# Теория автоматов и формальных языков

Институт Информационных Технологий

ЧелГУ, 2013

# Автомат

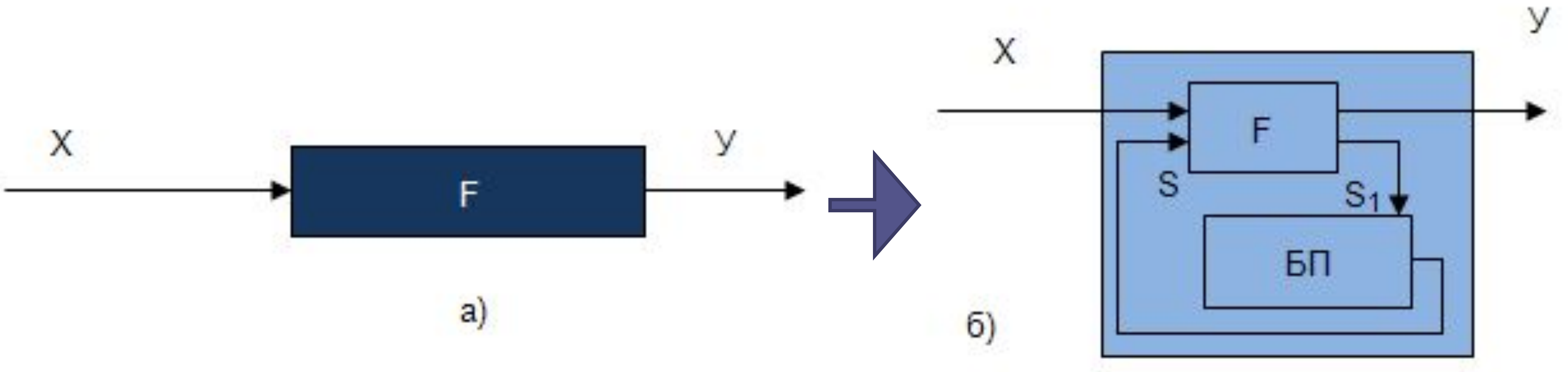
1) Устройство, выполняющее некоторые функции без непосредственного участия человека

2) Математическое понятие, обозначающее математическую модель реальных технических автоматов √


F: X □ Y

Преобразователь информации (ПИ), зависящий от того, какая информация в данный момент появилась на входе, и от того, что происходило раньше

# Автомат




Автомат, в зависимости от входных данных X, меняет свое состояние S (текущее состояние хранится в памяти)

# Автомат

**Качества автомата:**

1. Свойство скачкообразного перехода (из одного состояния в другое)

2. Дискретность времени (синхронные и асинхронные автоматы)

3. Входной сигнал – причина изменения состояния автомата (-> входной сигнал рассматривается как мгновенный)

4. Число различных входных/выходных сигналов является конечным

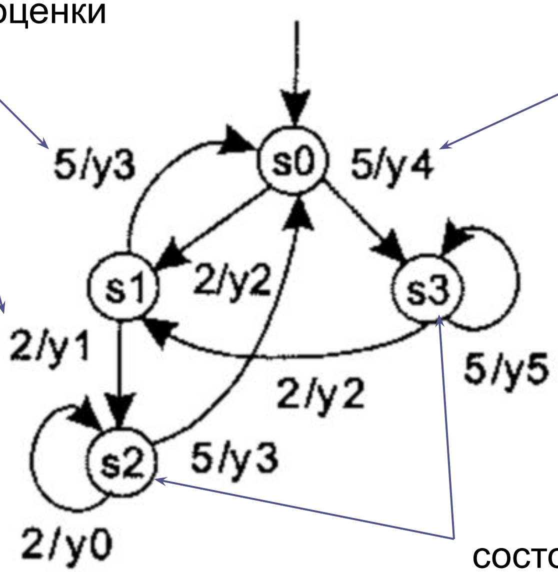
# Автомат

Пример реализация автомата

Действия – выходные сигналы:

y0: — брать ремень;
y1: — ругать сына;
y2: — успокаивать сына;
y3: — надеяться;
y4: — радоваться;
y5: — ликовать.

