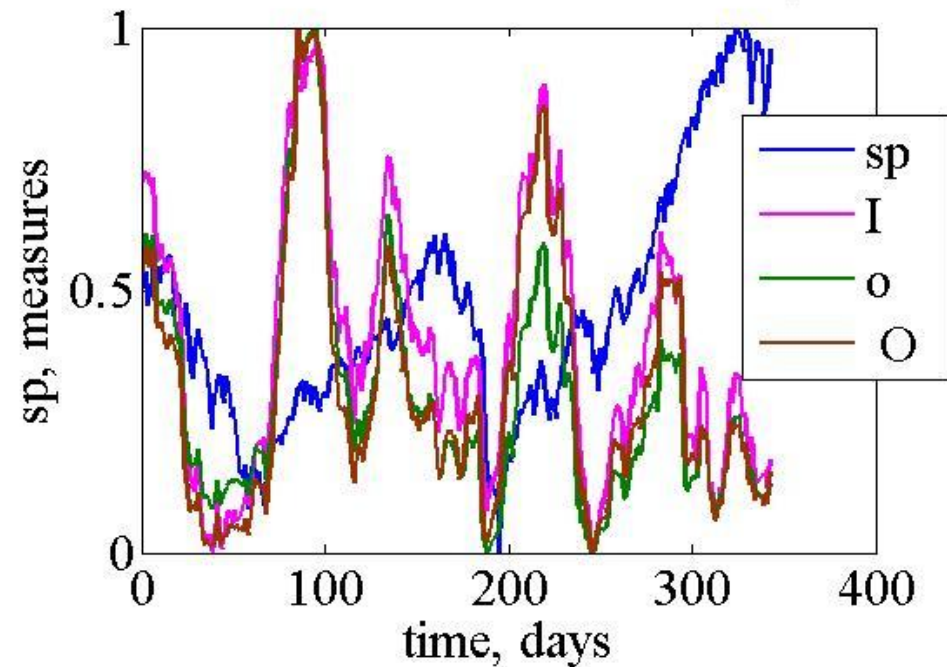
n225 merv bsesn



dax fchi ftse

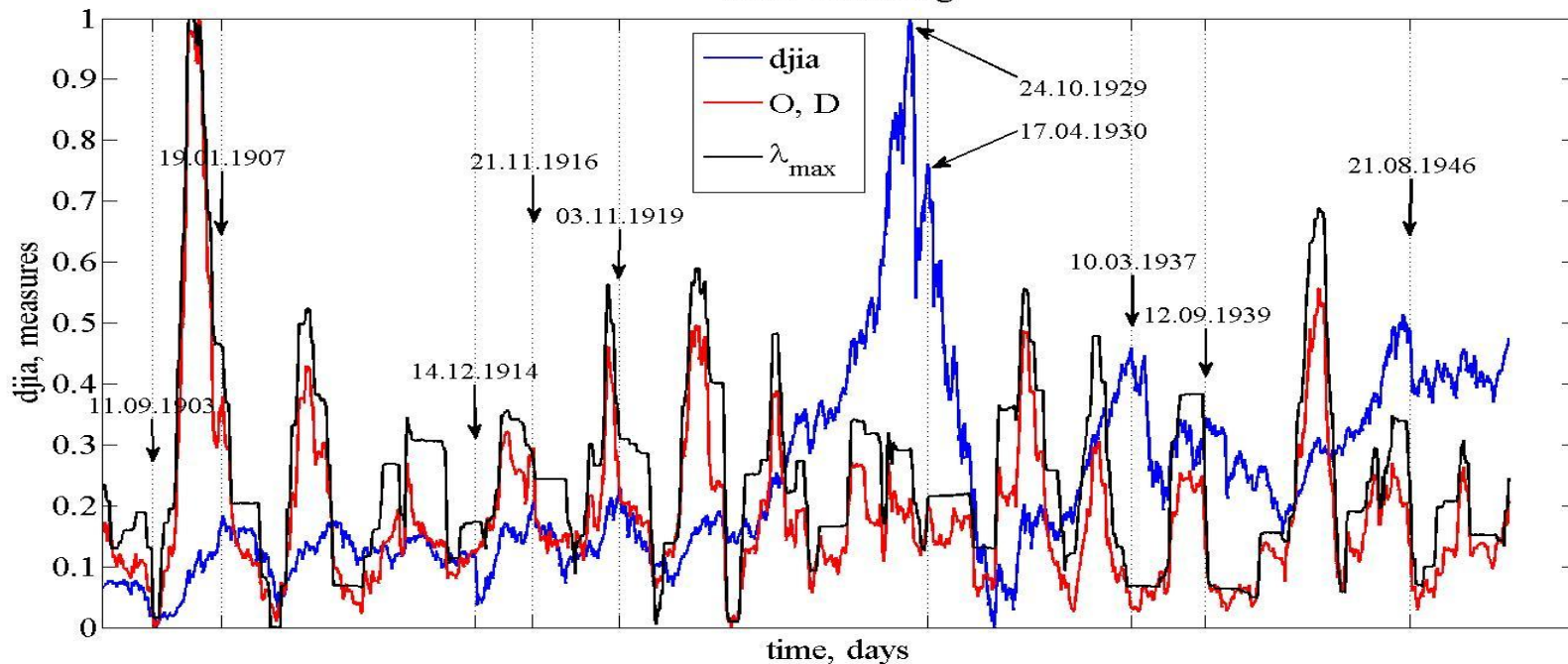


bsesn dax fchi ftse merv n225 hsi sp

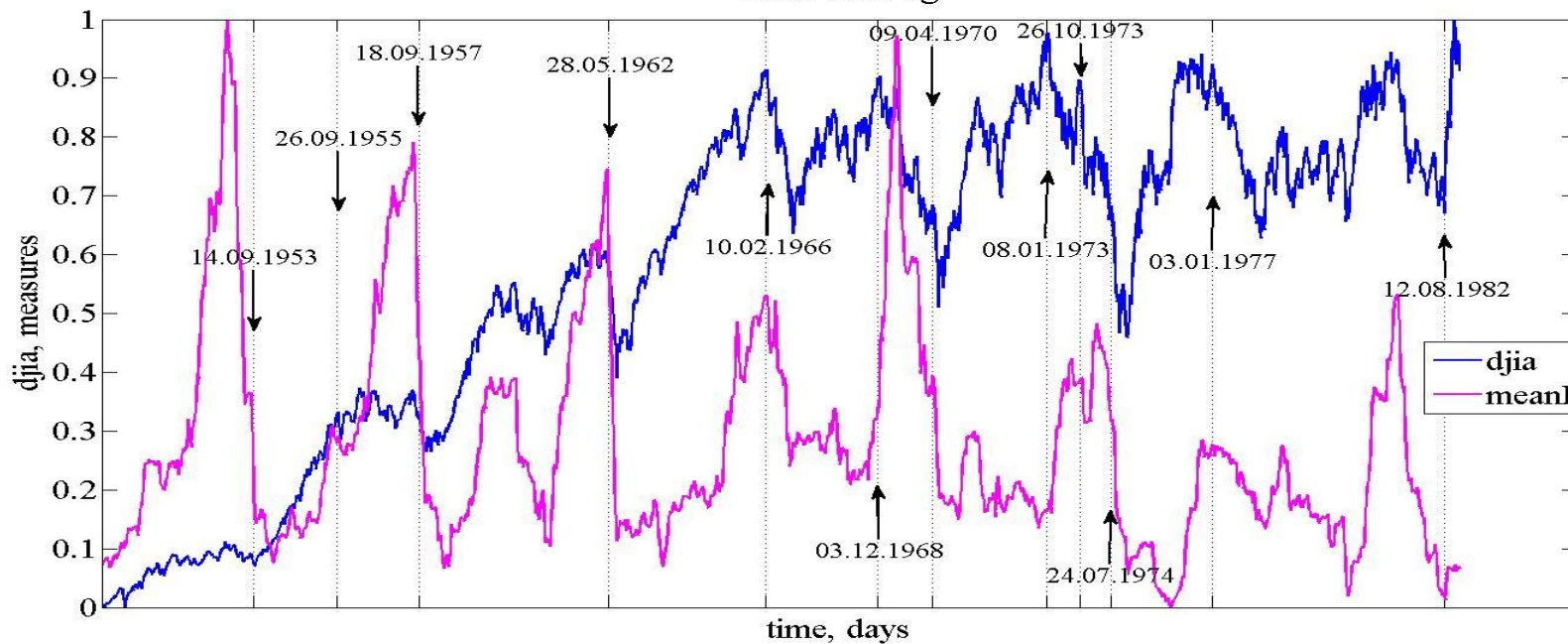


