



Методика обучения решению текстовых задач

АКИПКРО
Кафедра математического
образования
2015

Цель вебинара:

Систематизация и обобщение знаний и умений в области проектирования учебных ситуаций по обучению решению текстовых задач

План

1. Актуальность обучения решению задач.
2. Технология работы над задачей.
Моделирование в процессе решения задач.
3. Способы решения некоторых классов текстовых задач:
 - на «движение»
 - на «работу»
 - на «смеси и сплавы».
4. Решение задачи №19 из КИМов ЕГЭ 2015 г.

1. Актуальность обучения решению задач

Статистические данные анализа результатов проведения ЕГЭ, ОГЭ (ГИА, 2014 г.)

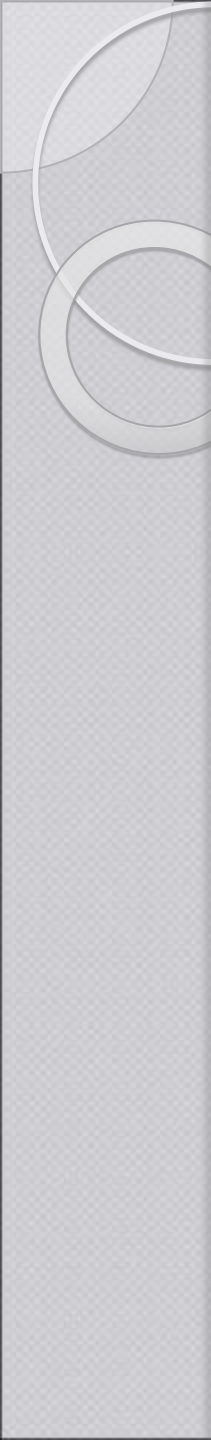
Решаемость задания, содержащего текстовую задачу, ежегодно составляет около **30%**.

Из результатов национальных исследований качества математического образования в России (5-7 классы, октябрь, 2014)

Процент выполнения простейшей текстовой задачи – **36,8%**.

Проблемы

- учащиеся зачастую не видят за непривычной формулировкой задачи здравого смысла, стараются припомнить типовые решения, бездумно выполняя действия;
- учащиеся не умеют переносить математические знания на решение прикладных текстовых задач, встречающихся в изучении других учебных предметов.



«Обучение математике – это, в первую очередь, решение задач.

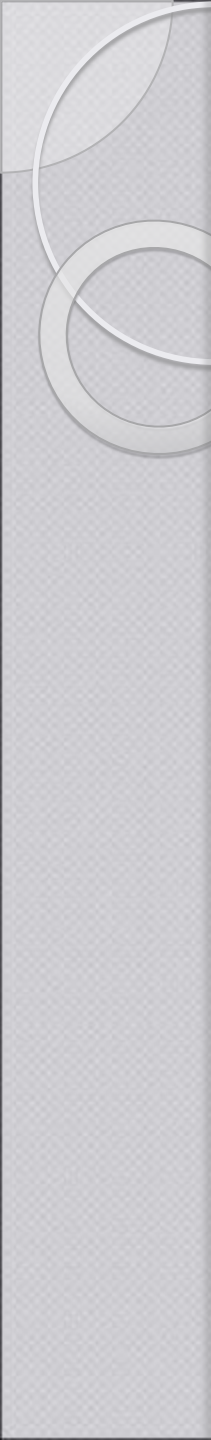
...Развитие мышления и способности к математической деятельности осуществляется в ходе самостоятельных размышлений учащихся над задачами.

Умение решать задачи – критерий успешности обучения математике.»

(Концепция развития математического образования)

Основные причины несформированности умения решать задачи

- Психологическая причина: зачастую основным мотивом решения задач являются внешние мотивы, в то время, как для успешного обучения решению задач основным мотивом должно быть желание **«научиться решать задачи»**.
- Методическая причина: для овладения деятельностью по решению задач у учеников должна быть сформирована **ориентировочная основа этой деятельности**, что не всегда происходит в школьной практике обучения математике.



2. Технология работы над задачей. Моделирование в процессе решения задач.

Типовой проект работы над задачей

1. Анализ текста задачи. Краткая запись.
2. Поиск способа решения задачи. Составление плана ее решения.
3. Решение задачи и его запись.
4. Проверка решения задачи.
5. Выбор и запись ответа.
6. Анализ решения задачи. Возможные обобщения.



Анализ текста задачи предполагает:

- разбиение текста на условие и требование;
- разбиение условия и требования на элементарные предложения;
- определение роли и значимости каждого из условий.

Вопросы, помогающие разобраться в условии задачи

- О чем эта задача?
- Что обозначают слова...?
- Что в задаче известно?
- Что в задаче требуется найти?

Способы решения задач

- арифметический,
- алгебраический,
- комбинированный,
- графический

Арифметические задачи

- Важное средство обучения математике
- Развиваются:
 - ✓ смекалка и сообразительность,
 - ✓ умение ставить вопросы и отвечать на них,
 - ✓ умение анализировать задачные ситуации,
 - ✓ строить план решения с учётом взаимосвязей между известными и неизвестными величинами,
 - ✓ истолковывать результат каждого действия в рамках условия задачи,
 - ✓ проверять правильность решения с помощью обратной задачи
- Воспитывается логическая культура
- Повышается мотивация к изучению математики

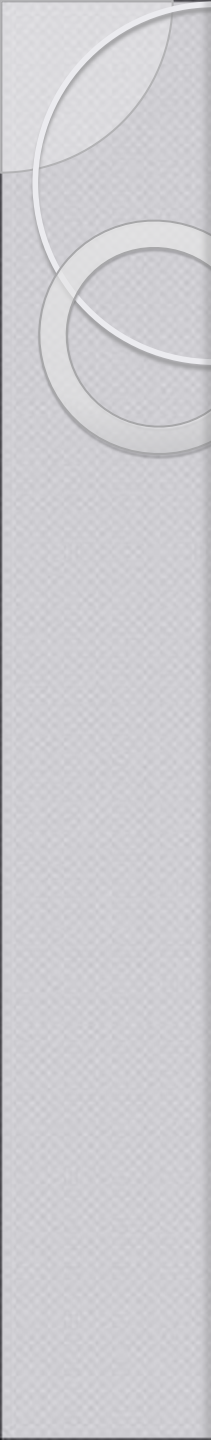
Ключевые задачи 5, 6 класс

1. Задачи на процессы (на движение, на работу, на бассейны)
2. Задачи на нахождение двух или нескольких чисел по их сумме и разности; задачи на нахождение двух или нескольких чисел по их сумме (разности) и отношению.
3. Задачи на проценты.
4. Задачи на нахождение части от числа и числа по его части.
5. Задачи на пропорциональные зависимости.

Таблица 1.

Основные отношения и их перевод на язык равенств.

1. A в сумме с B есть C	$A+B=C$	$A=C-B$	$B=C-A$
2. A > B на C	$A=B+C$	$B=A-C$	$C=A-B$
3. A < B на C	$A=B-C$	$B=A+C$	$C=B-A$
4. A > B в C раз	$A=B \cdot C$	$B=A:C$	$C=A:B$
5. A < B в C раз	$A=B:C$	$B=A \cdot C$	$C=B:A$
6. A составляет m/n от B	$A = \frac{m}{n} B$	$B = A : \frac{m}{n}$	$\frac{m}{n} = A:B$
7. A составляет x % от B	$A = \frac{x}{100} B$	$B = A : \frac{x}{100}$	$\frac{x}{100} = A:B$



Таким образом, ученик 5-6 класса должен уметь:

1) переводить отношения между величинами на язык равенств;

2) записывать зависимости между величинами с помощью формул известных процессов и выражать величины из формул.

Задача 1. «Некий человек нанял работника на год, обещал ему дать 12 руб. и кафтан. Но тот, отработав 7 месяцев, захотел уйти и попросил достойной платы с кафтаном. Хозяин дал ему по достоинству расчет 5 р. и кафтан. Спрашивается, а какой цены тот кафтан был?"

1 способ - Арифметический:

- 1) $12 - 5 = 7$ (руб.) работник не получил за $12 - 7 = 5$ (месяцев),
- 2) $7:5 = 1,4$ (руб.) оплата за один месяц,
- 3) $7 \cdot 1,4 = 9,8$ (руб.) получил за 7 месяцев,
- 4) $9,8 - 5 = 4,8$ (руб.) стоил кафтан.

2 способ - Алгебраический: пусть x руб. – цена кафтана, тогда

$$7 \cdot (x + 12) : 12 = x + 5$$

Задача 2. В клетке находится неизвестное число фазанов и кроликов. Известно, что вся клетка содержит 35 голов и 94 ноги. Узнать число фазанов и число кроликов.

В клетке находится неизвестное число фазанов и кроликов. Известно, что вся клетка содержит 35 голов и 94 ноги. Узнать число фазанов и число кроликов.

$$4x + 2 \cdot (35 - x) = 94, \text{ где } x - \text{ число кроликов}$$

Приведем решение задачи арифметическим способом.

- Представим, что на верх клетки, в которой сидят фазаны и кролики, мы положили морковку. Все кролики встанут на задние лапки, чтобы дотянуться до морковки. Сколько ног в этот момент будет стоять на земле?
- 70 ($35 \cdot 2 = 70$).
- Но в условии задачи даны 94 ноги, где же остальные?
- Остальные не посчитаны — это передние лапы кроликов.
- Сколько их?
- 24 ($94 - 70 = 24$).
- Сколько же кроликов?
- 12 ($24 : 2 = 12$).
- А фазанов?
- 23 ($35 - 12 = 23$).



