

Вычисление площадей фигур на клетчатой бумаге

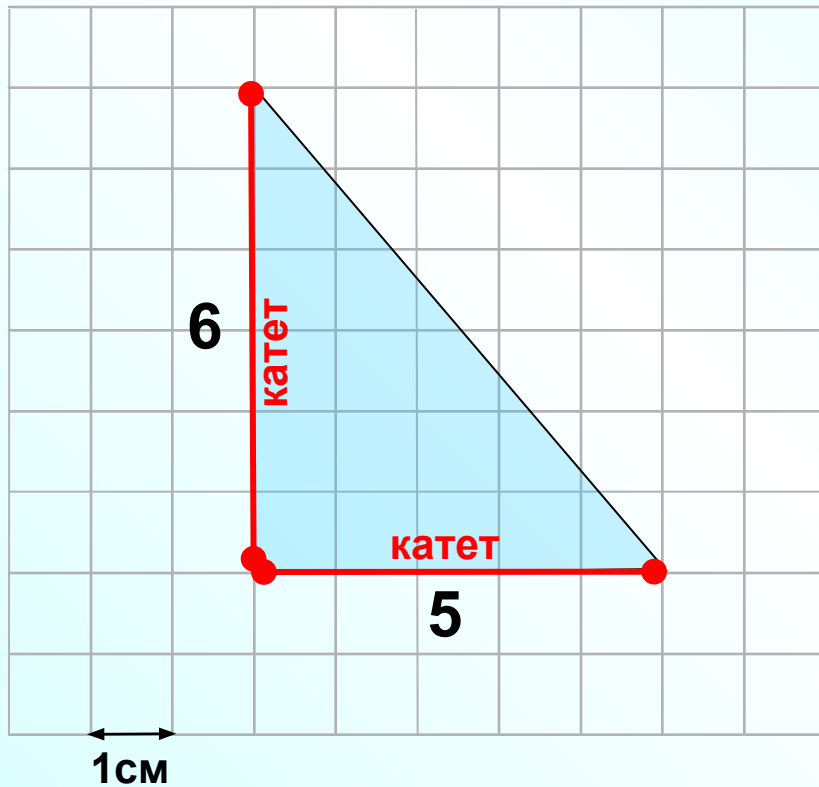
Аннотация.

На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см 1 см изображены различные фигуры. Необходимо найти площадь. Ответ записать в квадратных сантиметрах.

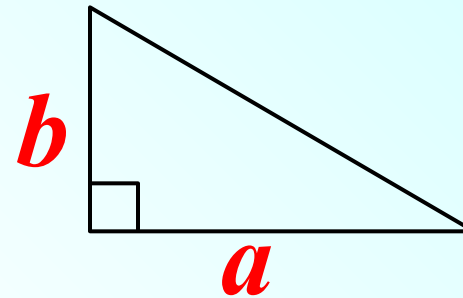
Для того, чтобы быстро решать такие задания, надо знать формулы для вычисления площадей треугольника, прямоугольника, трапеции, параллелограмма, квадрата.

Часто при решении таких задач используются свойства площадей. Фигуру надо разбить на части, площади которых можно найти по знакомым формулам. Или наоборот, фигуру надо достроить. Получится большая фигура, площадь которой мы сможем найти.

Дан треугольник



Помощь



$$S = \frac{1}{2} ab$$

a, b – катеты прямоугольного
треугольника

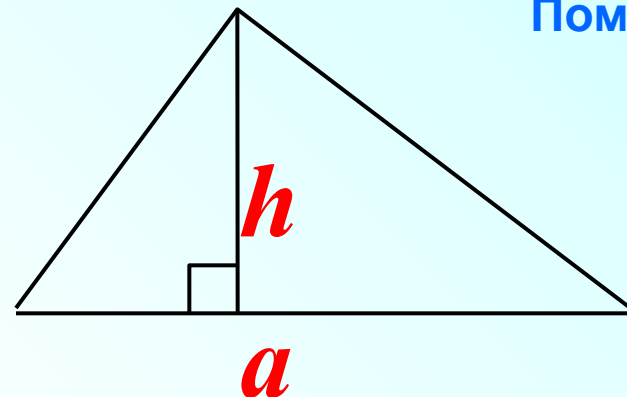
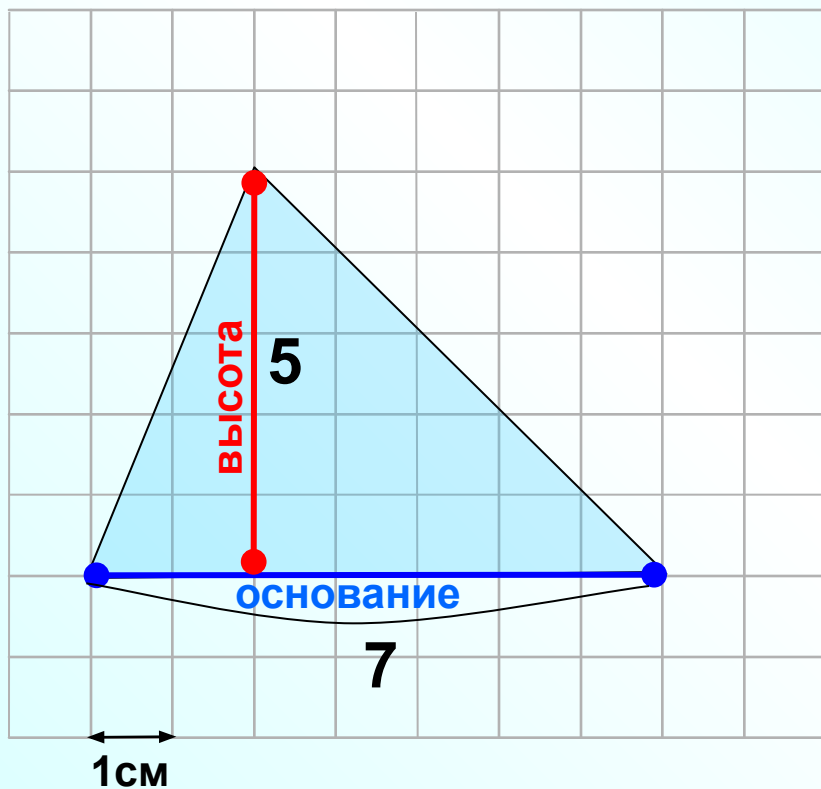
Площадь прямоугольного треугольника
найти очень просто, длины катетов
сосчитаете по клеточкам.

$$S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 = 15$$

В 3	1	5				
-----	---	---	--	--	--	--

Дан треугольник

Помощь



$$S = \frac{1}{2} a h_a$$

a - основание

h_a - высота

Не сложно найти площадь треугольника, зная его основание и высоту, проведенную к **этому** основанию.

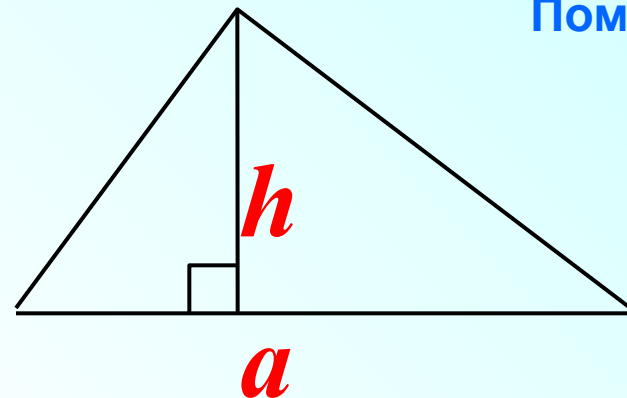
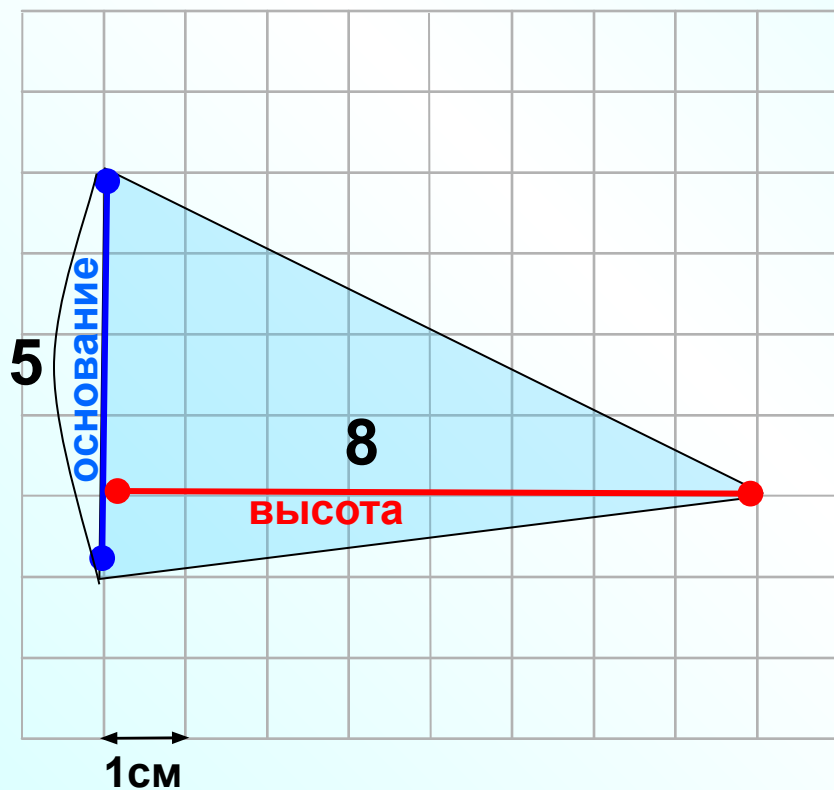
$$S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 7 = 17,5$$