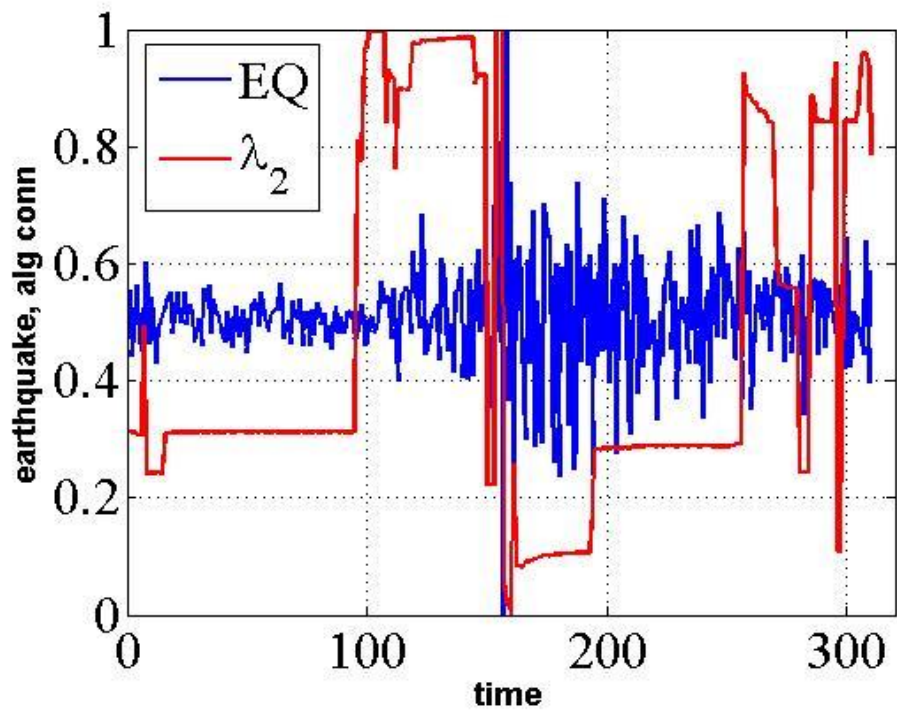
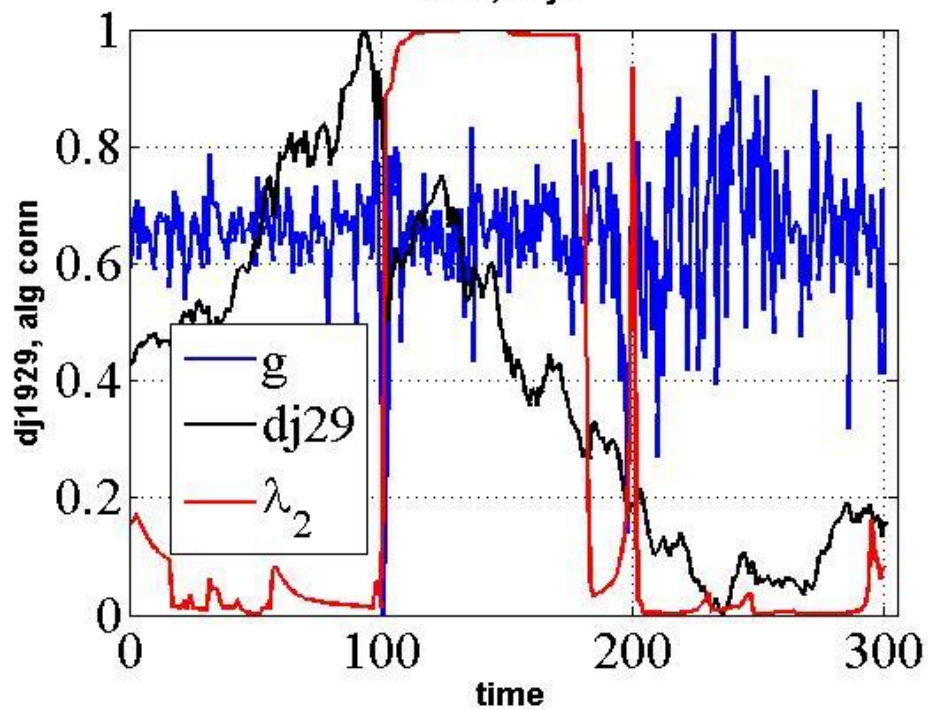
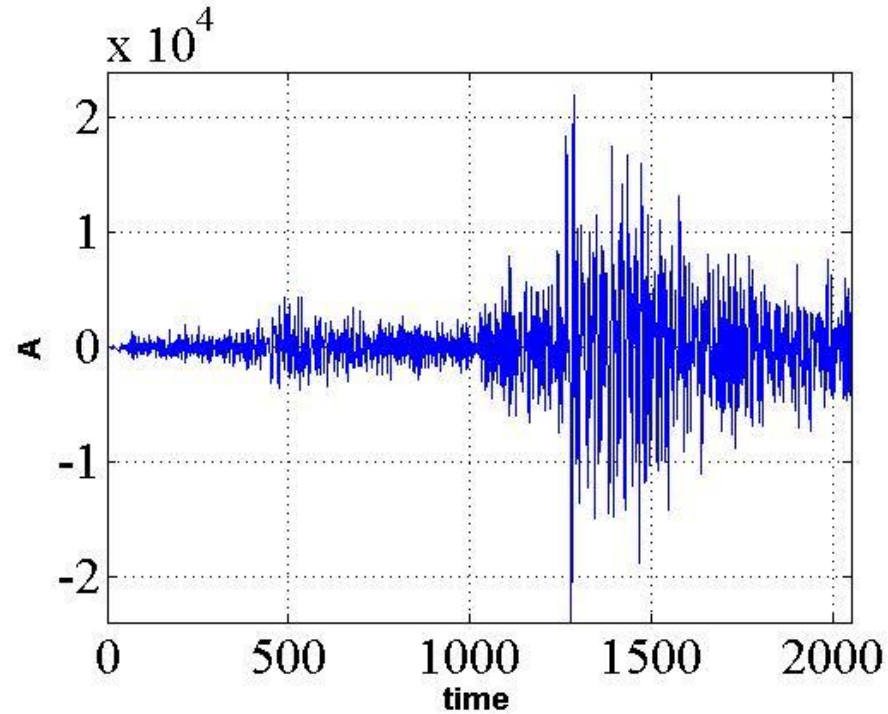
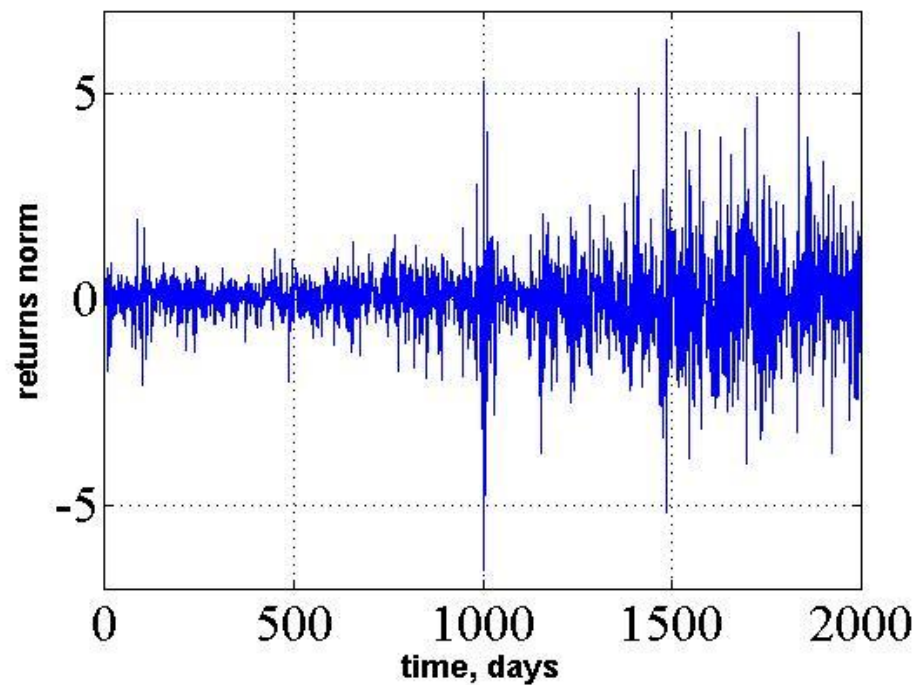