Входные данные:
2,5 - оценки



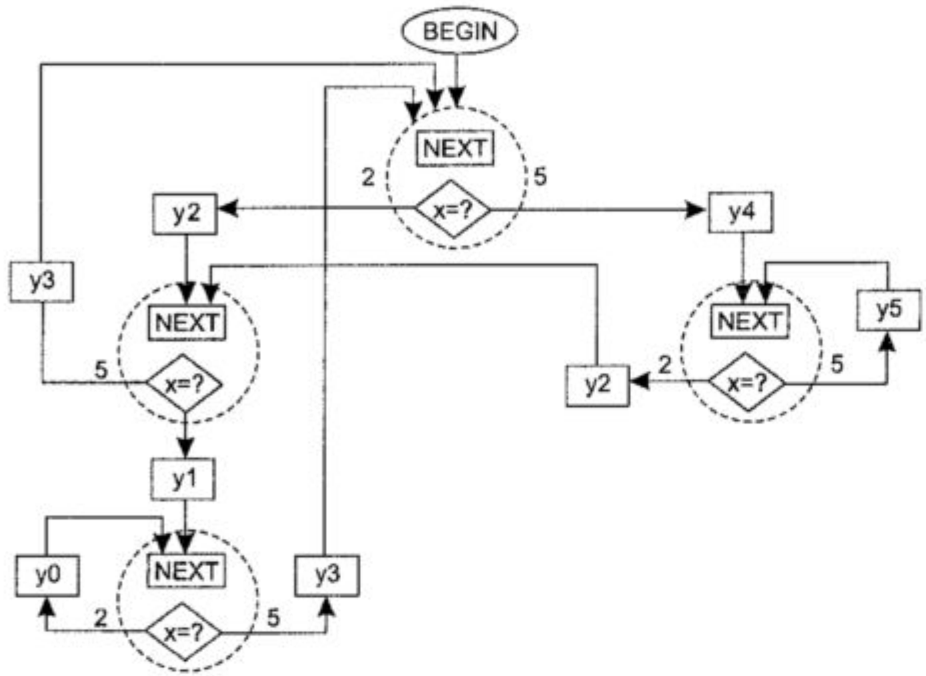

состояния

Автомат, описывающий поведение «умного» отца

Реализация:
программная
аппаратная

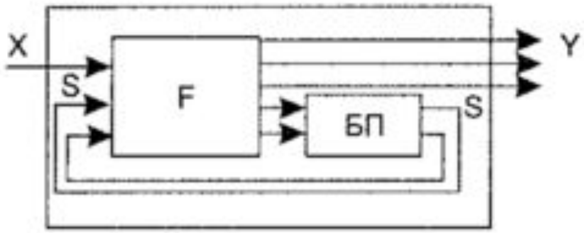
# Автомат

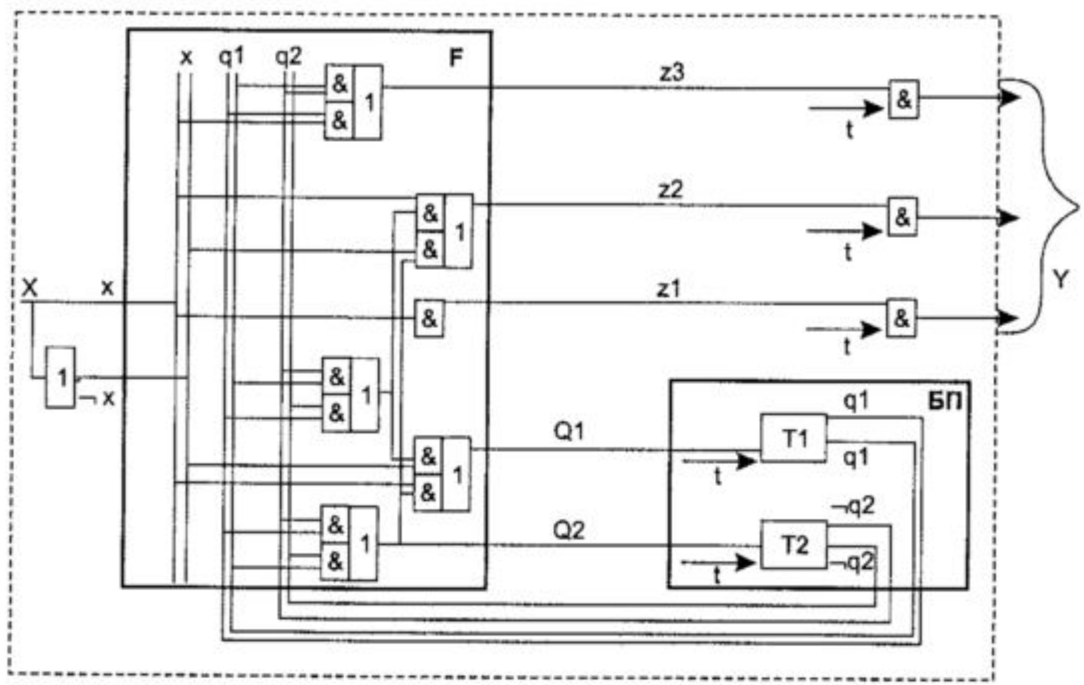
Пример програмной реализация автомата



# Автомат

Пример аппаратной реализация автомата



# Автомат

Рассмотрим механизм управления лифтом. Если всего в здании ***N*** этажей, лифт может находится в одном из ***N*** состояний:

$a_1, a_2, \dots, a_N$ - возможные состояния

На вход подаются номера этажей, к которым должен поехать лифт:

$z_1, z_2, \dots, z_N$ - этажи здания

Выходными сигналами будем считать расстояния, которые должен проехать лифт:

$$w(t) = z(t) - z(t-1)$$

При этом множество возможных значений w(t) конечно и определяется наборам возможных входных значений и множеством этажей.

Это скучный слайд с терминологией

# Автомат

$Z = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}$ - входной алфавит

$W = \{w_1, w_2, \dots, w_m\}$ - выходной алфавит

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_r\}$ - набор внутренних состояний

$t = 0, 1, 2, \dots$ - дискретные моменты времени

$a(0)$ - состояние автомата в начальный момент времени

$a(i)$ - состояние автомата в момент времени $\boldsymbol{i}$.

*Автомат* – математическая абстракция, позволяющая описывать пути изменения состояния объекта в зависимости от его текущего состояния и входных данных.

$Z = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}$ $\boxed{A = \{a_1, a_2, \dots, a_r\}}$ $W = \{w_1, w_2, \dots, w_m\}$

# Алфавитный оператор

Последовательности входных букв: $z(1)z(2)\ldots z(k)$

называются входными словами.

На вход автомату может подаваться любое слово из *множества допустимых слов*.

Каждое допустимое *входное слово*: $p = z(1)z(2)\ldots z(k)$

вызывает появление *выходного слова*: $q = w(1)w(2)\ldots w(k)$

Длины соответствующих входных и выходных слов равны между собой.

$\varphi_A : P \to Q$ - *алфавитный оператор*, индуцированный автоматом ***A***.

$P$ - множество допустимых входных слов

$Q$ - множество выходных слов

Это скучный слайд с терминологией

# Функции переходов и выходов

$\delta$ - функция переходов, если:

$$a(t) = \delta\big(a(t-1), z(t)\big)$$

$\lambda$ - функция выходов, если:

$$w(t) = \lambda\big(a(t-1), z(t)\big)$$

При помощи задания начального состояния ***a(0)*** и функций перехода и выхода $\boldsymbol{\lambda}$ и $\boldsymbol{\delta}$ можно для любого входного слова ***p*** определить выходное слово ***q***.

$$q = \varphi_A(p)$$

Это скучный слайд с терминологией

# Условия «автоматности» оператора

$\varphi_A\colon P \to Q$ - алфавитный оператор

1. $\varphi_A\colon P \to Q$ осуществляет однозначное отображение из ***P*** в ***Q***.
2. Если ***P*** содержит слово ***p***, то ***P*** содержит и все начальные отрезки слова ***p***, включая пустое слово.
3. $\varphi_A\colon P \to Q$ сохраняет длину слова.
4. $$\begin{cases} p^k = p^{k-1}z(k) \\ q^k = q^{k-1}w(k) \\ \varphi_A(p^k) = q^k \end{cases} \Rightarrow \varphi_A(p^{k-1}) = q^{k-1}$$

Такой оператор называется *автоматным оператором*.

Это скучный слайд с терминологией

# Итак…

***Автоматом*** является шестерка вида S={A,Z,W,$a_0$, δ,λ}, где

$Z = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}$ - входной алфавит

$W = \{w_1, w_2, \dots, w_m\}$ - выходной алфавит

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_r\}$ - набор внутренних состояний

$\delta : A * Z \to A(a_s = \delta(a_m, z_i) | a_s \in \mathrm{A});$ - функция переходов

$\lambda : A * Z \to W(w_s = \lambda(a_m, z_i) | a_s \in \mathrm{A}, w \in W);$ - функция выходов

$a_1 \in \mathrm{A}$ - начальное состояние

# Способы представления автоматов. Таблица переходов и выходов

| $a(t-1)$ | $z_0$ | $z_1$ | $z_2$ |
|---|---|---|---|
| $a_0$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_1$ |
| $a_1$ | $a_3$ | $a_0$ | $a_2$ |
| $a_2$ | $a_0$ | $a_1$ | $a_1$ |
| $a_3$ | $a_2$ | $a_2$ | $a_3$ |