В 3

1 7 , 5

Дан треугольник

Помощь



$$S = \frac{1}{2} a h_a$$

a - основание

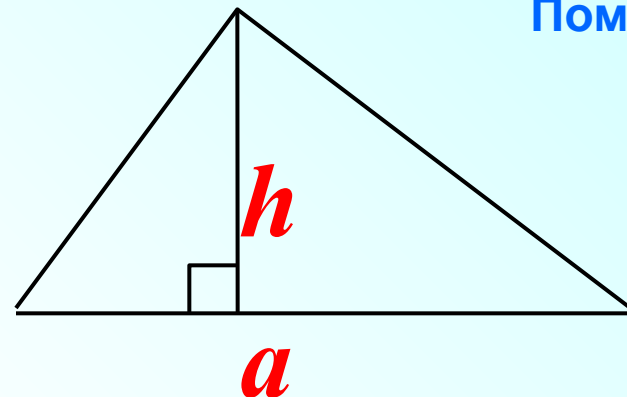
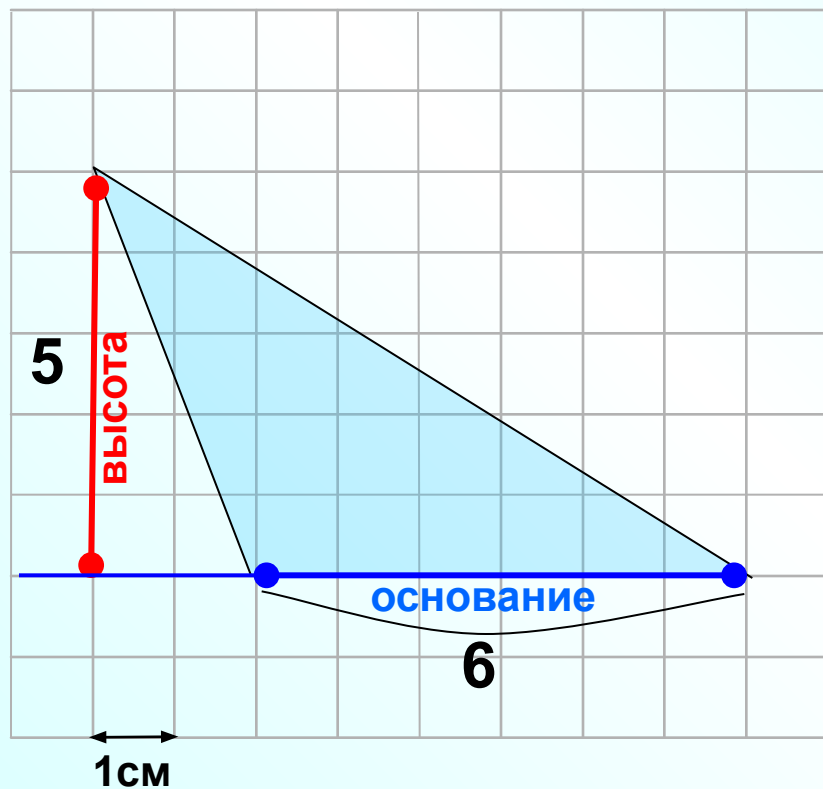
h_a - высота

$$S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8 = 20$$

В 3	2	0				
-----	---	---	--	--	--	--

Дан треугольник

Помощь



$$S = \frac{1}{2} a h_a$$

a - основание

h_a - высота

Для тупого треугольника высота может находиться во внешней области треугольника.

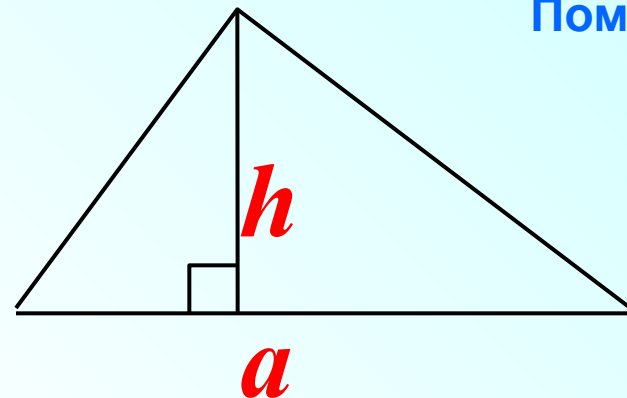
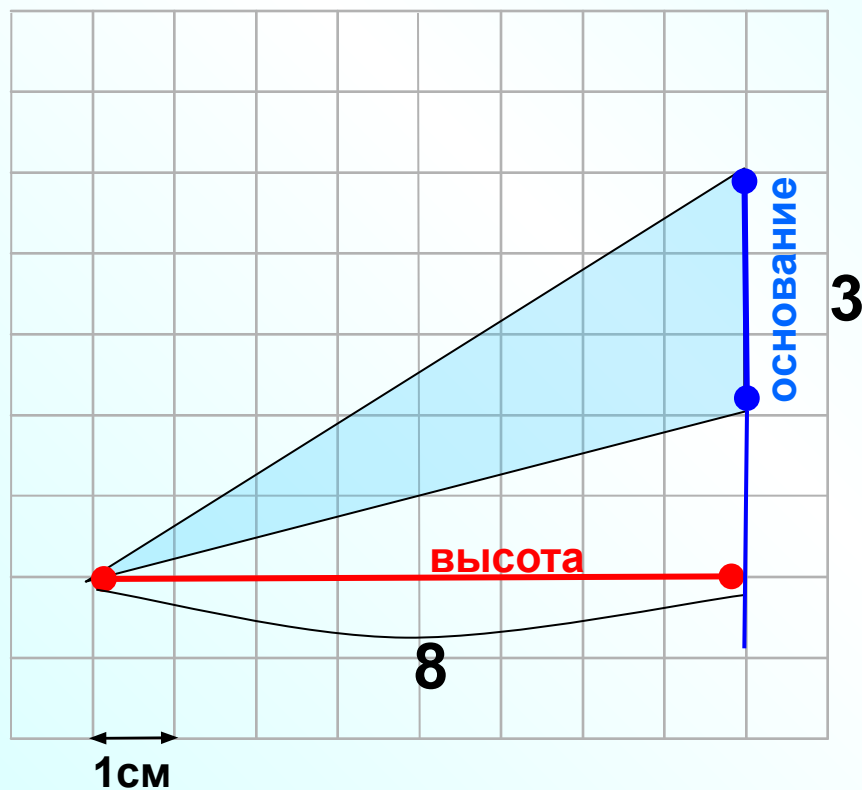
$$S = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 6 = 15$$

В 3

1 5

Дан треугольник

Помощь



$$S = \frac{1}{2} a h_a$$

a - основание

h_a - высота

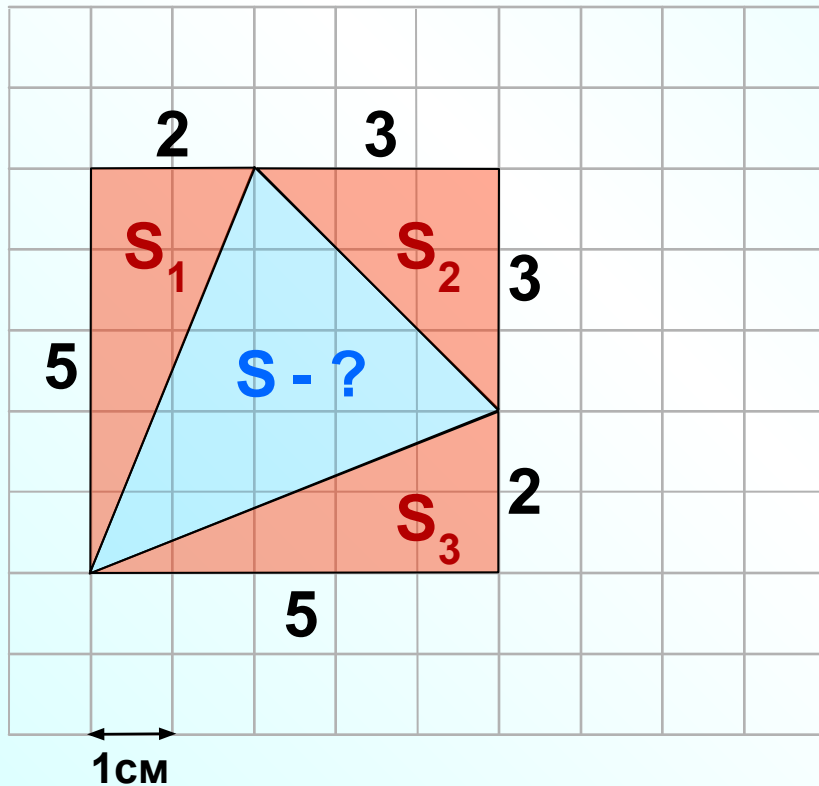
Для тупоугольного треугольника высота может находиться во внешней области треугольника.

$$S = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 8 = 12$$

В 3

1 2

Дан треугольник



$$S = S_{\text{КВ}} - S_1 - S_2 - S_3$$

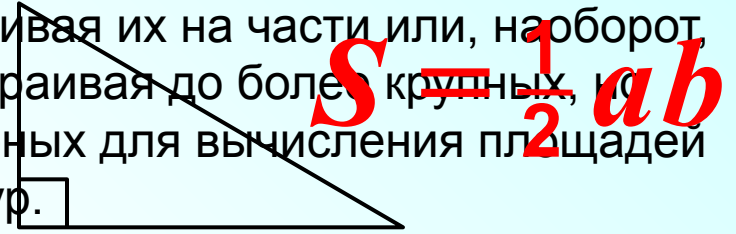
$$S = 5 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2 = 25 - 5 - 4,5 - 5 = 10,5$$

Помощь

Помощь

Я надеюсь, что ты помнишь:

Площадь многих фигур можно найти, разбивая их на части или, наоборот, достраивая до более крупных, удобных для вычисления площади фигур.



