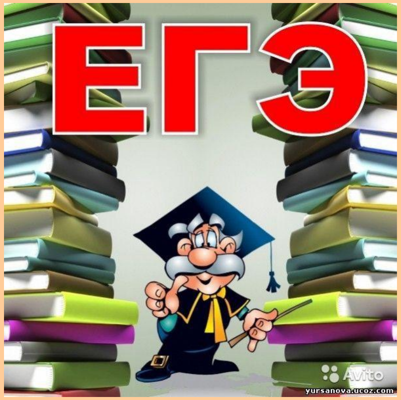
Задание 17.

Решение экономических задач в новой версии ЕГЭ-2015-2016 по математике

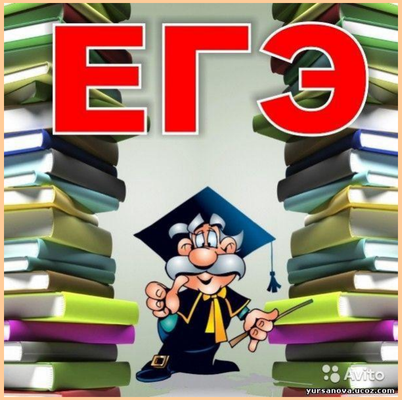
Артёмкина О.В., учитель математики МБОУ СОШ №4

Критерии проверки и оценка решений задания №17



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Верно построена математическая модель, решение сведено к исследованию этой модели, получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки ИЛИ получен верный ответ, но решение недостаточно обоснованно	2
Верно построена математическая модель и решение сведено к исследованию этой модели, но решение может быть не завершено	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Основные виды задач:



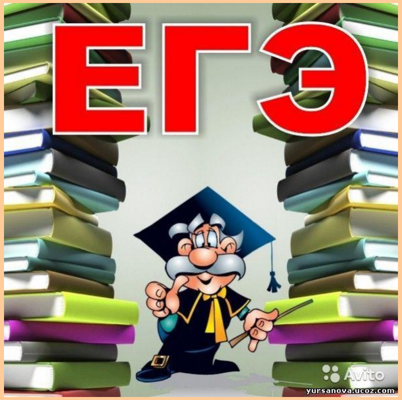
1) Кредиты с равными (аннуитетными) платежами

2) Кредиты с дифференцированными платежами

3) Вклады, сложные проценты

4) Оптимальный выбор

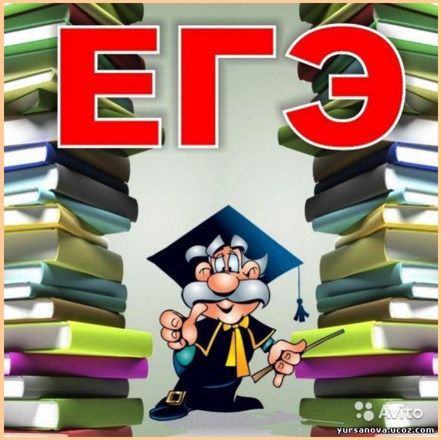
Кредиты с равными платежами



Задача № 1.

Максим хочет взять в банке кредит 1,5 миллиона рублей. Погашение кредита происходит раз в год равными платежами (кроме, может быть, последней) после начисления процентов. Процентная ставка- 10% годовых. На какое минимальное количество лет может Максим взять кредит, чтобы ежегодные выплаты были не более 350 тысяч рублей?

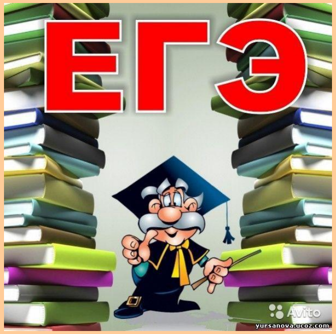
Решение:



1)В конце первого года долг составит:
1500000 · 1,1 – 350000 =1300000 (руб)
2) В конце второго года долг составит:
1300000 · 1,1 – 350000 = 1080000 (руб)
3)В конце третьего года долг составит:
1080000 · 1,1 – 350000 = 838000 (руб)
4)В конце четвертого года долг составит:
838000 · 1,1 – 350000 = 571800 (руб)
5)В конце пятого года долг составит:
571800 · 1,1 – 350000 = 278980 (руб)
6) В конце шестого года долг составит:
278900 · 1,1 =306878 (руб)
Эта сумма менее 350000 руб.

