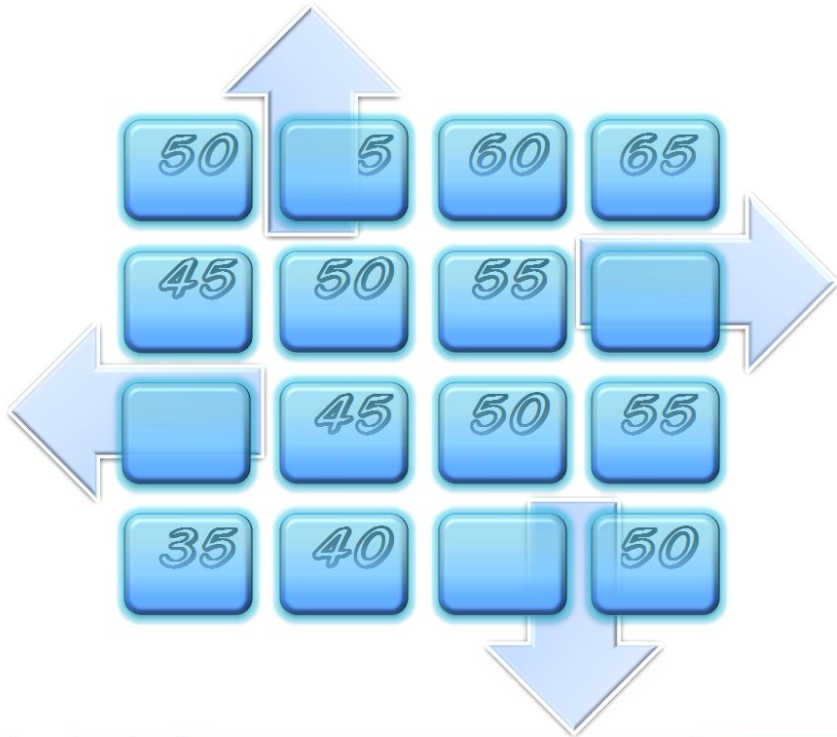


# Гидродинамика флюидных систем и моделирование гидродинамических процессов



**Лекция № 5**  
Моделирование  
гидрогеологических  
условий по методу ЭГДА  
(Электро-Гидродинамических  
Аналогий)

Кафедра гидрогеологии, инженерной геологии и  
гидрогеоэкологии ИПР ТПУ  
доцент Кузеванов К.И.

