

Математические основы психологии

Автор:

к.пс.н., доцент Дорофеев В.А.

Общая схема математического анализа эмпирических данных в психологии

Тип решаемой задачи	Шкала измерений	Выборки	Характер распределения признака	Статистическая операция
Определение значимости различий на уровне исследуемого признака	номинативная	две	не определяется	Непараметрический χ^2 - критерий
	интервальная	две	не отличается от нормального	Параметрический t-критерий Стьюдента
	интервальная	две	отличается от нормального	непараметрический U-критерий Манна-Уитни
	интервальная	три и более	не определяется	непараметрический H-критерий Крускала-Уоллиса
Определение значимости различий на уровне исследуемого признака	интервальная	две	не определяется	Непараметрический T-критерий Вилкоксона
	интервальная	три и более	не определяется	Непараметрический L-критерий Пейджа

Общая схема математического анализа эмпирических данных в психологии (продолжение)

Тип решаемой задачи	Шкалы измерения признака	Статистическая операция
Определение взаимосвязи между признаками	X – дихотомическая шкала Y – дихотомическая шкала	коэффициент ассоциации (Φ)
	X – номинативная шкала, отличная от дихотомии Y – номинативная шкала, отличная от дихотомии	коэффициент взаимной сопряженности Чупрова (K)
	X – дихотомическая шкала Y – интервальная шкала	точечный бисериальный коэффициент корреляции (r_{pb})
	X – ранговая шкала Y – ранговая шкала	Коэффициент ранговой корреляции Спирмена (r_s)
	X – ранговая шкала Y – интервальная шкала	переводим значения шкалы интервалов в ранговую шкалу и рассчитываем коэффициент ранговой корреляции Спирмена (r_s)
	X – интервальная шкала Y – интервальная шкала	коэффициент линейной корреляции Пирсона (r_{xy})
Определение согласованности изменений нескольких переменных (множественная корреляция)	ранговая	коэффициент конкордации (W)

Общая схема математического анализа эмпирических данных в психологии (продолжение)

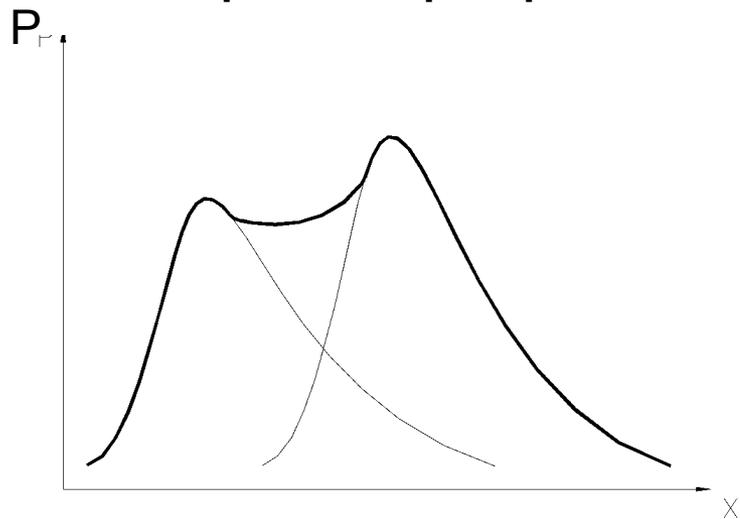
Тип решаемой задачи	Шкалы измерения признака	Статистическая операция
Предсказание одного признака по изменению другого признака	X – интервальная шкала Y - интервальная шкала	регрессионный анализ
	X – интервальная шкала Y - интервальная шкала	коэффициент детерминации η^2_{xy}
Определение причинно-следственных связей	интервальная	дисперсионный анализ
Выделение скрытой (латентной) переменной (выделение факторов)	интервальная, ранговая	факторный анализ
Анализ структуры взаимного расположения испытуемых в S пространстве измеряемых признаков	интервальная, ранговая	кластерный анализ