Значит, кредит будет погашен за 6 лет.

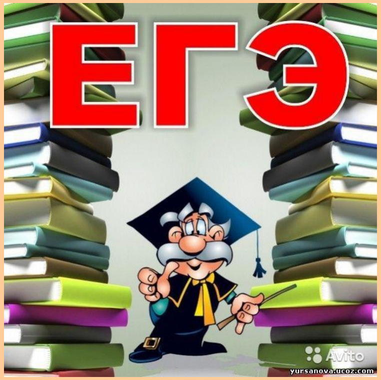
Ответ: 6 лет



Задача № 2.

31 декабря 2014 года Валерий взял в банке 1000000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая.
31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга,
затем Валерий переводит в банк очередной транш.
Валерий выплатил кредит за два транша, то есть за два года. В первый раз Валерий перевел в банк 660000 рублей, во второй раз – 484000 рублей.

Под какой процент банк выдал кредит Валерию?



Решение.

Пусть а - процентная ставка по кредиту.

1)В конце первого года долг составит:

$1000000 \cdot (1 + 0{,}01 \cdot a) - 660000 = 340000 + 10000 \cdot a$

2) В конце второго года долг составит:

$(340000 + 10000 \cdot a) \cdot (1 + 0{,}01 \cdot a) - 484000.$

По условию задачи кредит будет погашен за два года.

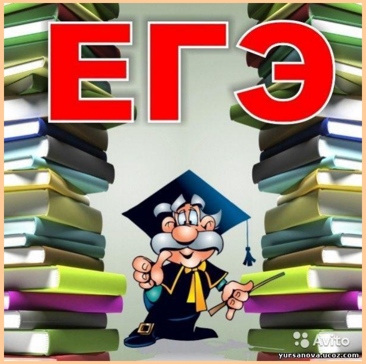
Составляем уравнение:

$(340000 + 10000 \cdot a) \cdot (1 + 0{,}01 \cdot a) - 484000 = 0;$

$$a^2 + 134 \cdot a - 1440 = 0$$

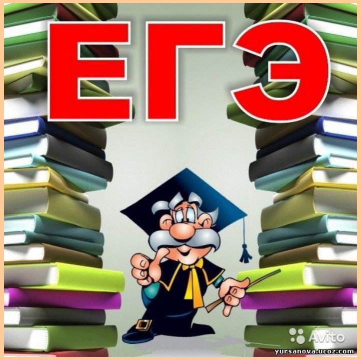
Решая уравнение, получаем, что $a = 10$.

Ответ: 10%



Задача № 3

31 декабря 2014 года Максим взял в банке некоторую сумму денег в кредит под 10% годовых.
Схема выплаты кредита следующая:
31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга, затем Михаил переводит в банк 2928200 рублей.
Какую сумму взял Михаил в банке,
если он выплатил долг четырьмя равными платежами, то есть за 4 года?



Решение.

Пусть x – сумма кредита.

1)В конце первого года долг составит:

$(1{,}1x - 2928200)$ рублей

2) В конце второго года долг (в рублях) составит:

$(1{,}1x - 2928200)\cdot 1{,}1 - 2928200 = 1{,}21x - 3221020 - 2928200 = 1{,}21x - 6149220$

3) В конце третьего года долг (в рублях) составит:

$(1{,}21x - 6149220)\cdot 1{,}1 - 2928200 = 1{,}331x - 6764142 - 2928200 = 1{,}331x - 9692342$

4) В конце четвертого года долг (в рублях) составит 2928200 рублей:

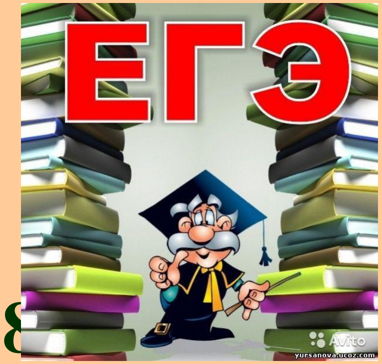
$(1{,}331x - 9692342)\cdot 1{,}1 = 2928200;$

$1{,}4641x - 10661576 = 2928200;$

$1{,}4641x = 13589776;$

$x = 9281999{,}8$. Значит, сумма кредита равна 9282000 рублей.

Ответ: 9282000 руб



Задача №4.