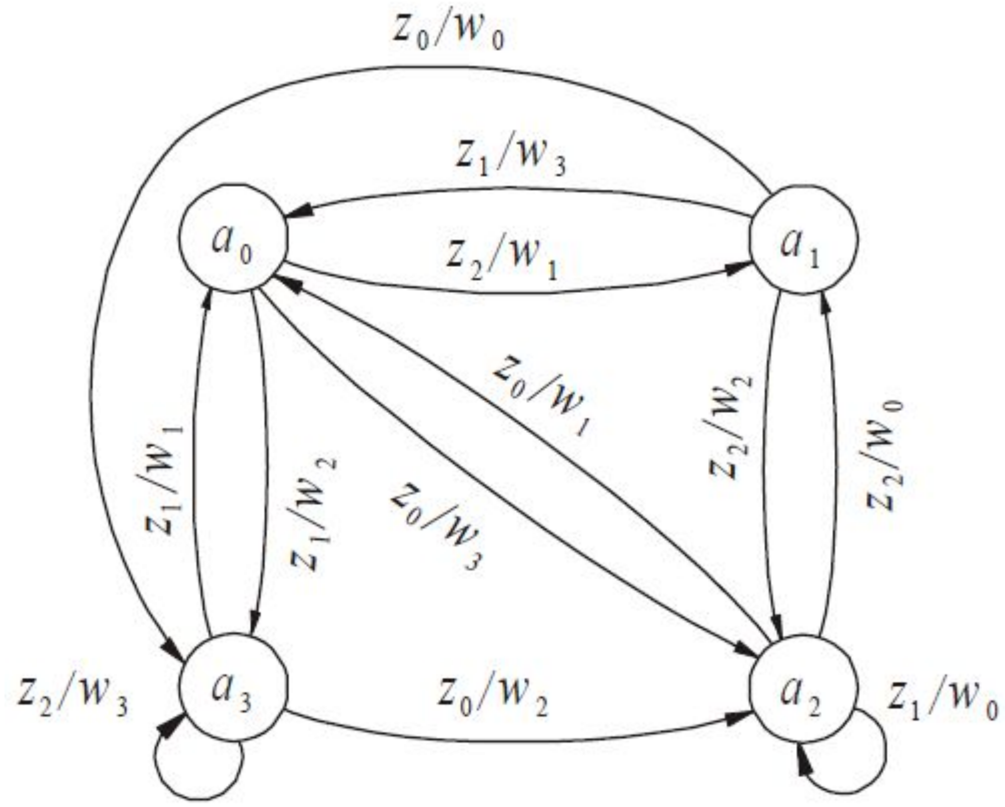
| $a(t-1)$ | $z_0$ | $z_1$ | $z_2$ |
|---|---|---|---|
| $a_0$ | $w_3$ | $w_2$ | $w_1$ |
| $a_1$ | $w_0$ | $w_3$ | $w_0$ |
| $a_2$ | $w_1$ | $w_0$ | $w_2$ |
| $a_3$ | $w_2$ | $w_1$ | $w_3$ |

| $a(t-1)$ | $z_0$ | $z_1$ | $z_2$ |
|---|---|---|---|
| $a_0$ | $a_2/w_3$ | $a_3/w_2$ | $a_1/w_1$ |
| $a_1$ | $a_3/w_0$ | $a_0/w_3$ | $a_2/w_0$ |
| $a_2$ | $a_0/w_1$ | $a_1/w_0$ | $a_1/w_2$ |
| $a_3$ | $a_2/w_2$ | $a_2/w_1$ | $a_3/w_3$ |

Это скучный слайд с терминологией

# Способы представления автоматов. Граф автомата

Это скучный слайд с терминологией



Это скучный слайд с терминологией

# Способы представления автоматов. Таблица переходов и выходов автомата

| | $q_1$ | $q_2$ | $q_3$ |
|---|---|---|---|
| $q_1$ | | $x_1/y_1$ | $x_2/y_2$ |
| $q_2$ | | $x_2/y_1$ | $x_1/y_3$ |
| $q_3$ | $x_2/y_1$ | $x_1/y_3$ | |

| | $y_1$ | $y_1$ | $y_3$ | $y_2$ | $y_3$ |
|---|---|---|---|---|---|
| | $q_1$ | $q_2$ | $q_3$ | $q_4$ | $q_5$ |
| $q_1$ | | $x_1$ | | $x_2$ | |
| $q_2$ | | $x_2$ | | | $x_1$ |
| $q_3$ | | $x_2$ | | | $x_1$ |
| $q_4$ | $x_2$ | | $x_1$ | | |
| $q_5$ | $x_2$ | | $x_1$ | | |