

Запасы – находящиеся на различных стадиях снабженческо-производственно-сбытового процесса сырье, материалы, комплектующие изделия, полуфабрикаты и готовая продукция и другие изделия, ожидающие вступления в процесс внутреннего или внешнего потребления.

Положительная и отрицательная роль запасов

Положительная роль запасов	Отрицательная роль запасов
1. Запасы ослабляют непосредственную зависимость между поставщиками, производителями и потребителями.	1. Запасы влекут издержки связанные с их хранением и потерей потребительских свойств.
2. Запасы МР обеспечивают производство оптимальными партиями.	2. Запасы замораживают финансовые ресурсы, которые могли бы быть использованы на другие цели.
3. Запасы обеспечивают непрерывность процесса производства и продаж.	3. Запасы МР тормозят улучшение качества в связи с тем, что предприятия заинтересовано в реализации запасов, а не в закупке МР с новыми свойствами.
4. Запасы сглаживают непредвиденные колебания спроса, сбои поставок и сбои в производственном процессе.	4. Запасы изолируют звенья ЛС и стадии бизнес процессов друг от друга.
5. Запасы повышают надежность управления.	

Состав запаса

- 1) По видам ТМЦ: сырье и материалы, незавершенное производство, готовая продукция (техн.обработка закончилась, пройден контроль качества, полная комплектация, товар принят на склад ГП), товары, отходы, тара.
- 2) По местонахождения: производственный и товарный (запас в пути или на предприятиях торговли)
- 3) По назначению:
 - Текущий запас (оборотный запас) – обеспечивает непрерывность процесса между двумя поставками. Это разница между общим запасом и страховым запасом. Измеряется в нат. единицах или днях обеспечения потребности.
 - Страховой запас (гарантийный запас) – предназначен для обеспечения непрерывности потребления при появлении отклонений в: периоде поставки, размере партии, изменений спроса, просрочки поставки. В нормальном режиме страховой запас не расходуется.
 - Резервный запас – уровень запаса к моменту получения поставки
 - Наличный запас – запас, физически находящийся на складе
 - Располагаемый запас – учитывает запас, заказанный но не полученный на склад
- 4) По виду потребности: сезонный,рекламный, малоподвижный (поддержание ассортимента в рознице), неликвидный.

Модель управления запасами с фиксированным объемом заказа при отсутствии дефицита и постоянном спросе

Дано:

Спрос на предметы хранения $\lambda = \text{const}$;

Время выполнения заказа на пополнение (время поставки) $\tau = \text{const}$;

Фиксированные затраты на заказ одной партии на пополнение A ;

Коэффициент пропорциональности издержек хранения I ;

Стоимость единицы предметов хранения с учетом доставки на склад и регистрации (удельные переменные издержки поставки) c ;

Пополнение запасов осуществляется периодически;

Весь заказ поступает в один момент в виде одной партии;

Товар может храниться неограниченное время и не устаревает.

Найти:

Оптимальный размер партии пополнения запасов, обеспечивающий минимальные среднегодовые издержки на хранение и пополнение запасов $Q^* - ?$

Период пополнения $T - ?$

Точку заказа $rh - ?$

Модель управления запасами с фиксированным объемом заказа при отсутствии дефицита и постоянном спросе

Решение:

1) Определение среднегодовых издержек на хранение и поставку:

$$C_{\text{сред.год}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\text{Издержки за } n \text{ лет}}{n}$$

Примем допущение, что в году содержится целое число периодов T .

Тогда, если единица измерения T – [год], то количество периодов в году – $\frac{1}{T}$

Т.к. $\frac{1}{T} \rightarrow 0$, $\lambda = \text{const}$, то $C_{\text{сред.год}} = C^{\text{год}}$

$$C^{\text{год}} = C^T * \frac{1}{T} \quad C^T = C_{\text{пост}}^T + C_{\text{хр}}^T$$

$$C_{\text{пост}}^T = A + C(Q) \quad C(Q) = c * Q$$

$$C_{\text{пост}}^T = A + c * Q \quad C_{\text{хр}}^t = I * c * x(t)$$

$$C_{\text{хр}}^T = \int_0^T I * c * x(t) dt = I * c * \int_0^T (Q - \lambda * t) dt = I * c * (Q * T - \frac{\lambda * T^2}{2})$$

Модель управления запасами с фиксированным объемом заказа при отсутствии дефицита и постоянном спросе

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{Q}{T} = \lambda \quad T = \frac{Q}{\lambda}$$

$$C_{xp}^T = I * c * \frac{Q^2}{2 * \lambda}$$

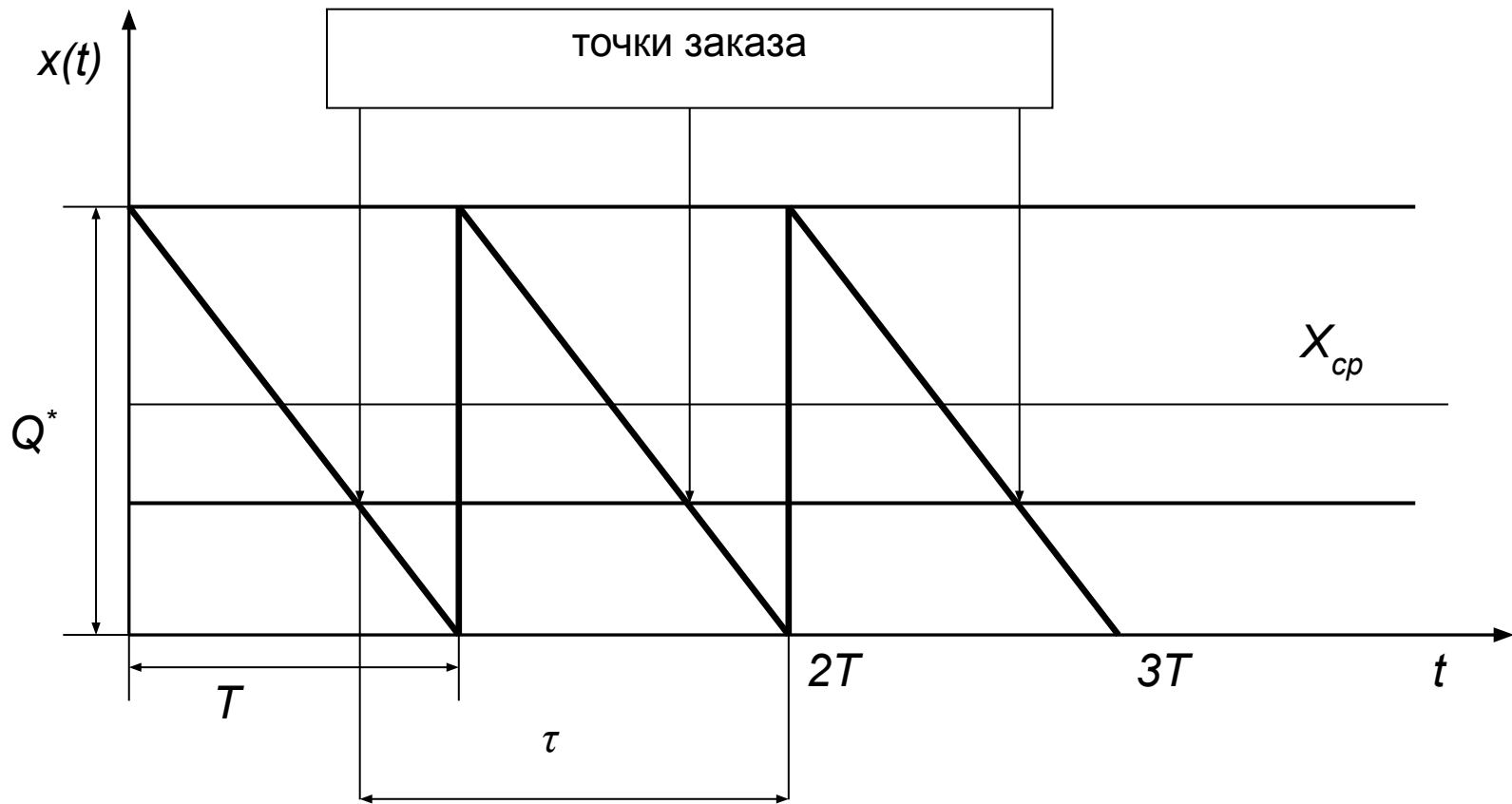
$$C^{zod} = \frac{1}{T} * (A + c * Q + I * c * \frac{Q^2}{2 * \lambda}) = \frac{\lambda}{Q} * (A + c * Q + I * c * \frac{Q^2}{2 * \lambda}) = \frac{A * \lambda}{Q} + \lambda * c + I * c * \frac{Q}{2}$$

$$C_{\text{сред.зод}}(Q) = C_{zod}(Q) \rightarrow \min \quad \frac{dC^{zod}(Q)}{dQ} = 0 \quad \frac{I * c}{2} - \frac{A * \lambda}{Q^2} = 0$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 * \lambda * A}{I * c}}$$

$$T = \frac{Q}{\lambda} = \sqrt{\frac{2 * \lambda * A}{I * c * \lambda^2}} = \sqrt{\frac{2 * A}{I * c * \lambda}}$$

$$r_h = \lambda * \tau - \left[\frac{\tau}{T} \right] * Q$$



Задача

Дешевый товар храниться на складе универсального магазина. Это полотенца из Китая. Потребность покупателей на товар – 600 ед/год. Издержки подачи одного заказа поставщику – 8 \$. Стоимость одного полотенца 0,3 \$. Издержки хранения в магазине определяются к-том 0,2. Время поставки - 1 год.