Понятие о кривой и законе распределения

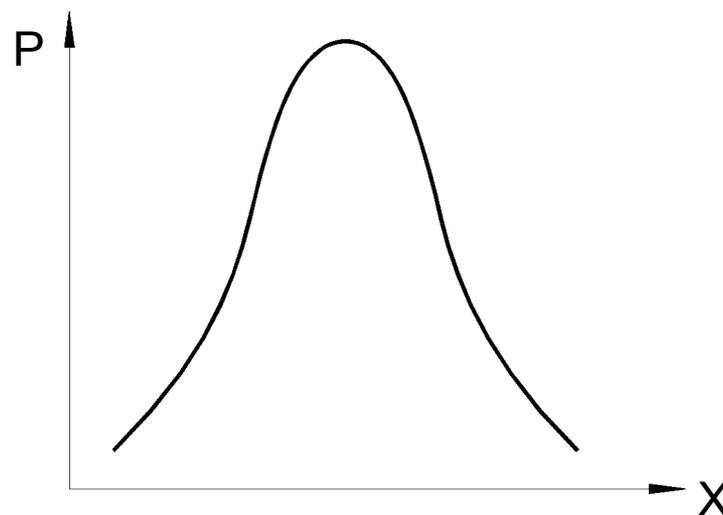
- **Кривая распределения** – это предел, к которому стремится полигон частот при неограниченном увеличении объема статистической совокупности и уменьшении интервалов измерения (увеличение точности измерения, переход от дискретной величины к непрерывной).
- **Закон распределения** – математическое соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями варианты и соответствующими им вероятностями.
- Закон распределения может быть задан:
 - а) рядом распределения, в котором каждому значению x_i поставлена в соответствие его вероятность p_i ;
 - б) полигоном частот;
 - в) функцией распределения – аналитическим выражением (формулой), по которому может быть установлена вероятность каждого текущего значения случайной величины