Достроим этот треугольник до квадрата. Тогда площадь треугольника можно найти следующим образом:

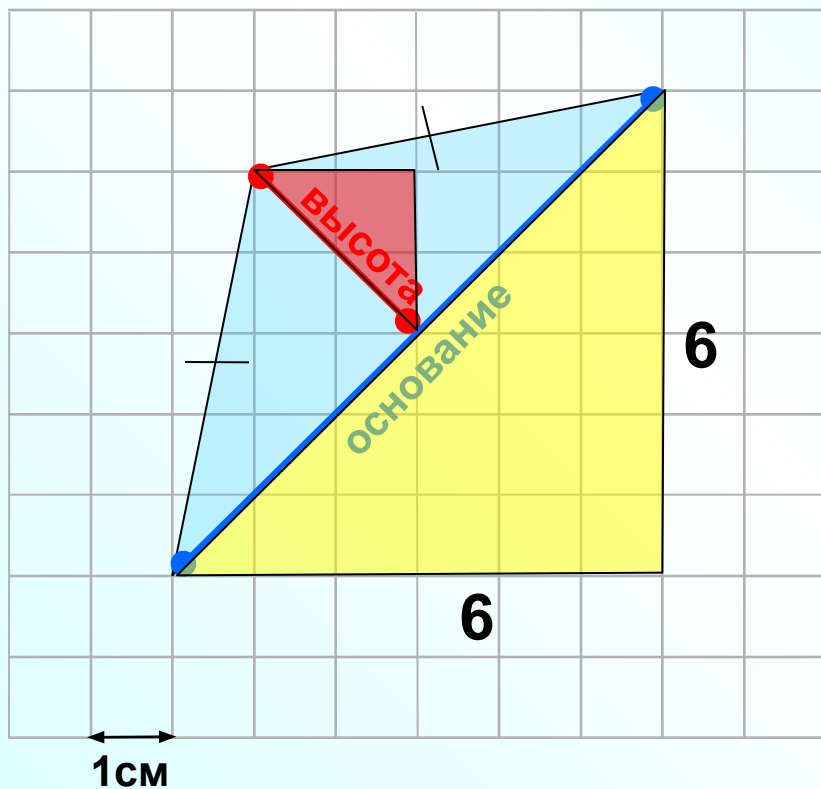
$$S = S_{\text{КВ}} - S_1 - S_2 - S_3$$

$$S_{\text{КВ}} = a^2$$

В 3

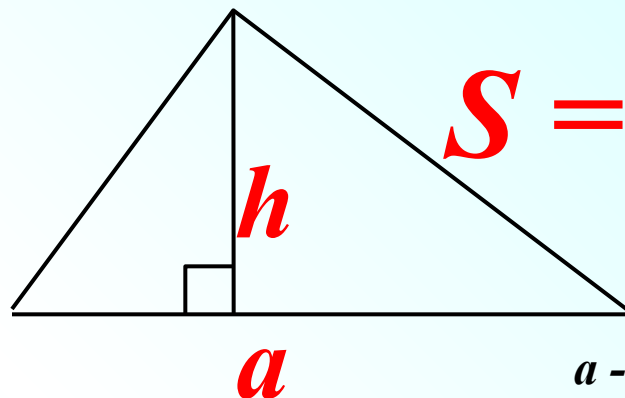
1 0 , 5

Дан треугольник



Не сложно заметить, что этот треугольник равнобедренный.

Помощь



$$S = \frac{1}{2} a h_a$$

a - основание
 h_a - высота

Найдем основание по теореме Пифагора

$$\sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{2 \cdot 6^2} = 6\sqrt{2}$$

Найдем высоту по теореме Пифагора

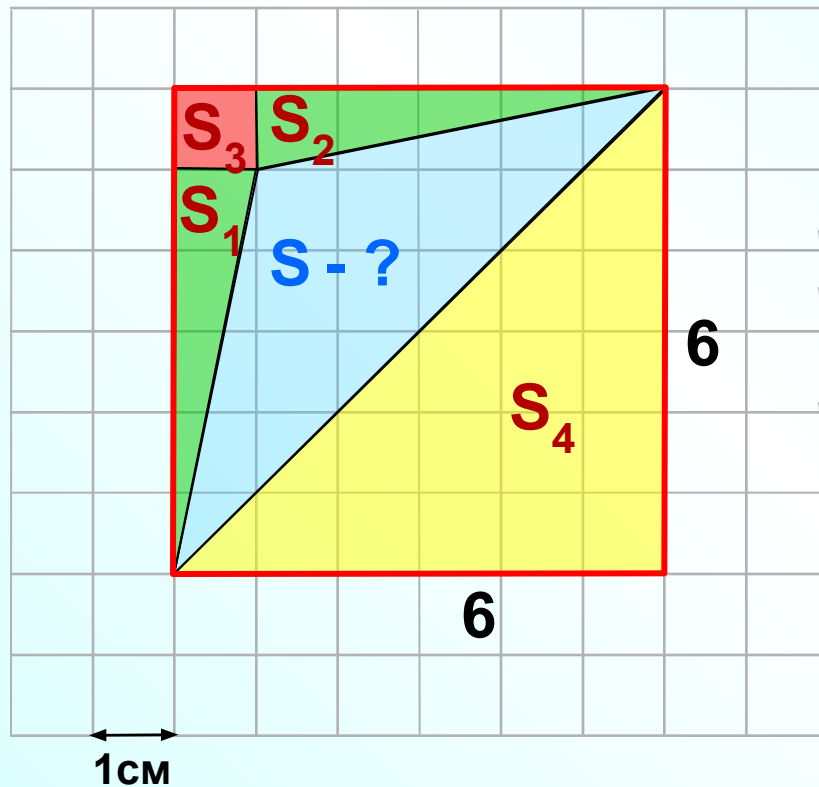
$$\sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{2 \cdot 2^2} = 2\sqrt{2}$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} \cdot 6\sqrt{2} = 2 \cdot 6 = 12$$

В 3

1 2

Дан треугольник



Можно решить задачу иначе. Эту фигуру удобно достроить до квадрата.

Не сложно найти площади всех фигур:

- ✓ квадрат со стороной 6,
- ✓ два прямоугольных треугольника с катетами 1 и 5,
- ✓ квадратик со стороной 1.

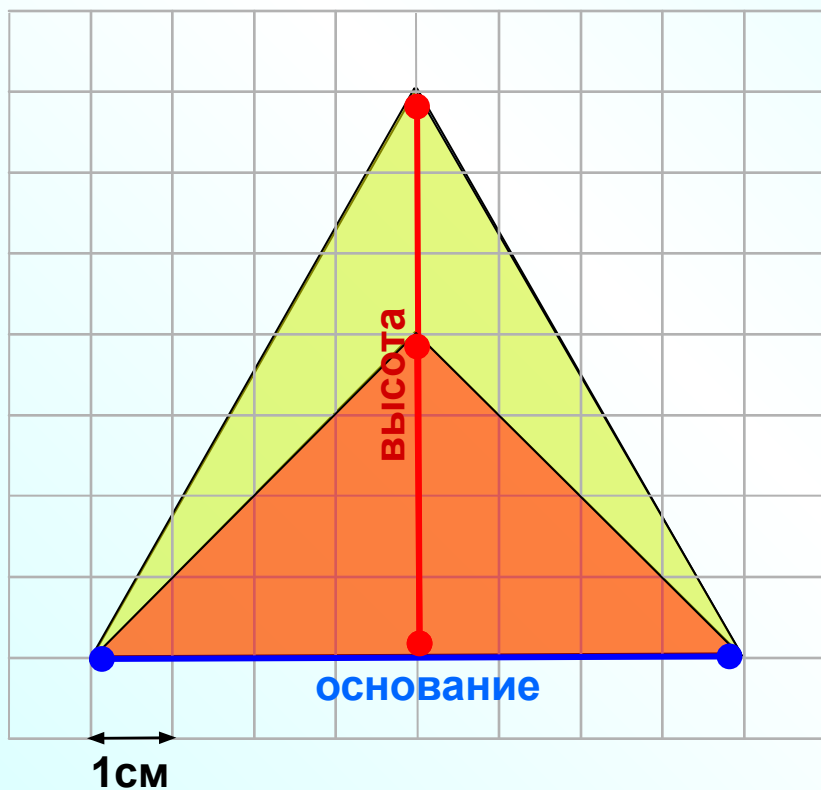
$$S = S_{\text{КВ}} - S_1 - S_2 - S_3 - S_4$$

$$S = 6 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 1 - 1 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 = 36 - 2,5 - 2,5 - 1$$
$$= 12$$

В 3

1 2

Дан треугольник



Эту фигуру удобно достроить до
большого треугольника.

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 7 = 28$$

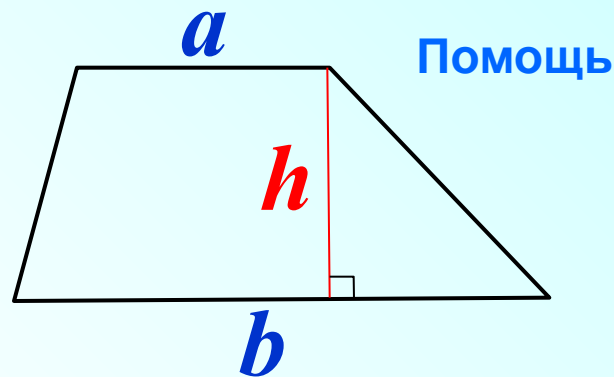
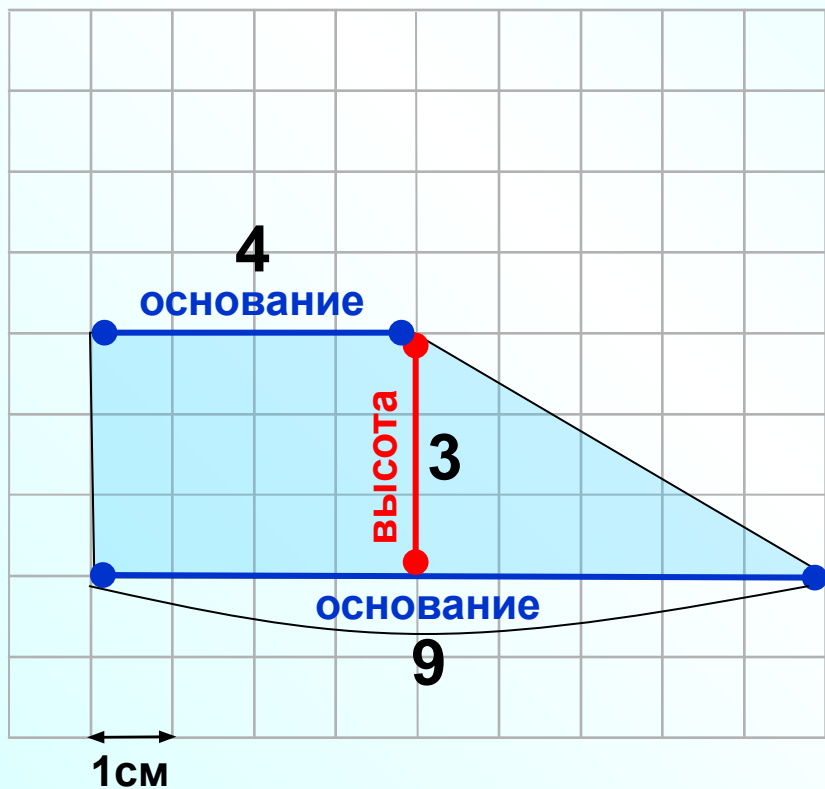
$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4 = 16$$