## Равномерные и неравномерные фильтрационные потки

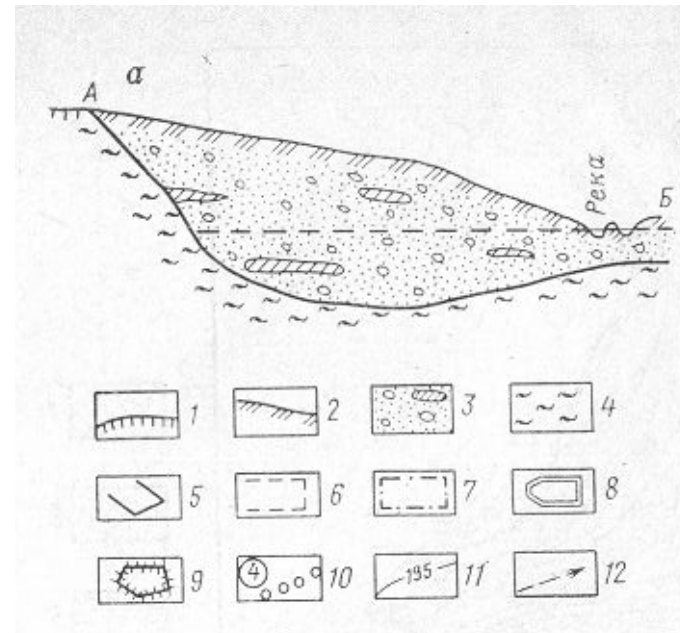
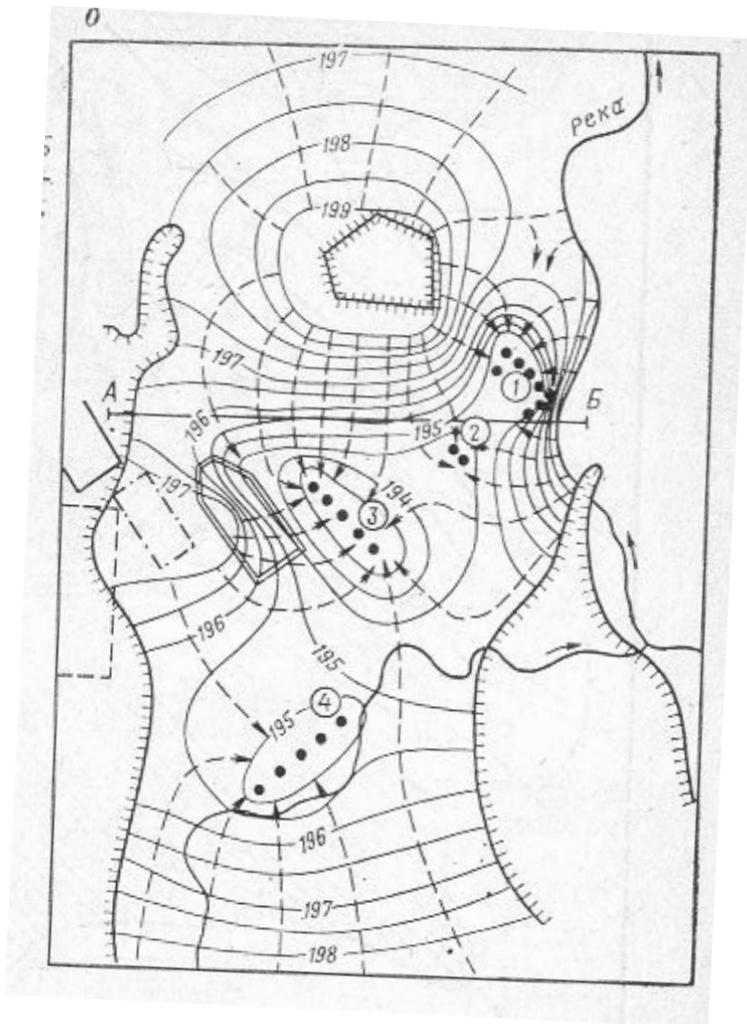
- Равномерный фильтрационный поток в напорном водоносном горизонте, постоянной мощности и однородном по фильтрационным свойствам
- Фильтрационное сопротивление
- Связь фильтрационного сопротивления с затратами энергии на его преодоление
- Связь фильтрационного сопротивления с мощностью водоносного горизонта
- Связь фильтрационного сопротивления с коэффициентом фильтрации
- Связь фильтрационного сопротивления с длиной пути фильтрации
- Постоянная величина фильтрационного сопротивления в равномерном фильтрационном потоке
- Прямолинейная форма депрессионной кривой в напорном водоносном горизонте (постоянной мощности и однородном по фильтрационным свойствам)
- Неравномерный фильтрационный поток в безнапорном водоносном горизонте на горизонтальном водоупоре
- Увеличение величины фильтрационного сопротивления по направлению безнапорного потока
- Параболическая форма депрессионной кривой в безнапорном водоносном горизонте
- Влияние величины фильтрационного сопротивления на форму депрессионной кривой
- Влияние величины фильтрационного сопротивления на форму гидроизогипс и гидроизопьез
- Гидродинамическая сетка как основа количественной оценки фильтрационного потока

*Гидродинамической сеткой* фильтрационного потока называется совокупность взаимно ортогональных линий тока и линий равных напоров.

Гидродинамическая сетка позволяет выполнять полную количественную оценку движения подземных вод и отдельных элементов фильтрационного потока: пьезометрический напор, напорный градиент, скорость фильтрации, расход фильтрационного потока.