31 декабря 2014 года Роман взял в банке 8
рублей в кредит под 14% годовых.
Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга
(то есть увеличивает долг на 14%), затем Роман переводит в банк X рублей.
Какой должна быть сумма X, чтобы Роман выплатил долг тремя равными платежами
(то есть за 3 года)?

Решение.

1) В конце первого года долг составит:

$8599000 \cdot 1{,}14 - X = 9802860 - X$

2) В конце второго года долг составит:

$(9802860 - X) \cdot 1{,}14 - X = 11175260 - 2{,}14 \cdot X$

3) В конце третьего года долг (в рублях) составит:

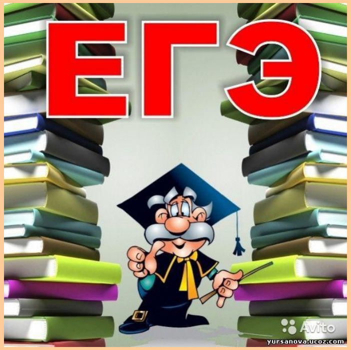
$(11175260 - 2{,}14 \cdot X) \cdot 1{,}14 - X = 12739796 - 3{,}4396 \cdot X.$

Составим уравнение:

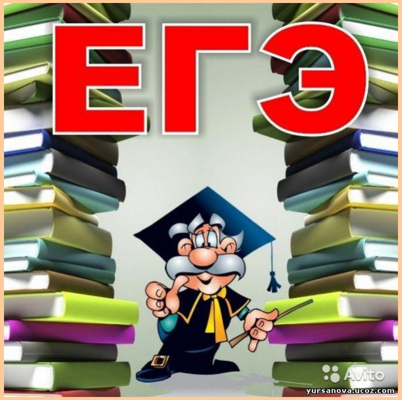
$12739796 - 3{,}4396 \cdot X = 0$

$X = 3703860$ рублей

Ответ: ежегодный транш составит 3703860 рублей.

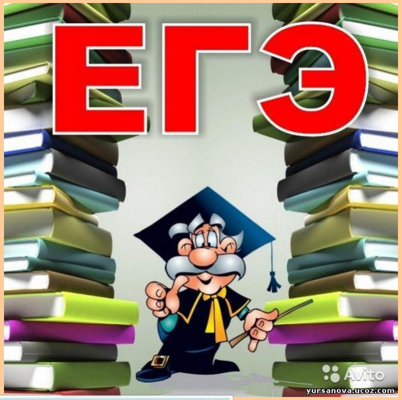


Кредиты с дифференцированными платежами



Задача №1.

Предприятие взяло в банке кредит на 5 лет. Условия погашения следующие: по истечении каждого года заемщик погашает банку начисленные проценты за год и 1/5 часть основной суммы. Какой процент годовых установлен банком по этому кредиту, если общая сумма выплат предприятия банку на 24% превышает размер исходного кредита?



Решение.

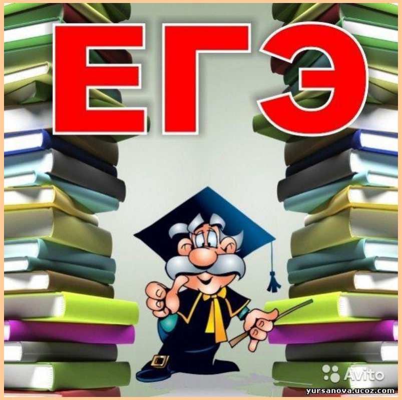
№	Долг	Выплата в процентах	Выплата основного долга	Остаток
1	S	$\frac{P}{100}$*S	$\frac{1}{5}$S	$\frac{4}{5}$S
2	$\frac{4}{5}$S	$\frac{P}{100}*\frac{4}{5}$S	$\frac{1}{5}$S	$\frac{3}{5}$S
3	$\frac{3}{5}$S	$\frac{P}{100}*\frac{3}{5}$S	$\frac{1}{5}$S	$\frac{2}{5}$S
4	$\frac{2}{5}$S	$\frac{P}{100}*\frac{2}{5}$S	$\frac{1}{5}$S	$\frac{1}{5}$S
5	$\frac{1}{5}$S	$\frac{P}{100}*\frac{1}{5}$S	$\frac{1}{5}$S	0

$\frac{P}{100}$*S (1+$\frac{4}{5}$+$\frac{3}{5}$+$\frac{2}{5}$+$\frac{1}{5}$) + S=1,24*S

0,03*p=0,24

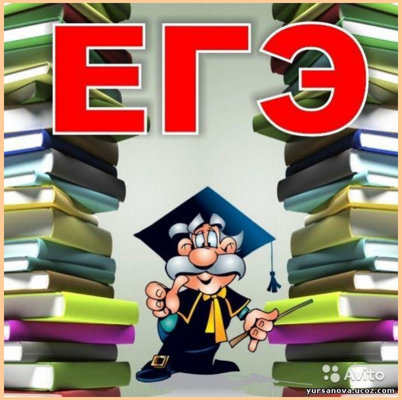
3*$\frac{P}{100}$+1=1,24

p=8



Задача №2.