$$S = S_1 - S_2 = 28 - 16 = 12$$

В 3

1 2

Дана трапеция



$$S = \frac{1}{2} (a+b) h$$

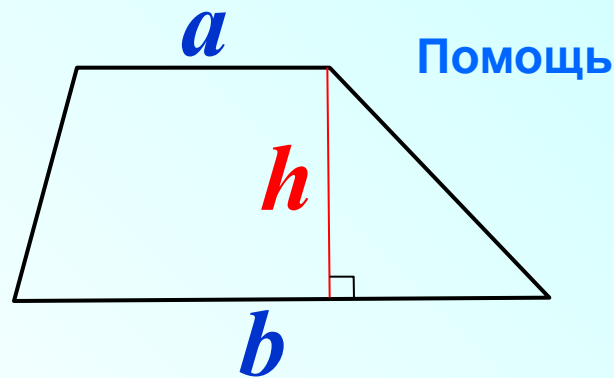
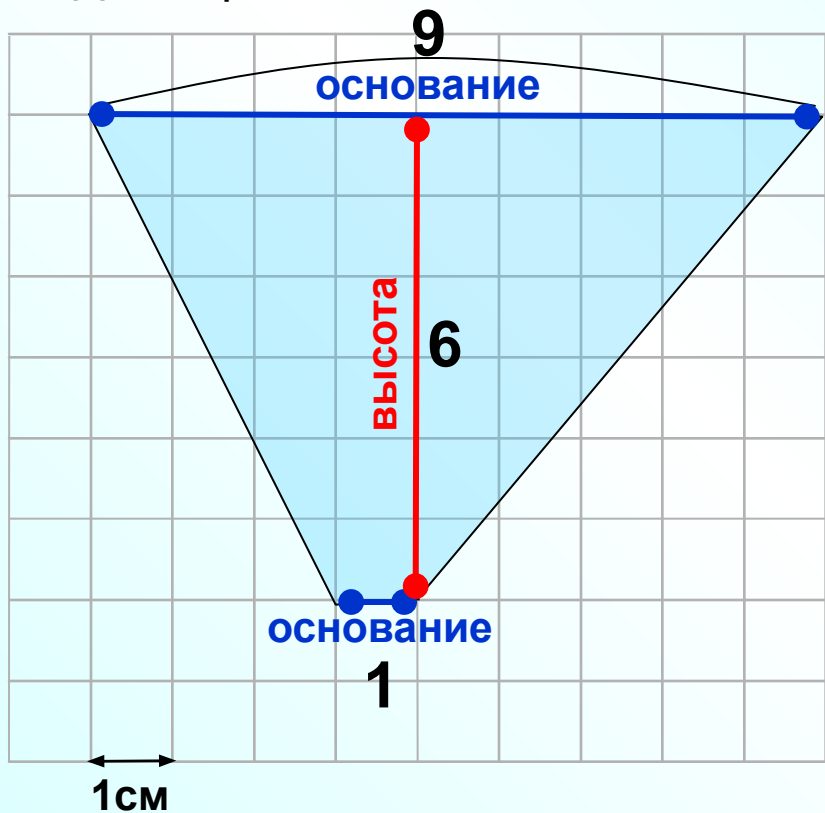
a, b – основания трапеции
 h – высота

Площадь трапеции найти очень просто,
если знаешь формулу.

$$S = \frac{1}{2} (9 + 4) \cdot 3 = 19,5$$

В 3	1	9	,	5		
-----	---	---	---	---	--	--

Дана трапеция



$$S = \frac{1}{2} (a+b) h$$

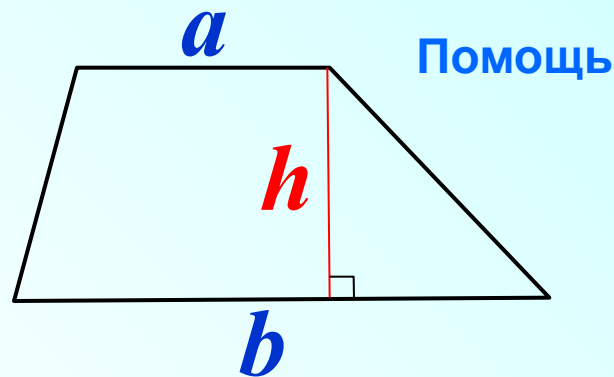
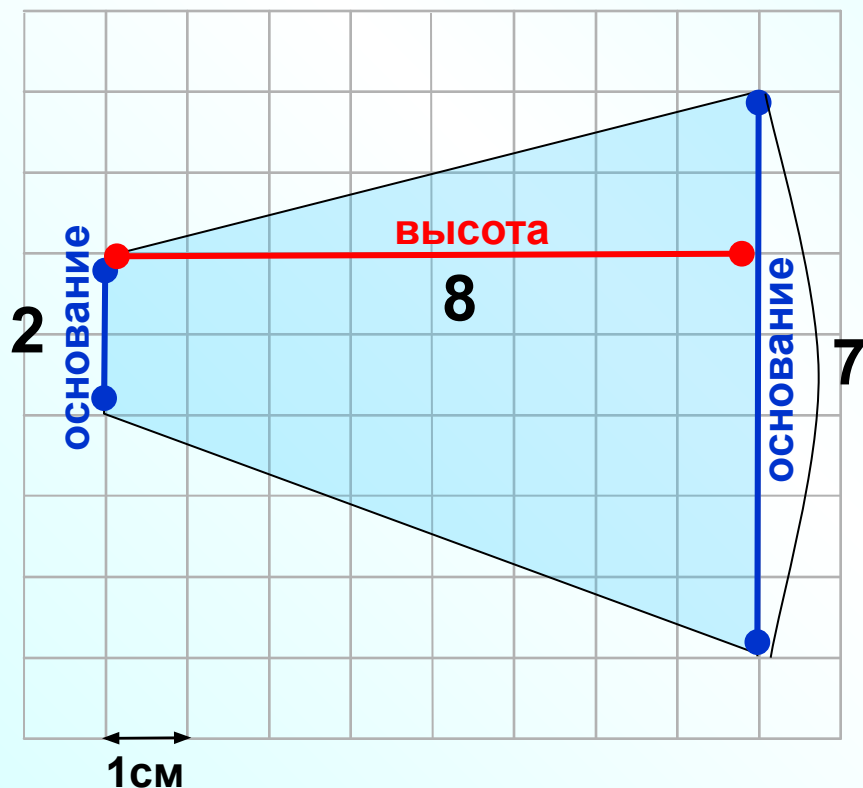
a, b – основания трапеции
h – высота

Площадь трапеции найти очень просто,
если знаешь формулу.

$$S = \frac{1}{2} (9 + 1) \cdot 6 = 30$$

В 3	3	0				
-----	---	---	--	--	--	--

Дана трапеция



$$S = \frac{1}{2} (a+b) h$$

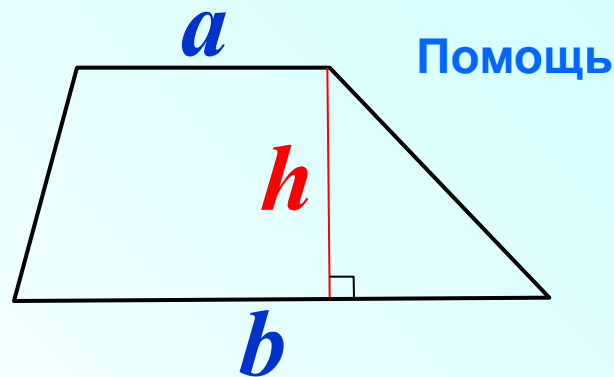
a, b – основания трапеции
 h – высота

Площадь трапеции найти очень просто,
если знаешь формулу.

$$S = \frac{1}{2} (7 + 2) \cdot 8 = 36$$

В 3	3	6				
-----	---	---	--	--	--	--

Дана трапеция



$$S = \frac{1}{2} (a+b) h$$

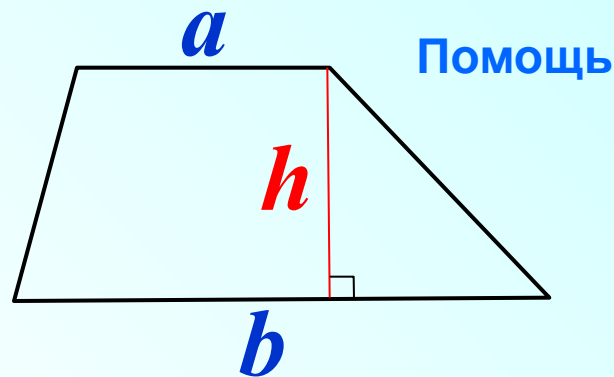
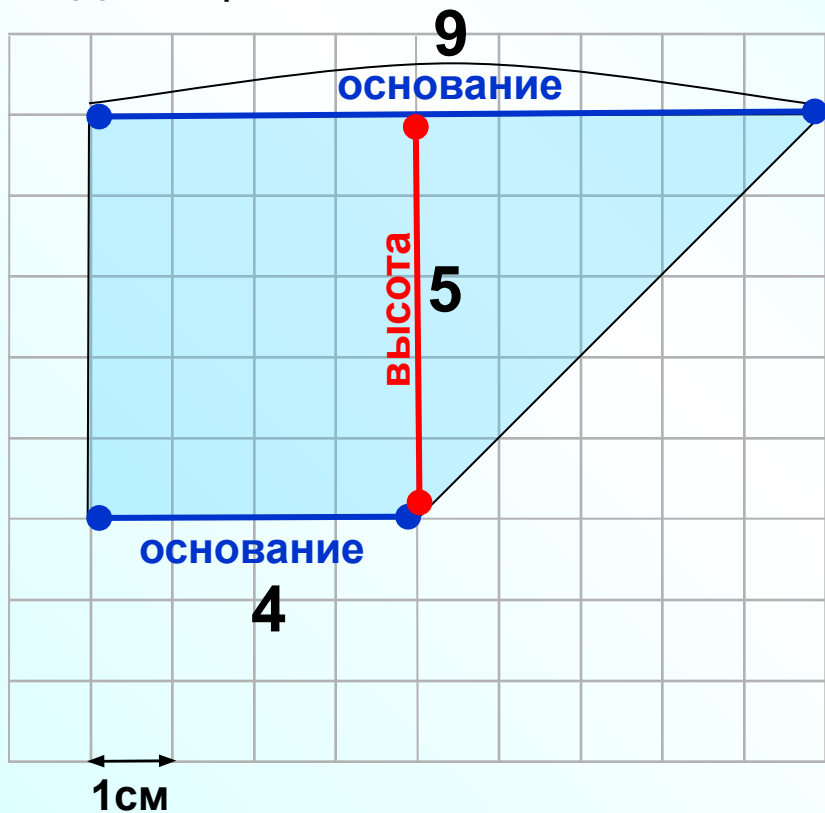
a, b – основания трапеции
 h – высота