Необходимо определить:

- Оптимальный размер заказа на пополнение- ?
- Время между подачами заказов - ?
- Точку заказа - ?
- Минимальные среднегодовые издержки -?
- Издержки за 1 год и за 2 год -?

Задача

На складе промышленной базы хранится труба бесшовная стальная, Д40. Потребность предприятий, которые комплектует база 5000 тн в год. Издержки, связанные с организацией одного пополнения запасов на складе – 20000 рублей. Стоимость одной тн. трубы 36 тыс. руб. Издержки хранения на базе определяются к-том 0,1. Время поставки – 6 месяцев.

Необходимо определить:

- Оптимальный размер заказа на пополнение - ?
- Время между подачами заказов - ?
- Точку заказа - ?
- Минимальные среднегодовые издержки - ?
- Какой будет оптимальный размер партии при отгрузке труб вагонами по 55 тн.

Задача

Дано: Коммерческая организация в Москве ведет торговлю мукой в мешках по 50 кг. Исходные данные приведены в таблице.

Поставка осуществляется в вагонах по 68 тн.

Необходимо определить оптимальный объем заказа.

Параметр	Значение
Плановая потребность на год	4000 т
Среднее число заказов в месяц	5
Годовые затраты на работу с поставщиками	204 тыс. руб.
Арендная плата за офис в год	120 тыс. руб.
Капитальные затраты, связанные с запасом	7100 руб./т
Альтернативная норма прибыли	14%
Стоимость обработки запаса	420 руб./т
Арендная плата склада	13 руб./м ²
Арендуемая площадь склада	150 м ²
Оплата труда рабочих и сотрудников склада	1488 тыс. руб.

Решение:

1) Затраты на выполнение одного заказа = Затраты на работу с поставщиками в год/Число заказов в год + Арендная плата офиса в год/кол-во заказов в год = $204000/60 + 120000/60 = 5400$ руб

2) Затраты на содержание единицы запаса = Стоимость аренды склада + Стоимость обработки запаса + Оплата труда работников склада + Альтернативные затраты

Удельная стоимость аренды склада в расчете на 1тн грузооборота = (аренд. плата * арендуемая площадь * 12мес)/4000 = $(13 * 150 * 12)/4000 = 5,85$ руб/тн

Удельная плата труда = годовой фонд/ плановая потребность на год = $1488000/4000 = 372$ руб/тн

Альтернативные затраты = Капитальные затраты * Альтернативная норма прибыли = $7100 * 0,14 = 994$ руб/тн

Затраты на содержание единицы запаса = $5,85 + 420 + 372 + 994 = 1791$ руб/тн

$$Q = \sqrt{((2 * 5400 * 4000) / 1791)} = 155 \text{ тн}$$

Кратность 136 тн или 204 тн.

Изд 1 = 280611 Изд 2 = 288564

Объем заказа 2 вагона..

Модель управления запасами с фиксированным объемом заказа при пополнении запаса за конечные промежутки времени

Дано:

Спрос на предметы хранения $\lambda = \text{const}$;

Время выполнения заказа на пополнение (время поставки) $\tau = \text{const}$;

Фиксированные затраты на заказ одной партии на пополнение A ;

Коэффициент пропорциональности издержек хранения I ;

Стоимость единицы предметов хранения с учетом доставки на склад и регистрации (удельные переменные издержки поставки) c ;

Пополнение запасов осуществляется периодически;

Заказ поступает постепенно с интенсивностью $\lambda \tau$;

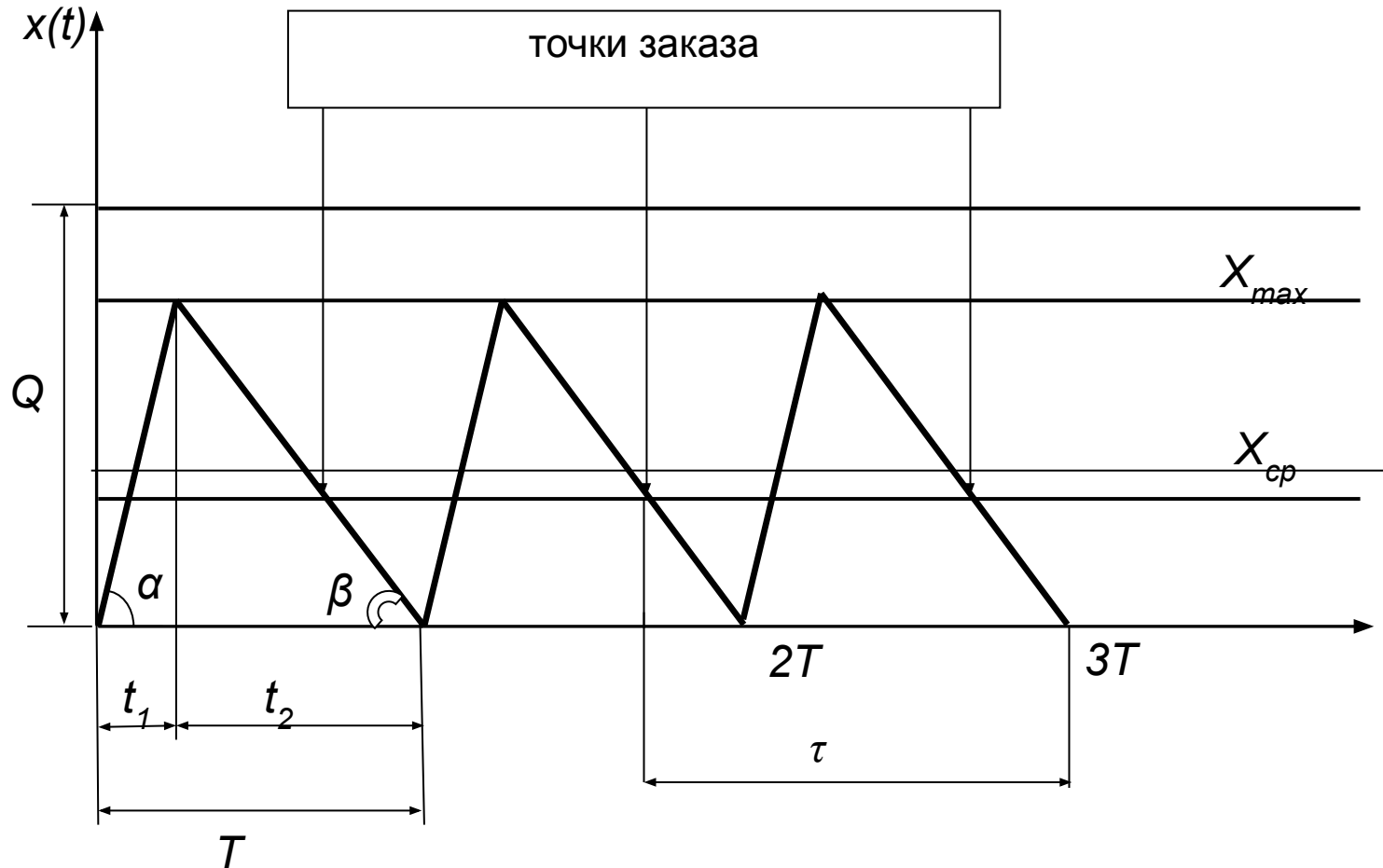
Товар может храниться неограниченное время и не устаревает.

Найти:

Оптимальный размер партии пополнения запасов, обеспечивающий минимальные среднегодовые издержки на хранение и пополнение запасов

$Q^* - ?$

Модель управления запасами с фиксированным объемом заказа при пополнении запаса за конечные промежутки времени



**Модель управления запасами с фиксированным объемом
заказа при пополнении запаса за конечные промежутки
времени**

$$C^{zod} = \frac{A * \lambda}{Q} + \lambda * c + I * c * \frac{X_{\max}}{2}$$

$$X_{\max} = \operatorname{tg} \alpha * t_1 \quad t_1 = \frac{Q}{\lambda_n} \quad \operatorname{tg} \alpha = \lambda_n - \lambda$$

$$X_{\max} = Q * \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_n}\right)$$

$$C^{zod} = \frac{A * \lambda}{Q} + \lambda * c + I * c * \frac{Q}{2} * \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_n}\right)$$

$$\frac{dC^{zod}(Q)}{dQ} = 0$$

$$\frac{I * c * \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_n}\right)}{2} - \frac{A * \lambda}{Q^2} = 0$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 * \lambda * A}{I * c * \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_n}\right)}}$$

Задача

Дано: Фирма производит электрические ножи. Она в среднем может производить 150 ножей/день. Спрос: 40 ножей/день. Годовые издержки хранения 8 руб/нож. Издержки связанные с организацией производства партии 100 рублей.

Найти: Оптимальный размер партии, период между двумя смежными производственными циклами?