15-го января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы: 1-го числа каждого месяца долг возрастет на q% по сравнению с концом предыдущего месяца; со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга; 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы , взятой в кредит. Найдите q.



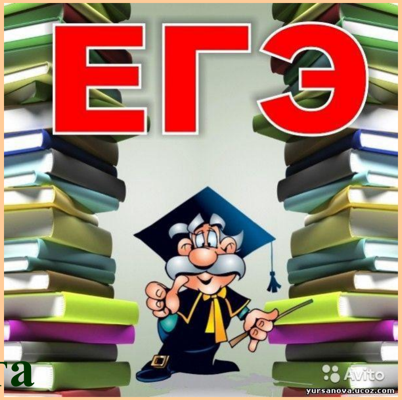
Решение.

$$\frac{P}{100}*S\left(1+\frac{4}{5}+\frac{3}{5}+\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\right)+S=1,24*S$$

$$0,03*p=0,24$$

$$3*\frac{P}{100}+1=1,24$$

$$p=8$$



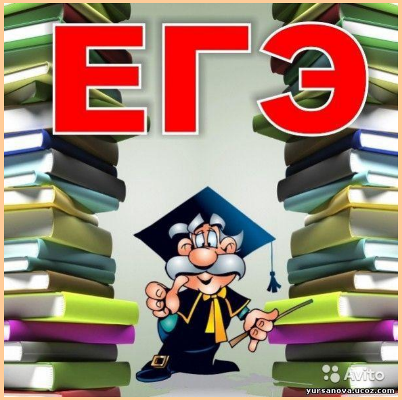
Задача №3.

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн рублей на некоторый срок. Условия его возврата таковы:

-каждый январь долг возрастет на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

-с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

-в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года. На какой минимальный срок следует брать кредит, чтобы наибольший годовой платёж по кредиту не превысил 1,8 млн руб.?



Решение.

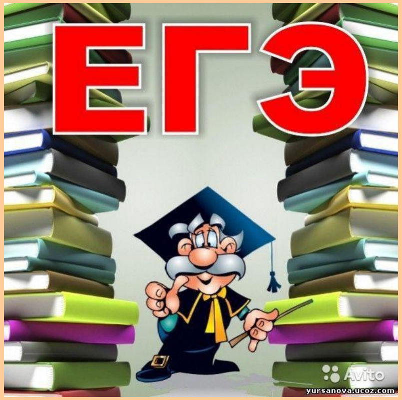
$$\frac{p}{100}*S\left(1+\frac{4}{5}+\frac{3}{5}+\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\right)+S=1{,}24*S$$

$$3*\frac{p}{100}+1=1{,}24$$

$$0{,}03*p=0{,}24$$

$$p=8$$

Задача №4. ЕГЭ-2016



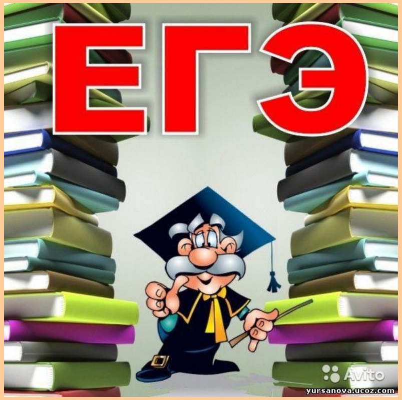
В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на S млн рублей, где S - целое число, на 4 года.

Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей

Год	2016	2017	2018	2019	2020
Долг (в млн рублей)	S	0,7S	0,4S	0,2S	0

Найдите наибольшее значение S, чтобы общая сумма выплат была больше 10 млн рублей.