Площадь трапеции найти очень просто,
если знаешь формулу.

$$S = \frac{1}{2} (6 + 4) \cdot 5 = 25$$

В 3	2	5				
-----	---	---	--	--	--	--

Дана трапеция

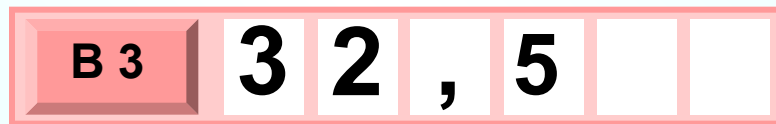


$$S = \frac{1}{2} (a+b) h$$

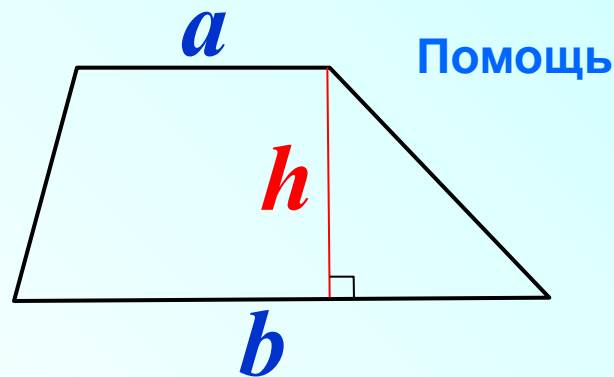
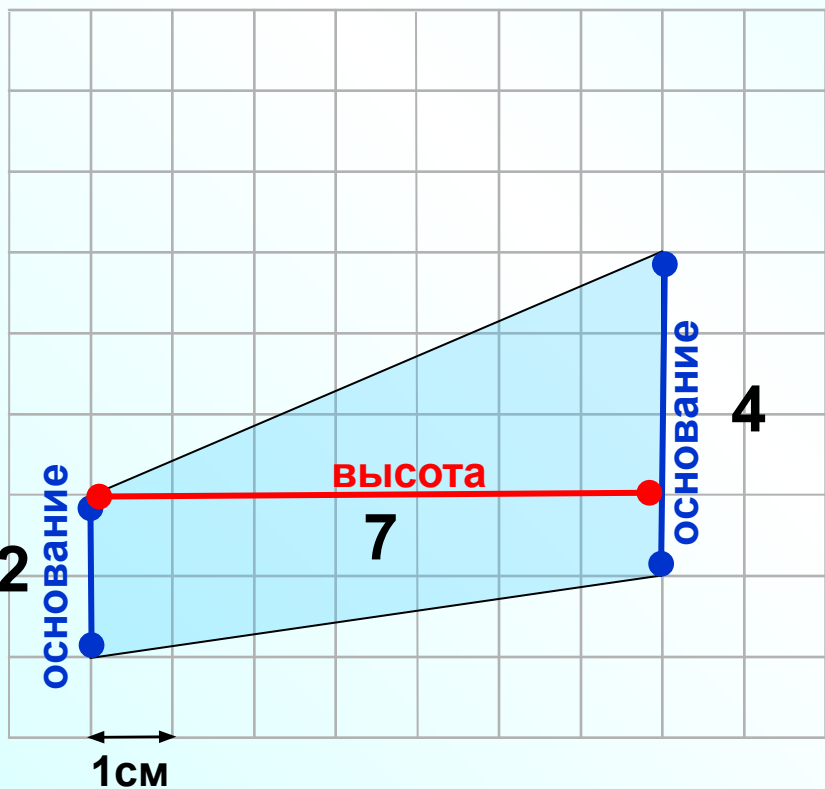
a, b – основания трапеции
h – высота

Площадь трапеции найти очень просто,
если знаешь формулу.

$$S = \frac{1}{2} (9 + 4) \cdot 5 = 32,5$$



Дана трапеция



$$S = \frac{1}{2} (a+b) h$$

a, b – основания трапеции
 h – высота

Площадь трапеции найти очень просто,
если знаешь формулу.

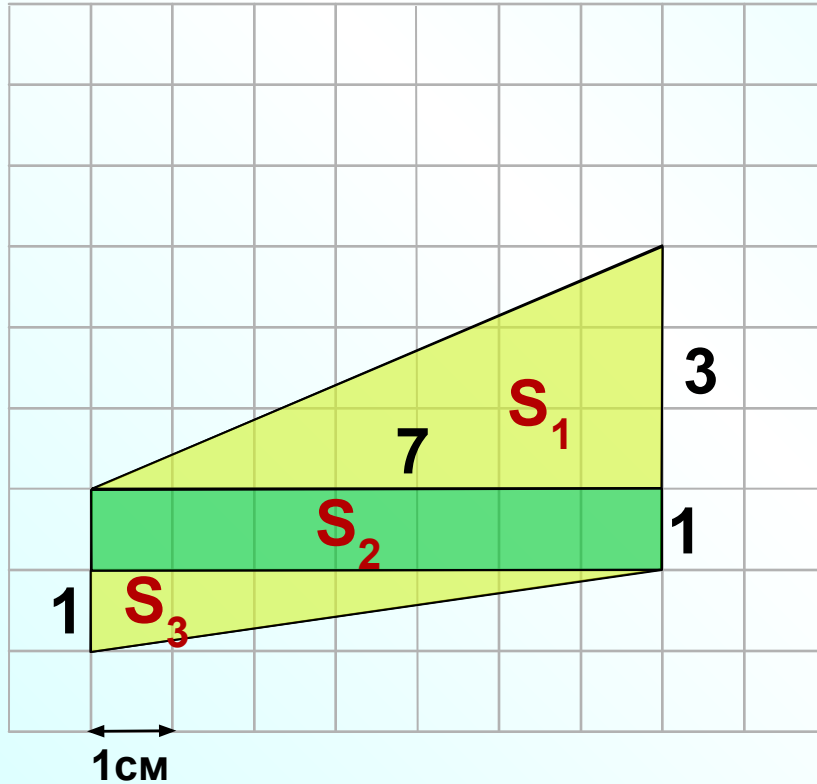
$$S = \frac{1}{2} (2 + 4) \cdot 7 = 21$$

В 3	2	1				
-----	---	---	--	--	--	--

Выполним дополнительные построения так, чтобы получить фигуры, площади которых мы сможем вычислить.

a

Помощь



$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 7 = 10,5$$

$$S_2 = 1 \cdot 7 = 7$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 7 = 3,5$$

$$S = \frac{1}{2} (a+b) h$$

a, b – основания трапеции

$$S = S_1 + S_2 + S_3 = 10,5 + 7 + 3,5 = 21$$

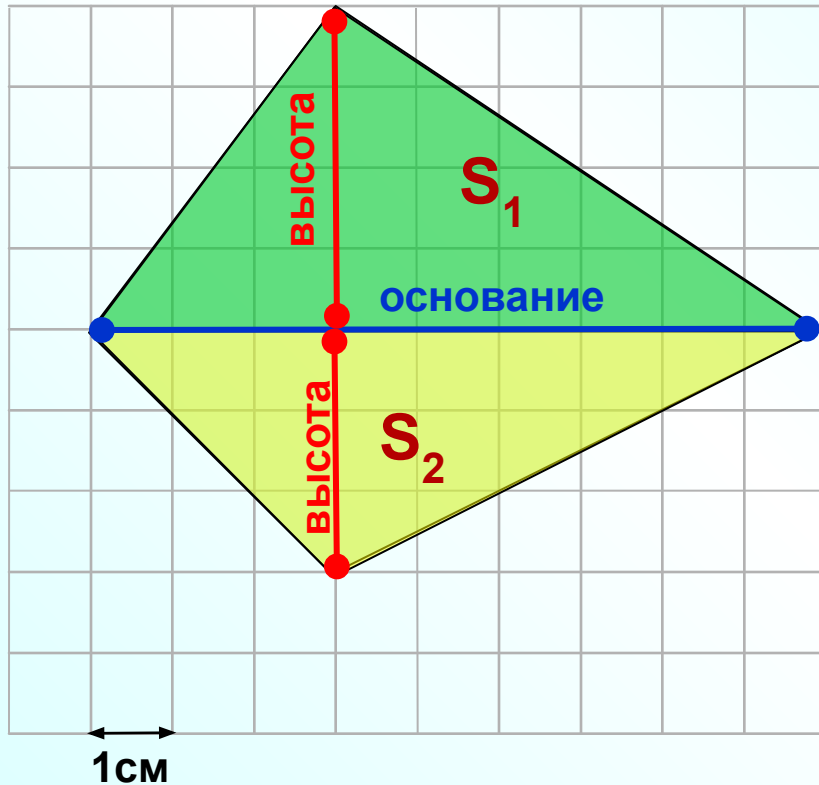
Если на экзамене ты разволновался и ты получишь тот же ответ, но ты забыл формулу для вычисления площади трапеции... должен понимать, что потратишь больше времени!

А мне этот способ понравился!

В 3

2 1

Дан четырехугольник



Многие задачи можно решить разными способами.

Выполним дополнительные построения так, чтобы получить фигуры, площади которых мы сможем вычислить.

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 4 = 18$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 3 = 13,5$$

$$S = S_1 + S_2 = 31,5$$

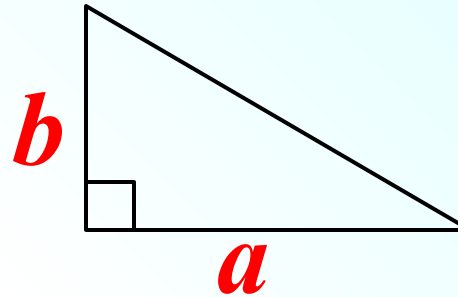
А мне этот способ не понравился!