# Естественные фильтрационные потоки

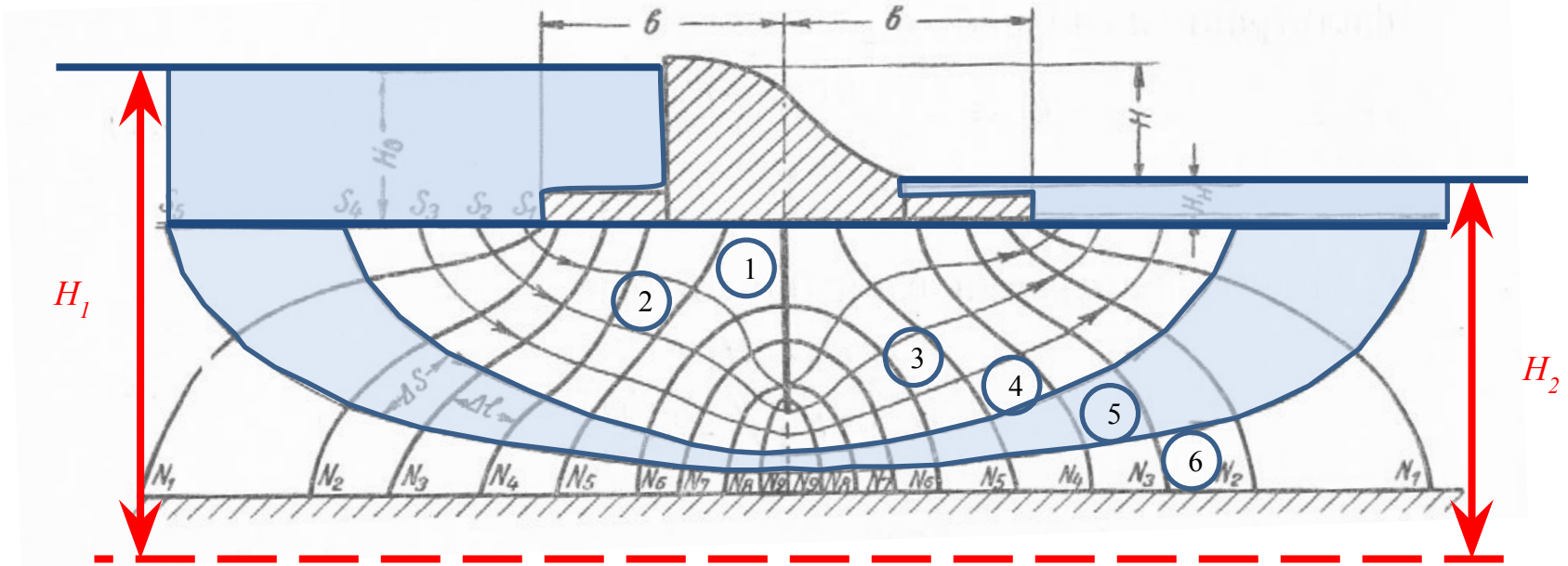
Пример гидродинамической сетки (б) и гидрогеологический разрез (а)



- 1-граница выхода коренных пород; 2-почвенный слой;
- 3-песчано-гравийные отложения; 4- относительно водоупорные породы;
- 5-шламонакопитель; 6-поля фильтрации; 7-старый шламонакопитель;
- 8-территория промышленного предприятия; 9-гидрозолоотвал;
- 10-водозабор подземных вод и его номер; 11-гидроизогипсы, м; 12-линии тока

Для количественной оценки фильтрационных потоков сложной формы (в отличие от простейших расчётных схем) необходимо иметь гидродинамическую сетку, которая наиболее полно характеризует фильтрационное течение и может быть построена как графически, так и с использованием моделирования.