- Украина 2014.
- Путин наше всё?
- Наши консультации
- Полезные советы
- Учителю на заметку
- Книги для учителя
- Проверь себя
- Готовься к ЕГЭ ЕГЭ
- Олимпиады Рецензии
- Ссылки О проекте
- Фотоархив Юмор
- Личный архив
- Архив сайта
- Пентамино



любые
USB
устрой
ства

3. распляй

Обучение решению текстовых задач в 5–6 классах. Книга для учителя

www.shevkin.ru

Шевкин.Ru/ Обучение
решению задач в 5-6 кл.



Шевкин А.В. Обучение решению задач в 5–6 классах: Книга для учителя. – 3-е изд. исправл. – М.: ООО «ТИД «Русское слово – РС». – 2002. – 208 с.

Издательство ИЛЕКСА имеет договор на издание этой книги, но не торопится выпускать ее в свет. С разрешения издательства публикуем книгу в Интернете. Если вам нужна эта книга "на бумаге", то сообщите об этом в издательство ИЛЕКСА: <http://www.ilexa.ru/>

Ниже приведены ссылки на страницы книги.

Публикация книги в Интернете поддержана РГНФ (проект № 08-06-00144а).

Предисловие

§ 1. НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

1.1. Сложение и вычитание натуральных чисел

1.2. Умножение и деление натуральных чисел

1.3. Задачи «на части»

1.4. Задачи на нахождение двух чисел по их сумме и разности

1.5. Задачи на движение по реке

1.6. Задачи на движение

1.7. Разные задачи

§ 2. ДРОБИ

2.1. Вводные задачи

2.2. Нахождение части числа и числа по его части

2.3. Сложение и вычитание обыкновенных дробей

2.4. Умножение и деление обыкновенных дробей

2.5. Задачи "на бассейны" и другие

2.6. Разные задачи

§ 3. ПРОПОРЦИИ

3.1. Задачи на прямую и обратную пропорциональность

3.2. Сложные задачи на прямую и обратную пропорциональность

§ 4. ПРОЦЕНТЫ

4.1. Нахождение процентов числа

4.2. Нахождение числа по его процентам

4.3. Нахождение процентного отношения

4.4. Сложные задачи на проценты

§ 5. УРАВНЕНИЯ

5.1. Вводные задачи

5.2. Решение задач с помощью уравнений

5.3. Более сложные задачи, решаемые уравнением

Алгебраический способ решения задач

Использование моделирования имеет два аспекта.

- ✓ Во-первых, моделирование является тем содержанием, которое должно быть усвоено учащимися в результате обучения, тем **методом познания**, которым они должны овладеть.
- ✓ Во-вторых, моделирование является **учебным действием** и средством, без которого невозможно полноценное обучение.

Л.М. Фридман

Моделирование в процессе решения задачи

- Моделирование – это один из **методов математического познания** окружающей действительности, при котором строятся и исследуются модели.
- Текстовая задача – это словесная модель.
- Чтобы решить текстовую задачу, надо построить ее математическую модель (числовое выражение, уравнение, неравенство)

Этапы моделирования

I этап – перевод задачи на математический язык

Переход от словесной модели к вспомогательной (краткая запись, таблица, схема и т.д.), а затем к математической.

II этап – работа с математической моделью или внутримодельное решение

В результате находятся значения числовых выражений, корни уравнений, решения неравенств

III этап – перевод полученного результата решения на естественный язык, на язык задачи

Используя полученное решение, формулируют ответ на вопрос поставленный в задаче

Способы записи решения задачи

- составление выражения по условию задачи,
- «вопрос-действие»,
- «действие с пояснением»,
- запись пункта плана с последующим выполнением действия,
- связный рассказ (применяется при решении задачи алгебраическим способом),
- таблица.

Способы проверки решения задачи

- прикидка;
- соотнесение полученного результата с условием задачи;
- решение задачи другим способом;
- составление обратной задачи
- и др.

3. Способы решения некоторых классов текстовых задач

Некоторые классы текстовых задач

- Задачи «на движение»
- Задачи «на работу»
- Задачи «на смеси и сплавы»
- №19 КИМа ЕГЭ 2015 г.

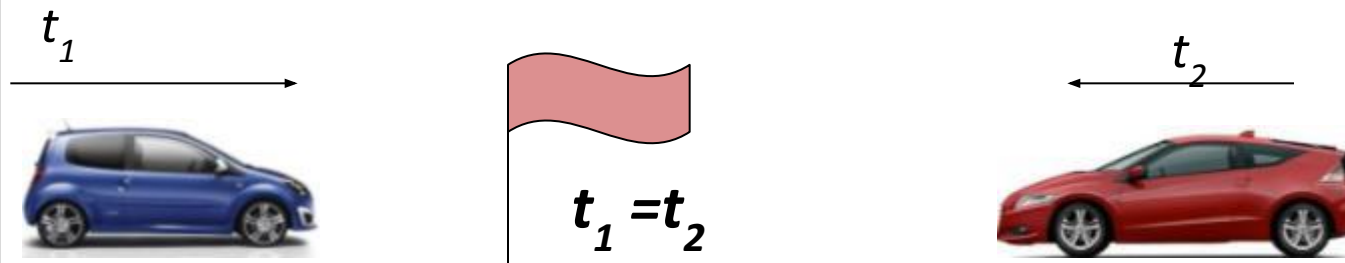
ВЕЛИЧИНЫ, характеризующие процесс движения, и их взаимосвязь

- скорость движения - v
- время, за которое пройден путь - t
- расстояние или пройденный путь - S

$$S = v \cdot t$$

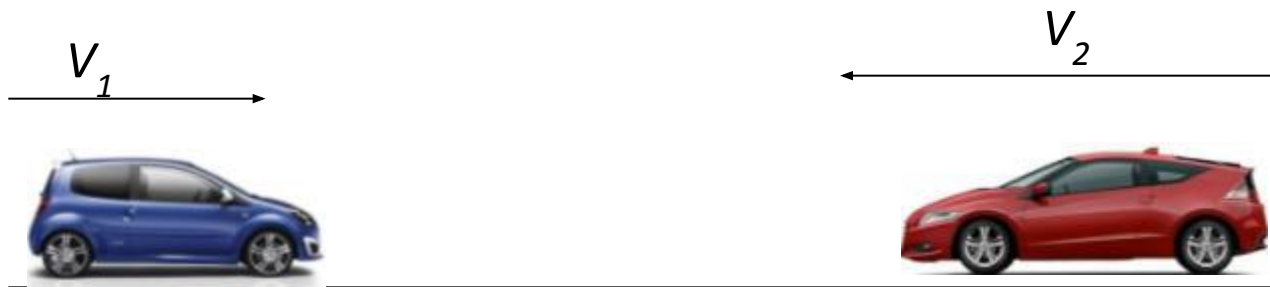
«Ориентиры» к поиску решения задач на движение

а) Если два тела начинают движение одновременно, то в случае встречи, время их движения до момента встречи одинаково.



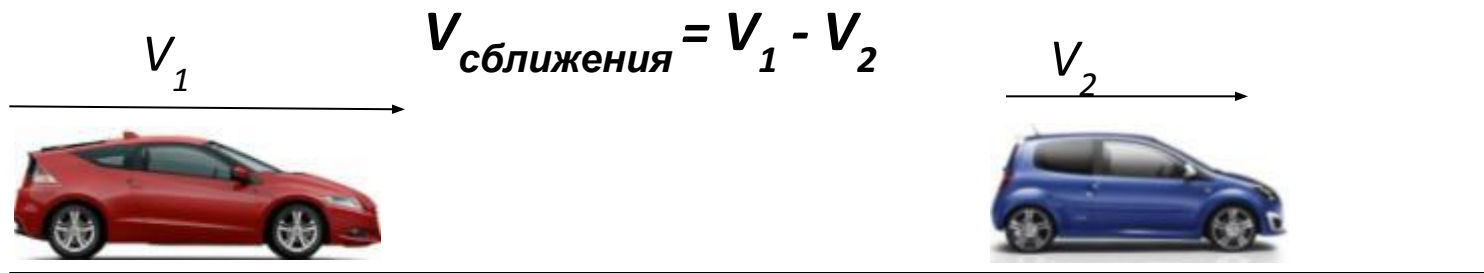
2) Если тело сделало в пути остановку, а затем прибыло в пункт назначения вовремя, то время, затраченное телом фактически, меньше, чем запланированное.

3) Скорость сближения двух тел, движущихся навстречу друг другу, равна сумме их скоростей.



$$V_{\text{сближения}} = V_1 + V_2$$

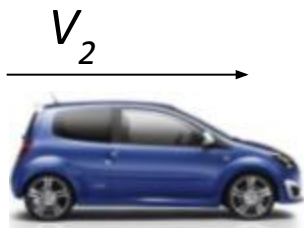
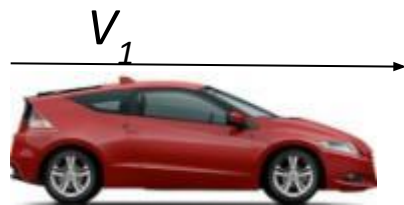
4) Если одно тело догоняет другое, то скорость их сближения равна разности скоростей этих тел.