В 3

3 1 , 5

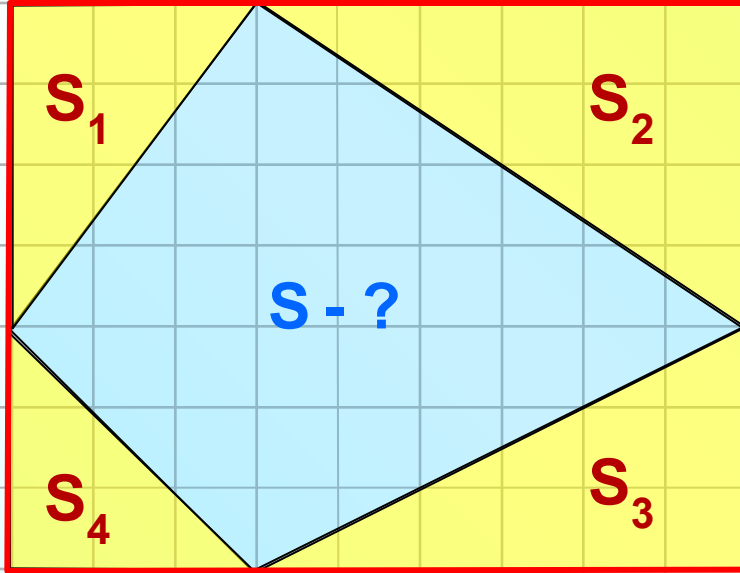
Второй ученик увидит другую дорогу.
Конечно, он прав. Этот ученик знает
только как вычислить площадь
прямоугольного треугольника!

Помощь



$$S = \frac{1}{2} ab$$

a, b – катеты прямоугольного треугольника



← 1 см
А мне этот
способ не
понравился!

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 = 9$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12$$

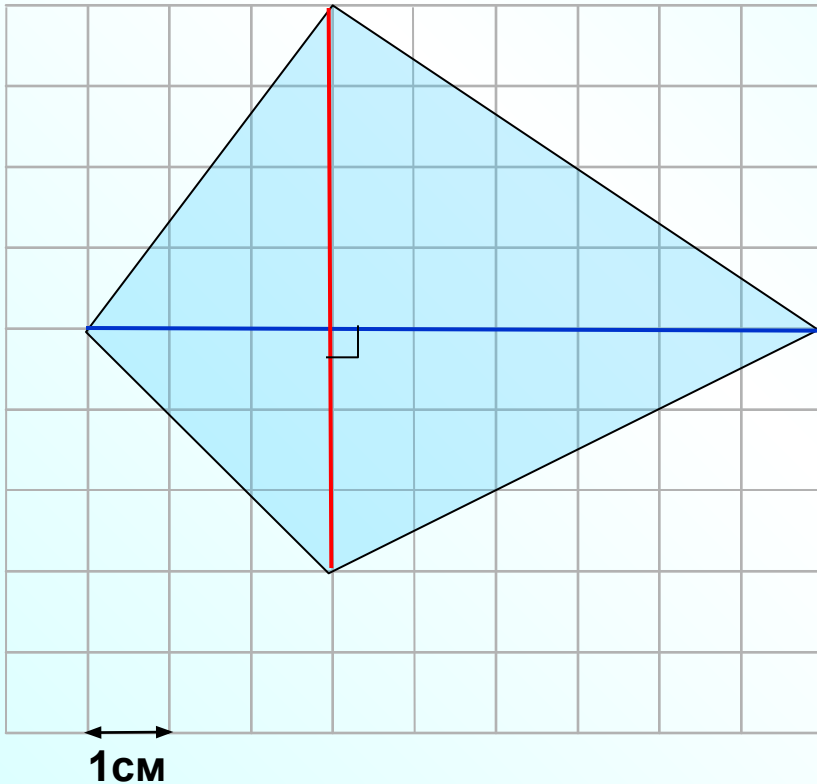
$$S_4 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 = 4,5$$

$$S = S_{\text{пря}} - S_1 - S_2 - S_3 - S_4$$

$$S = 9 \cdot 7 - 6 - 12 - 9 - 4,5$$

В 3 3 1 , 5

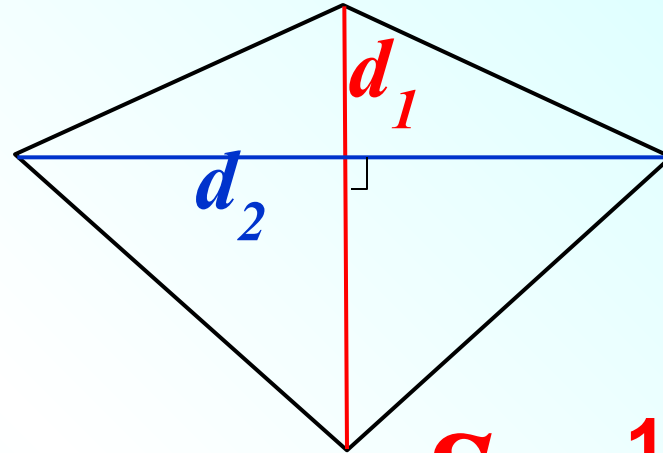
Дан четырехугольник



Ученик, который
знает больше
формул решит
задачу быстрее

Третий ученик формул знает
значительно больше и он найдет
площадь быстрее!

Помощь



$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

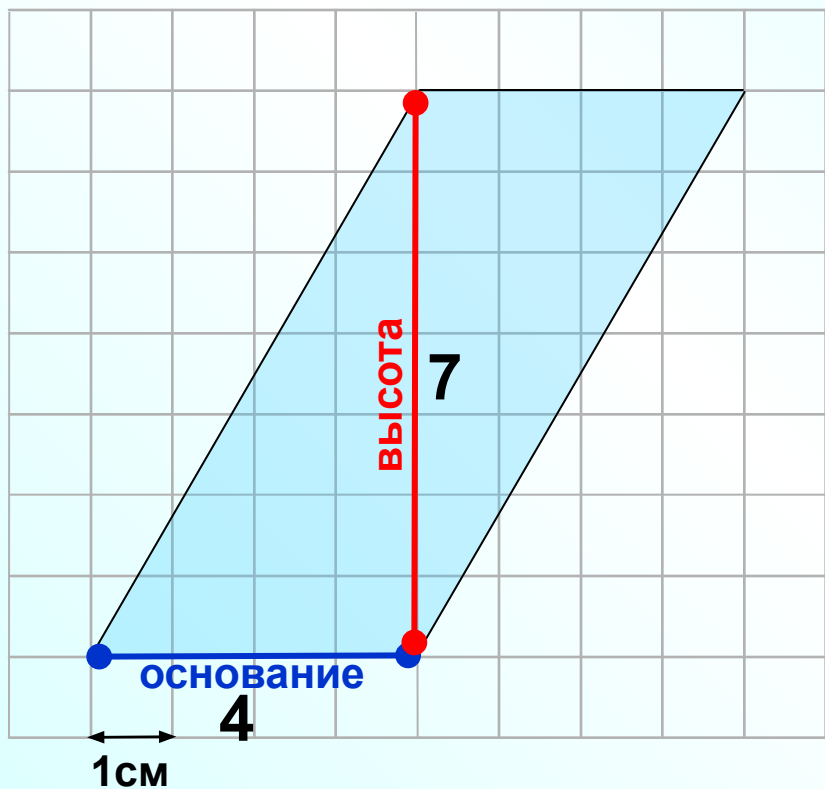
d_1, d_2 – взаимно перпендикулярные
диагонали четырехугольника

$$S_3 = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 9 = 31,5$$

В 3

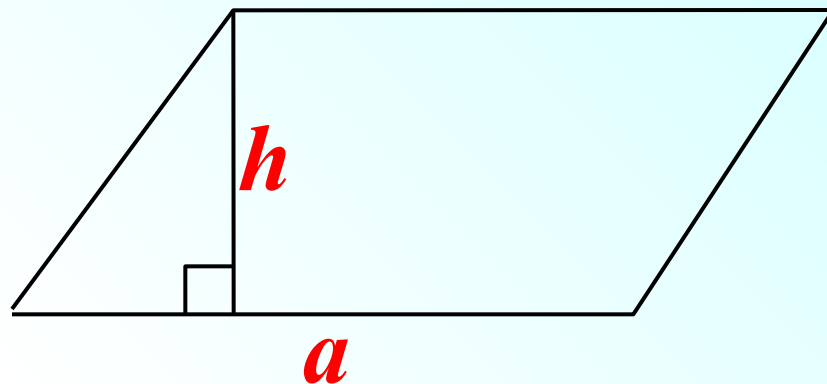
3 1 , 5

Дан параллелограмм



Первым решит задачу тот, кто знает формулу для вычисления площади параллелограмма.

Помощь



$$S = a h_a$$

a – основание параллелограмма

h_a – высота, проведенная к основанию

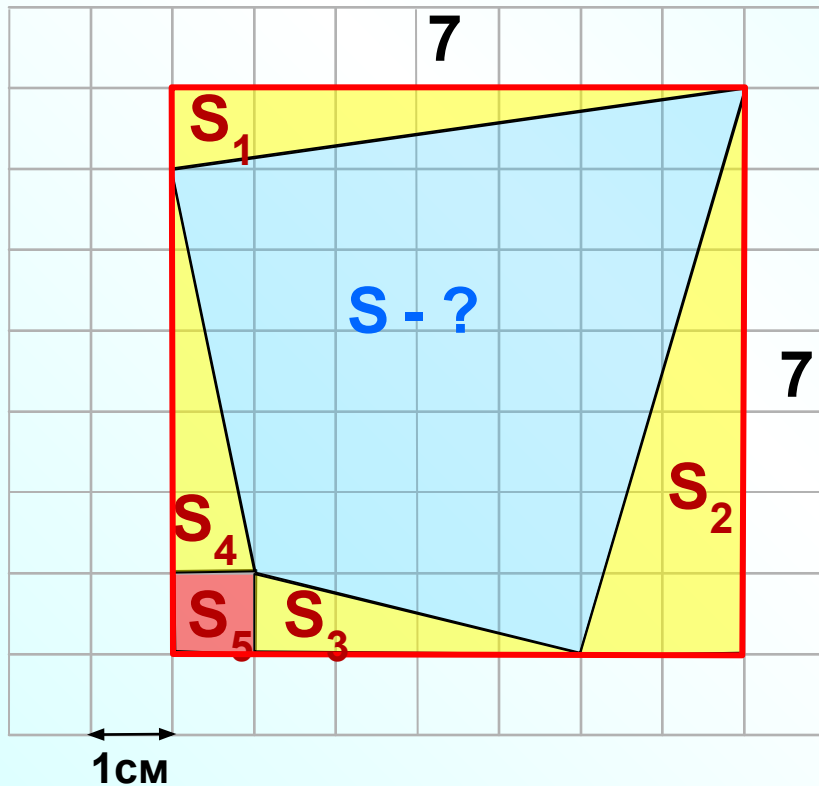
$$S = 4 \cdot 7 = 28$$

В 3

2 8

Дан четырехугольник

Некоторые фигуры необходимо разбить на части или наоборот достроить...