Виды распределений признака

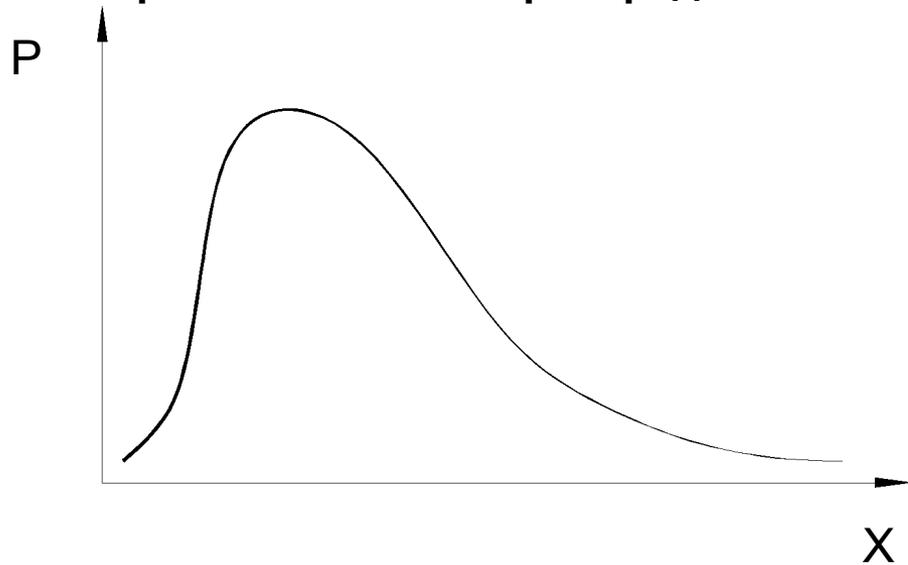
Многовершинное распределение



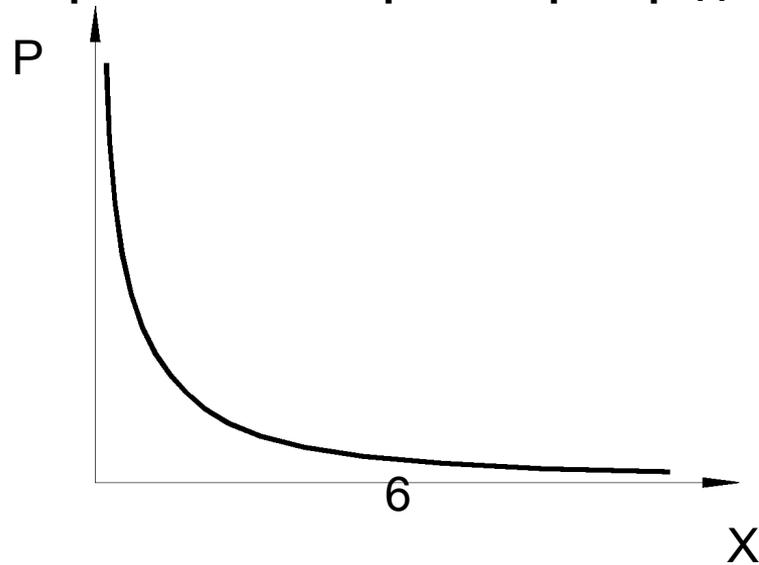
Симметричное распределение



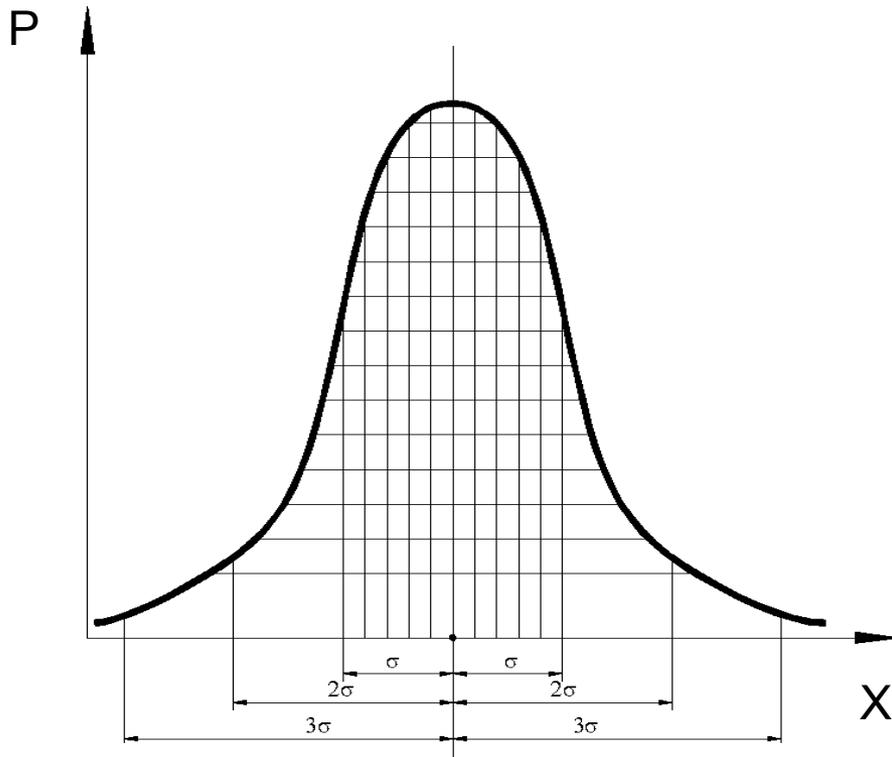
Умеренно-скошенное распределение



Крайне-асимметричное распределение



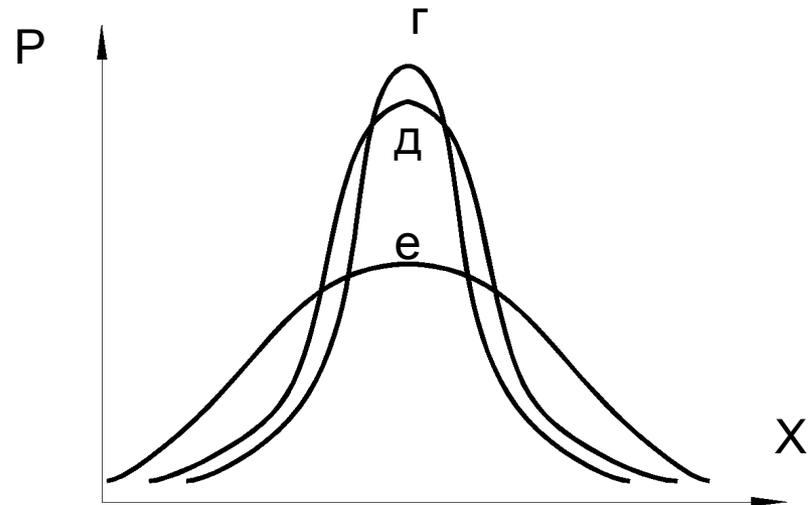
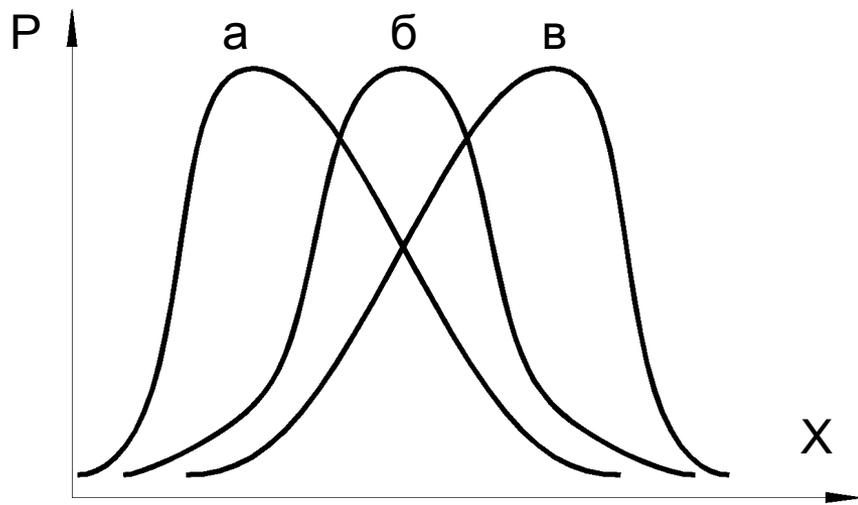
Нормальное распределение и его свойства