5) Если два тела двигаются из одной точки в разные стороны, то скорость их удаления равна сумме скоростей этих тел.



6) Если два тела движутся из одной точки в одну сторону и скорость первого больше скорости второго, то скорость их удаления равна разности скоростей этих тел.



$$V_{\text{удаления}} = V_1 - V_2$$

7) Скорость тела при движении по течению реки равна сумме собственной скорости тела и скорости течения.



$$V_{\text{по течению}} = V_{\text{собств.}} + V_{\text{течения}}$$



8) Скорость тела при движении против течения реки равна разности собственной скорости тела и скорости течения

$$V_{\text{против течения}} = V_{\text{собств.}} - V_{\text{течения}}$$



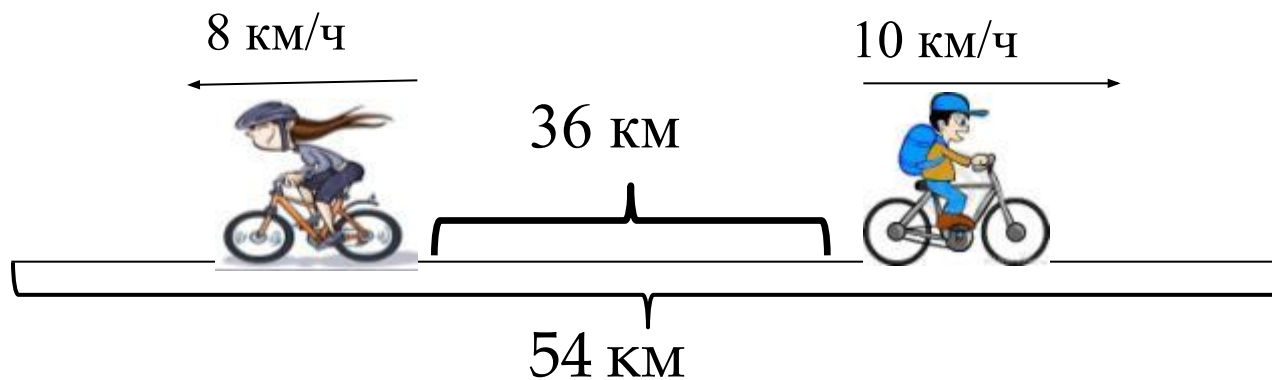
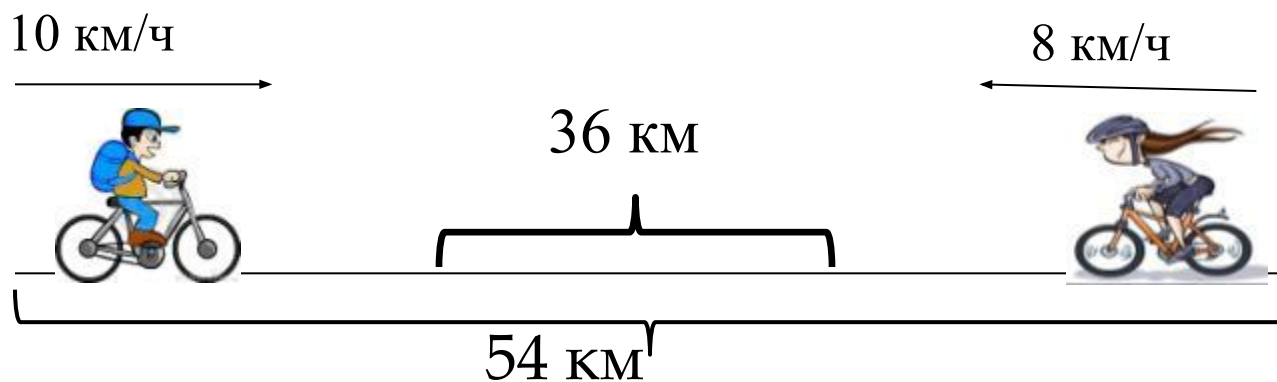
Собственная скорость тела при движении по реке
равна среднему арифметическому скорости тела по
течению реки и скорости тела против течения.

$$v_{\text{собственная}} = \frac{v_{\text{по течению}} + v_{\text{против течения}}}{2}$$

Задача 1. Из двух сел, расстояние между которыми 54 км, навстречу друг другу одновременно выехали два велосипедиста. Первый со скоростью 8 км/ч, а второй – 10 км/ч. Через какое время расстояние между велосипедистами будет 36 км?

Вопросы учителя	Предполагаемые ответы учащихся
Какой жизненный процесс описан в задаче?	Это задача о движении двух велосипедистов.
Какими основными величинами характеризуется этот процесс?	Скорость, время, расстояние
Каким соотношением (формулой) связаны эти величины?	$S=v \cdot t$
Какие ситуации описаны в задаче?	<ol style="list-style-type: none"> 1) Велосипедисты какое-то время сближаются, двигаясь навстречу друг другу 2) После встречи велосипедисты удаляются друг от друга с той же скоростью, с которой сближались
Что известно о скорости, времени и пути каждого велосипедиста? Как удобно представить эти данные?	Перечисляют все, что известно о величинах и предлагают составить краткую запись (начертить схему)

Из двух сел, расстояние между которыми 54 км, навстречу друг другу одновременно выехали два велосипедиста. Первый со скоростью 8 км/ч, а второй – 10 км/ч. Через какое время расстояние между велосипедистами будет 36 км?



Из двух сел, расстояние между которыми 54 км, навстречу друг другу одновременно выехали два велосипедиста. Первый со скоростью 8 км/ч, а второй – 10 км/ч. Через какое время расстояние между велосипедистами будет 36 км?

1 ситуация

1) $10+8=18$ (км/ч) скорость сближения велосипедистов

2) $54-36=18$ (км) должны проехать велосипедисты, чтобы расстояние между ними было 36 км.

3) $18:18=1$ (ч) через это время, расстояние между ними будет 36 км

2 ситуация

1) $10+8=18$ (км/ч) скорость удаления велосипедистов

2) $54+36=90$ (км) должны проехать велосипедисты, чтобы расстояние между ними было 36 км.

3) $90:18=5$ (ч) через это время, расстояние между ними будет 36 км

Задача 2. Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

Вопросы учителя	Предполагаемые ответы учащихся
Какой жизненный процесс описан в задаче?	Это задача о движении двух автомобилей.
Какими основными величинами характеризуется этот процесс?	Скорость, время, расстояние
Каким соотношением (формулой) связаны эти величины?	$S=v \cdot t$
Какие ситуации описаны в задаче?	<p>1 автомобиль проехал весь путь без остановок с одной и той же скоростью</p> <p>2 автомобиль половину пути ехал с одной скоростью, а вторую половину с другой, но прибыл в конечный пункт одновременно с первым</p>
Что известно о скорости, времени и пути каждого автомобиля? Как удобно представить эти данные?	Перечисляют все, что известно о величинах и предлагают составить краткую запись

Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

1 этап – перевод задачи на математический язык

	V км/ч	t ч	S км
1 автомобиль	?	одинаковое	весь путь
2 автомобиль		одинаковое	
I половина пути	24		
II половина пути	?, на 16 км/ч >, чем 1 автомобиля		

	V км/ч	t ч	S км
1 автомобиль	$\frac{?}{x}$	$\frac{s}{x}$	s
2 автомобиль I половина пути	24	$\frac{s}{2 \cdot 24}$	$\frac{s}{2}$
II половина пути	?, на 16 км/ч >, чем 1 автомобиля $x+16$	$\frac{s}{2(x+16)}$	$\frac{s}{2}$

$$\frac{s}{2(x+16)} + \frac{s}{2 \cdot 24} = \frac{s}{x}$$

2
этап

$$\frac{1}{2(x+16)} + \frac{1}{2 \cdot 24} = \frac{1}{x}$$

$$x_1 = -24, x_2 = 32$$

3 этап

-24 не удовлетворяет условию задачи, скорость не может быть отрицательной.

Значит, 32 км/ч скорость первого автомобиля.

Ответ: 32 км/ч.

Задача 3. Велосипедист едет сначала 3 минуты с горы, а затем 9 минут в гору. Обратный путь он проделывает за 12 минут. При этом в гору велосипедист едет всегда с одной и той же скоростью, а с горы – с большей, но также всегда одинаковой скоростью. Во сколько раз скорость движения велосипедиста с горы больше, чем его же скорость в гору?