### 1900-1950 Mvg

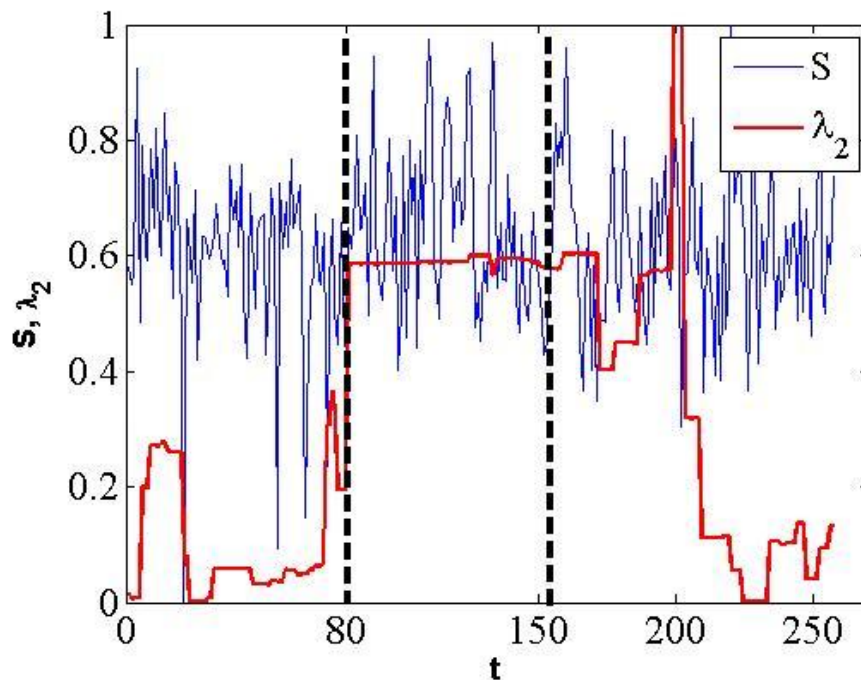
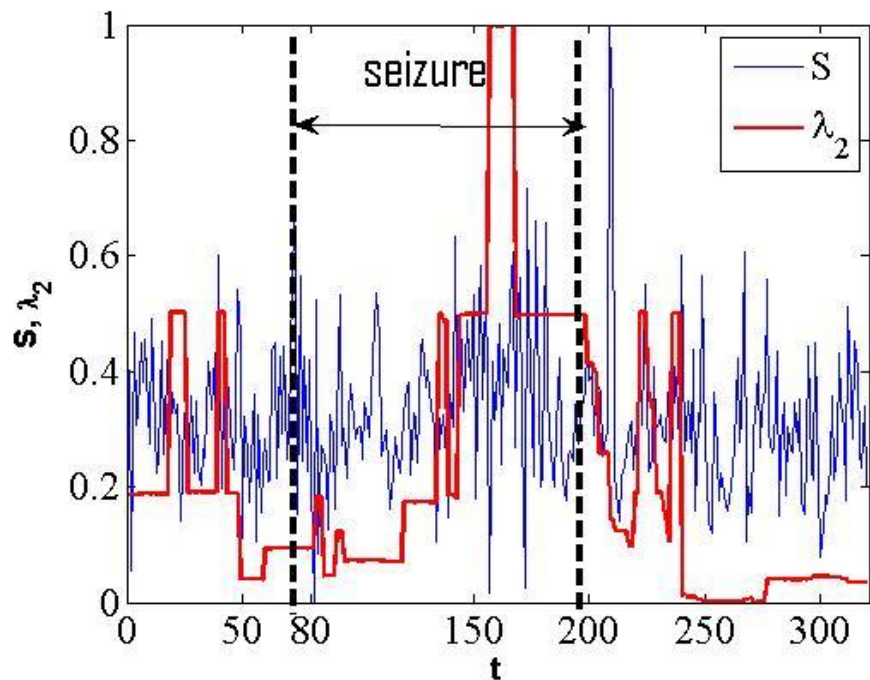