1. При всех значениях x плотность $f(x)$ положительна.
2. При увеличении модуля аргумента x функция $f(x)$ сколь угодно близко (асимптотически) приближается к оси абсцисс, не достигая ее.
3. Максимальную плотность нормальное распределение имеет при $x=M$. Таким образом при нормальном распределении совпадают значения среднего арифметического, моды и медианы.

4. Для нормального распределения в пределах $X_{\text{среднее}} \pm \delta_x$ лежит 68,26% всех значений переменной, в пределах $X_{\text{среднее}} \pm 2\delta_x$ лежит 95,44% всех значений переменной, а в пределах $X_{\text{среднее}} \pm 3\delta_x$ лежит 99,72% всех значений переменной

Статистическая оценка характера распределения



а) левосторонняя асимметрия $\frac{\sum(x_i - x_{cp})^3}{n \cdot \sigma^3} > 0$

б) нормальное распределение $\frac{\sum(x_i - x_{cp})^3}{n \cdot \sigma^3} = 0$

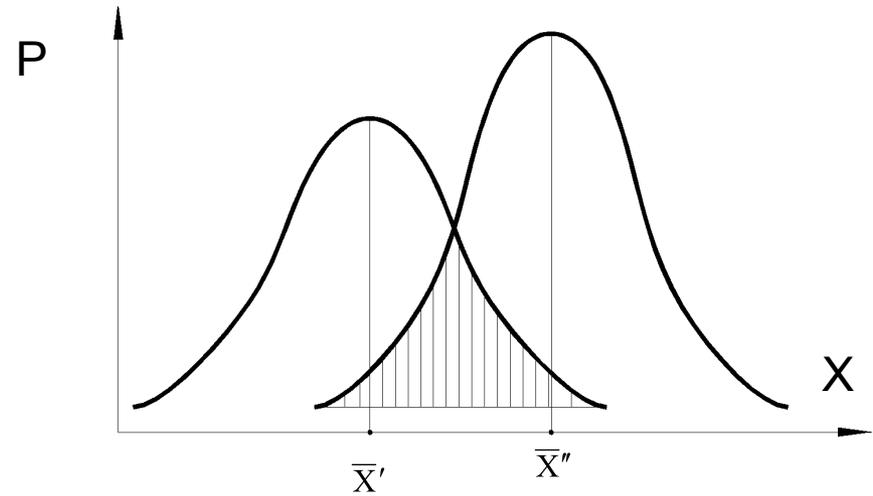
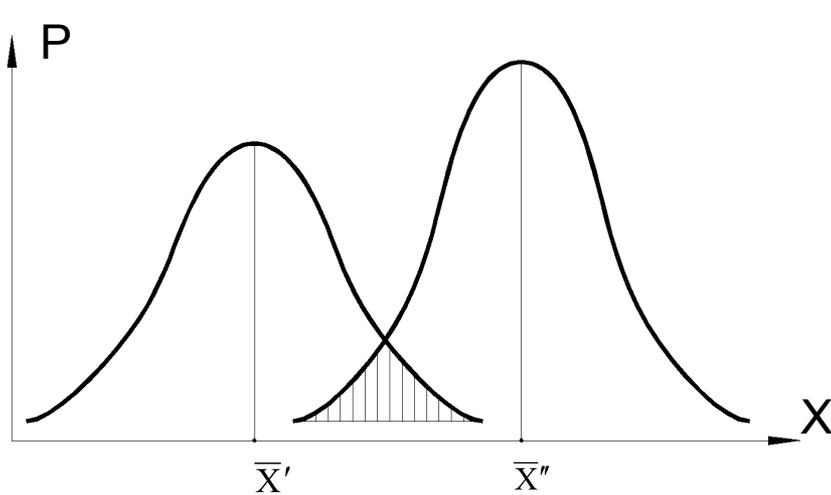
в) правосторонняя асимметрия $\frac{\sum(x_i - x_{cp})^3}{n \cdot \sigma^3} < 0$

