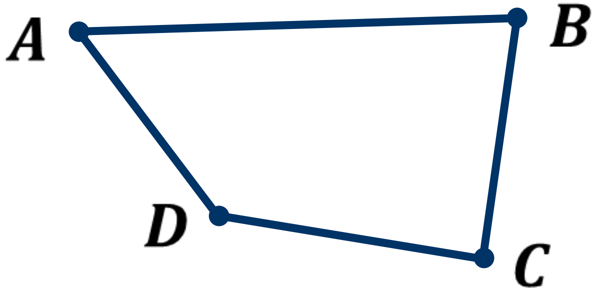
Параллелограмм и его свойства

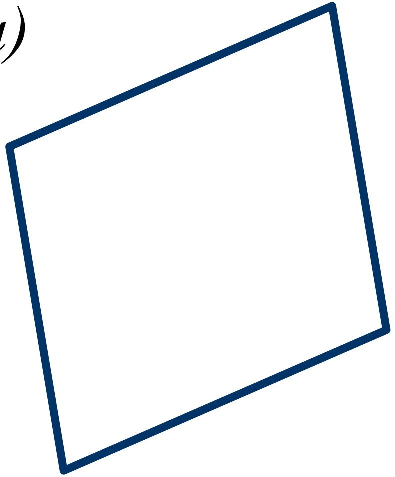
Четырёхугольником называется геометрическая фигура, которая состоит из четырёх точек и четырёх последовательно соединяющих их отрезков.



Параллелограммом называется четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны.

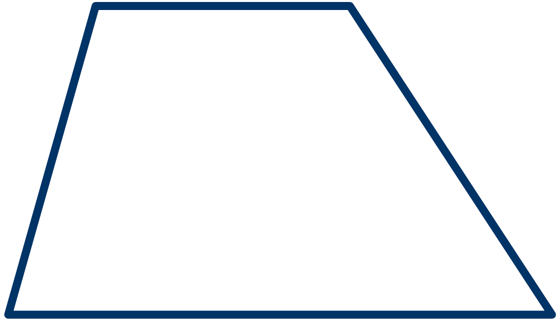
Любой параллелограмм является выпуклым четырёхугольником.

а)



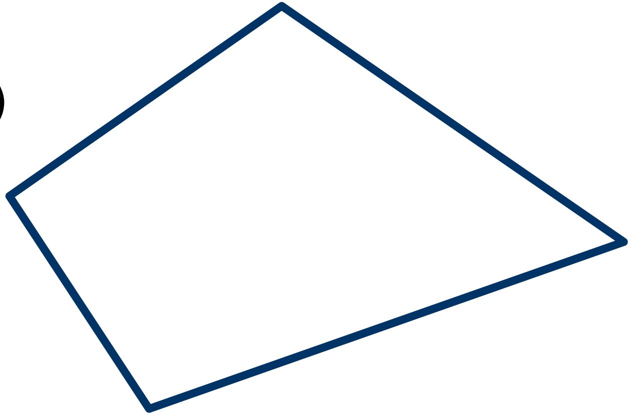
б)

в)



г)

д)



Свойство 1. Сумма углов при соседних вершинах параллелограмма равна $180°$.

Доказательство.

$AB \parallel CD$, AD – секущая,

$\angle BAD$, $\angle ADC$ – внутр. односторонние.

Следовательно, $\angle BAD + \angle ADC = 180°$.

Если две параллельные прямые пересечены секущей, то сумма односторонних углов равна $180°$.

Свойство 2. Диагональ разбивает параллелограмм на два равных треугольника.

Доказательство.

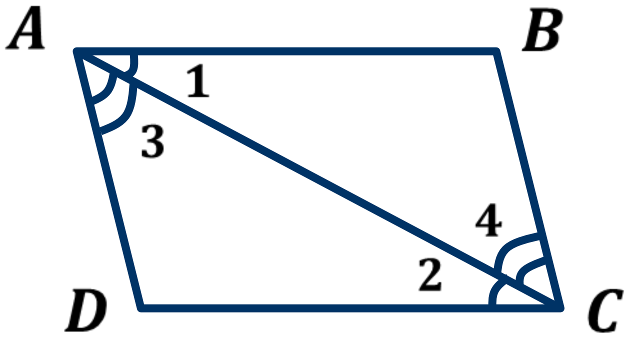
Рассмотрим ΔABC и ΔCDA.

Сторона AC – общая,

$\angle 1 = \angle 2$ как накр. лежащие при $AB \parallel CD$ и секущей AC,

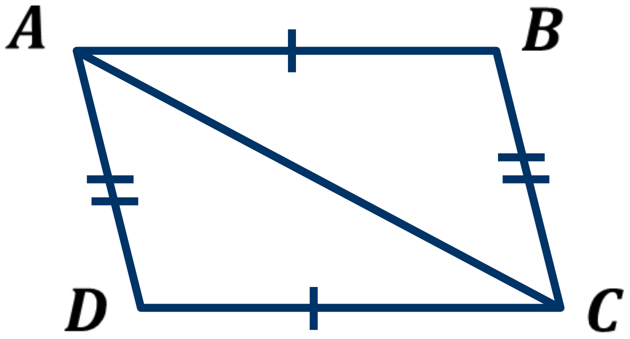
$\angle 3 = \angle 4$ как накр. лежащие при $AD \parallel BC$ и секущей AC.