Вопросы учителя	Предполагаемые ответы учащихся
Какой жизненный процесс описан в задаче?	Это задача о движении одного и того же велосипедиста в разных направлениях
Какими основными величинами характеризуется этот процесс?	Скорость, время, расстояние
Каким соотношением (формулой) связаны эти величины?	$S=v \cdot t$
Какие ситуации описаны в задаче?	<p>1 ситуация: движение по холмистой местности в одну сторону(спуск -подъем)</p> <p>2 ситуация: движение по холмистой местности в другую сторону (и теперь подъем - это спуск, а спуск - подъем)</p>
Что известно о скорости, времени и пути велосипедиста? Как удобно представить эти данные?	Перечисляют все, что известно о величинах и предлагают составить краткую запись

Движение в одну сторону (туда)

	v м/мин	t мин	S м
С горы		3	
В гору		9	

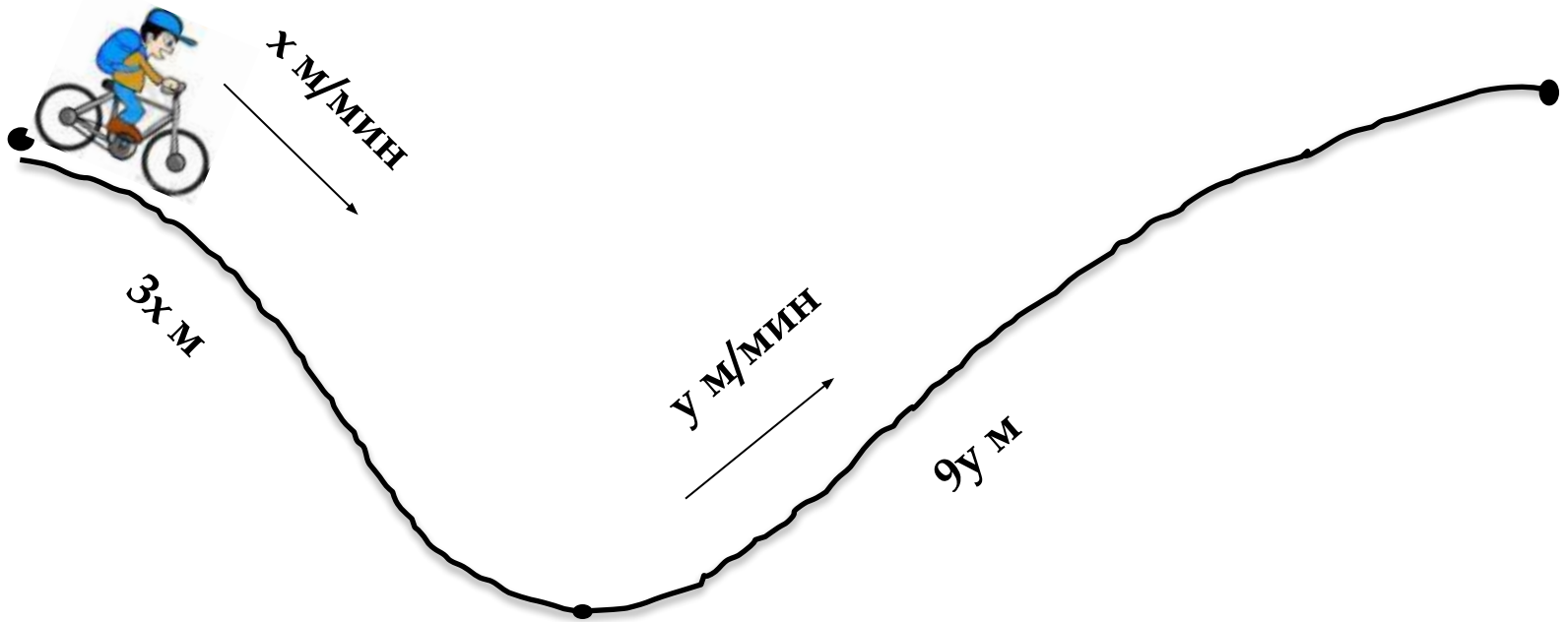
Движение в обратную сторону (обратно)

	v м/мин	t мин	S м
С горы		} 12	
В гору			

1 этап, 1 ситуация

Движение в одну сторону (туда)

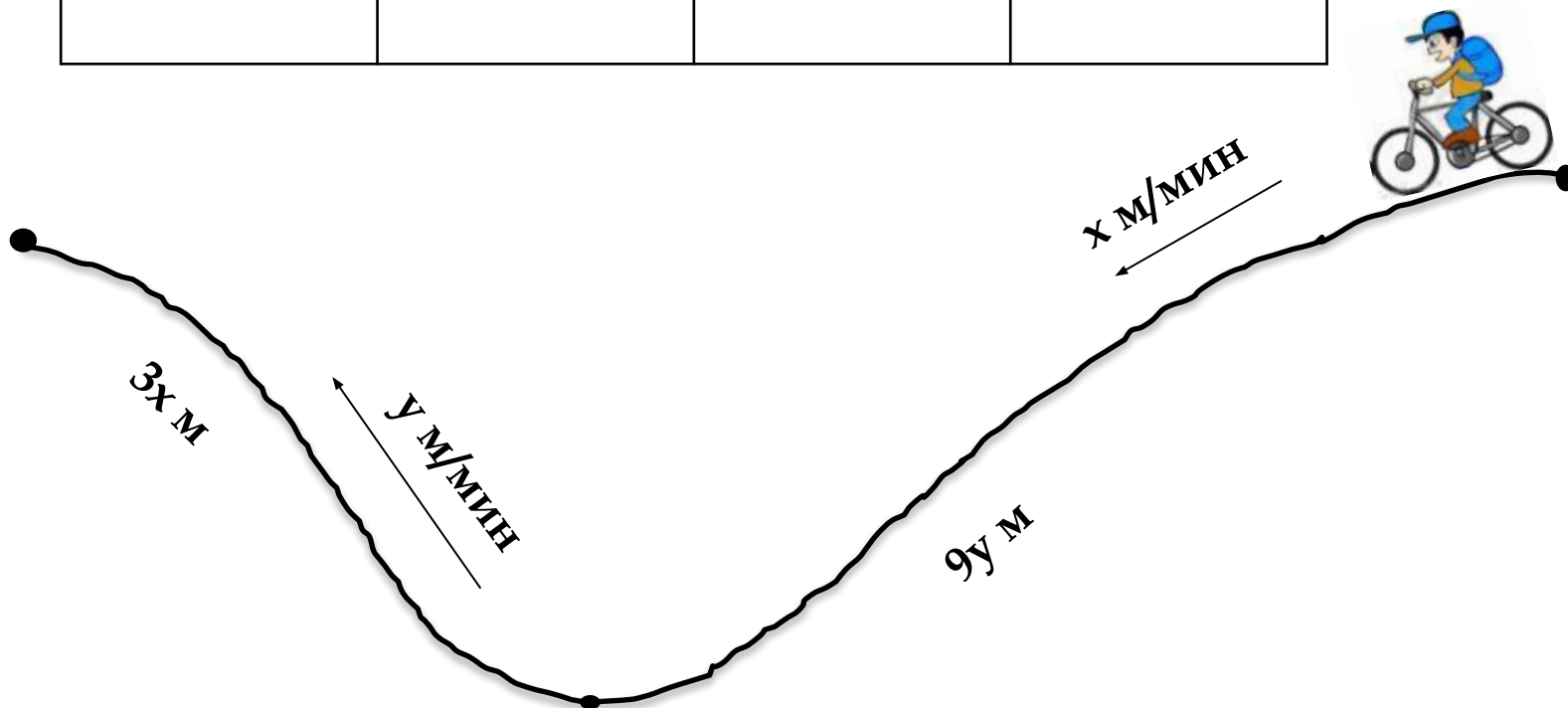
	v м/мин	t мин	S м
С горы	x	3	$3x$
В гору	y	9	$9y$



1 этап, 2

Движение в обратную сторону (обратно)

	v м/мин	t мин	S м
С горы	x		$9y$
В гору	y		$3x$



$$\frac{3x}{y} + \frac{9y}{x} = 12$$

обозначим $\frac{x}{y} = t$, тогда $3t + \frac{9}{t} = 12$,

$t_1 = 1, t_2 = 3$. Сделаем обратную замену: $\frac{x}{y} = 1$ или $\frac{x}{y} = 3$.

По условию задачи скорость движения с горы (у нас это x) больше скорости движения в гору (у нас это y).

Значит, скорость движения с горы в три раза больше скорости движения в гору.

Ответ: в 3 раза.

Задача 4. Катер рыбнадзора патрулирует участок реки длиной 240 км. Скорость течения реки 2 км/ч. Найдите скорость катера в стоячей воде, если по течению катер проходит патрулируемый участок на 2 часа быстрее, чем против течения.

	v (км/ч)	t (ч)	S (км)
По течению	$x+2$	$\frac{240}{x+2}$	240
Против течения	$x-2$	$\frac{240}{x-2}$	240

Стоит обратить внимание учащихся на движение по течению реки и на скорость катера в этом случае, а также на движение против течения реки и на соответствующую скорость катера.

Вопросы учителя	Предполагаемые ответы учащихся
Какой жизненный процесс описан в задаче?	Это задача о движении катера по течению реки и против ее течения
Какими основными величинами характеризуется этот процесс?	Скорость, время, расстояние
Каким соотношением (формулой) связаны эти величины?	$S=v \cdot t$
Какие ситуации описаны в задаче?	1 ситуация: катер движется по течению реки 2 ситуация: катер движется против течения реки
Что известно о скорости, времени и пути каждого катера? Как удобно представить эти данные?	Перечисляют все, что известно о величинах и предлагают составить краткую запись

$$\frac{240}{x+2} + 2 = \frac{240}{x-2},$$

$$x_1=22, x_2=-22.$$

Собственная скорость катера не может быть отрицательной, значит, его скорость равна 22 км/ч.

Ответ: 22 км/ч

Задача 5. На соревнованиях по кольцевой трассе один лыжник проходит круг на 3 минуты быстрее другого и через час обогнал ровно на круг. За сколько минут каждый лыжник проходил круг?

ВЕЛИЧИНЫ, характеризующие процесс кругового движения, и их взаимосвязь

- скорость движения – v
- время движения – T
- время прохождения одного круга – t
- расстояние – S
- длина одного круга – l
- количество кругов – n

$$l = tv \quad S = nl \quad n = \frac{T}{t}$$

На соревнованиях по кольцевой трассе один лыжник проходит круг на 3 минуты быстрее другого и через час обогнал ровно на круг. За сколько минут каждый лыжник проходил круг?