г) выпуклое распределение $\frac{\sum(x_i - x_{cp})^4}{n \cdot \sigma^4} - 3 > 0$

д) нормальное распределение $\frac{\sum(x_i - x_{cp})^4}{n \cdot \sigma^4} - 3 = 0$

е) вогнутое распределение $\frac{\sum(x_i - x_{cp})^4}{n \cdot \sigma^4} - 3 < 0$

Графическое представление и формула расчета t-критерия Стьюдента



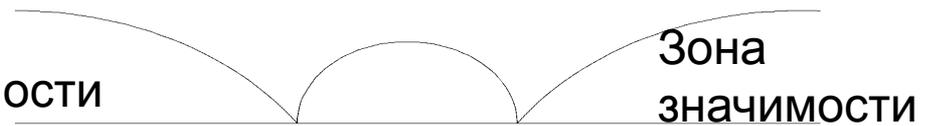
Формула для расчета $t = \frac{\bar{X}' - \bar{X}''}{\sqrt{(m_1^2 + m_2^2)}}$ где:

\bar{X}' и \bar{X}'' средние арифметические, различия, между которыми проверяются;
 m_1 и m_2 - соответствующие ошибки средних, рассчитываемые по

формуле: $m = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$

Зона значимости:

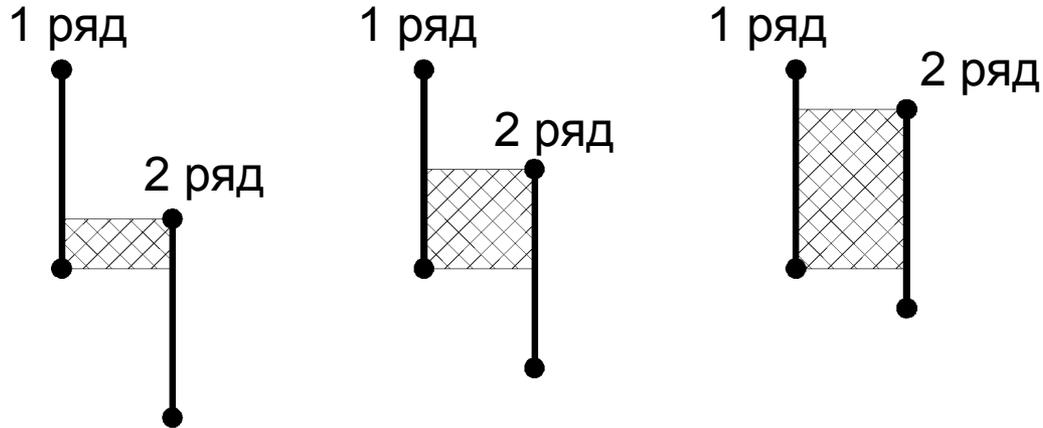
Зона
незначимости



$t_{\text{табл}}/\alpha=0,05$

$t_{\text{табл}}/\alpha=0,01$

Графическое представление и формула расчета U-критерия Манна-Уитни



Формула для расчета: $U = (n_1 \cdot n_2) + \frac{n_x \cdot (n_x + 1)}{2} - T_x$, где

n_1 - количество испытуемых в выборке 1;

n_2 - количество испытуемых в выборке 2;

T_x - большая из двух ранговых сумм;

n_x - количество испытуемых в группе с большей суммой рангов.