Решение

$$\lambda = 40 \text{ шт/день} = 40 * 365 \text{ шт/год} = 14600 \text{ шт/год}$$

$$\lambda_{\text{п}} = 150 \text{ шт/день} = 150 * 365 \text{ шт/год} = 54750 \text{ шт/год}$$

$$I^*c = 8 \text{ руб/шт}$$

$$Q = \sqrt{\left(\frac{2 * 14600 * 100}{8 * \left(1 - \frac{14600}{54750}\right)}\right)} = 705 \text{ шт}$$

$$\text{Длина цикла } T = Q / \lambda = 705 / 40 = 17,6 \text{ дней}$$

$$\text{Время пополнения } t_1 = Q / \lambda_{\text{п}} = 705 / 150 = 4,7 \text{ дней}$$

$$t_2 = T - t_1 = 17,6 - 4,7 = 12,9 \text{ дней}$$

Модель управления запасами с фиксированным объемом заказа при допущении дефицита

Дано:

Спрос на предметы хранения $\lambda = \text{const}$;

Время выполнения заказа на пополнение (время поставки) $\tau = \text{const}$;

Фиксированные затраты на заказ одной партии на пополнение A ;

Коэффициент пропорциональности издержек хранения I ;

Стоимость единицы предметов хранения с учетом доставки на склад и регистрации (удельные переменные издержки поставки) c ;

В случае дефицита склад платит штраф за единицу продукции в единицу времени, обусловленные дефицитом h ;

Пополнение запасов осуществляется периодически;

Весь заказ поступает в один момент в виде одной партии;

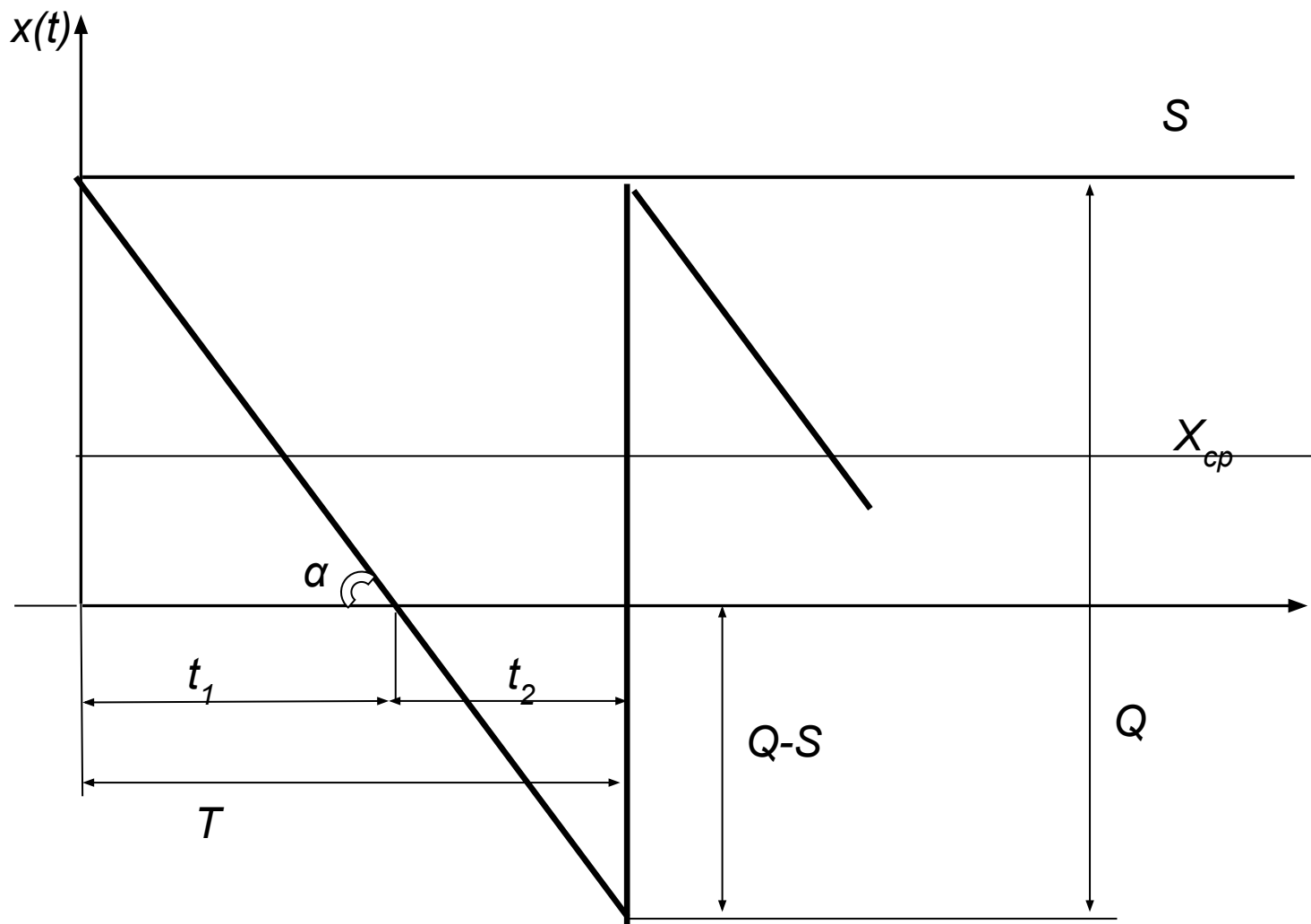
Товар может храниться неограниченное время и не устаревает.

Найти:

Оптимальный размер партии пополнения запасов, обеспечивающий минимальные среднегодовые издержки на хранение и пополнение запасов Q^* - ?

Период пополнения T - ?

Модель управления запасами с фиксированным объемом заказа при допущении дефицита



Модель управления запасами с фиксированным объемом заказа при допущении дефицита

Размер заказа Q состоит из двух частей:

S – количество запаса для удовлетворения требований из наличного запаса;

$(Q-S)$ – часть заказа для удовлетворения неудовлетворенных требований.

Издержки за период:

$$C^T = A + c * Q + I * c * \frac{S}{2} * t_1 + h * \left(\frac{Q-S}{2}\right) * t_2 \quad Q = \lambda * T \quad t_1 = \frac{S}{\lambda} \quad t_2 = \frac{Q-S}{\lambda}$$

$$C^T = A + c * Q + I * c * \frac{S^2}{2 * \lambda} + h * \frac{(Q-S)^2}{2 * \lambda}$$

$$C^{zod} = \left(A + c * Q + I * c * \frac{S^2}{2 * \lambda} + h * \frac{(Q-S)^2}{2 * \lambda}\right) * \frac{\lambda}{Q} \quad C^{zod} = \frac{A * \lambda}{Q} + c * \lambda + \frac{I * c * S^2}{2 * Q} + \frac{h(Q-S)^2}{2 * Q}$$

$$\frac{dC}{dQ} = 0 \quad \frac{dC}{dS} = 0$$

$$S = Q * \frac{h}{I * c + h}$$

$$Q = \sqrt{\frac{2 * \lambda * A}{I * c}} * \sqrt{\frac{h}{I * c + h}}$$

Задача

Годовой спрос на продукцию 500 единиц, стоимость подачи заказа на пополнение 40 руб/заказ, издержки хранения 5 руб в год, годовая стоимость дефицита товара на складе 100 руб/ед., цена изделия 25 руб/ед.

Определить оптимальный размер заказа, если дефицит недопустим, или допустим, неудовлетворенные требования ставятся на учет.

Решение

1) Дефицит не допустим $Q = \sqrt{(2 \cdot 500 \cdot 40) / 5} = 89$

2) Дефицит допустим,
неудовлетворенные требования
учитываются:

$$Q = 89 \cdot \sqrt{(100 / (5 + 100))} = 87$$

Модель управления запасами с фиксированным объемом заказа при допущении дефицита при условии потери неудовлетворенных требований

Дано:

Спрос на предметы хранения $\lambda = \text{const}$;

Время выполнения заказа на пополнение (время поставки) $\tau = \text{const}$;

Фиксированные затраты на заказ одной партии на пополнение A ;

Коэффициент пропорциональности издержек хранения I ;

Стоимость единицы предметов хранения с учетом доставки на склад и регистрации (удельные переменные издержки поставки) c ;

В случае дефицита склад платит штраф за единицу продукции в единицу времени, обусловленные дефицитом π ;

Пополнение запасов осуществляется периодически;

Весь заказ поступает в один момент в виде одной партии;

Товар может храниться неограниченное время и не устаревает.

Найти:

Оптимальный размер партии пополнения запасов, обеспечивающий минимальные среднегодовые издержки на хранение и пополнение запасов $Q^* - ?$

Период пополнения $T - ?$

Пусть T_1 – время, в течение которого требования для одного из циклов теряются.

Для любого размера заказа справедливо правило: $T = \frac{Q}{\lambda} + T_1$

тогда количество периодов в году будет:

$$\frac{1}{T} = \frac{\lambda}{Q + \lambda * T_1}$$

Тогда среднегодовые издержки будут состоять из издержек на поставку, издержек на хранение и издержек из-за потерь требований

$$C_{год} = \frac{\lambda}{Q + \lambda * T_1} * A + \frac{IC}{2} * \frac{Q^2}{Q + \lambda * T_1} + \pi * \frac{\lambda * T_1}{2}$$

Для того чтобы Q^* были оптимальным, необходимо, чтобы они удовлетворяли уравнению:

$$\frac{dC_{год}}{dQ} = 0$$

Пусть задано, что период потери требования составляет долю от общего времени периода между заказами $T_1 = k * T$, тогда Q определяется по формуле

$$Q^* = \sqrt{\frac{2 * \lambda * A}{I * c + \pi k / (1 - k)^2}}$$

Задача

Годовой спрос на продукцию 500 единиц, стоимость подачи заказа на пополнение 40 руб/заказ, издержки хранения 5 руб год, годовая стоимость дефицита товара на складе 100 руб/ед., цена изделия 25 руб/ед.

Определить оптимальный размер заказа, если дефицит допустим, неудовлетворенные требования теряются, из наличного запаса должно быть удовлетворено не менее 90% заявок .