$$S = S_{\text{квад}} - S_1 - S_2 - S_3 - S_4 - S_5$$

$$S = 7 \cdot 7 - 3,5 - 7 - 2 - 2,5 - 1$$

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 7 = 3,5$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 7 = 7$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 = 2$$

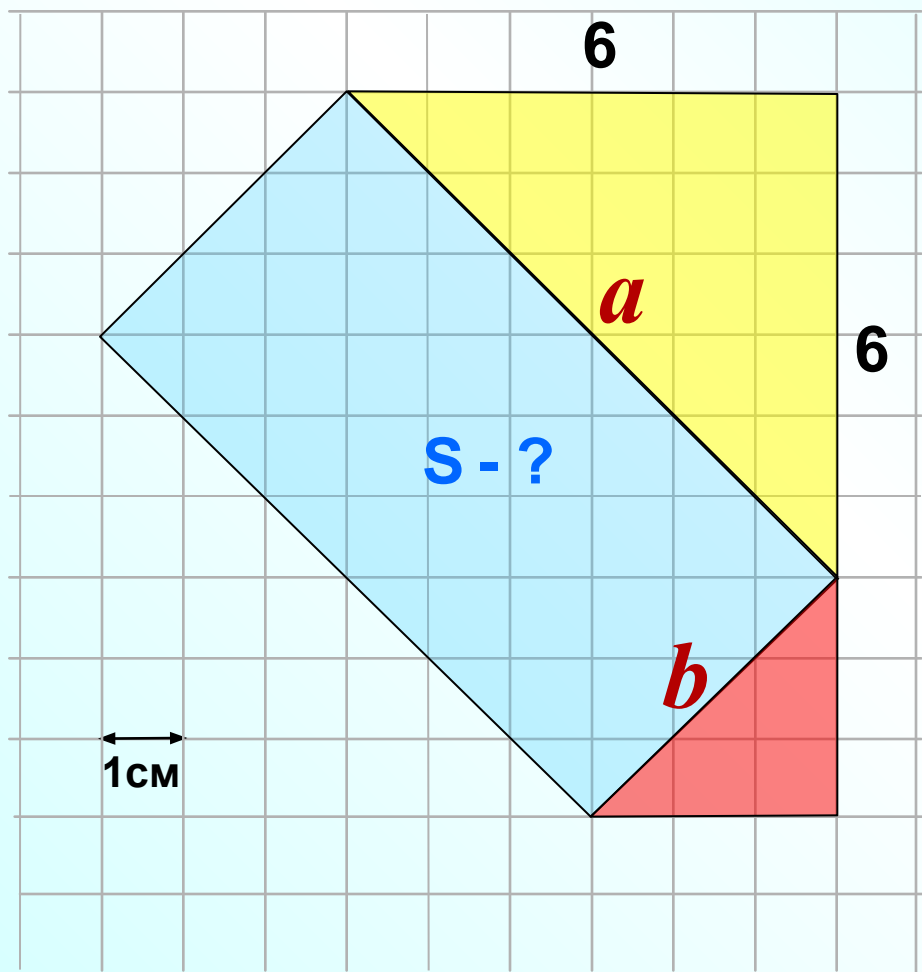
$$S_4 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 5 = 2,5$$

$$S_5 = 1 \cdot 1 = 1$$

В 3

3 3

Дан прямоугольник



Если нам сообщили, что данная фигура прямоугольник, то найдем его длину и ширину по теореме Пифагора.

$$a = \sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{2 \cdot 6^2} = 6\sqrt{2}$$

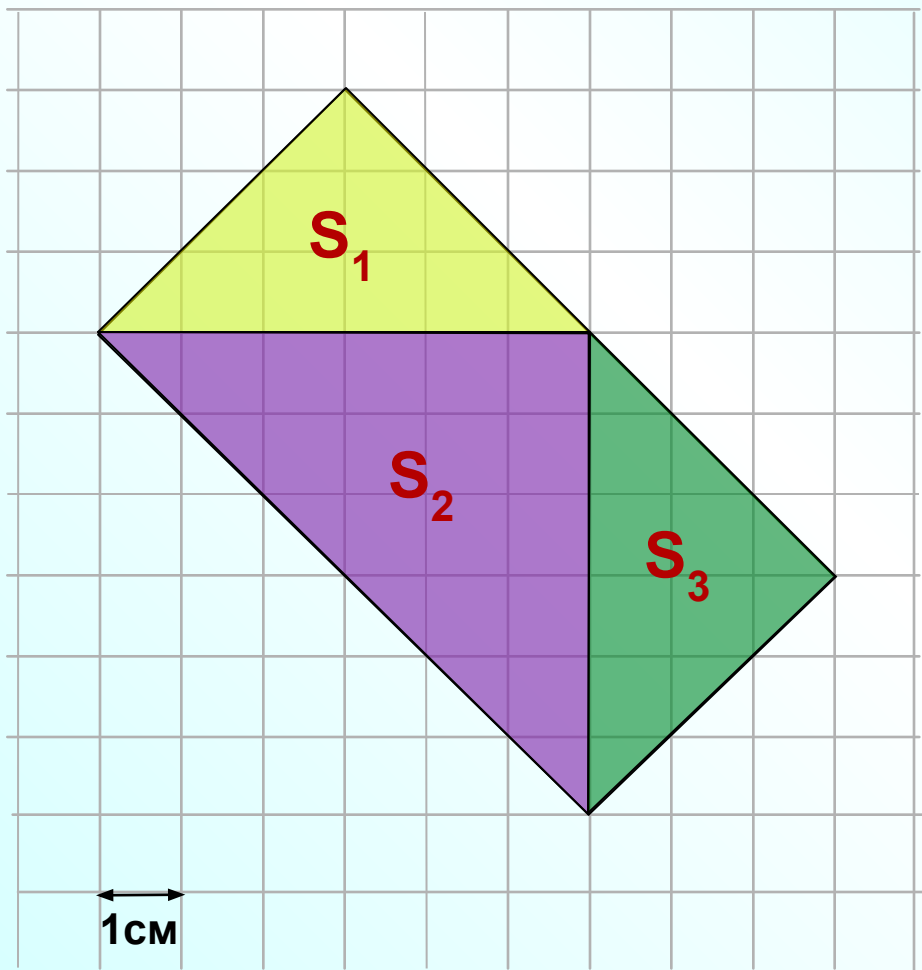
$$b = \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{2 \cdot 3^2} = 3\sqrt{2}$$

$$S_{\text{пря}} = 6\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 18 \cdot 2 = 36$$

В 3

3 6

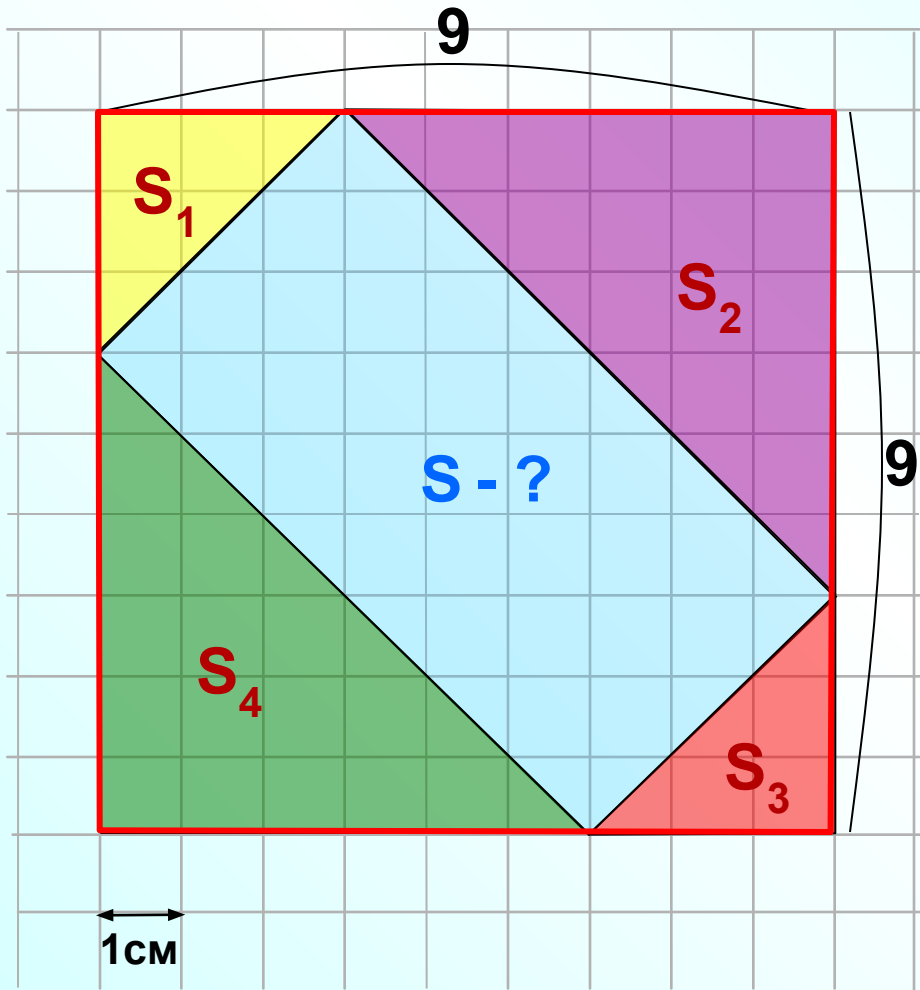
Дан прямоугольник



Если ты не знаешь теорему Пифагора, то попробуй решить задачу иначе...

Можно найти площадь каждого треугольника, а затем сложить результаты...

Дан прямоугольник



Если ты не знаешь теорему Пифагора, то попробуй решить задачу иначе...

Можно достроить до большого квадрата.

Подумай, как найти площадь прямоугольника теперь...

Формула Пика позволит вам с необычайной легкостью находить площадь любого многоугольника на клетчатой бумаге с целочисленными вершинами.