Вопросы учителя	Предполагаемые ответы учащихся
Какой жизненный процесс описан в задаче?	Это задача о движении двух лыжников по круговой трассе
Какими основными величинами характеризуется этот процесс?	Время прохождения одного круга, время движения, скорость, длина одного круга, расстояние, количество кругов
Каким соотношением (формулой) связаны эти величины?	
Какие ситуации описаны в задаче?	У первого лыжника скорость больше, чем у второго и за 1 час первый лыжник обогнал второго ровно на 1 круг
Что известно о скорости, времени и пути каждого лыжника? Как удобно представить эти данные?	Перечисляют все, что известно о величинах и предлагают составить краткую запись

На соревнованиях по кольцевой трассе один лыжник проходит круг на 3 минуты быстрее другого и через час обогнал ровно на круг. За сколько минут каждый лыжник проходил круг?

Пусть за x минут проходил круг первый лыжник, тогда за $(x+3)$ минуты проходил круг второй лыжник.

$$\frac{60}{x}$$

кругов проходил первый лыжник за час,

$$\frac{60}{x+3}$$

кругов проходил второй лыжник за час.

Известно, что второй лыжник обогнал первого ровно на один круг.

Уравнение:

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+3} = 1$$

Ответ: 12 мин., 15 мин.



Задачи «на работу»

ВЕЛИЧИНЫ, характеризующие процесс работы, и их взаимосвязь

- производительность (скорость выполнения работы в единицу времени) - n
- время выполнения работы - t
- работа - A

$$A = n \cdot t$$

«Ориентиры» к поиску решения

- Объем работы принимается за **1**.
- Провести «параллель» с величинами, характеризующими процесс движения

A	S
n	v
t	t
	$S=vt$

Задача 1. Две машинистки, работая вместе, могут напечатать 22 страницы текста за 1 ч. Чтобы напечатать 120 страниц текста, первая машинистка потратит на 2 ч больше, чем вторая. За сколько часов первая машинистка сможет напечатать 300 страниц?

Вопросы учителя	Предполагаемые ответы учащихся
Какой жизненный процесс описан в задаче?	Это задача о работе двух машинисток
Какими основными величинами характеризуется этот процесс?	Производительность (количество страниц за 1 час), время, количество страниц
Каким соотношением (формулой) связаны эти величины?	$A = n \cdot t$
Какие ситуации описаны в задаче?	Вместе за 1 час печатают 22 страницы, 120 страниц первая печатает дольше, чем вторая
Что известно о производительности, времени, объеме работы? Как удобно представить эти данные?	Перечисляют все, что известно о величинах и предлагают составить краткую запись

Две машинистки, работая вместе, могут напечатать 22 страницы текста за 1 ч. Чтобы напечатать **120 страниц текста**, первая машинистка потратит на 2 ч больше, чем вторая. За сколько часов первая машинистка сможет напечатать 300 страниц?

	n стр. в час	t час	A стр
1 машинистка	x	$\frac{120}{x}$ на 2 ч>, чем 2 маш.	120
2 машинистка	$22-x$	$\frac{120}{22-x}$	120

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{22-x} = 2$$

2 этап: Решив уравнение, получили корни $x_1=10$, $x_2=132$.

3 этап: 132 – не удовлетворяет условию задачи, так как обе машинистки за 1 час печатают только 22 страницы. Значит, одна первая 132 печатать за час не может, поэтому 10 страниц в час печатает первая машинистка $300:10=30$ (ч) нужно первой машинистки для печати 300 страниц.

Ответ: 30ч.

Задача 2. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй – за три дня.

Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй – за три дня.

Вопросы учителя	Предполагаемые ответы учащихся
Какой жизненный процесс описан в задаче?	Это задача о работе двух рабочих
Какими основными величинами характеризуется этот процесс?	Объем работы за 1 день, время, объем работы
Каким соотношением (формулой) связаны эти величины?	$A=n \cdot t$
Какие ситуации описаны в задаче?	1 ситуация: работу выполняют вместе за 12 дней 2 ситуация: первый за 2 дня делает столько же работы сколько второй за 3 дня
Что известно о производительности, времени, объеме работы? Как удобно	Перечисляют все, что известно о величинах и предлагают составить краткую запись

Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй – за три дня?

	n, штук в день	t, дней	A, штук
1 рабочий		?	1
2 рабочий		?	1

} 12

Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней выполнит эту работу первый рабочий, если он за два дня выполняет такую же часть работы, какую второй – за три дня?

	п, штук в день	t, дней каждого	t, дней вместе	A, штук
1 рабочий		?	} 12	1
2 рабочий		?		1

	п, штук в день	t, дней	A, штук
1 рабочий	x	2	2x
2 рабочий		3	

$$2x = 3 \left(\frac{1}{12} - x \right)$$

Этап:

$\frac{1}{20}$ шт. в день — это производительность первого рабочего

дней необходимо первому рабочему,

чтобы выполнить всю работу.

Ответ: 20 дней.

Задача 3. Двое рабочих должны были изготовить по 27 деталей. Второй рабочий начал работу на 27 минут позднее первого. По две трети задания они выполнили к одному времени, и чтобы закончить работу вместе с первым, второй сделал 1 деталь за него. Сколько деталей в час изготавливал первый рабочий?

Двое рабочих должны были изготовить по 27 деталей. Второй рабочий начал работу на 27 минут позднее первого. По две трети задания они выполнили к одному времени, и, чтобы закончить работу вместе с первым, второй сделал 1 деталь за него. Сколько деталей в час изготавливал первый рабочий?

Вопросы учителя	Предполагаемые ответы учащихся
Какой жизненный процесс описан в задаче?	Это задача о работе двух рабочих
Какими основными величинами характеризуется этот процесс?	Количество деталей за 1 час, время, количество деталей
Каким соотношением (формулой) связаны эти величины?	$A = n \cdot t$
Какие ситуации описаны в задаче?	1 ситуация: Каждый сделал по 2/3 всех деталей, но второй начал позже 2 ситуация: Второй сделал 1 деталь за первого и они закончили работу одновременно
Что известно о производительности, времени, объеме работы? Как удобно представить эти данные?	Перечисляют все, что известно о величинах и предлагают составить краткую запись

1 этап

	n, дет. в час	t, час	A, дет.
1 рабочий		? x	18
2 рабочий	$18 : \left(x - \frac{9}{20} \right)$?, на 27 мин < чем первый $x - \frac{9}{20}$	18

$\frac{2}{3} \cdot 27 = 18$ деталей сделал каждый рабочий в 1 ситуации

	n, дет. в час	t, час	A, дет.
1 рабочий			9-1=8
		Одинаковое	
2 рабочий	$18 : \left(x - \frac{9}{20} \right)$	$10 : \left(18 : \left(x - \frac{9}{20} \right) \right)$	9+1=10

$$\frac{4x}{9} = \frac{5 \cdot \left(x - \frac{9}{20} \right)}{9}$$

$$x=2,25.$$

3 этап:

Значит, 2,25 ч первый потратил на изготовление 18 деталей.

$18:2,25 = 8$ (дет/ч) производительность первого рабочего.

Ответ: 8 дет/ч.

Задача 4. Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объемом 99 литров?

Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объемом 99 литров?

Вопросы учителя	Предполагаемые ответы учащихся
Какой жизненный процесс описан в задаче?	Это задача о работе двух труб
Какими основными величинами характеризуется этот процесс?	Количество литров воды за 1 минуту, время, количество литров
Каким соотношением (формулой) связаны эти величины?	$A=n \cdot t$
Какие ситуации описаны в задаче?	1 труба за минуту пропускает меньше воды, чем вторая. И тратит времени первая на 2 минуты больше на 110 литров, чем вторая на 99 литров
Что известно о производительности, времени, объеме работы? Как удобно представить эти данные?	Перечисляют все, что известно о величинах и предлагают составить краткую запись

Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 110 литров она заполняет на 2 минуты дольше, чем вторая труба заполняет резервуар объемом 99 литров?

	$n, \text{ л/м}$	$t, \text{ м}$	$A, \text{ л}$
1 труба	x		110
2 труба	$x+1$		99

$$\frac{110}{x} - \frac{99}{x+1} = 2$$

Ответ: 10 л.



Задачи «на смеси и сплавы»

ВЕЛИЧИНЫ, характеризующие процесс в задачах на смеси и сплавы

- масса раствора, сплава - M
- масса «чистого» вещества в растворе, сплаве - m
- доля «чистого» вещества в растворе, сплаве - a

$$a = \frac{m}{M}$$

- концентрация «чистого» вещества в растворе, сплаве - C

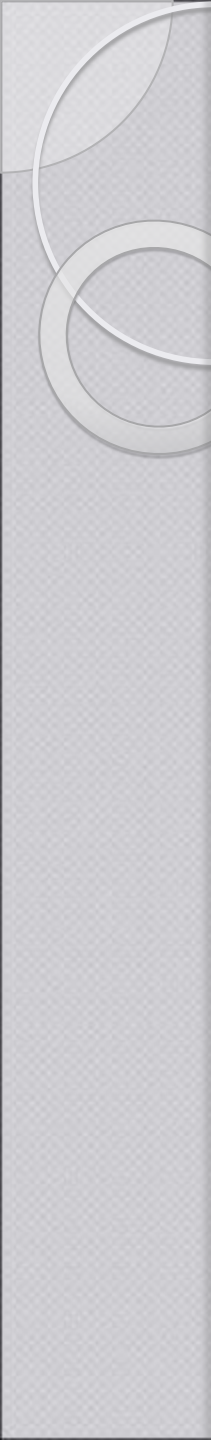
$$C = a \cdot 100\%$$

План к поиску решения

1. Выяснить, сколько ситуаций описано в задаче, как они связаны между собой;
2. Составить таблицу:

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА (СПЛАВА)	M масса раствора (сплава)	m масса чистого вещества	a доля чистого вещества	C, % концентрация чистого вещества

3. Внести в таблицу все известные данные (относительно выбранного «чистого вещества»).
4. Определить требование задачи. Отметить его в таблице.
5. Заполнить ячейки (какие возможно).
6. Ввести переменную.
7. Заполнить (используя формулы) остальные ячейки.
8. Составить уравнение, выявив ту ячейку, которая может быть заполнена двумя способами. Решить полученное уравнение.
9. Осуществить выбор и запись ответа.