Решение

1) Дефицит не допустим, требования теряются

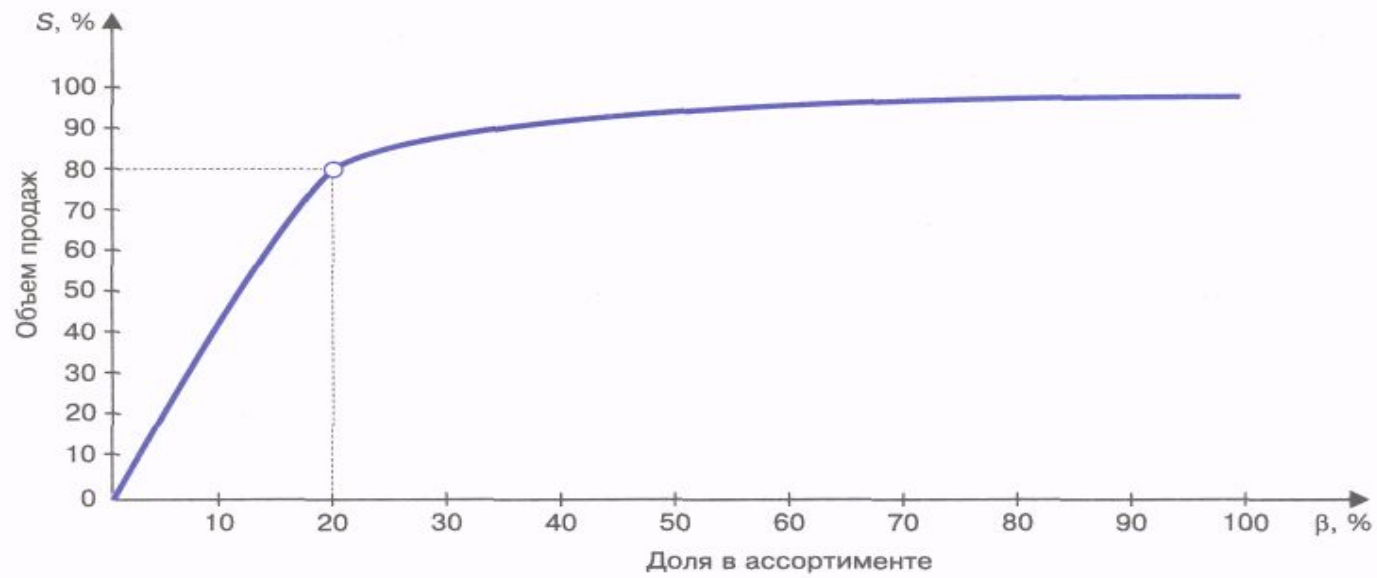
$$Q = \sqrt{$$

$$(2 \cdot 500 \cdot 40) / (5 + 100 \cdot 0,1 / (1 - 0,1)(1 - 0,1)) = 48$$

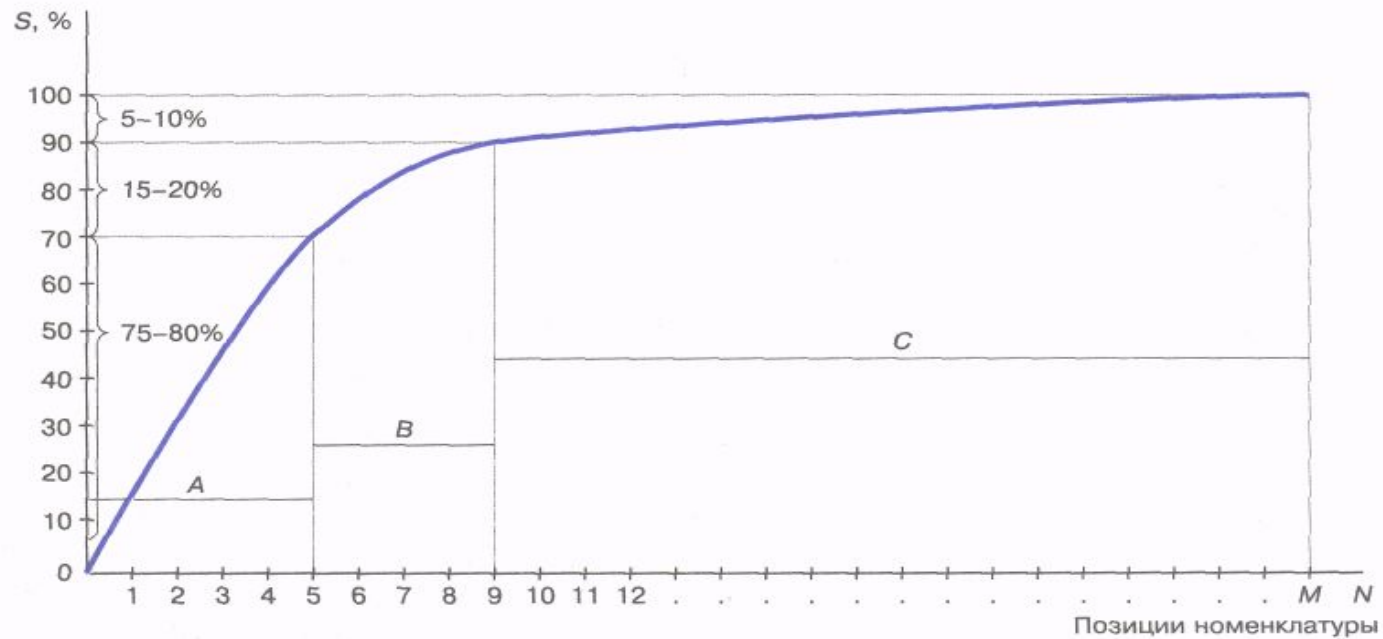
2) Дефицит допустим, неудовлетворенные требования учитываются:

$$Q = 89 \cdot \sqrt{(100 / (5 + 100))} = 87$$

Правило «80-20»



Метод ABC



Правило ABC анализа

- 1) Определить перечень позиций номенклатуры предметов снабжения, по которым необходимо осуществить анализ и выбрать показатель анализа (Объем закупок за период в денежном выражении (масса, объем))
- 2) Для каждой позиции определить значение показателя.
- 3) Упорядочить номенклатуру по убыванию показателя
- 4) Найти общую сумму показателей
- 5) Определить долю показателя по каждой строке в общей сумме
- 6) Определить сумму долей нарастающим итогом для каждой строки
- 7) Определить границы групп (80, 15, 5 или 75, 20, 5)
- 8) Провести разделение ориентируясь на сумму долей для каждой строки

Использование метода ABC для разделения номенклатуры запасных частей автомобилей

<i>№ п/п</i>	<i>Номера запасных частей по каталогу</i>	<i>Наименование запасных частей</i>	<i>Фактический расход со склада, шт.</i>	<i>Цена ед. запасной части, долл. /шт.</i>	<i>Суммарная стоимость отпущенных со склада запасных частей, долл.</i>	<i>Доля запасных частей в суммарной стоимости, %</i>	<i>Номенклатурная группа</i>
1	423135	Масляный фильтр	5241	2,19	11478	24,7	A
2	468276	Головка блока цилиндров	28	217,40	6087	13,1	A
3	245548-6	Прокладка головки блока	269	20,00	5380	11,6	A
4	270105	Шатунный вкладыш коленчатого вала	1580	2,84	4487	9,7	A
5	270449-2	Коренной вкладыш	266	10,95	2913	6,3	A
6	468300	Коленчатый вал	4	709,70	2839	6,1	A
7	468647	Прокладка выхлопного коллектора	178	13,23	2355	5,1	B
8	468303	Выпускной клапан	161	12,27	1975	4,3	B
9	275047	Гильза	30	62,46	1874	4,0	B
10	466634	Топливный фильтр	363	4,80	1742	3,7	B
11	423029	Шатун	25	49,25	1237	2,7	B
12	1505719	Фильтр	44	25,85	1137	2,4	B
13	423472	Гаситель вибрации коленчатого вала	10	105,38	1054	2,3	B
14	468702	Блок цилиндров	1	978,99	979	2,1	B
15	468022	Распределительный вал	6	89,35	536	1,1	C
15-60	—	—	143	—	358	0,8	C
Итого	100						

XYZ анализ

Основан на расчете коэффициента вариации:

Группа X: [0-10]%

Группа Y: (11-25]%

Группа Z: более 25%

Последовательность проведения:

- 1) Определить показатель (частота заявок, объем закупок)
- 2) Определить период расчета и интервал наблюдения (не менее 3 в периоде расчета) и для каждого интервала заполнить значения для анализа
- 3) Для каждой строки поводится расчет показателя , и строки по значению показателя объединяются в группы X, Y, Z

$$V = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}}{\bar{x}} * 100\%$$

Правило ABC анализа

- 1) Определить перечень позиций номенклатуры предметов снабжения, по которым необходимо осуществить анализ и выбрать показатель анализа (Объем закупок за период в денежном выражении (масса, объем))
- 2) Для каждой позиции определить значение показателя.
- 3) Упорядочить номенклатуру по убыванию показателя
- 4) Найти общую сумму показателей
- 5) Определить долю показателя по каждой строке в общей сумме
- 6) Определить сумму долей нарастающим итогом для каждой строки
- 7) Определить границы групп (80, 15, 5 или 75, 20, 5)
- 8) Провести разделение ориентируясь на сумму долей для каждой строки

Модель управления запасами с фиксированным объемом заказа при наличии скидки на размер заказа (типа «оптовая скидка») и постоянном спросе.