### 1950-1983 vg

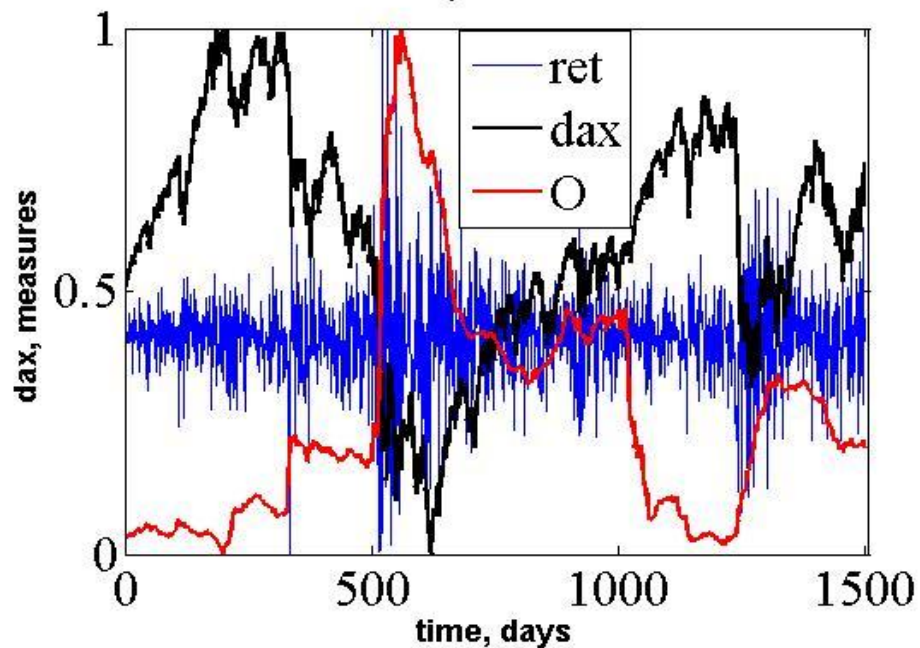




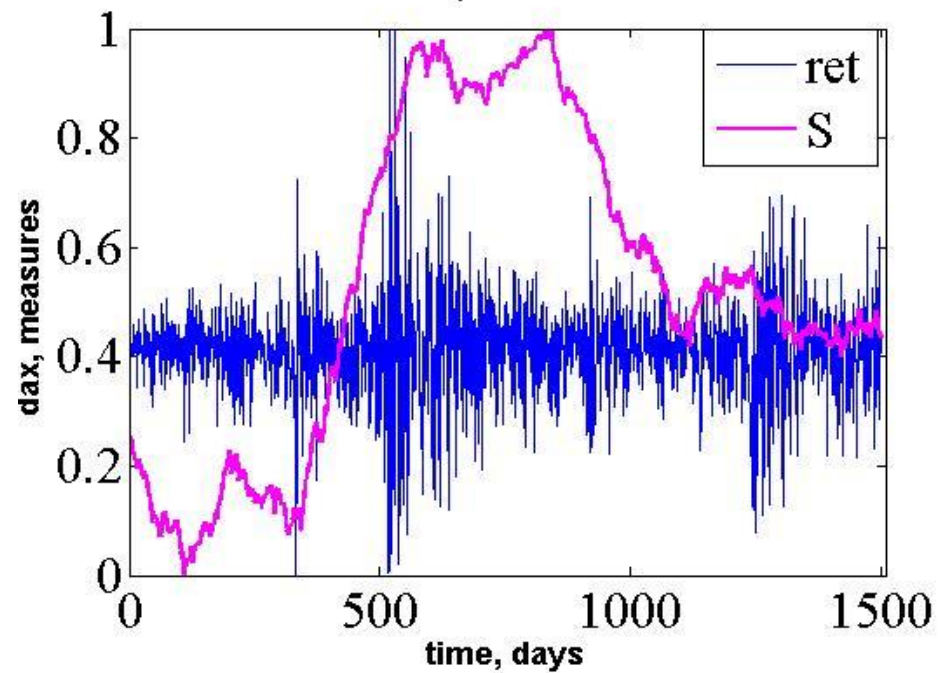
# ЕЕГ- сигнал, епілептичний напад



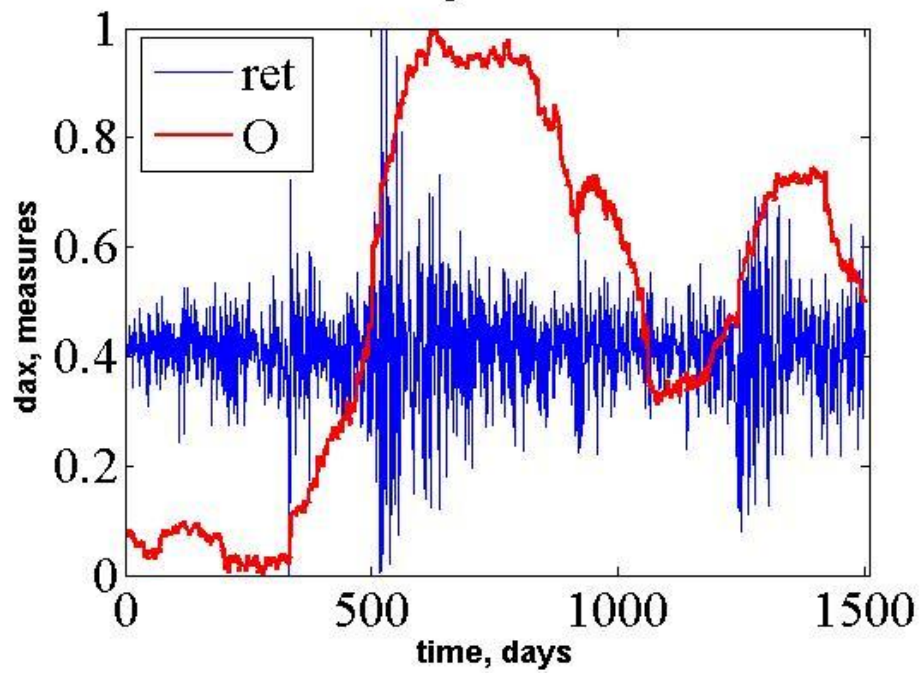
crp. returns



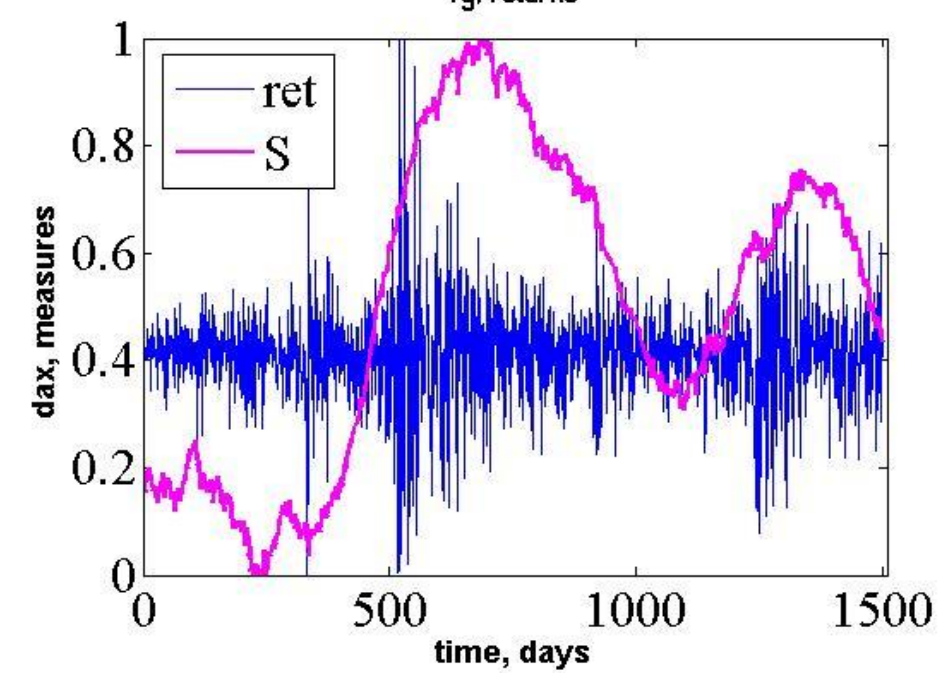
crp. returns



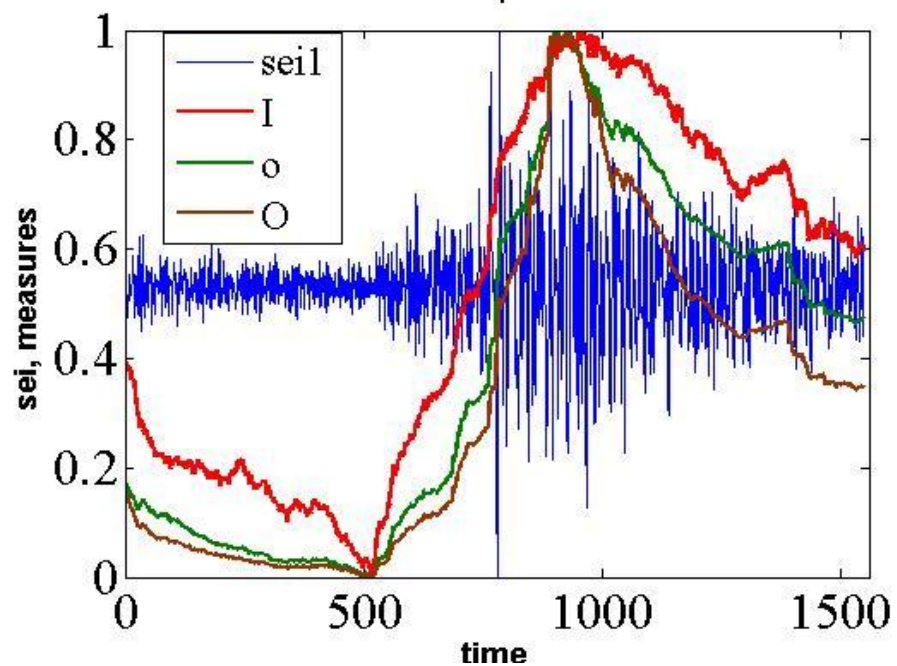
vg. returns



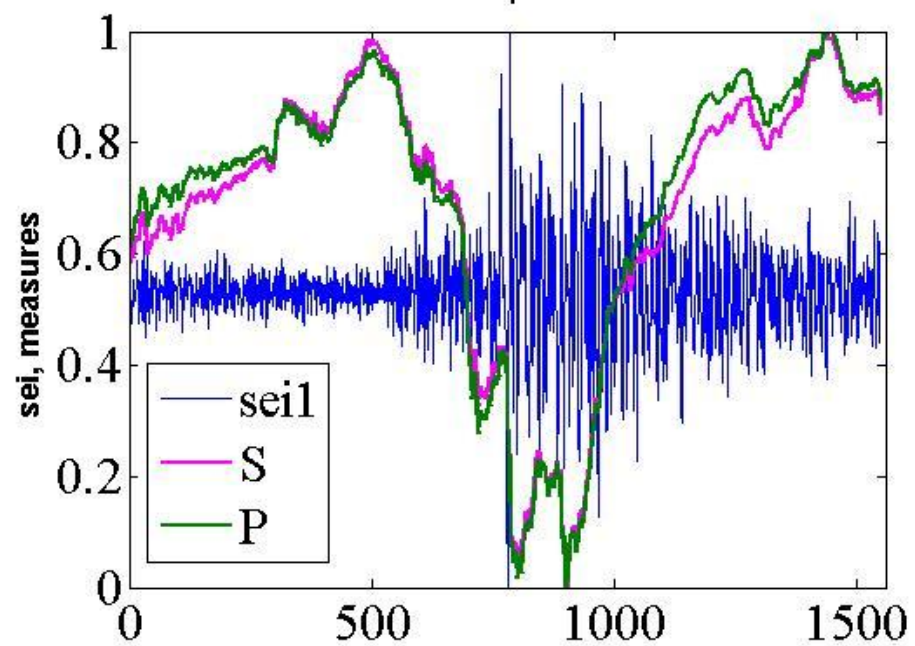