Задача 1. Смешали 30 % раствор соляной кислоты с 10 % раствором этой же кислоты и получили 600 г 15 % раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?

Вопросы учителя	Предполагаемые ответы учащихся
Какой жизненный процесс описан в задаче?	Это задача на «смеси»
Какими основными величинами характеризуется этот процесс?	Масса смеси- M , масса «чистого» вещества - m , доля «чистого» вещества - a , концентрация - C
Какими формулами взаимосвязаны эти величины?	
Какие ситуации описаны в задаче? Какие состояния раствора наблюдаются в задаче? Как они связаны между собой?	1-е: 30-ти % раствор соляной кислоты; 2-е: 10-ти % раствор соляной кислоты; 3-е: 600 г нового раствора с 15-ти % содержанием кислоты (получен при смешивании 1-го и 2-го растворов)
Что известно о массе смеси, массе чистого вещества, доле чистого вещества, концентрации? Как удобно представить эти данные?	Перечисляют все, что известно о величинах и предлагают составить краткую запись

Смешали 30 % раствор соляной кислоты с 10 % раствором этой же кислоты и получили 600 г 15 % раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, г	m, г соляной кислоты	a соляной кислоты	C, % соляной кислоты
1				30
2				10
1 «+» 2	600			15

1

этап

Состояние раствора	M, г	m, г соляной кислоты	a соляной кислоты	C, % соляной кислоты
1	<u>?</u> , x	0,3 · x	0,3	30
2	<u>?</u> , 600-x	(600-x) · 0,1	0,1	10
1+2	600	0,15 · 600=90	0,15	15

$$0,3x + 0,1(600 - x) = 90$$

3 этап

Значит, масса первого раствора 150 г,
тогда масса второго раствора $600 - 150 = 450$
(г).

Ответ: 150 г, 450 г.

2 способ

состояние раствора	М, г	м, г соляной кислоты	а соляной кислоты	С, % соляной кислоты
1	x	0,3x	0,3	30
2	y	0,1y	0,1	10
1 «+»2	600	0,15 · 600	0,15	15

$$\begin{cases} 0,3x + 0,1y = 0,15 \cdot 600, \\ x + y = 600; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 150, \\ y = 450. \end{cases}$$

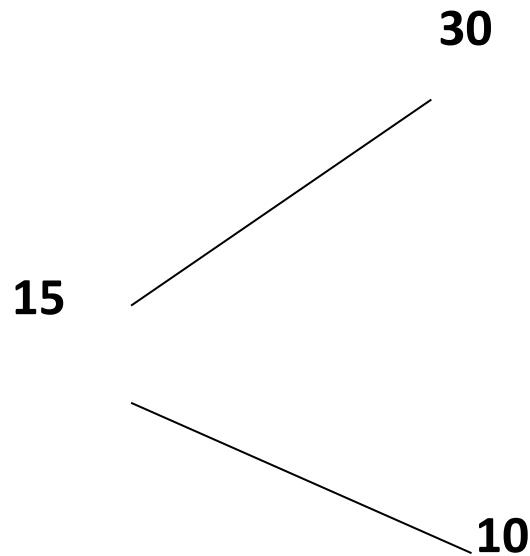
Составили систему уравнений, в результате решения получили, что значения x и y меньше 600, а их сумма равна 600.

Рассмотрим 3 способ решения задачи – старинный

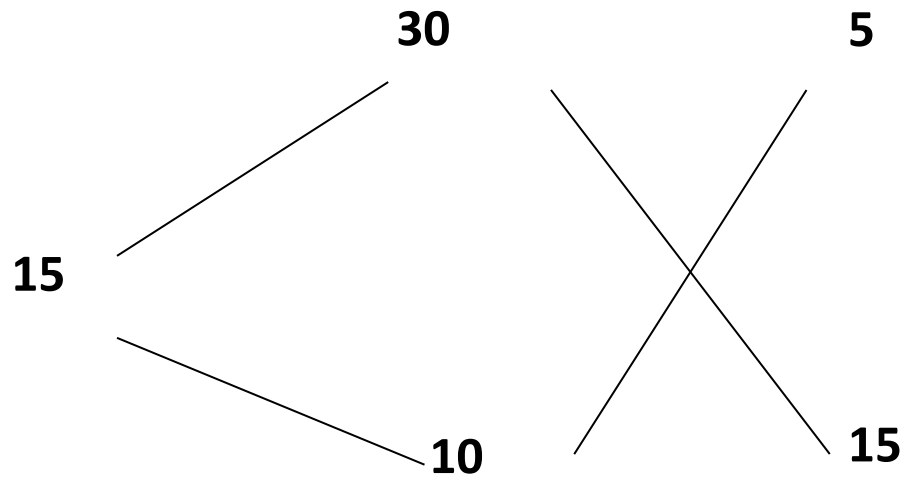
Друг под другом пишутся процентное содержания кислот имеющихся растворов. Слева от них и примерно посередине – содержание кислоты в растворе, который должен получиться после смешивания. Соединив написанные числа черточками, получим схему:

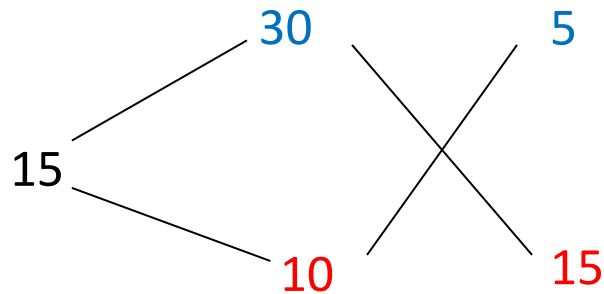
3 способ – «Старинный способ решения задач»

Смешали 30 % раствор соляной кислоты с 10 % раствором этой же кислоты и получили 600 г 15 % раствора. Сколько граммов каждого раствора было взято?



3 способ – «Старинный способ решения задач»





Из схемы делается заключение, что **30%**-го раствора следует взять **5** частей, **10%**-го – **15** частей, т.е. 600 г «состоит» из **20** (5+15) частей. 1 часть составляет 30 г .

Таким образом, для получения 600 г 15%-го раствора нужно взять 30%-го раствора 150 г, а 10%-го – 450 г.

Ответ: 150 г, 450 г.

Доказательство.

Предположим, что смешиваются x г a %-го раствора кислоты (или $ax/100$ г) и y г b %-го раствора кислоты (или $by/100$ г). При этом необходимо получить c %-ый раствор.

Пусть, для определенности, $a < c < b$.

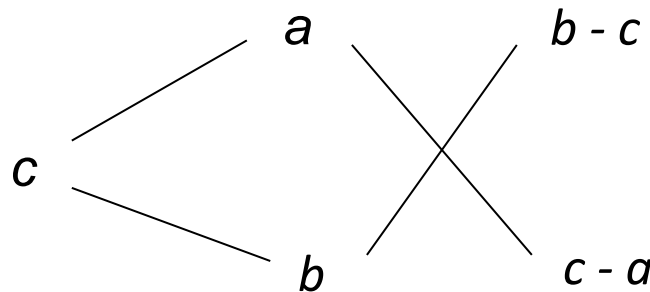
Очевидно, что если $c > b$ или $c < a$, то задача неразрешима.

Так как в полученных $(x+y)$ г смеси кислоты стало содержаться $c\%$, т.е. $\frac{c}{100}$, то получаем следующее уравнение:

$$\frac{a}{100}x + \frac{b}{100}y = \frac{c \cdot (x + y)}{100}$$

Отсюда $\frac{x}{y} = \frac{b-c}{c-a}$

Это отношение и дает старинный способ:



Задача 2. Сколько килограммов воды нужно выпарить из 0,5 т целлюлозной массы, содержащей 85 % воды, чтобы получить массу с содержанием 25 % целлюлозы?

Вопросы учителя	Предполагаемые ответы учащихся
Какой жизненный процесс описан в задаче?	Это задача на «смеси»
Какими основными величинами характеризуется этот процесс?	Масса раствора- M , масса «чистого» вещества - m , доля «чистого» вещества - a , концентрация - C
Какими формулами взаимосвязаны эти величины?	
Какие ситуации описаны в задаче? Какие состояния раствора наблюдаются в задаче? Как они связаны между собой?	<p>1-е: 0,5 т целлюлозной массы с содержанием 85 % воды;</p> <p>2-е: вода, выпариваемая из целлюлозной массы;</p> <p>3-е: целлюлозная масса с содержанием 25 % целлюлозы.</p>
Что известно о массе смеси, массе чистого вещества, доле чистого вещества, концентрации? Как удобно представить эти данные?	Перечисляют все, что известно о величинах и предлагают составить краткую запись

Сколько килограммов воды нужно выпарить из 0,5 т целлюлозной массы, содержащей 85 % воды, чтобы получить массу с содержанием 25 % целлюлозы?