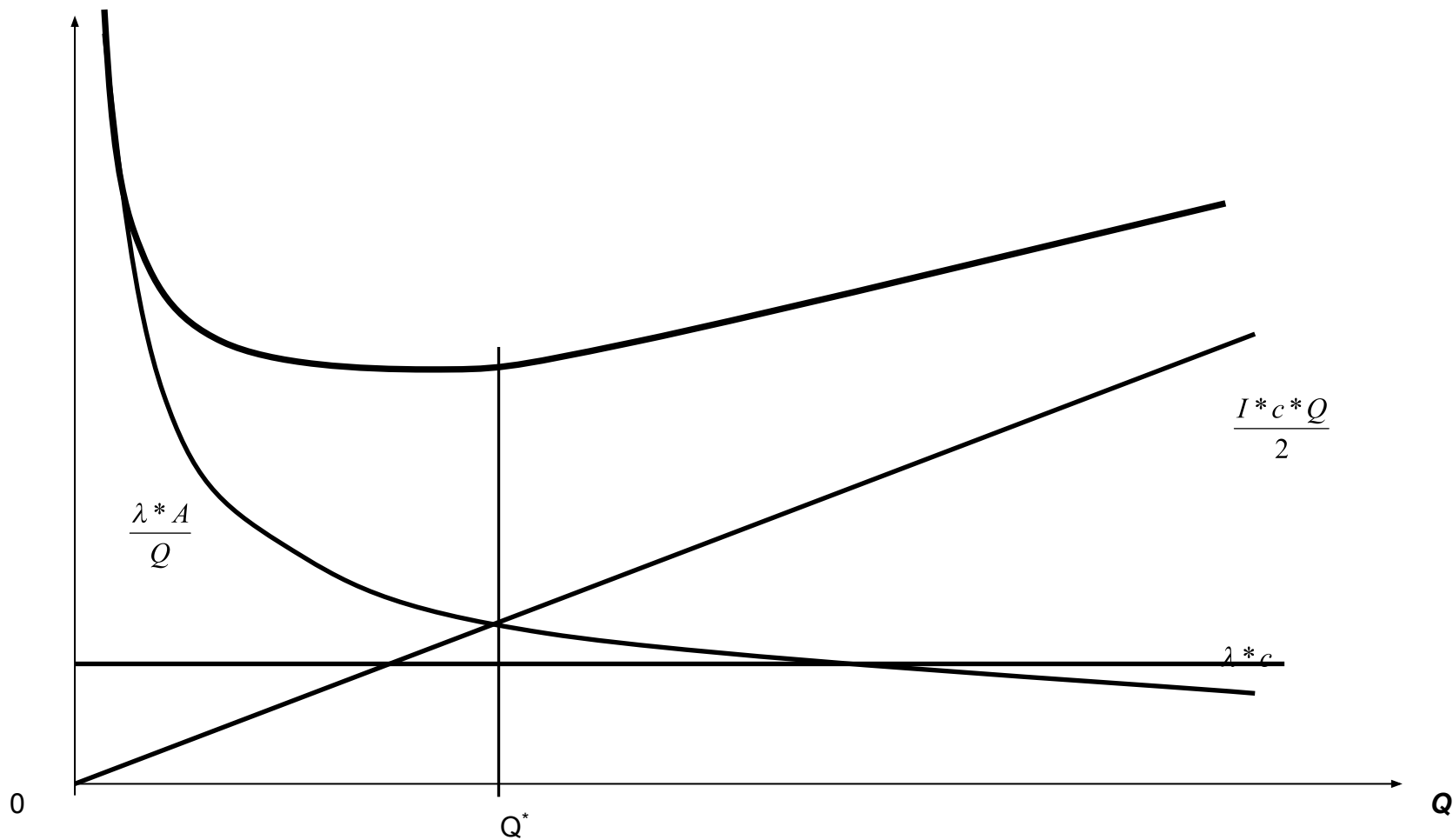
Дано:

- Спрос на предметы хранения $\lambda = \text{const}$;
- Время выполнения заказа на пополнение (время поставки) $\tau = \text{const}$;
- Фиксированные затраты на заказ одной партии на пополнение A ;
- Коэффициент пропорциональности издержек хранения I ;
- Заданы числа $q_0=0, q_1, q_2, q_m, q_j < q_{j+1}, j=1, \dots, m$ и $q_{m+1} = \infty$;
- Если размер закупки равен Q_j при чем $q_j \leq Q_j < q_{j+1}$, то цена товара для каждой единицы из партии (удельные переменные издержки поставки) равна c_j , т.е. стоимость Q_j единиц равна $c_j * Q_j$ и $c_{j+1} < c_j$.
- Пополнение запасов осуществляется периодически;
- Весь заказ поступает в один момент в виде одной партии;
- Товар может храниться неограниченное время и не устаревает.

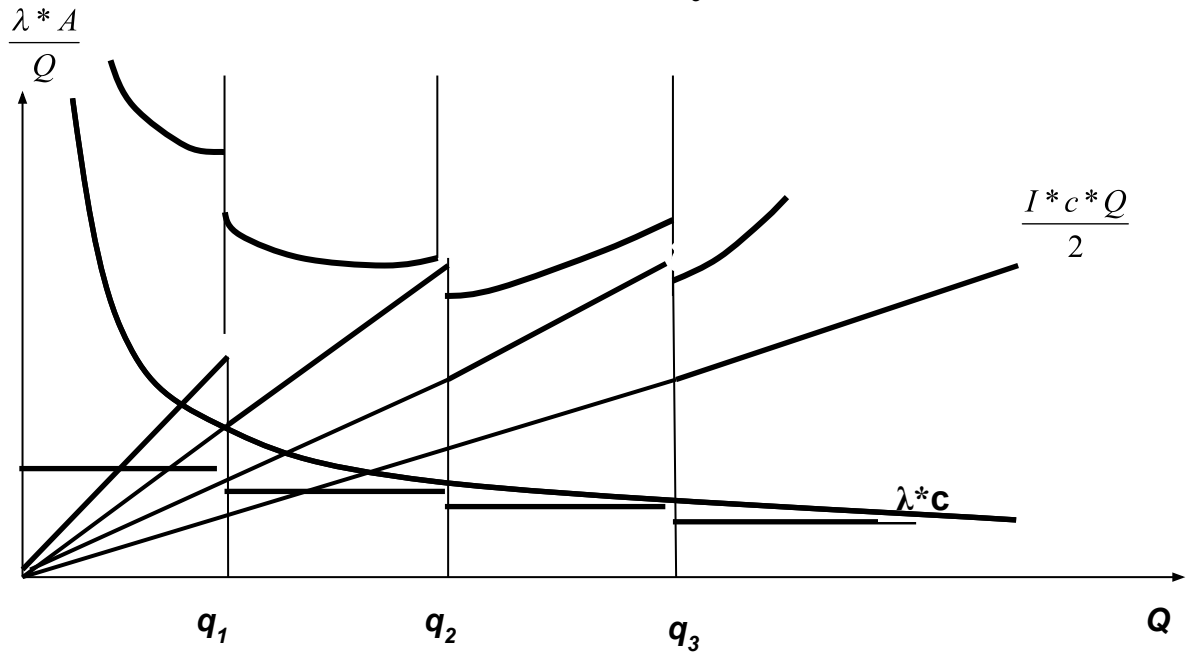
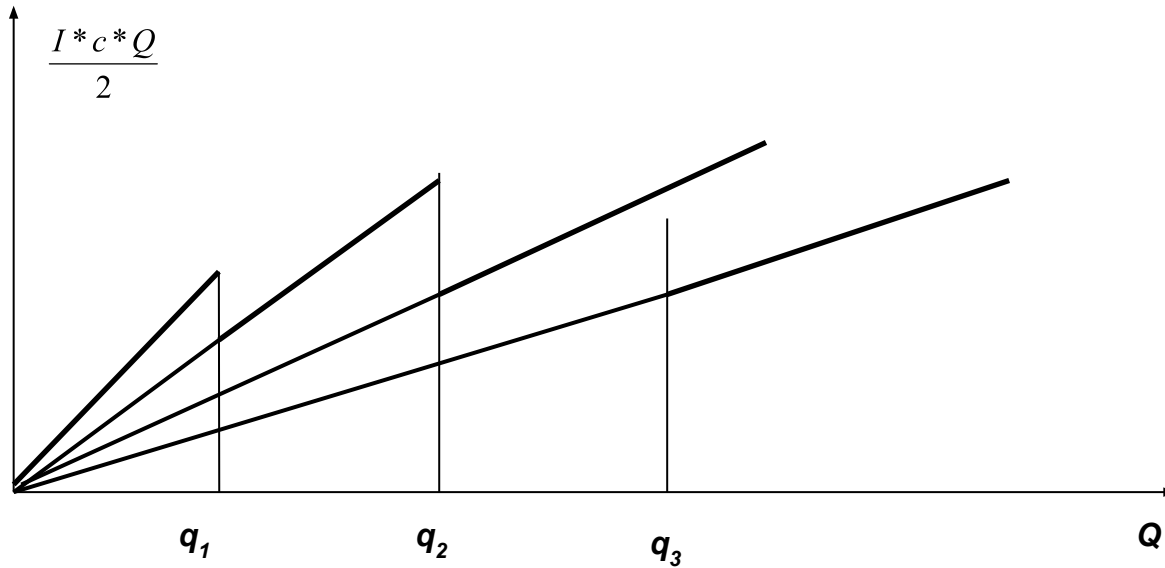
Найти:

- Оптимальный размер партии пополнения запасов, обеспечивающий минимальные среднегодовые издержки на хранение и пополнение запасов Q^* - ?
- Период пополнения T -?