vg. returns



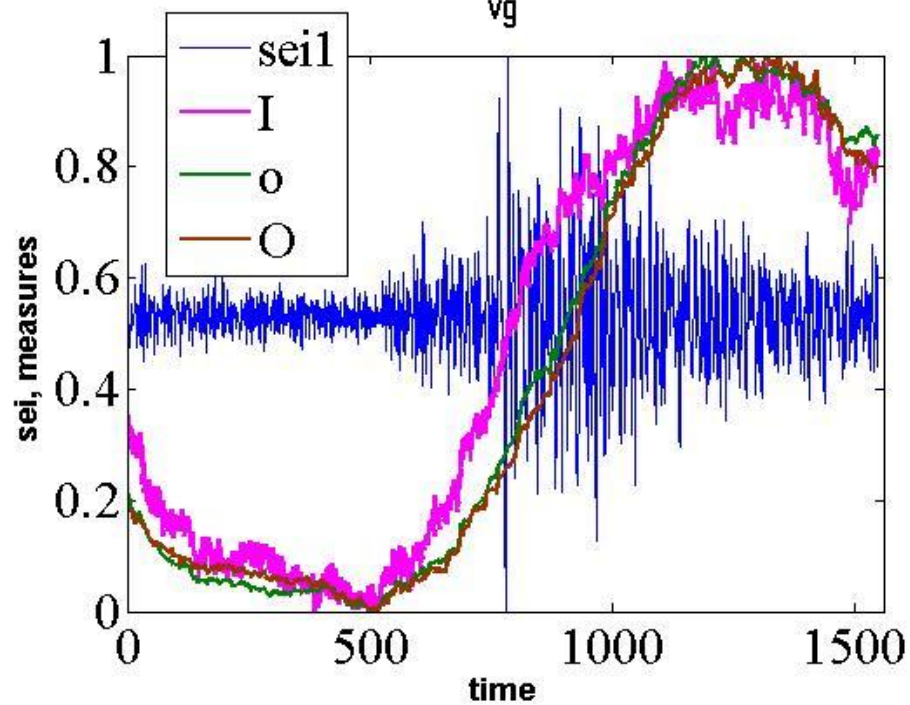
crp



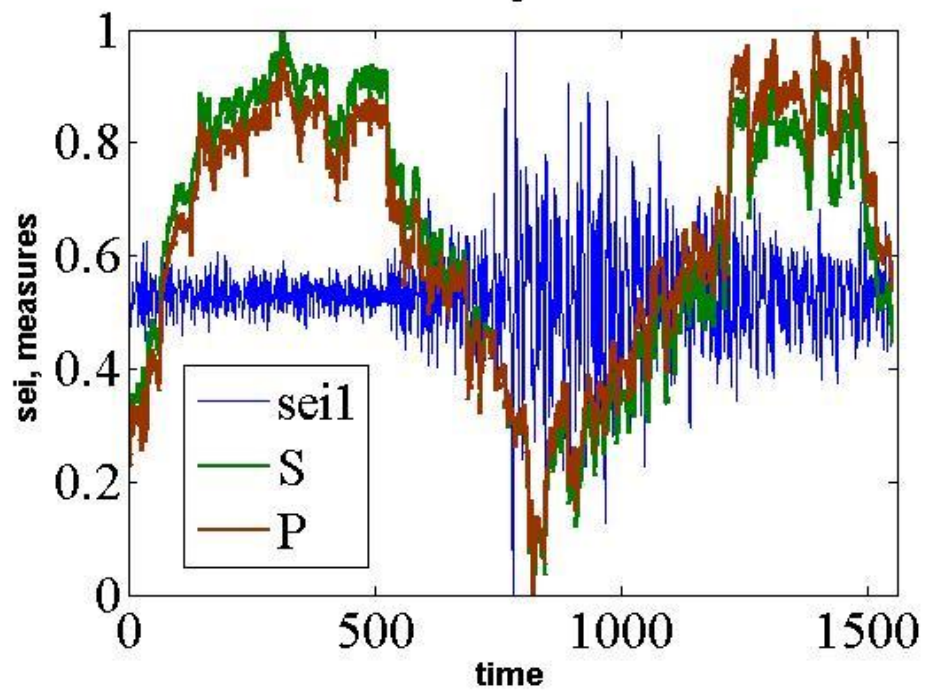
crp



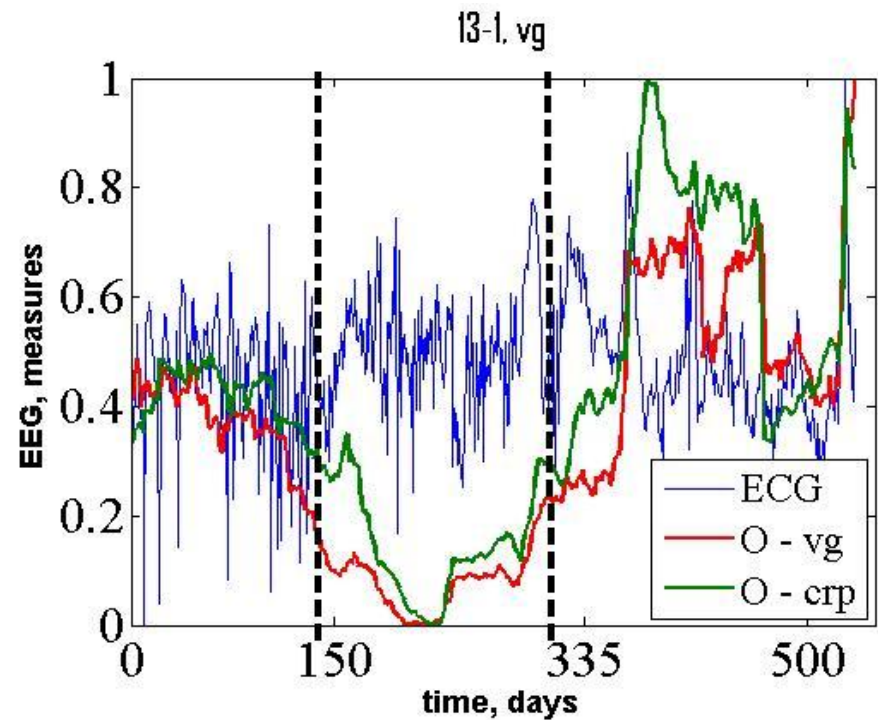
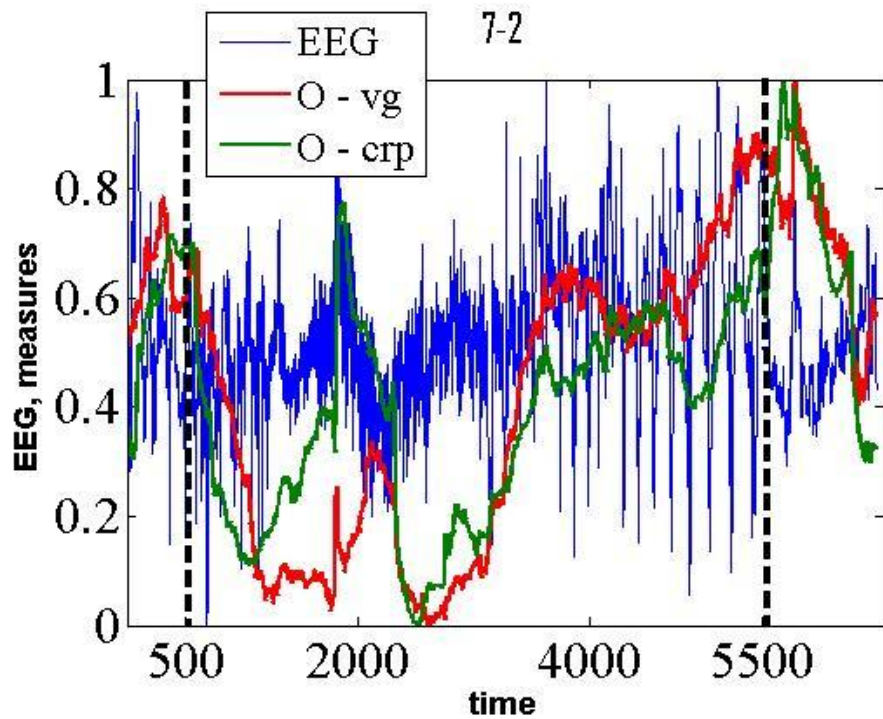
vg



vg



# ЕЕГ- сигнал, епілептичний напад



[vnsoloviev@rambler.ru](mailto:vnsoloviev@rambler.ru)  
[vnsoloviev2016@gmail.com](mailto:vnsoloviev2016@gmail.com)