Зона значимости

Зона значимости

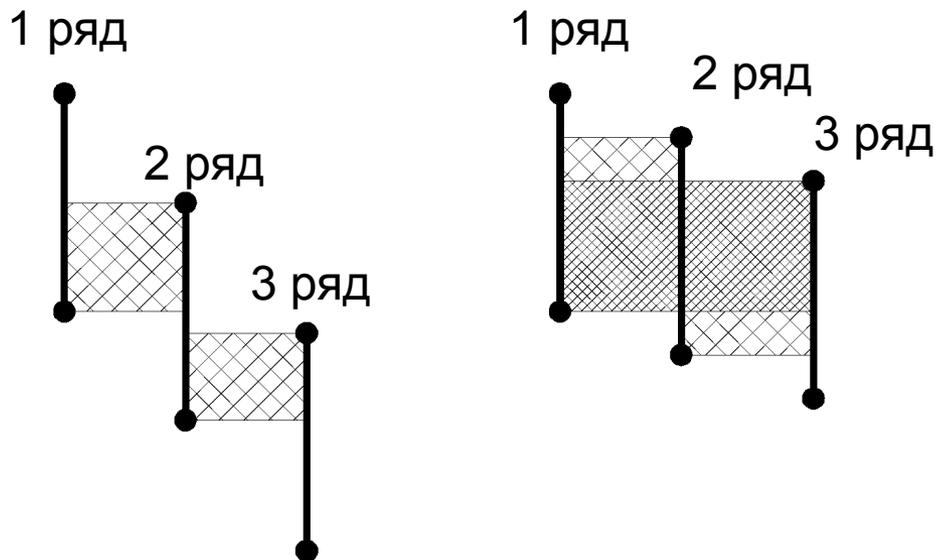


U табл. $\alpha=0,01$

U табл. $\alpha=0,05$

10

Графическое представление и формула расчета H-критерия Крускала-Уоллиса



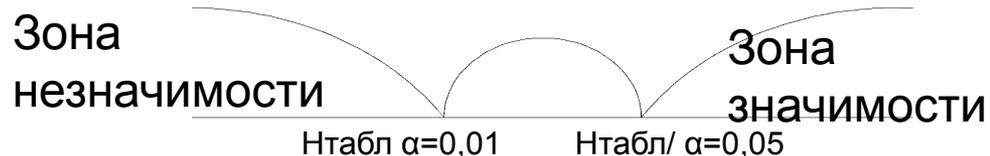
Формула для расчета $H = \left[\frac{12}{N(N+1)} \times \sum \frac{T_j^2}{n} \right] - 3(N+1)$, где

N – общее количество испытуемых в объединенной выборке;

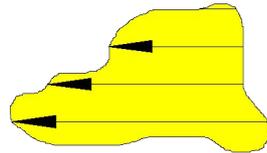
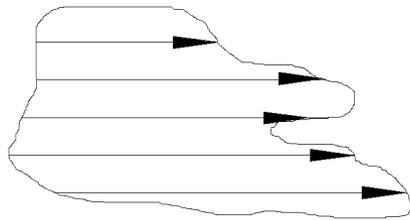
n – количество испытуемых в каждой выборке;

T – суммы рангов по каждой группе

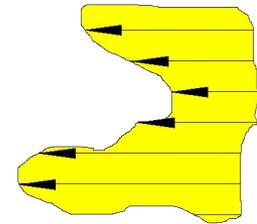
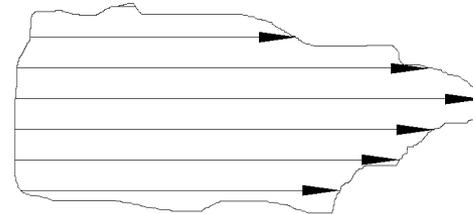
Зона значимости:



Графическое представление и формула расчета Т-критерия Вилкоксона



а

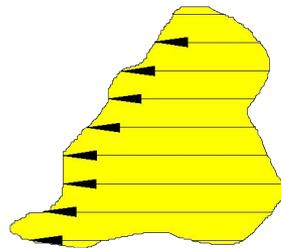
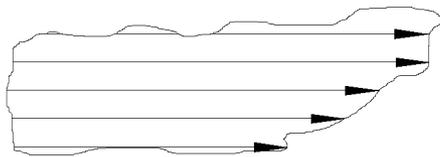


б

а) «светлый фон» преобладает над «желтым фоном» по количеству сдвигов, и по их интенсивности

б) «светлый фон» преобладает над «желтым фоном» только по интенсивности сдвигов, а по количеству сдвигов они равны

в) «светлый фон» уступает «желтому фону» по количеству сдвигов, но самые интенсивные сдвиги принадлежат «светлому фону»



в

Для оценки статистической значимости сдвига подсчитывает сумму рангов в нетипичном направлении и сравниваем с $T_{табл. \alpha=0,01}$ и $T_{табл. \alpha=0,05}$

Зона значимости:

Зона
значимости



Зона
незначимости

Корреляция и ее свойства

Корреляция – статистическая зависимость между случайными величинами, не имеющими строго функционального характера, при котором изменение одной из случайных величин приводит к изменению математического ожидания другой.