Именно такие задания предлагают в ВЗ.

Площадь многоугольника с целочисленными вершинами равна

$$V + \frac{Г}{2} - \frac{1}{1}$$

где

V — количество целочисленных точек внутри многоугольника, а

Г — количество целочисленных точек на границе многоугольника.

Формула Пика очень удобна когда сложно догадаться, как разбить фигуру на удобные многоугольники или достроить...

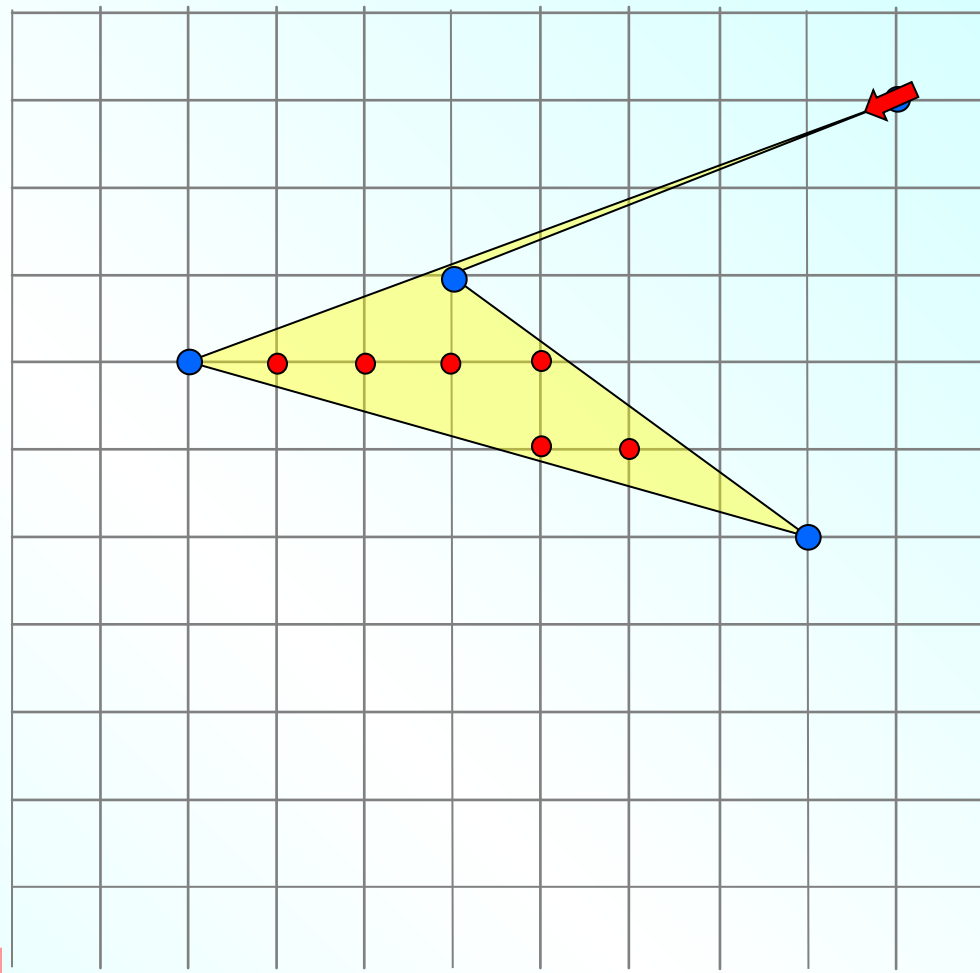
$$B + \Gamma/2 - 1$$

B — есть количество целочисленных точек внутри многоугольника,
Г — количество целочисленных точек на границе многоугольника.

$$B = 6$$

$$\Gamma = 4$$

$$6 + \frac{4}{2} - 1 = 6 + 2 - 1 = 7$$



B 3

7

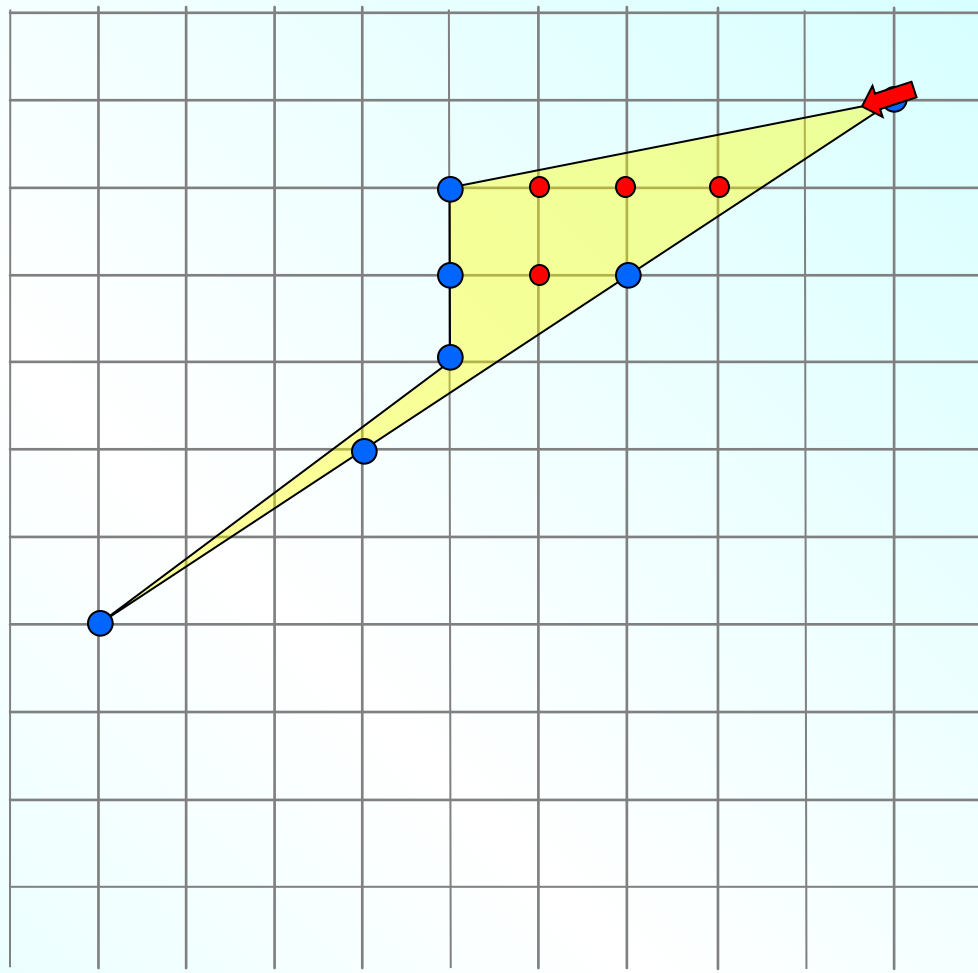
$$B + \Gamma/2 - 1$$

B — есть количество целочисленных точек внутри многоугольника,
Г — количество целочисленных точек на границе многоугольника.

$$B = 4$$

$$\Gamma = 7$$

$$4 + \frac{7}{2} - 1 = 4 + 3,5 - 1 = 6,5$$



B 3

6

,

5

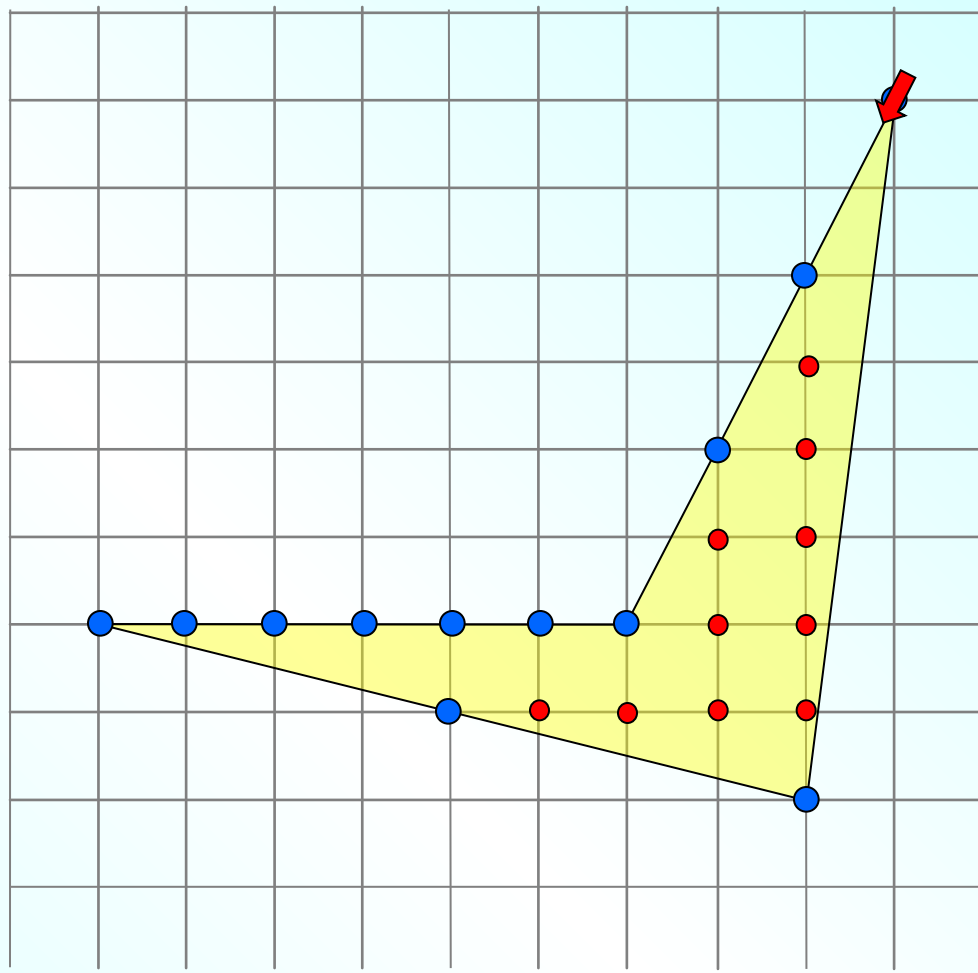
$$B + \Gamma/2 - 1$$

B — есть количество целочисленных точек внутри многоугольника,
Г — количество целочисленных точек на границе многоугольника.

$$B = 10$$

$$\Gamma = 12$$

$$10 + \frac{12}{2} - 1 = 10 + 6 - 1 = 15$$



B 3

1 5