Зависимость общих среднегодовых издержек от размера заказа



Среднегодовые издержки в случае оптовой скидки



Решение:

Заданы параметры скидки:

Граничные значения размера заказа: $q_0=0$, q_1 , q_2 , q_m , $q_j < q_{j+1}$, $j=1, \dots, m$ и $q_{m+1}=\infty$;

Если размер закупки равен Q_j , при чем $q_j \leq Q_j < q_{j+1}$, то цена товара для каждой единицы из партии (удельные переменные издержки поставки) равна c_j , т.е. стоимость Q_j единиц равна $c_j * Q_j$ и $c_{j+1} < c_j$.

Такая скидка называется оптовой. Оптимальным мы будем считать Q^* , для которого суммарные среднегодовые издержки будут минимальны.

Необходимо определить самую нижнюю точку на кривой с разрывами.

Для этого для каждой кривой определим точку минимума по формуле:

$$C^{год} = \frac{A * \lambda}{Q} + \lambda * c + I * c * \frac{Q}{2}$$

1. Для кривой C_m вычисляем значение $Q(m)$ оно дает минимум затрат для цены c_m
2. Проверяем значение $Q(m)$ на допустимость: если $Q(m) \geq q_m$, тогда $Q(m)$ является оптимальным, потому что затраты ни по одной из других кривых для c_j , ($j < m$) не могут быть меньше этих затрат. Если $Q(m) < q_m$, то это означает, что оно не реализуется физически.
3. Тогда вычисляем $C_m(q_m)$ (издержки в точке m -го излома кривой издержек)
Для кривой C_{m-1} вычисляем значение $Q(m-1)$ оно дает минимум затрат для цены c_{m-1} .
Проверяем значение на допустимость, если оно допустимо, то вычисляем $C_{m-1}(Q(m-1))$ и сравниваем его с $C_m(q_m)$. Если $C_{m-1}(Q(m-1)) < C_m(q_m)$, то $Q(m-1)$ – оптимально, если $C_{m-1}(Q(m-1)) > C_m(q_m)$, то оптимальна q_m , если $C_{m-1}(Q(m-1)) = C_m(q_m)$, то оптимальна любая из точек $Q(m-1)$ или q_m . Если значение недопустимо переходим к кривой C_{m-2}

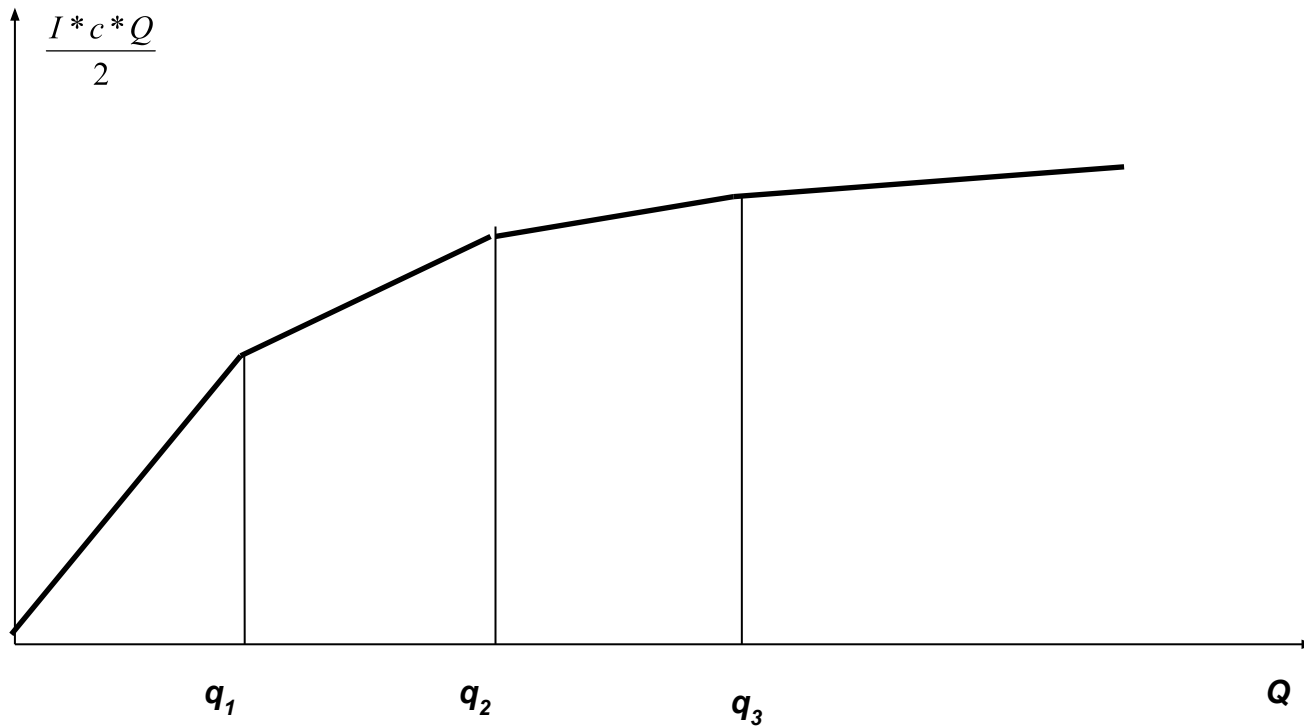
Модель управления запасами с фиксированным объемом заказа при наличии скидки на размер заказа (типа дифференцированная скидка) и постоянном спросе.

Дано:

- Спрос на предметы хранения $\lambda = \text{const}$;
- Время выполнения заказа на пополнение (время поставки) $\tau = \text{const}$;
- Фиксированные затраты на заказ одной партии на пополнение A ;
- Коэффициент пропорциональности издержек хранения I ;
- Заданы числа $q_0=0, q_1, q_2, q_m, q_j < q_{j+1}, j=1, \dots, m$ и $q_{m+1} = \infty$;
- Если размер закупки колеблется от 1 до q_1 , то стоимость единицы изделия составляет c_0 , при размере заказа от q_1+1 до q_2 стоимость изделия составляет c_1 и $c_{j+1} < c_j$. (то есть первые q_1 изделий продаются по цене c_1 , следующие изделия в количестве $q_2 - q_1$ продаются по цене q_2 и т. д.)
- Пополнение запасов осуществляется периодически;
- Весь заказ поступает в один момент в виде одной партии;
- Товар может храниться неограниченное время и не устаревает.

Найти:

- Оптимальный размер партии пополнения запасов, обеспечивающий минимальные среднегодовые издержки на хранение и пополнение запасов Q^* - ?
- Период пополнения T -?



Решение:

Общие издержки $C(Q)$ на закупку Q изделий при $q_j < Q \leq q_{j+1}$ могут быть представлены как:

$$C(Q) = R_j + c_j * (Q - q_j), \quad j=0, 1, \dots, m,$$

где

$$R_j = C(q_j), \quad R_0 = 0, \quad q_0 = 0, \quad q_{m+1} = \infty$$

Тогда средняя цена изделия равна:

$$\frac{C(Q)}{Q} = \frac{R_j}{Q} + c_j - c_j * \frac{q_j}{Q}$$

$$j=0, 1, \dots, m$$

Если дефицит недопустим, то средние годовые издержки при $q_j < Q \leq q_{j+1}$ составляют:

$$C_j = \lambda * c_j + \frac{\lambda}{Q} (A + R_j - c_j * q_j) + \frac{I * R_j}{2} + I * c_j * \frac{Q}{2} - I * c_j * \frac{q_j}{2}$$

$$Q_j^* = \sqrt{\frac{2 * \lambda * (A + R_j - c_j * q_j)}{I * c_j}}$$

Для каждой из кривых ищем Q^* , проверяем на допустимость и выбираем из них с минимальными издержками.

Задача

Дано:

Агент по снабжению работает с двумя поставщиками одного изделия. Стоимость подачи одного заказа 1000 руб. Коэффициент издержек хранения 0,2

Спрос на изделие 1000 ед/год

Поставщики предоставляют разные типы скидок: первый поставщик – оптовую, второй – дифференцированную.

Параметры скидок одинаковые

$q_1=100$ шт $c_0=500$ руб/шт,

$q_2=300$ шт $c_1=495$ руб/шт,

$c_2=480$ руб/шт

Найти: Определить оптимальный размер заказа для каждого поставщика и выбрать одного из поставщиков для дальнейшей работы.

Ограничения

На практике на большинстве складов хранится большое число различных типов изделий. Их изучение можно провести независимо лишь в том случае, если между ними отсутствует взаимосвязь.

Взаимосвязь может носить различный характер:

- изделия могут частично заменять друг друга;
- изделия могут конкурировать при ограничении на площадь склада;
- может существовать верхний предел общего размера заказа;
- может существовать верхний предел для максимальных капиталовложений в запасы и др.

1. Ограничение на площадь склада

Дано:

- На складе хранится n типов изделий.
- Общая площадь склада f м².
- Спрос на j -й вид изделия $\lambda_j = \text{const}$ (единиц в год).
- A_j – фиксированные издержки подачи заказа на j -й вид изделия.
- c_j – стоимость единицы изделия j -го вида.
- l_j – коэффициент издержек хранения для изделия j -го вида.
- f_j – количество кв.м площади склада, которое требуется для хранения единицы изделия j -го вида.
- Q_j – размер заказа на изделие j -го вида.
- Сдвиг заказов во времени мы не учитываем.