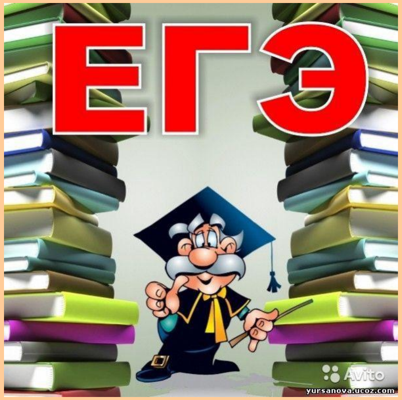


Решение

№	Долг	Выплата основного долга	Остаток
0	S	0	S
1	$1{,}2 * S$	$(1{,}2 - 0{,}7) * S$	$0{,}7 * S$
2	$1{,}2 * 0{,}7S$	$(0{,}84 - 0{,}4) * S$	$0{,}4 * S$
3	$1{,}2 * 0{,}4S$	$(0{,}48 - 0{,}2) * S$	$0{,}2 * S$
4	$1{,}2 * 0{,}2S$	$0{,}24 * S$	0

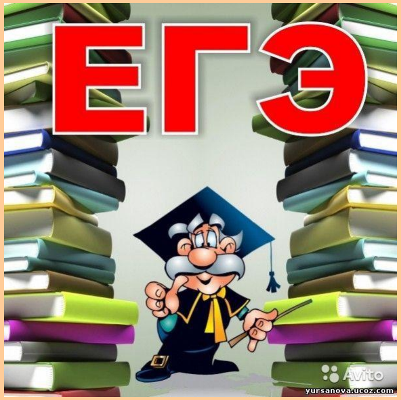
Таким образом, общая сумма выплат составит 0,5S+0,44S+0,28S+0,24S.
Найдем при каком S эта сумма будет больше 10 млн: 1,46*S>10; S>6,8.
S=7 млн
Ответ: 7

Задачи на вклады и оптимальный выбор



Задача №1

Гражданин Петров по случаю рождения сына открыл 1 сентября 2008 года в банке счет, на который он ежегодно кладет 1000 рублей. По условиям вклада банк ежегодно начисляет 20% на сумму, находящуюся на счете. Через 6 лет у гражданина Петрова родилась дочь, и 1 сентября 2014 года он открыл в другом банке счет, на который ежегодно кладет по 2200 рублей, а банк начисляет 44% в год. В каком году после очередного пополнения суммы вкладов сравняются, если деньги со счетов не снимают?



Решение:

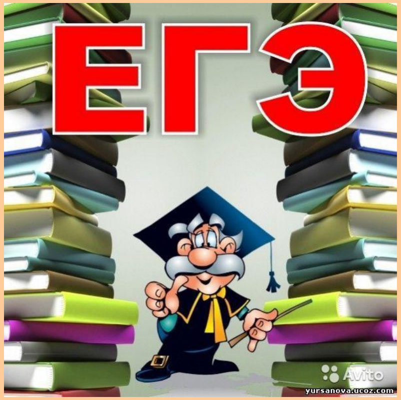
$$\frac{p}{100}*S\left(1+\frac{4}{5}+\frac{3}{5}+\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\right)+S=1,24*S$$

$$3*\frac{p}{100}+1=1,24$$

$$0,03*p=0,24$$

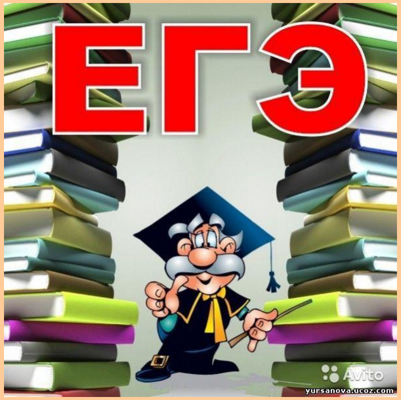
$$p=8$$

Задача №2



Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет целое число миллионов рублей. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, а, кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вклад ежегодно пополняется на 1 млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором через четыре года вклад будет больше 10 млн рублей

Решение:

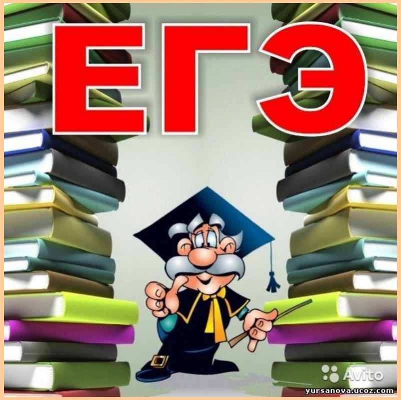


$$\frac{p}{100}*S\left(1+\frac{4}{5}+\frac{3}{5}+\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\right)+S=1{,}24*S$$

$$0{,}03*p=0{,}24$$

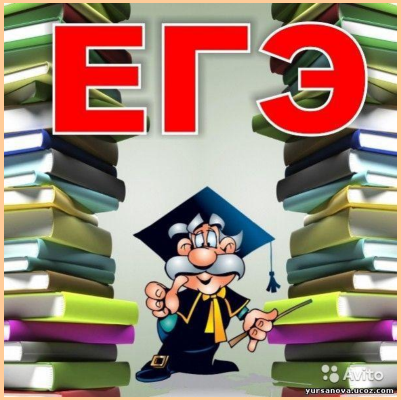
$$3*\frac{p}{100}+1=1{,}24$$

$$p=8$$



Задача №3

По вкладу «А» банк в течение трёх лет в конце каждого года увеличивает на 10 % сумму, имеющуюся на вкладе в начале года, а по вкладу « Б» — увеличивает на 11 % в течение каждого из первых двух лет. Найдите наименьшее целое число процентов за третий год по вкладу «Б», при котором за все три года этот вклад всё ещё останется выгоднее вклада «А».



Решение:

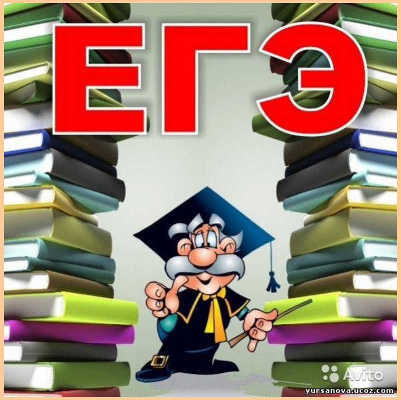
$$\frac{p}{100}*S\left(1+\frac{4}{5}+\frac{3}{5}+\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\right)+S=1,24*S$$

$$0,03*p=0,24$$

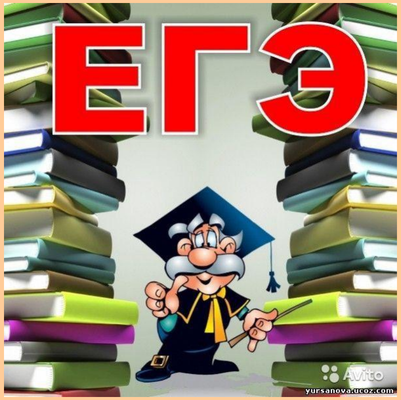
$$3*\frac{p}{100}+1=1,24$$

$$p=8$$

Задача №4



Алексей приобрёл ценную бумагу за 7 тыс. рублей. Цена бумаги каждый год возрастает на 2 тыс. рублей. В любой момент Алексей может продать бумагу и положить вырученные деньги на банковский счёт. Каждый год сумма на счёте будет увеличиваться на 10 %. В течение какого года после покупки Алексей должен продать ценную бумагу, чтобы через тридцать лет после покупки этой бумаги сумма на банковском счёте была наибольшей?



Решение:

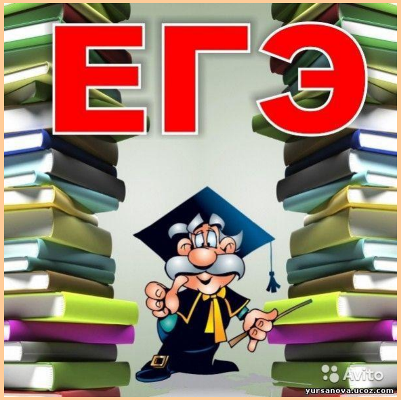
$$\frac{p}{100}*S\left(1+\frac{4}{5}+\frac{3}{5}+\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\right)+S=1{,}24*S$$

$$0{,}03*p=0{,}24$$

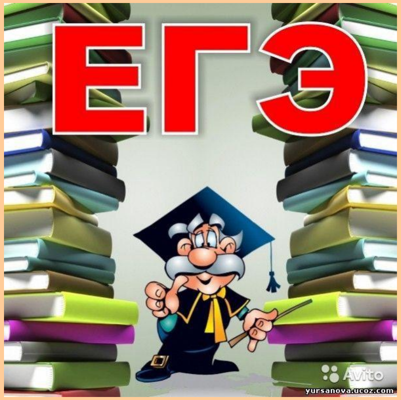
$$3*\frac{p}{100}+1=1{,}24$$

$$p=8$$

Задача №5



Производство x тыс. единиц продукции обходится в $q = 0{,}5x^2 + x + 7$ млн рублей в год. При цене p тыс. рублей за единицу годовая прибыль от продажи этой продукции (в млн рублей) составляет $px - q$. При каком наименьшем значении p через три года суммарная прибыль составит не менее 75 млн рублей?