Масса 1-ого раствора равна 0,5 т, концентрация воды в нем 85 %.

Состояние раствора	M, т	m, т целлюлозы	a целлюлозы	C, % целлюлозы
1	0,5			
2				
1 «-» 2				

Масса 1-ого раствора равна 0,5 т, концентрация воды в нем 85 %.
 $100-85=15\%$ концентрация целлюлозы в 1 растворе.
 2 раствор – чистая вода – в нем концентрация целлюлозы 0%

СОСТОЯНИЕ РАСТВОРА	M, т	m, т целлюлозы	a, целлюлозы	C, % целлюлоз ы
1	0,5			15
2	?			0
1 «-» 2				25

Сколько килограммов **воды** нужно выпарить из 0,5 т целлюлозной массы, содержащей 85 % **воды**, чтобы получить массу с содержанием 25 % целлюлозы?

Состояние раствора	M, т	m, т целлюлозы	a, целлюлозы	C, % целлюлозы
1	0,5	$0,15 = 0,5 \cdot 0,85$	0,15	15
2	x	0	0	0
1 «-» 2	$0,5 - x$	$0,25(0,5 - x)$	0,25	25

$$0,15 \cdot 0,5 = 0,25(0,5 - x)$$

В результате решения уравнения получили
 $x = 0,2$.

3 этап:

0,2 т воды выпарили,

0,2 т = 200 кг.

Ответ: 200 кг.

4. Решение задачи №19 КИМов ЕГЭ 2015 г.

«Ориентиры» к поиску решения

- $p\%$ от b есть $0,01p \cdot b$.
- Если « *a больше b на $p\%$* », то $a = b + 0,01p \cdot b$ или $a = b(1 + 0,01p)$.
- Если « *a меньше b на $p\%$* », то $a = b - 0,01p \cdot b$ или $a = b(1 - 0,01p)$.
- Если « *a увеличилось на $p\%$* », то новое значение a равно $a(1 + 0,01p)$.
- Если « *a уменьшилось на $p\%$* », то новое значение a равно $a(1 - 0,01p)$.

Примечание: значимую роль в решении задач на проценты играют умения учеников находить **число по дроби, дроби от числа, выражать проценты дробями** и наоборот.

Задача 1. Вкладчик положил в банк деньги под 10%. После начисления процентов некоторую сумму он изъясил, а остаток оставил в банке. После вторичного начисления процентов оказалось, что образовавшаяся на счету сумма на 1% меньше исходной величины вклада. Сколько процентов от исходной суммы было изъясно вкладчиком после первого начисления процентов?

Вопросы учителя	Предполагаемые ответы учащихся
Какой жизненный процесс описан в задаче?	Это задача на банковские проценты
Какие ситуации описаны в задаче?	<p>1 - вкладчик положил деньги в банк под 10%;</p> <p>2 - произошло первичное начисление процентов;</p> <p>3- вкладчик изъясл некоторую сумму (какое-то количество % от исходной суммы);</p> <p>4- произошло вторичное начисление процентов;</p> <p>5- сумма на счету оказалась на 1% меньше вклада (первоначальная сумма уменьшилась на 1 %)</p>

1 этап

S – сумма вклада,

k - % от исходной суммы, изъятый вкладчиком после первого начисления 10%.

При начислении процентов оставшаяся сумма на счету умножается на 1,1

вклад	S
Сумма вклада после первого начисления	$1,1 S$
Часть, изъятая вкладчиком (от исходной суммы по условию)	$0,01 kS$
Сумма, оставшаяся на счету после первого начисления (на которую будет вторично начислено 10%)	$1,1S - 0,01 kS$
Сумма вклада после второго начисления	$1,1(1,1S - 0,01 kS)$

Так как сумма, оказавшаяся на счету, на 1 % меньше исходной, то ее значение составляет $100 - 1 = 99\%$ от S , то есть $0,99S$.

2 этап

$$1,1(1,1S-0,01kS)=0,99S$$

Разделим обе части уравнения на S , положительное
неравное нулю число, получим уравнение
относительно k

$$1,1(1,1-0,01k)=0,99$$

$$k=20$$

3 этап

Значит, 20% от исходной суммы было изъято
вкладчиком после первого начисления процентов.

Ответ: 20%.

Задача 2. Максим хочет взять в кредит 1,5 млн рублей. Погашение кредита происходит 1 раз в год равными суммами (кроме, может быть последней) после начисления процентов. Ставка 10% годовых. На какое минимальное количество лет может Максим взять кредит, чтобы ежегодно выплаты были не более 350 тысяч рублей?

В конце первого года долг составит $1\,500\,000 \cdot 1,1 = 1\,650\,000$ рублей (увеличение на 10 %).
 После выплаты 350 тысяч рублей долг составит $1\,650\,000 - 350\,000 = 1\,300\,000$ рублей.
 И так до тех пор пока не погасит кредит.
 Составим таблицу:

Год	Долг банку, рублей	Остаток после ежегодного взноса, рублей
0	1 500 000	-
1	$1\,500\,000 \cdot 1,1 = 1\,650\,000$	$1\,650\,000 - 350\,000 = 1\,300\,000$
2	$1\,300\,000 \cdot 1,1 = 1\,430\,000$	$1\,430\,000 - 350\,000 = 1\,080\,000$
3	$1\,080\,000 \cdot 1,1 = 1\,188\,000$	$1\,188\,000 - 350\,000 = 838\,000$
4	$838\,000 \cdot 1,1 = 921\,800$	$921\,800 - 350\,000 = 571\,800$
5	$571\,800 \cdot 1,1 = 628\,980$	$628\,980 - 350\,000 = 278\,980$
6	Максимальный кредит = 306 878	погашен

лет.

Ответ: 6 лет.

Задача 3. 31 декабря 2014 года Федор взял в банке 6951000 рубль в кредит под 10 % годовых. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Федор переводит в банк платеж. Весь долг Федор выплатил за 3 равных платежа. На сколько рублей меньше он бы отдал банку, если бы смог выплатить долг за 2 равных платежа?
(Статград, январь-2015)

- 1) Пусть x р.- ежегодная плата, при которой Федор выплатит кредит за 3 года, $P=6951000$ р – сумма кредита.
Составим таблицу:

год	Долг банку, р	Остаток после ежегодной выплаты, р.
0	P	-
1	$1,1P$	$1,1P-x$
2	$1,1(1,1P - x)=1,21P-1,1x$	$1,21P-1,1x-x=1,21P-2,1x$
3	$1,1(1,21P-2,1x)=1,331P-2,31x$	$1,331P-2,31x-x=1,331P-3,31x$

Остаток после 3-й выплаты равен нулю, составим уравнение:
 $1,331P-3,31x=0$.

Учитывая, что $P=6951000$ р, находим $x=2795000$

год	Долг банку, р	Остаток после ежегодной выплаты, р.
0	P	-
1	$1,1P$	$1,1P-x$
2	$1,1(1,1P - x)=1,21P-1,1x$	$1,21P-1,1x-x=1,21P-2,1x$
3	$1,1(1,21P-2,1x)=1,331P-2,31x$	$1,331P-2,31x-x=1,331P-3,31x$

2) Если y руб. - ежегодная плата, при которой Федор выплатит кредит за 2 года, то $1,21P-2,1y=0$,
Зная, что $P=6951000$, получаем $y=4005100$.

Если бы Федор смог выплатить кредит за 2 равных платежа, то он бы сэкономил

$$3x - 2y = 3 \cdot 2795000 - 2 \cdot 4005100 = 375100 \text{ (руб.)}$$

Ответ: 375100 рублей

Задача 4. 25 ноября 2013 года Иван взял в банке 2 млн. рублей в кредит. План выплаты кредита такой – 25 ноября каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга, то есть увеличивает долг на $x\%$, а затем Иван переводит очередной транш. Иван выплатил кредит за два транша, переведя в первый раз 1 210 000 рублей, а во второй раз – 1 219 800 рублей. Под какой годовой процент банк выдал кредит Ивану?

После начисления % в конце первого года сумма, которую должен выплатить Иван, возрастает до $2000000(1+0,01x)$ р., из них Иван выплачивает 1210000 р., уменьшая сумму долга. Составим таблицу:

год	Долг банку, р.	Остаток после очередной выплаты, р.
0	2000000	-
1	$(1+0,01x)2000000=$ $2000000+20000x$	$2000000+20000x-1210000=$ $790000+20000x$
2		800

Так как после второй выплаты Иван рассчитался с банком, то остаток равен 0. Составим уравнение:

$$27900x+200x^2-429800=0$$

$$x_1 = 14, x_2 = -153,5$$

Этап

За x мы обозначили процент банковского кредита, эта величина не может быть отрицательной.

Значит годовой процент банка равен 14.

Ответ: 14%.