Запитання?  
Дякую за Вашу увагу

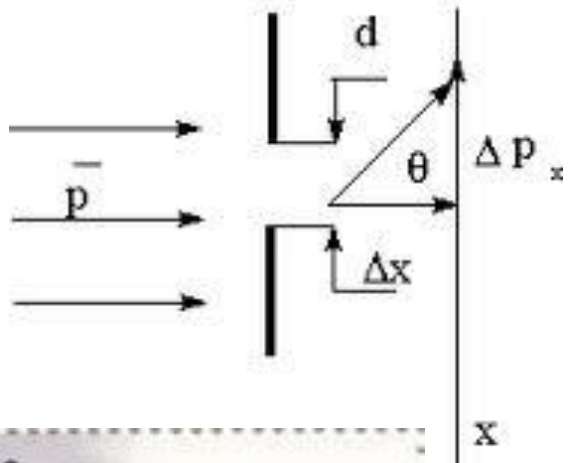
# Дякую за Вашу увагу! Питання



kafek.at.ua  
vnsoloviev@rambler.ru



# Формалізація принципу Гейзенберга у квантовій механіці



$$\Delta p \Delta x \geq \frac{1}{2} \hbar$$

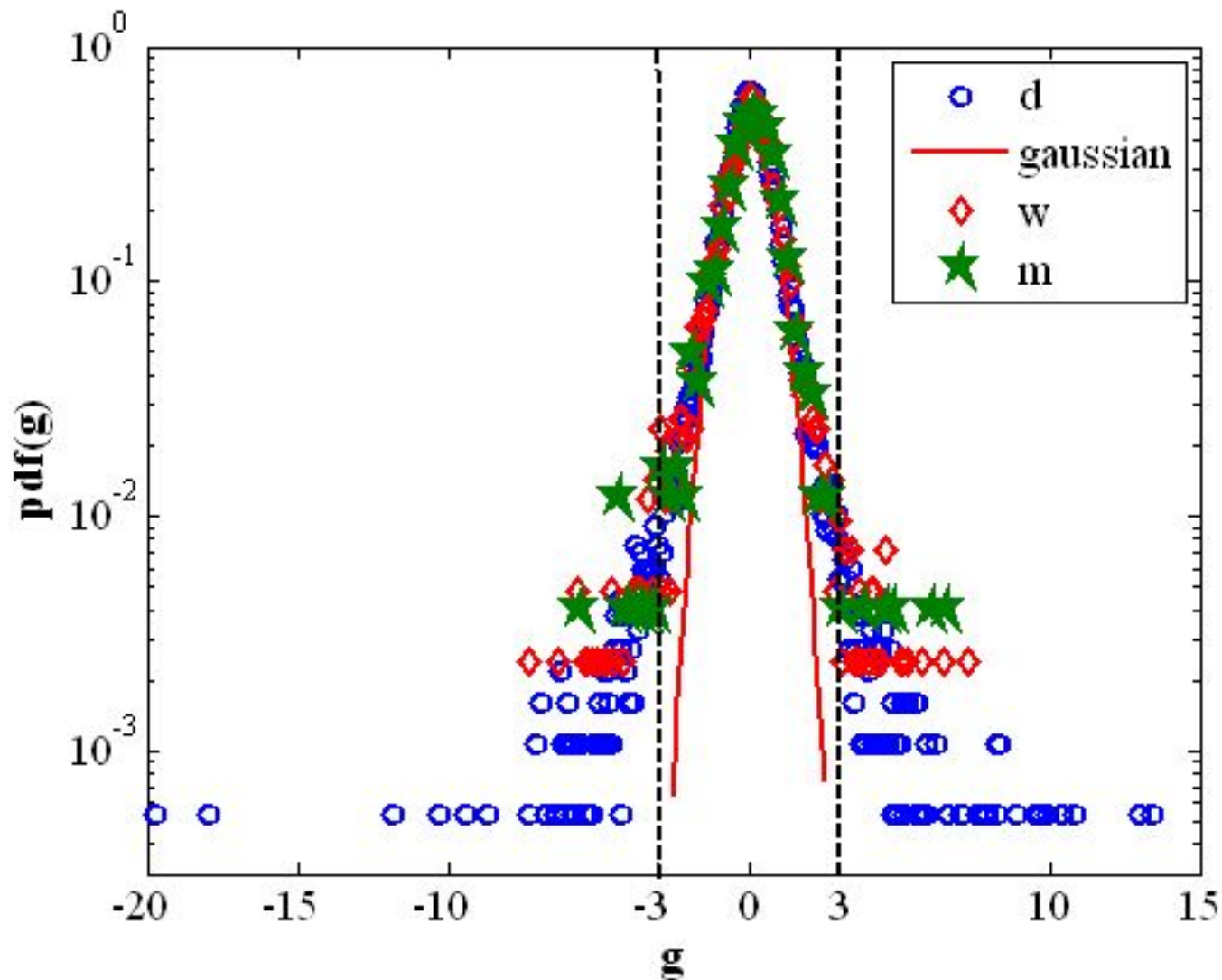
$$\Delta E \Delta t \geq \frac{1}{2} \hbar$$

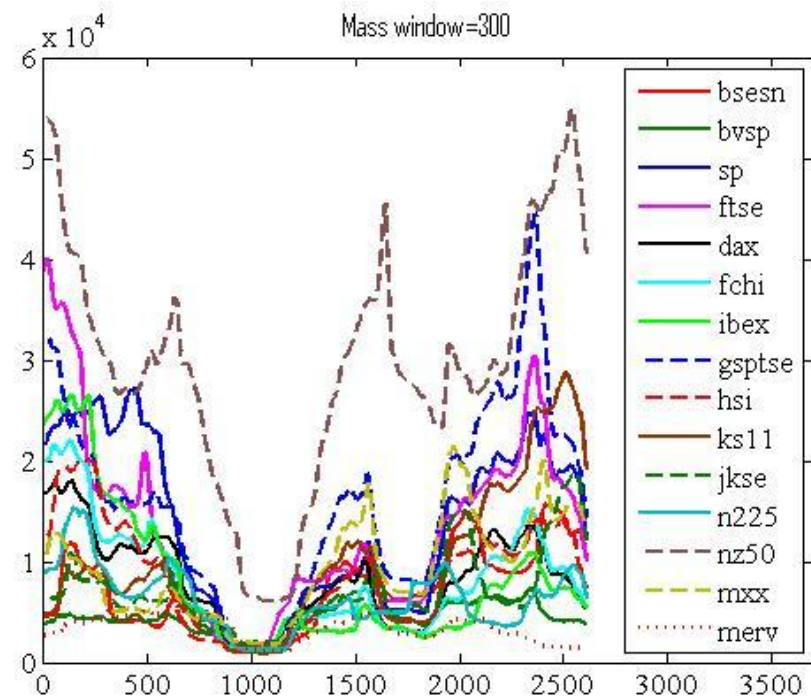
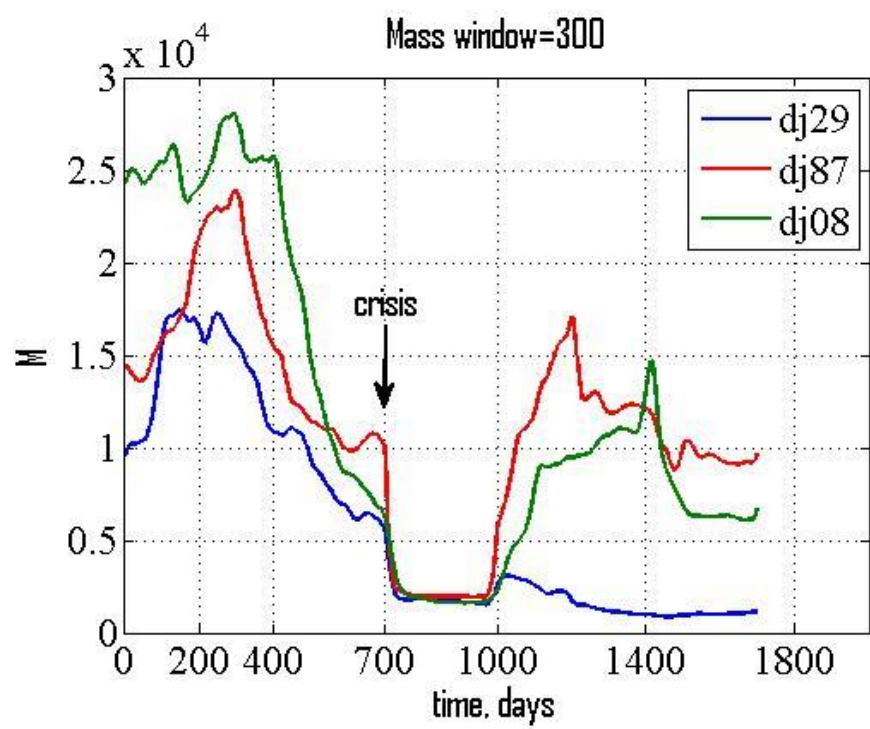
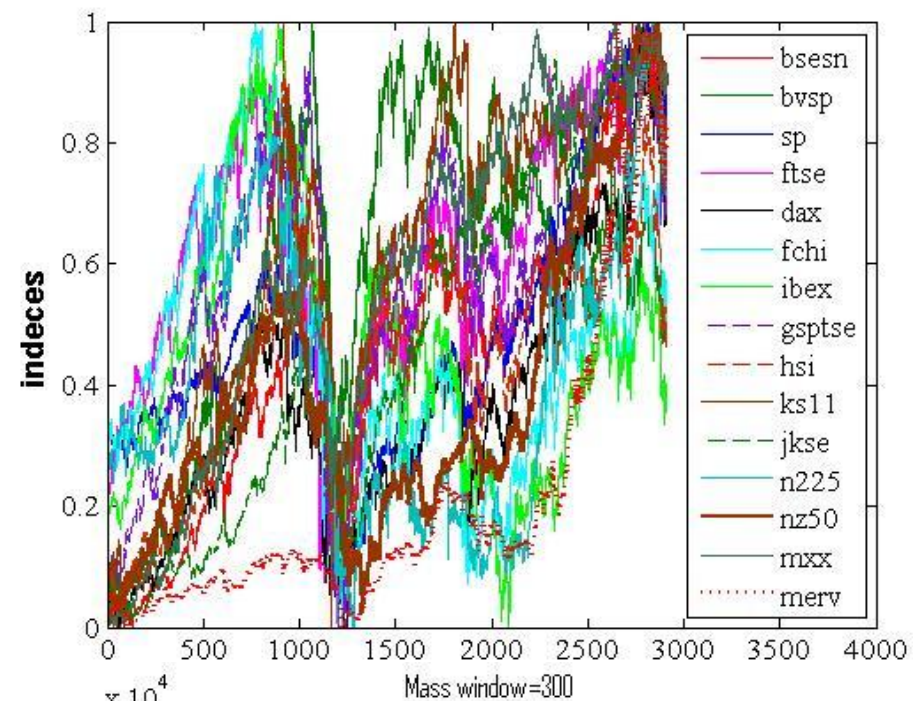
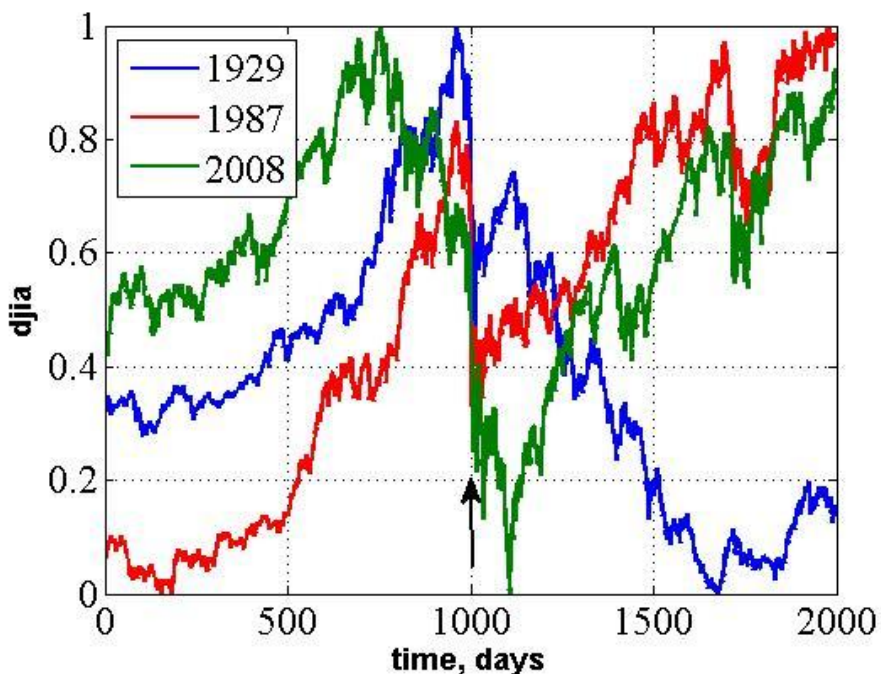