# Естественные фильтрационные потоки

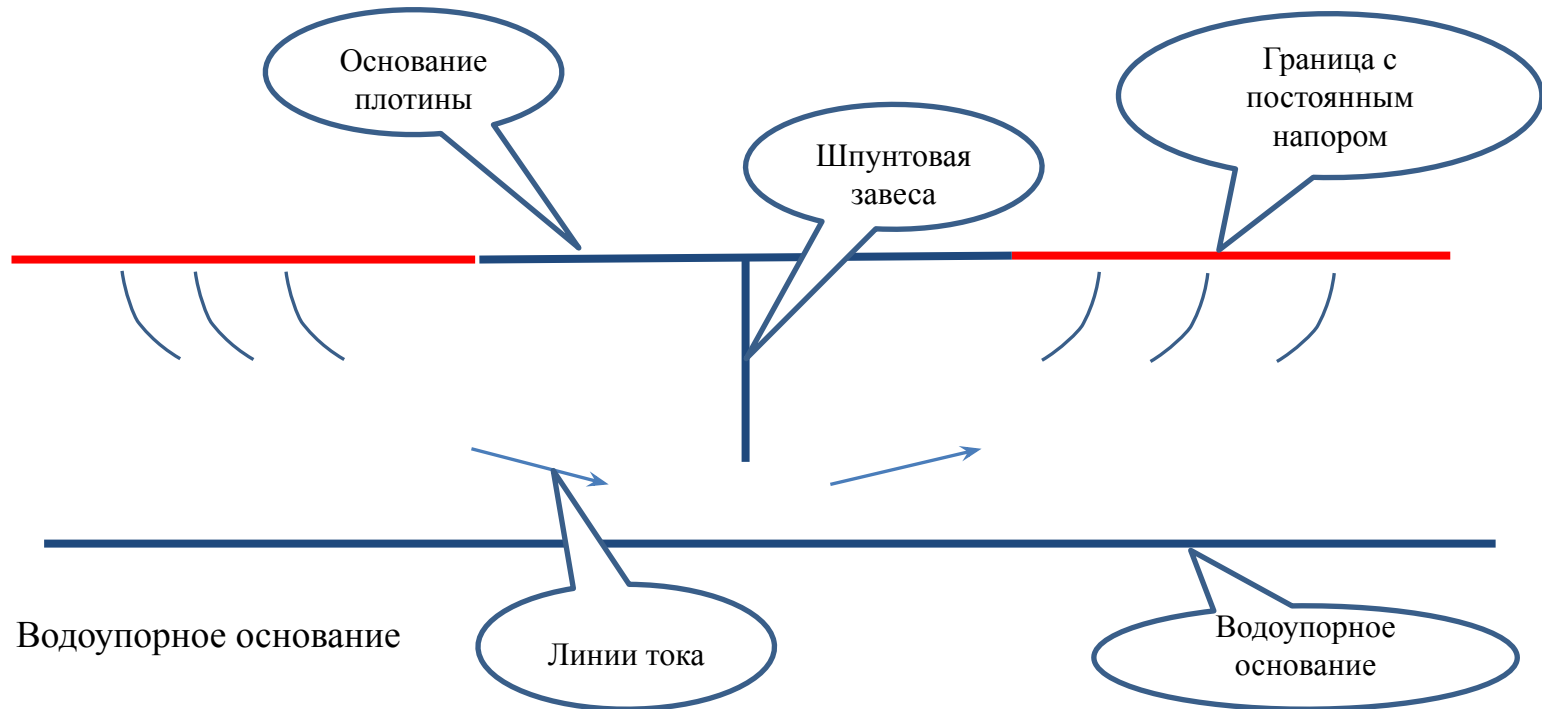


$N_1, N_2, \dots, N_9$  – линии равных напоров;  
 $S_1, S_2, \dots, S_5$  – линии тока;  
 $H_1, H_2$  – напоры;  
пронумерованы (от 1 до 6) ленты тока

Гидродинамическая сетка движения подземных вод под искусственным сооружением (плотиной)

При графическом построении гидродинамической сетки все непроницаемые контуры (подошва тела плотины, шпунт, водоупор) рассматривают как линии тока (крайние линии тока), а проницаемые контуры с постоянными напорами как линии равных напоров.

# Естественные фильтрационные потоки



Следовательно, располагая проектом искусственного сооружения в конкретных гидрогеологических условиях, можно установить несколько опорных линий тока и линий равных напоров.