Решение:

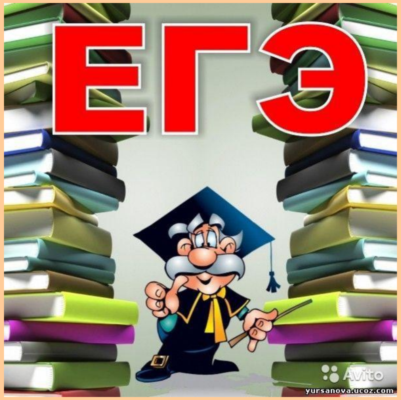
$$\frac{P}{100}*S\left(1+\frac{4}{5}+\frac{3}{5}+\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\right)+S=1,24*S$$

$$3*\frac{P}{100}+1=1,24$$

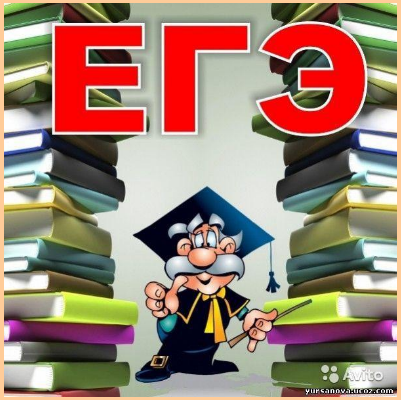
$$0,03*p=0,24$$

$$p=8$$

Задача №6



В распоряжении начальника имеется бригада рабочих в составе 24 человек. Их нужно распределить на день на два объекта. Если на первом объекте работает t человек, то их суточная зарплата составляет $4t^2$ у. е. Если на втором объекте работает t человек, то их суточная зарплата составляет t^2 у. е. Как нужно распределить на эти объекты бригаду рабочих, чтобы выплаты на их суточную зарплату оказались наименьшими? Сколько у. е. в этом случае придется заплатить рабочим?



Решение:

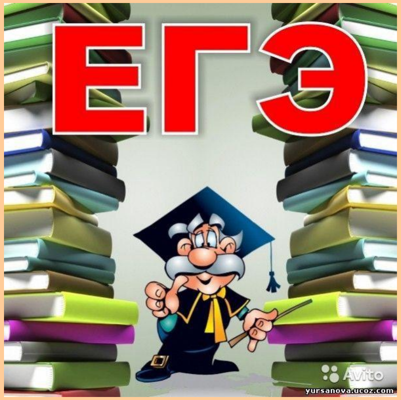
$$\frac{P}{100} \cdot S\left(1+\frac{4}{5}+\frac{3}{5}+\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\right)+S=1{,}24 \cdot S$$

$$0{,}03 \cdot p=0{,}24$$

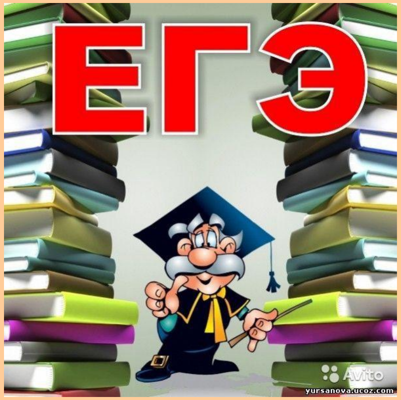
$$3 \cdot \frac{P}{100}+1=1{,}24$$

$$p=8$$

Задача №7



Григорий является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $3t$ единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $4t$ единиц товара. За каждый час работы (на каждом из заводов) Григорий платит рабочему 500 рублей. Григорий готов выделять 5 000 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?



Решение:

$$\frac{p}{100}*S\left(1+\frac{4}{5}+\frac{3}{5}+\frac{2}{5}+\frac{1}{5}\right)+S=1,24*S$$

$$3*\frac{p}{100}+1=1,24$$

$$0,03*p=0,24$$

$$p=8$$

Спасибо за внимание!