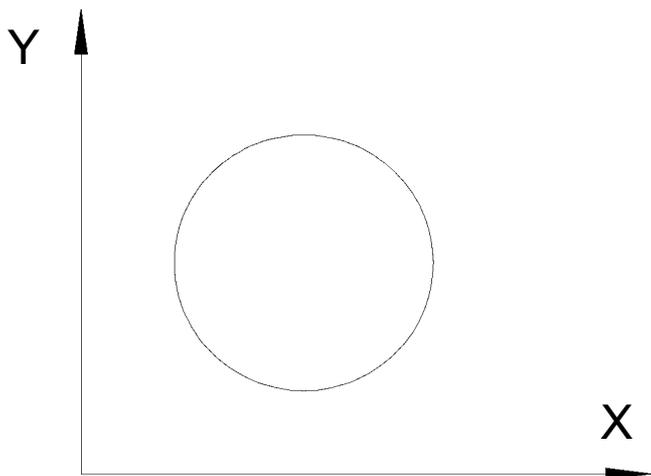
Сопряженность – стохастическая (вероятностная) связь между классифицированными событиями

Свойства корреляции.

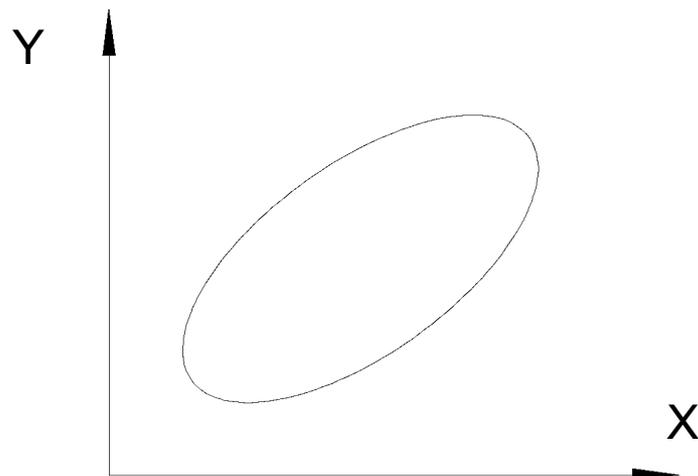
Направленность корреляции – свойство корреляции, характеризующее одностороннюю обусловленность изменения одной из случайных величин изменениями значений другой случайной величины (отрицательные значения коэффициента корреляции характеризуют обратную направленность, а положительные значения коэффициента корреляции характеризуют прямую направленность)

Теснота (сила) корреляции – свойство корреляции, характеризующее степень обусловленности изменений одной из случайных величин изменениями значений другой случайной величины (теснота выражается числовым значением коэффициента корреляции в диапазоне от -1 до +1)