Задача 5. В 8-литровой колбе находится смесь азота и кислорода, содержащая 32% кислорода. Из колбы выпустили некоторое количество смеси и добавили столько же азота. Затем снова выпустили такое же , как и в первый раз, количество новой смеси и добавили столько же азота. В итоге процентное содержание кислорода в смеси составило 12,5%. Сколько литров смеси выпускали каждый раз? (alexlarin.net, 2014, B98)

Вопросы учителя	Предполагаемые ответы учащихся
Какой жизненный процесс описан в задаче?	Это задача на «смеси»
Какими основными величинами характеризуется этот процесс?	количество смеси- M , количество «чистого» вещества – m , доля «чистого» вещества – a , концентрация - C
Какими формулами взаимосвязаны эти величины?	
Какие ситуации описаны в задаче? Какие состояния смеси наблюдаются в задаче? Как они связаны между собой?	<p>1-е: из 8 л колбы смеси кислорода и азота выпускают x л смеси (концентрация кислорода 32%); в полученную смесь добавляют x л азота;</p> <p>2-е: из новой смеси еще раз выпускают x л смеси; повторно добавляют x л азота и концентрация кислорода становится равной 12,5%</p>
Что известно о массе смеси, массе чистого вещества, доле чистого вещества, концентрации? Как удобно представить эти данные?	Перечисляют все, что известно о величинах и предлагают составить краткую запись

Пусть x л – это количество выпускаемого и впускаемого газа (ответ на главный вопрос задачи). Тогда количество смеси в каждой ситуации остается неизменным, равно 8 л. Меняется концентрация кислорода (уменьшается) и азота (увеличивается). В качестве «чистого» вещества будем рассматривать кислород.

Состояние смеси	M , л	m , л кислорода	a , кислорода	C , % кислорода
1	8	$0,32 \cdot 8$	$0,32$	32
2	8	$0,32 \cdot 8 - 0,32 \cdot x = \mathbf{0,32(8-x)}$		$4(8-x)$
3	8			12,5

По условию задачи в последней смеси концентрация кислорода составляет 12,5%, значит доля кислорода равна 0,125.

Составим уравнение:

$$0,005 \cdot (8 - x)^2 = 0,125$$

$$x_1 = 13, x_2 = 3$$

Количество выпускаемого и впускаемого газа не может быть больше 8 л (т. к. всего смеси 8 л), поэтому 13 – не удовлетворяет условию задачи.

Значит, 3 л смеси выпускали каждый раз.

Ответ: 3 л.

Задача 6. Фермер получил кредит в банке под определенный процент годовых. Через год фермер в счет погашения кредита вернул в банк 75 % от всей суммы, которую он должен был банку к этому времени, а еще через год в счет полного погашения кредита он внес в банк сумму на 21% превышающую величину полученного кредита. Каков процент годовых по кредиту?

Пусть A р.- кредит под $p\%$ годовых

1-я ситуация: фермер взял кредит A рублей

2-я ситуация: через год, после начисления процентов, вернул в банк 75 % всего долга

3-я ситуация: еще через год, закрыв кредит, внес сумму на 21% превышающую величину взятого кредита

Составим таблицу:

год	Долг банку, р	Остаток после выплаты, р.
0	A	-
1	$A + 0,01pA = A(1 + 0,01p)$	$A(1 + 0,01p) - 0,75A(1 + 0,01p) = 0,25A(1 + 0,01p)$
2	$0,25A(1 + 0,01p) + 0,01p(0,25A(1 + 0,01p)) = 0,25A(1 + 0,01p)(1 + 0,01p)$ Так как во второй раз фермер погасил кредит, значит остаток равен 0, составим уравнение:	

$$0,25A(1 + 0,01p)^2 - 1,21A = 0,$$

$$p_1 = 120, p_2 = -320$$

Годовой процент не может быть отрицательным числом.

Значит, фермер взял кредит под 120% годовых.

Ответ: 120%

Задача 7. Брокерская фирма приобрела 2 пакета акций, а затем продала их на общую сумму 7млн. 680 тыс. рублей, получив при этом прибыль в 28 %. За какую сумму фирма приобрела каждый из пакетов акций, если при продаже первого пакета прибыль составила 40%, а при продаже второго – 20%.

Пусть x р.- первоначальная стоимость 1-го пакета акций, y р. -первоначальная стоимость 2-го пакета акций.

Составим таблицу:

	Первоначальная стоимость, р.	Прибыль, %	Стоимость при продаже, р.
1 -й пакет	x	40	$x+0,4x=1,4x$
2- й пакет	y	20	$y+0,2y=1,2y$
вместе	$x+y$	28	$(x+y)+0,28(x+y)=1,28(x+y)$

Так как фирма продала оба пакета акций на сумму 7млн. 680 тыс. рублей, то составим систему уравнений:

$$\begin{cases} 1,28(x+y)=7680000, \\ 1,4x +1,2y=7680000; \\ \begin{cases} x=2400000, \\ y=3600000. \end{cases} \end{cases}$$

Значит, первый пакет акций фирма приобрела за 2 млн.400 тыс. рублей, а второй – за 3 млн. 600 тыс. рублей.

Ответ: 2400000 р., 3600000р.

Задача 8. Заводы в США и России за февраль выпустили более 39 танков. Число танков, выпущенных в России, уменьшенное на 3, более, чем в 4 раза превышает число танков, выпущенных в США. Утроенное число танков, выпущенных в России, превышает удвоенное число танков, выпущенных в США, но не более, чем на 85. Сколько танков выпустили за февраль на заводе в России?

Пусть x танков выпустили за февраль в России, тогда y танков – в США. По условию задачи можно составить систему неравенств:

$$\begin{cases} x + y > 39, \\ x - 3 > 4y, \\ 3x - 2y \leq 85. \end{cases}$$

Не забываем о том, что числа x и y натуральные.

Выразим x в каждом неравенстве системы

$$\begin{cases} x > 39 - y, \\ x > 4y + 3, \\ x \leq \frac{85+2y}{3}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 39 - y < x \leq \frac{85+2y}{3}, \\ 4y + 3 < x \leq \frac{85+2y}{3}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 117 - 3y < 85+2y, \\ 12y + 9 < 85+2y; \end{cases}$$

$\begin{cases} y > 6,4, \\ y < 7,6. \end{cases}$ $y=7$ – единственное целое число. Значит, 7 танков выпустили в США в феврале. Для того, чтобы найти x подставим 7 вместо y в первоначальную систему и получим, что $x=33$. Значит, Россия в феврале выпустила 33 танка.
Ответ: 33 т.

Задача 9. Производительность первого цеха завода не более 730 произведенных телевизоров в сутки. Производительность второго цеха завода до реконструкции составляла 75 % от производительности первого цеха. После реконструкции второй цех увеличил производительность на 20% и стал выпускать более 640 телевизоров в сутки. Найдите, сколько телевизоров в сутки выпускает второй цех после реконструкции, если оба цеха выпускают в сутки целое число телевизоров.

Пусть x телевизоров выпускает 1 цех в сутки, тогда $0,75x$ телевизоров выпускал 2 цех до реконструкции, помним, что x - натуральное число и $0,75x$ так же натуральное число. $0,75x = \frac{3}{4}x \in N$, значит, x кратно 4.

После реконструкции 2 цех стал выпускать $0,75x \cdot 1,2 = 0,9x$ телевизоров, при этом $0,9x = \frac{9}{10}x \in N$, значит, x кратно 10.

Таким образом, x кратно 4 и 10, значит x кратно 20.

По условию задачи, $x \leq 730$ и $0,9x > 640$ или $x > 711$.

Число кратное 20 и удовлетворяющее этим неравенствам – 720.

Второй цех после реконструкции стал выпускать $720 \cdot 0,9 = 648$ телевизоров в сутки.

Ответ: 648 т.

Используемые источники литературы:

- 1) Владимирцева С.А. Теория и методика обучения математике : Общая методика. – Барнаул : БГПУ, 2004.
- 2) Далингер В.А. Текстовые задачи на проценты и методика обучения учащихся их решению // Вестник ОмГПУ, 2006.
- 3) Каплунович И. Об одном подходе к гуманизации обучения математике // Математика. – 2004. – № 25-26. – С. 2-6.
- 4) Кац М. Проценты // Математика. – 2004. – № 23. – С. 28-32.
- 5) Кац М. Проценты // Математика. – 2004. – № 25-26. – С. 34-37.
- 6) Концепция математического образования // Математика в школе. – 2000. – № 2. – С. 15.
- 7) Ляпин С.Е. Методика обучения математике. – М., 1952.
- 8) Неопределённые и переопределённые задачи (использование задач с «аномальным» условием в процессе обучения математике) // <http://na5.ru/509013-1>.
- 9) Рашпелева Е. Несколько способов решения одной задачи // Математика. – 2004. – № 48. – С. 15-16.
- 10) Шевкин А. Текстовые задачи в школьном курсе математики. Лекция 4. Задачи на прямую и обратную пропорциональную зависимость. Задачи на пропорции // Математика. – 2005. – № 20. – С. 16-23.
- 11) http://www.expert.ru/printissues/russian_reporter/2008/05/pisa/ «Русский репортер» №5 (35)/ Григорий Тарасевич, редактор отдела «Науки» журнала «Русский репортер»
- 12) matem.uspu.ru/i/inst/math/subjects/13.ppt.
- 13) mrcpk.marsu.ru/works_iso/2007-06-18/.../progelkours.doc.
- 14) Презентации учителя математики Зениной Алевтины Дмитриевны.
- 15) Открытый банк заданий ГИА, 9 класс, 11 класс // <http://opengia.ru>.