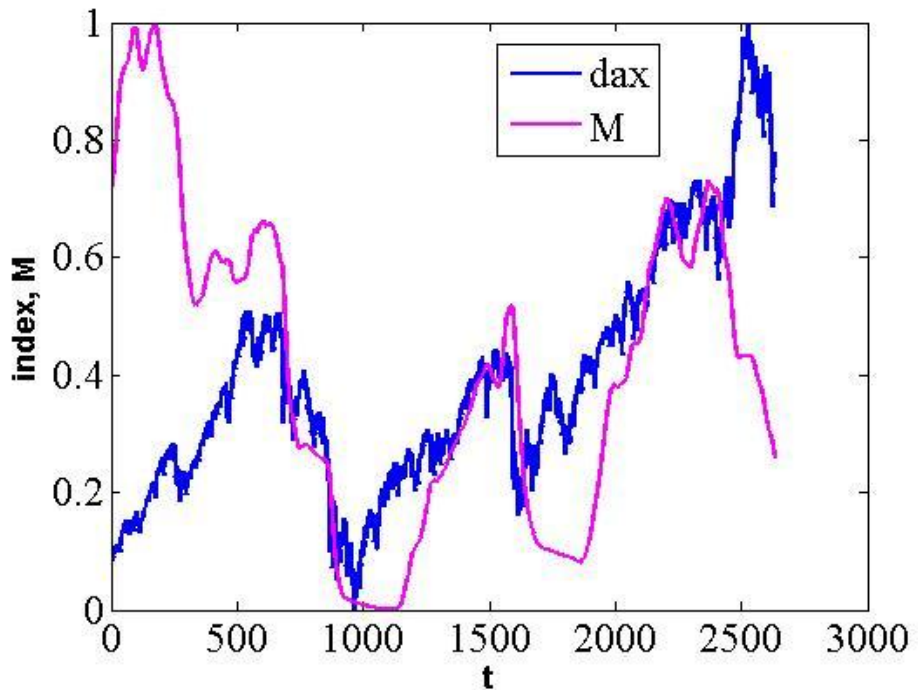
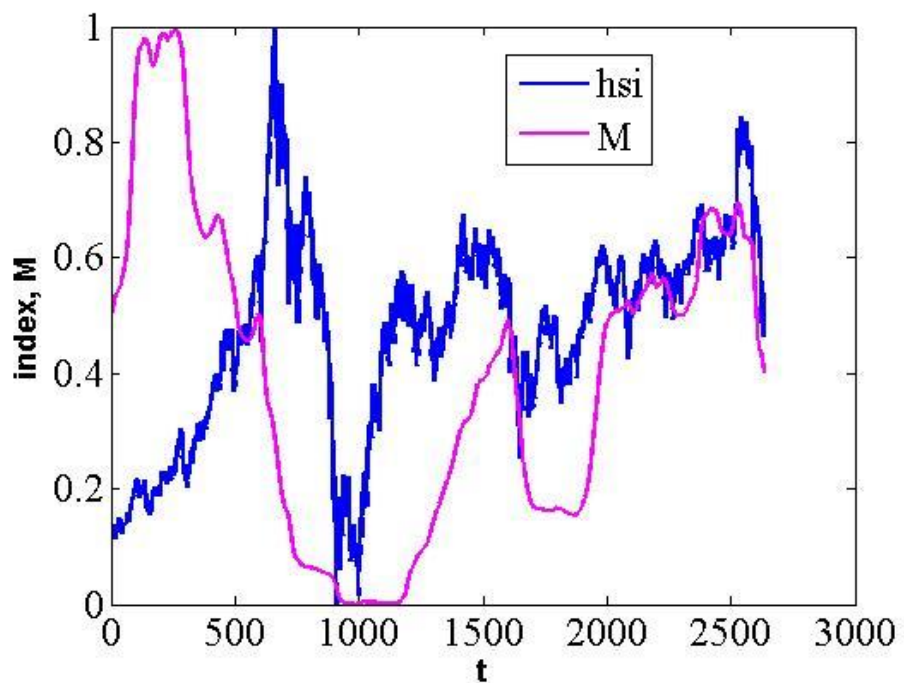
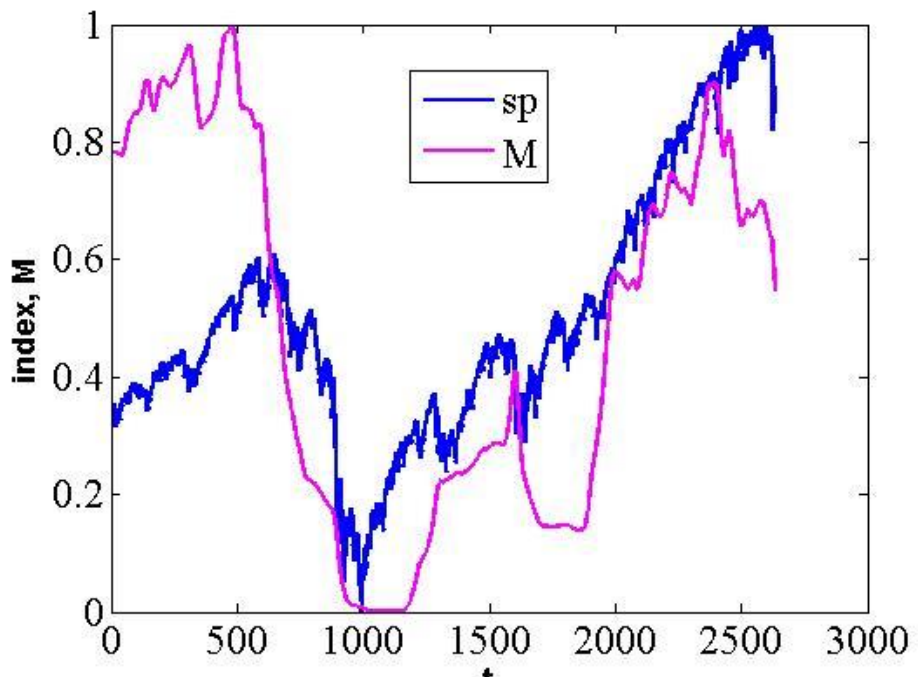
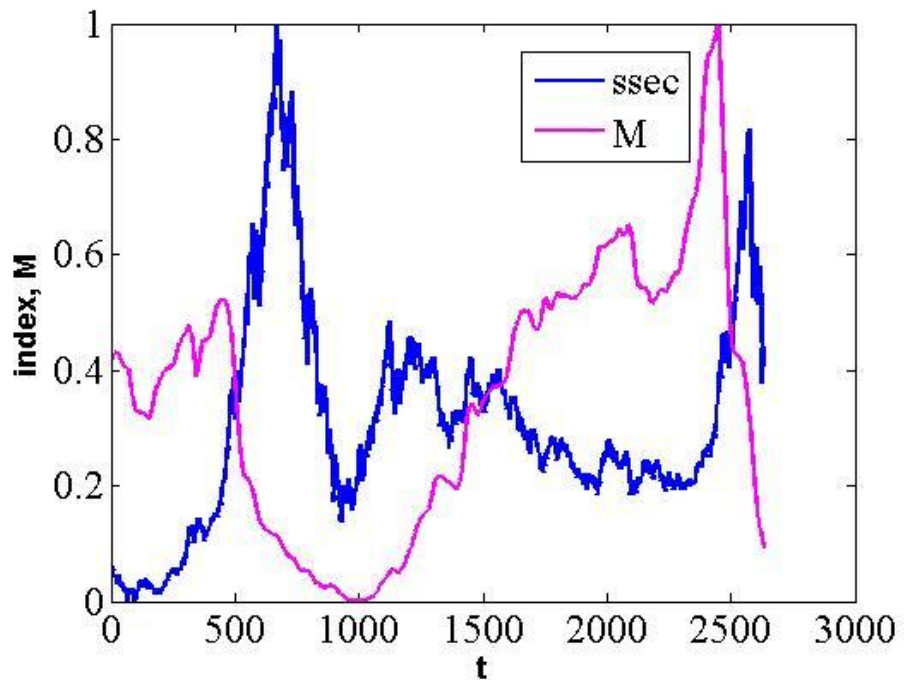