Найти:

Q_j^* с учетом ограничения по площади склада- ?

Шаги по решению:

1. Сначала задача решается без учета ограничений. Находим

$$Q_j = \sqrt{\frac{2 * \lambda_j * A_j}{I_j * c_j}}$$

2. Проверяем, удовлетворяют ли найденные значения размеров заказов ограничению:

$$\sum_{j=1}^n f_j * Q_j \leq f$$

Если удовлетворяют, то эти значения и являются оптимальными. В этом случае ограничения являются несущественными, то есть, увеличив площадь склада, нельзя уменьшить средние годовые издержки.

3. Если найденные значения Q_j не удовлетворяют условию ограничения, то для определения оптимальных Q_j применяют метод множителей Лагранжа.

Составляется функция Лагранжа:

Решение:

Запишем ограничение:

$$\sum_{j=1}^n f_j * Q_j = f_1 * Q_1 + \dots + f_n * Q_n \leq f$$

Суммарные годовые издержки на закупку всех видов изделий не зависят

от Q_j и составляют $\sum_{j=1}^n (c_j * \lambda_j)$

Поэтому для определения оптимальных размеров

заказа по каждому виду изделия их можно не рассматривать.

Тогда целевая функция будет:

$$K = \sum_{j=1}^n \left[\frac{\lambda_j}{Q_j} * A_j + I_j * c_j * \frac{Q_j}{2} \right]$$

Нужно найти абсолютный минимум K по Q_j ($Q_j > 0$) с учетом ограничения:

$$\sum_{j=1}^n f_j * Q_j = f_1 * Q_1 + \dots + f_n * Q_n \leq f$$

$$J = \sum_{j=1}^n \left[\frac{\lambda_j}{Q_j} * A_j + I_j * c_j * \frac{Q_j}{2} \right] + \theta \left(\sum_{j=1}^n f_j * Q_j - f \right)$$

где θ – множитель Лагранжа.

Тогда набор Q_j , $j=1, \dots, n$, доставляющих абсолютный минимум K при соблюдении ограничения, является решением следующей системы уравнений:

$$\frac{\partial J}{\partial Q_j} = -\frac{\lambda_j}{Q_j^2} * A_j + \frac{I_j * c_j}{2} + \theta * f_j = 0$$

$$\frac{\partial J}{\partial \theta} = \sum_{j=1}^n f_j * Q_j - f = 0$$

Если провести подстановку, то $Q_j^* = \sqrt{\frac{2 * \lambda_j * A_j}{I_j * c_j + 2 * \theta * f_j}}$

$j=1, \dots, n$,

где θ^* - такое значение θ , при котором Q^* , найденное из выражения

$$Q_j^* = \sqrt{\frac{2 * \lambda_j * A_j}{I_j * c_j + 2 * \theta^* * f_j}} \quad \text{удовлетворяет выражению} \quad \frac{\partial J}{\partial \theta} = \sum_{j=1}^n f_j * Q_j - f = 0$$

Физический смысл θ^* определяет уменьшение минимальных издержек при увеличении площади помещения склада на один квадратный метр. В общем случае, множитель Лагранжа часто называют назначаемыми издержками или неявной стоимостью помещения.

2. Ограничение на общее число заказов подаваемых в течение года

Дано:

- На складе хранится n типов изделий.
- В течение года может быть подано не более h заказов.
- Спрос на j -й вид изделия $\lambda_j = \text{const}$ (единиц в год).
- $A_j = 0$ фиксированные издержки подачи заказа на j -й вид изделия.
- c_j - стоимость единицы изделия j -го вида.
- l_j - коэффициент издержек хранения для изделия j -го вида.
- f_j - количество кв.м площади склада, которое требуется для хранения единицы изделия j -го вида.
- Q_j - размер заказа на изделие j -го вида.
- Пренебрегаем тем, что Q_j - целое.

Найти:

Q_j^* , с учетом ограничения по количеству подаваемых заказов ?

Решение:

Запишем ограничение:

$$\sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{Q_j} \leq h$$

Так как $A_j = 0$, то

$$K = \sum_{j=1}^n [I_j * c_j * \frac{Q_j}{2}]$$

Нужно найти абсолютный минимум K при ограничении $\sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{Q_j} \leq h$

Составляем функцию Лагранжа: $J = \sum_{j=1}^n [I_j * c_j * \frac{Q_j}{2}] + \eta * (\sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{Q_j} - h)$

где η – множитель Лагранжа.

Тогда оптимальное значение Q_j должно удовлетворять уравнениям:

$$\frac{\partial J}{\partial Q_j} = \frac{I_j * c_j}{2} - \frac{\eta * \lambda_j}{Q^2} = 0 \quad \frac{\partial J}{\partial \eta} = \sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{Q_j} - h = 0$$

Оптимальным решением
будет :

$$Q_j^* = \sqrt{\frac{2 * \lambda_j * \eta^*}{I_j * c_j}} \quad , j=1, \dots, n, \text{ Получаем:}$$

$$\eta^* = \left[\frac{1}{h\sqrt{2}} * \sum_{j=1}^n \sqrt{\lambda_j * I_j * c_j} \right]^2 - \text{ это назначенные издержки, связанные с подачей заказа}$$

3. Ограничение в каждый момент времени на вложенный капитал в запасы

Дано:

- На складе хранится n типов изделий.
- Максимальная сумма денежных средств, на которую могут быть поданы заказы на все виды изделий D за один заказ.
- Спрос на j -й вид изделия $\lambda_j = \text{const}$ (единиц в год).
- A_j фиксированные издержки подачи заказа на j -й вид изделия.
- c_j - стоимость единицы изделия j -го вида.
- l_j – коэффициент издержек хранения для изделия j -го вида.
- f_j – количество кв.м площади склада, которое требуется для хранения единицы изделия j -го вида.
- Q_j – размер заказа на изделие j -го вида.
- Пренебрегаем тем, что Q_j - целое.

Найти:

Q_j^* , с учетом ограничения по стоимости заказов ?

Решение:

Запишем ограничение:
$$\sum_{j=1}^n c_j * Q_j = c_1 * Q_1 + \dots + c_n * Q_n \leq D$$

Тогда целевая функция будет:
$$K = \sum_{j=1}^n \left[\frac{\lambda_j}{Q_j} * A_j + I_j * c_j * \frac{Q_j}{2} \right]$$

Нужно найти абсолютный минимум K по Q_j ($Q_j > 0$) с учетом ограничения $\sum_{j=1}^n c_j * Q_j \leq D$

Составляется функция Лагранжа:

$$J = \sum_{j=1}^n \left[\frac{\lambda_j}{Q_j} * A_j + I_j * c_j * \frac{Q_j}{2} \right] + \theta \left(\sum_{j=1}^n c_j * Q_j - D \right)$$
 где θ – множитель Лагранжа.

Тогда набор Q_j , $j=1, \dots, n$, доставляющих абсолютный минимум K при соблюдении ограничения, является решением следующей системы уравнений:

$$\frac{\partial J}{\partial Q_j} = 0 \quad \frac{\partial J}{\partial \theta} = 0$$

$$\frac{\partial J}{\partial Q_j} = -\frac{\lambda_j}{Q_j^2} * A_j + \frac{I_j * c_j}{2} + \theta * c_j = 0 \quad \frac{\partial J}{\partial \theta} = \sum_{j=1}^n c_j * Q_j - D = 0$$

Если провести подстановку, то
$$Q_j^* = \sqrt{\frac{2 * \lambda_j * A_j}{I_j * c_j + 2 * \theta^* * c_j}} \quad j=1, \dots, n,$$

где θ^* - такое значение θ , при котором Q^* , найденное из выражения

$$Q_j^* = \sqrt{\frac{2 * \lambda_j * A_j}{I_j * c_j + 2 * \theta^* * c_j}} \text{ удовлетворяет выражению } \frac{\partial J}{\partial \theta} = \sum_{j=1}^n c_j * Q_j - D = 0$$

4. Наличие одновременно нескольких ограничений

Дано:

- На складе хранится n типов изделий.
- Максимальная сумма денежных средств, на которую могут быть поданы заказы на все виды изделий D за один заказ.
- В течение года может быть подано не более h заказов.
- Спрос на j -й вид изделия $\lambda_j = \text{const}$ (единиц в год).
- $A_j = 0$ фиксированные издержки подачи заказа на j -й вид изделия.
- c_j - стоимость единицы изделия j -го вида.
- l_j - коэффициент издержек хранения для изделия j -го вида.
- f_j - количество кв.м площади склада, которое требуется для хранения единицы изделия j -го вида.
- Q_j - размер заказа на изделие j -го вида.
- Пренебрегаем тем, что Q_j - целое.

Найти:

- Q_j^* , с учетом ограничения по стоимости и количеству заказов ?

Решение:

Запишем ограничения:
$$\sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{Q_j} \leq h \qquad \sum_{j=1}^n c_j * Q_j \leq D$$

Целевая функция: так как $A_j = 0$, то
$$K = \sum_{j=1}^n [I_j * c_j * \frac{Q_j}{2}]$$

нужно найти абсолютный минимум K при

ограничениях $\sum_{j=1}^n c_j * Q_j \leq D$ может быть как существенным, так и не существенным
 Ограничение

Поэтому, сначала решаем задачу
$$K = \sum_{j=1}^n [I_j * c_j * \frac{Q_j}{2}] \rightarrow \min \text{ при } \sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{Q_j} \leq h$$

Если найденные Q_j^* удовлетворяют ограничению
$$\sum_{j=1}^n c_j * Q_j \leq D$$

то это и есть оптимальное решение.