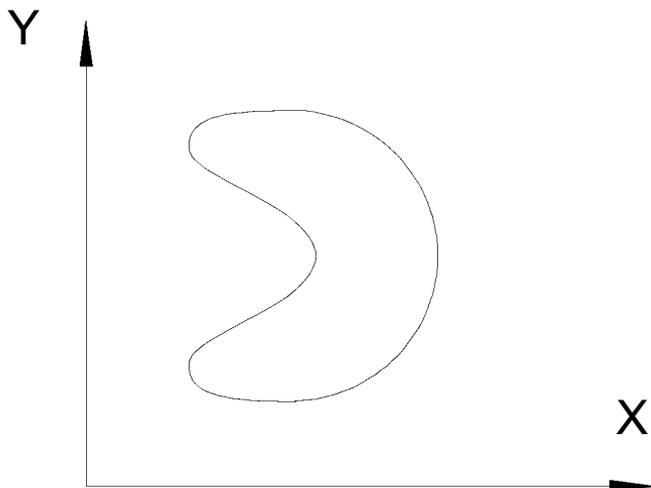
Корреляция и ее виды



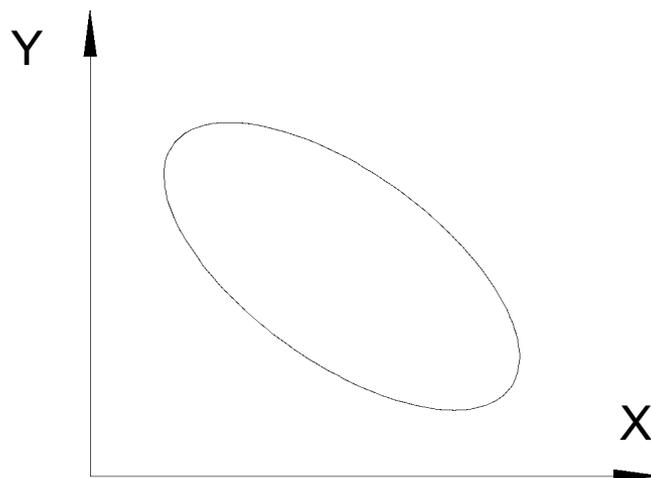
отсутствие корреляции



положительная линейная корреляция



нелинейная корреляция



отрицательная линейная корреляция

Графы. Виды графов



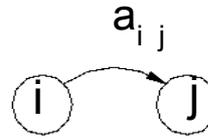
звено неографа



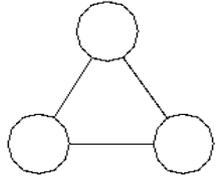
дуга орграфа



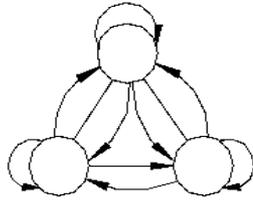
петля



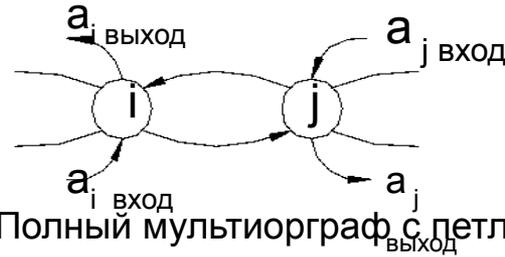
дуга мультиор a_{ij} -
весовая функция дуги



простой полный
неограф без петель



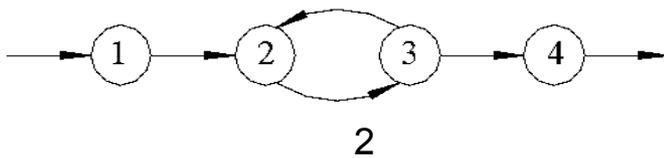
простой полный
орграф с петлями



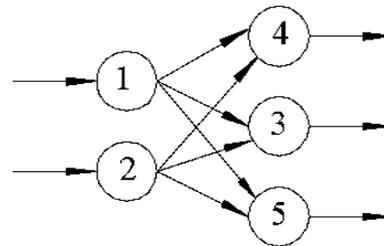
Полный мультиорграф с петлями, входами
и выходами в среду



Равновесный оргграф в развернутой форме

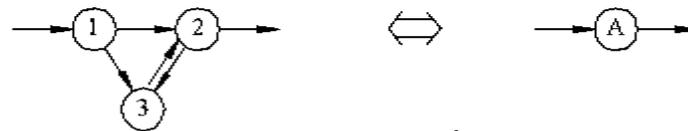


равновесный оргграф в свернутой форме

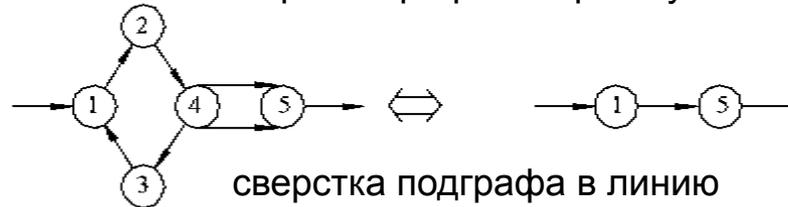


двудольный оргграф

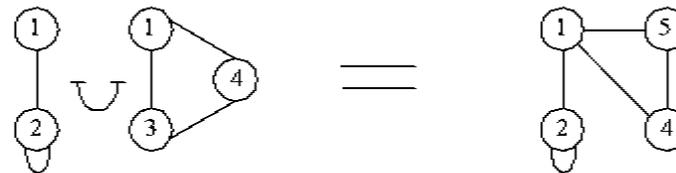
Операции над графами



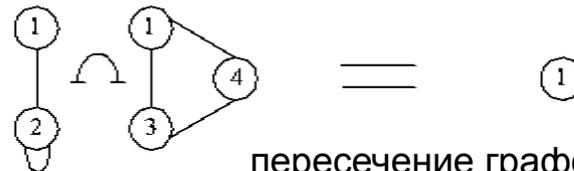
сверстка графа в вершину



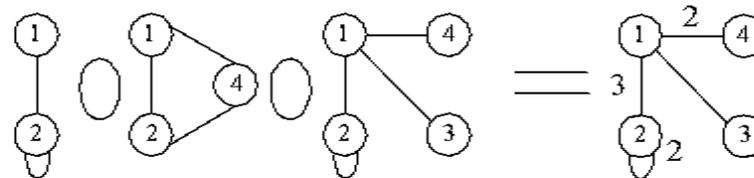
сверстка подграфа в линию



объединение графов



пересечение графов



Обобщение графов