**Na chasi**

# Розподіл прибутковостей



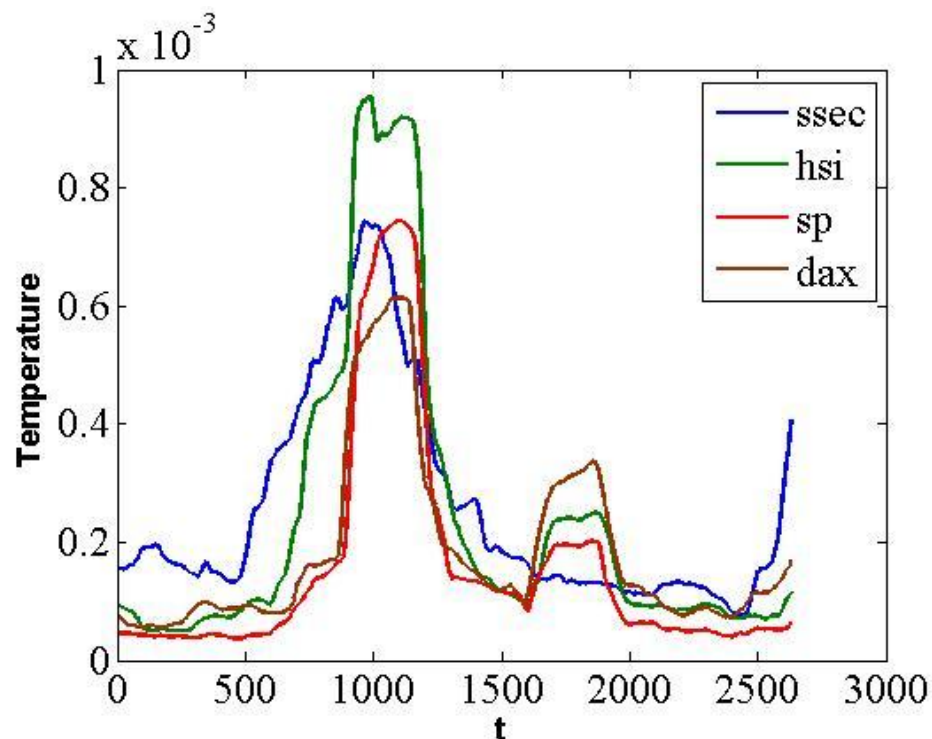
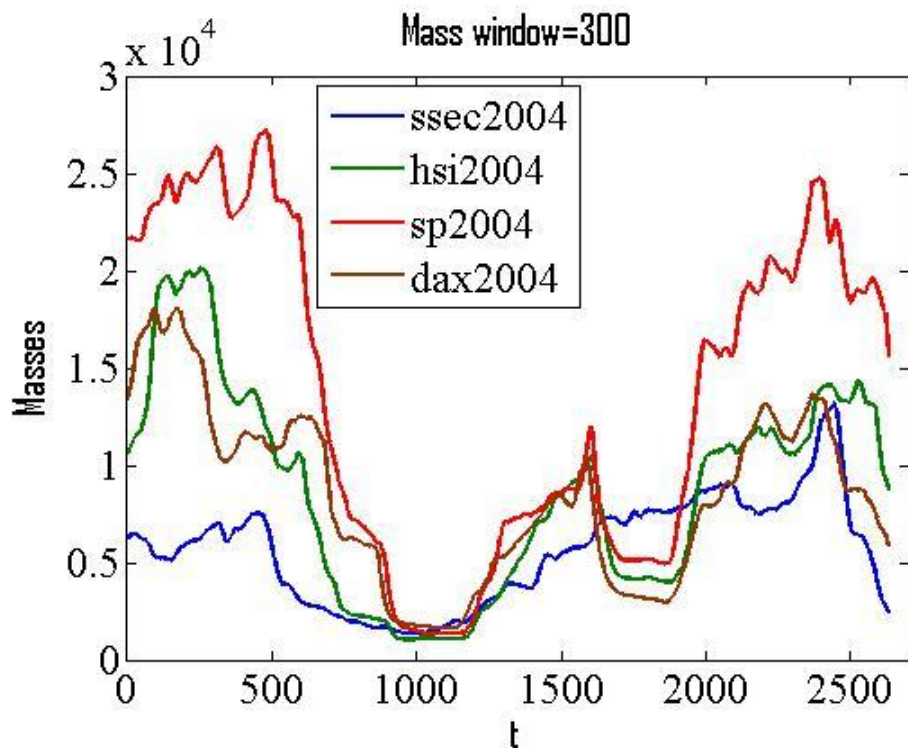




# Квантові передвісники

$$\Delta x \Delta v \geq \hbar / 2m$$

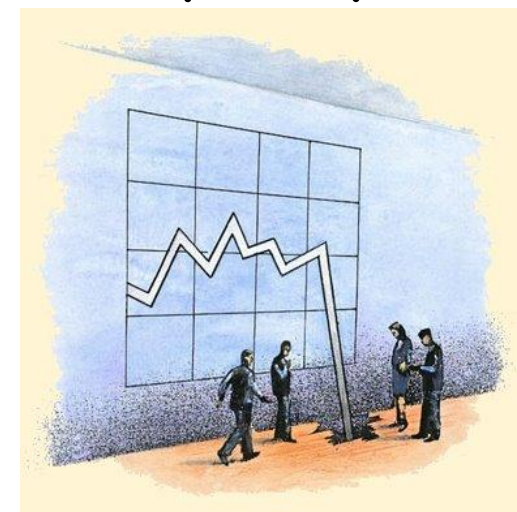
- співвідношення невизначеності Гейзенберга
- де  $\Delta x$  і  $\Delta v$  - середньоквадратичні відхилення координати і швидкості частинки з масою  $m$ ,  $\hbar$  - постійна Планка.



# Довжина рецесії



- Технічна рецесія: ВВП незмінний або зменшується протягом двох кварталів
- Національне бюро економічних досліджень (NBER): довжина проміжку між екстремумами активності і пасивності ринку



File

Available data:

- sp.txt
- sp\_sh.txt

Plot

Interval of calculation:

start: 1, end: 3703

Type of data:

- price (index)
- returns
- medicine

Multiscale time asymmetry at scale tau

Calculate

Dynamics of multiscale asymmetry index

window size: 250, step: 1

Calculate