Если нет, то составляется функция Лагранжа:

$$J = \sum_{j=1}^n I_j * c_j * \frac{Q_j}{2} + \theta \left(\sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{Q_j} - h \right) + \varphi * \left(\sum_{j=1}^n c_j * Q_j - D \right)$$

где θ и φ – множители Лагранжа.

Тогда оптимальные значения Q_j^* должны быть решениями следующих уравнений:

$$\frac{\partial J}{\partial Q_j} = 0 = \frac{I_j * C_j}{2} - \frac{\theta * \lambda_j}{Q_j^2} + \varphi * c_j,$$

$$\frac{\partial J}{\partial \theta} = 0 = \sum_{j=1}^n \frac{\lambda_j}{Q_j} - h \quad \frac{\partial J}{\partial \varphi} = 0 = \sum_{j=1}^n c_j * Q_j - D$$

$$Q_j = \sqrt{\frac{2 * \theta * \lambda_j}{c_j * (I_j + 2 * \varphi)}} \quad \text{после подстановки получаем:}$$

$$\theta = \left[\frac{1}{\sqrt{2} * h} * \sum_{j=1}^n \sqrt{\lambda_j * c_j * (I_j + 2 * \varphi)} \right]^2$$

φ^* находим из выражения:

$$\left\{ \sum_{j=1}^n \left[\sqrt{\frac{\lambda_j * c_j}{I_j + 2 * \varphi}} \right] \right\} * \left\{ \frac{1}{h} * \sum_{j=1}^n \left[\sqrt{\lambda_j * c_j * (I_j + 2 * \varphi)} \right] \right\} = D$$

Процедура решения следующая:

Определяем φ^* .

Определяем θ^* .

Определяем Q^*j

Дополнительные модификации формулы Уилсона:

1. Оптимальный размер заказа с учетом НДС:

Модель УЗ классическая. Дано r – коэффициент ставки НДС, r =ставка НДС в %/100

Тогда оптимальный размер заказа определяется по формуле:

$$q^* = \sqrt{\frac{2\lambda A}{Ic + Icr}}$$

2. Оптимальный размер заказа с учетом затрат на содержание запаса на

единицу площади склада:
Затраты на содержание единицы запаса могут быть выражены $Ic = a \cdot k$,
где a – затраты на содержание запаса на единицу занимаемой площади (объема) (руб/м² или руб/м³), k – коэффициент, учитывающий пространственные габариты единицы запаса (м²/ед или м³/ед)

$$q^* = \sqrt{\frac{2\lambda A}{ak}}$$

Основные показатели состояния запаса

- 1) Средний уровень запаса
- 2) Запасоемкость
- 3) Обеспеченность потребности запасом
- 4) Доля переходящего запаса
- 5) Скорость обращения запаса
- 6) Время оборота запаса

1) Средний уровень запаса

Рассчитывается для единичного отчетного периода по формуле:

$$\bar{z}_i = \frac{z_{ni} + z_{ki}}{2}$$

Где \bar{z}_i — средний объем запаса в i -м периоде, z_{ni} — остаток запаса на начало периода, z_{ki} — остаток запаса на конец периода

$$\bar{z}_j = \frac{0,5z_1 + \sum_{i=2}^{n-1} z_i + 0,5z_n}{n-1}$$

2. Запасоемкость – сколько единиц остатков запаса имеется на единицу отгрузки прошлого единичного периода учета, показывает для обслуживания скольких будущих отчетных периодов будет достаточно остатков запасов, созданных на конец рассматриваемого периода при условии, что объем отгрузок в будущем останется тем же:

$$Z_{emj} = \frac{Z_{j+1}}{D_j}$$

Где Z_{j+1} остаток запаса на конец j-го единичного периода учета, D_j - объем отгрузок, (или объем продаж), за j-й период

3. Обеспеченность потребности запасом – на сколько дней хватит запаса до их полного истощения:

$$O_{dj} = \frac{Z_{ej}}{m_j}$$

Где Z_{ej} остаток запаса на конец j-го единичного периода учета (ед), m_j - объем отгрузок, (или объем продаж), за j-й период (ед/день)

4. Доля переходящего запаса – отношение объема запаса на начало периода к предполагаемому балансовому итогу запаса на конец периода, исходя из того, что отгрузка в этот период не происходила:

$$d_i = \frac{z_{ni}}{z_{ni} + s_i}$$

Известно основное балансовое уравнение запаса: $z_{ei} = z_{ni} + s_i - D_i$

$$d_i = \frac{z_{ni}}{z_{ei} + D_i}$$

5. Скорость обращения запаса – показывает количество оборотов (число раз полного обновления состава) среднего запаса за рассматриваемый период:

$$V_i = \frac{D_i}{z_i}$$

6. Время оборота – среднее число дней, в течение которых средний размер запаса находится на складе

$$T_i = \frac{\bar{z}_i}{m_i}$$

Где \bar{z}_i средний объем запаса в периоде i

m_i объем отгрузок за i период (ед/день)

Расчет страхового (гарантийного) запаса

1. Страховой запас, шт

$$z_s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_{pi} - \bar{t}_p)^2}{n}} * P_c$$

Где P_c среднесуточный
объем потребления

t_{pi} - продолжительность поставки в i -ом периоде, дни

\bar{t}_p - средняя продолжительность поставок за n прошлых
периодов, дни

2. Страховой запас, дни

$$z_s = k \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (t_{pi} - \bar{t}_p)^2 Q_i}{\sum_{i=1}^n Q_i}}$$

c

Правило ABC анализа

- 1) Определить перечень позиций номенклатуры предметов снабжения, по которым необходимо осуществить анализ и выбрать показатель анализа (Объем закупок за период в денежном выражении (масса, объем))
- 2) Для каждой позиции определить значение показателя.
- 3) Упорядочить номенклатуру по убыванию показателя
- 4) Найти общую сумму показателей
- 5) Определить долю показателя по каждой строке в общей сумме
- 6) Определить сумму долей нарастающим итогом для каждой строки
- 7) Определить границы групп (80, 15, 5 или 75, 20, 5)
- 8) Провести разделение ориентируясь на сумму долей для каждой строки

XUZ анализ

Основан на расчете коэффициента вариации:

Группа X: 0-10%

Группа Y: 11-25%

Группа Z: >26%

$$V = \frac{\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}}{\bar{x}} * 100\%$$

Рекомендуемые коэффициенты надежности страхового запаса

Критерий ABC сегментации – валовая прибыль по позиции

Критерий XYZ сегментации – спрашиваемость продукции в шт

AX, AY, BX - 2

CX, BY, AZ – 1,5

CY, BZ, CZ -1

Дополнительные модификации формулы Уилсона:

1. Оптимальный размер заказа с учетом стоимости денег во времени:

Условия: расходные платежи (стоимость транспортировки партии, хранения, издержки поставки) оплачиваются **в начале периода** (модель пренумерандо)

Доходные платежи приходят в середине периода. Учет временной стоимости денег осуществляется для простых процентов, r – годовая ставка наращивания.

Тогда оптимальный размер заказа определяется по формуле:

$$q_1 = \frac{q}{z^0}$$

где

$$q^* = \sqrt{\frac{2\lambda A}{Ic}}$$

$$z_0 = 2 * \sqrt{\frac{Ic + rc}{3Ic}} * \cos(\alpha/3)$$

$$\cos \alpha = r * \sqrt{\frac{27 * A(Ic)^2}{2\lambda(Ic + rc)^3}}$$

Дополнительные модификации формулы Уилсона:

2. Оптимальный размер заказа с учетом стоимости денег во времени:

Условия: расходные платежи (стоимость транспортировки партии, хранения, издержки поставки) оплачиваются **в середине периода**.

Доходные платежи приходят в середине периода. Учет временной стоимости денег осуществляется для простых процентов, r – годовая ставка.наращения.

Тогда оптимальный размер заказа определяется по формуле: $q^* = \sqrt{\frac{2\lambda A}{Ic + rc}}$

3. Оптимальный размер заказа с учетом стоимости денег во времени: расходные платежи оплачиваются **в конце периода (модель постнумерандо)**:

$$q_1 = \frac{q^*}{z^0} \quad z_0 = 2 * \sqrt{\frac{Ic + rc}{3Ic}} * \cos(\alpha/3)$$

$$\cos \alpha = \frac{-r}{(1+r)} * \sqrt{\frac{27 * A(Ic)^2}{2\lambda(Ic + rc)^3}}$$

Дополнительные модификации формулы Уилсона:

4. Оптимальный размер заказа с учетом стоимости денег во времени при использовании заемных средств:

Условия: расходные платежи (стоимость транспортировки партии, хранения, издержки поставки) оплачиваются **в начале периода из заемных средств (с плечом финансового рычага, равным α)**.

Годовая кредитная ставка для заемных средств r_k

Доходные платежи приходят в середине периода. Учет временной стоимости денег осуществляется для простых процентов, r – годовая ставка наращивания.

Тогда оптимальный размер заказа, обеспечивающий максимум интенсивности потока доходов на используемые собственные средства определяется по формуле:

$$q^* = \sqrt{\frac{2\lambda A}{Ic + c^*(r + \alpha r_k) / (1 + \alpha)}}$$