$\Delta ABC = \Delta CDA$ по второму признаку.



Свойство 3. У параллелограмма противоположные стороны равны.

Доказательство.



$\Delta ABC = \Delta CDA$ по второму признаку.

$AB = CD,\ AD = BC.$

Свойство 4. У параллелограмма противоположные углы равны.

Доказательство.

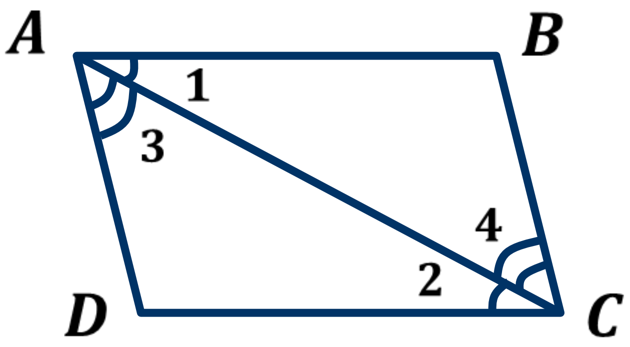
$\angle 1 = \angle 2$ как накр. лежащие при $AB \parallel CD$ и секущей AC,

$\angle 3 = \angle 4$ как накр. лежащие при $AD \parallel BC$ и секущей AC,

$\angle BAD = \angle 1 + \angle 3$,

$\angle BCD = \angle 2 + \angle 4$,

следовательно, $\angle BAD = \angle BCD$.



Свойство 5. Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.

Доказательство.

Рассмотрим ΔAOD и ΔCOB.

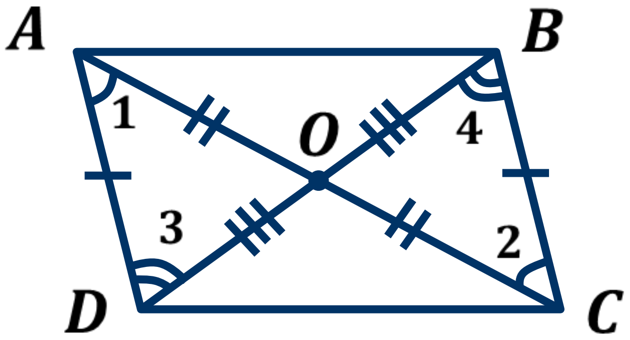
$AD = BC$ как противоположные стороны,

$\angle 1 = \angle 2$ как накр. лежащие при $AD \parallel BC$ и секущей AC,

$\angle 3 = \angle 4$ как накр. лежащие при $AD \parallel BC$ и секущей BD.

$\Delta AOD = \Delta COB$ по второму признаку.

Следовательно, $AO = OC$, $BO = OD$.



Задача. Докажите, что биссектриса угла параллелограмма отсекает от него равнобедренный треугольник.

Доказательство.

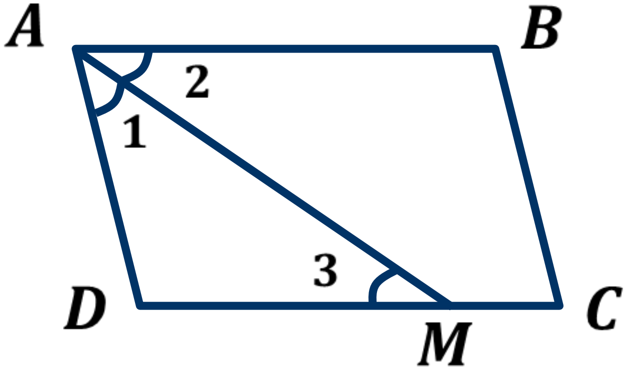
$ABCD$ – параллелограмм.

$\angle 1 = \angle 2$, так как AM – биссектриса.

$\angle 2 = \angle 3$ как накр. лежащие при $AB \parallel CD$ и секущей AM.

Следовательно, $\angle 1 = \angle 3$.

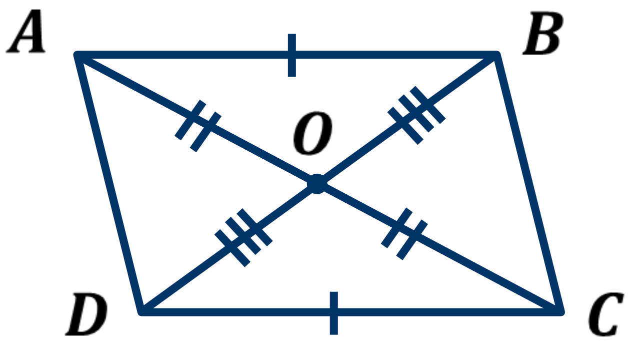
Тогда ΔADM – равнобедренный.



Признак равнобедренного треугольника. Если в треугольнике два угла равны, то он равнобедренный.

Задача. У параллелограмма $ABCD$ диагональ AC равна 16 см, диагональ BD – 10 см, а сторона AB – 8 см. Найдите периметр треугольника COD.

Решение.



Рассмотрим ΔCOD.

$P_{COD} = CO + OD + DC.$

$DC = AB = 8$ (см),

$CO = AC : 2 = 16 : 2 = 8$ (см),

$OD = BD : 2 = 10 : 2 = 5$ (см).

$P_{COD} = 8 + 5 + 8 = 21$ (см).

Ответ: 21 см.