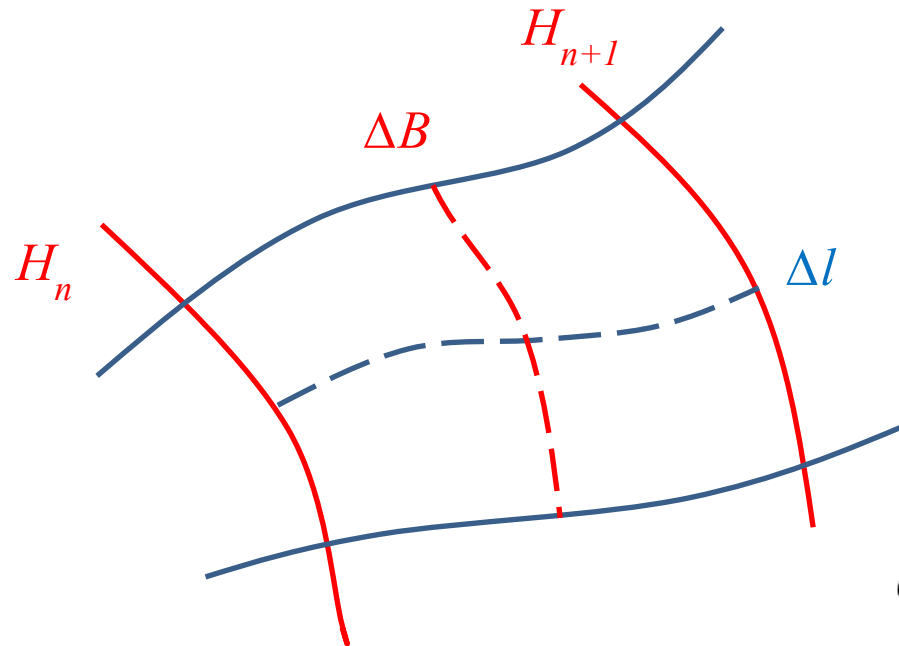
Между этими опорными линиями проводят ряд линий тока и линий равных напоров, образующих собственно гидродинамическую сетку



При графическом построении гидродинамической сетки соблюдают следующие правила:

1. линии тока и линии равных напоров пересекаются под прямым углом (взаимно ортогональны);
2. отношение средней длины ячейки гидродинамической сетки к её средней ширине должно сохраняться постоянным в пределах всей выделенной ленты тока.

$$q = km \frac{\Delta H}{\Delta l};$$



$$q = k \frac{\Delta H}{\Delta l} \Delta B;$$

$q$  - единичный расход фильтрационного потока в пределах одной ленты тока;

$k$  - коэффициент фильтрации водовмещающих пород;

$\Delta H$  - разность напоров между соседними линиями равных напоров;

$\Delta B$  - средняя ширина расчётной ячейки гидродинамической сетки;

$\Delta l$  - средняя длина расчётной ячейки гидродинамической сетки.

Главным критерием правильности построения гидродинамической сетки является равенство расходов в пределах каждой выделенной ленты тока

Общий расход фильтрационного потока в области фильтрации складывается из отдельных (частных) расходов по выделенным лентам тока:

$$Q_{\text{общ.}} = q_1 + q_2 + \dots + q_6;$$

Расходы соседних лент тока не смешиваются между собой, это показывают линии тока, которые при установившемся режиме фильтрации являются траектории движения подземных вод.

При правильно построенной гидродинамической сетке расход потока, рассчитанный в пределах одной ячейки, характеризует расход всей ленты тока (один и тот же расход перетекает из ячейки в ячейку без изменений)

Использование гидродинамической сетки профильного фильтрационного потока позволяет в любой точке области фильтрации определять:

напор и фильтрационное давление;  
градиент напора и скорость фильтрации

Моделирование гидрогеологических условий по методу электро-гидродинамических аналогий основано на том, что между фильтрацией жидкости и движением электрического тока в проводнике существует физическая аналогия и оба эти явления математически выражаются одними и теми же уравнениями.

$$Q = kF \frac{dH}{dl};$$

Закон  
Дарси

$$I = -CF_M \frac{dU}{dl_M};$$

Закон  
Ома

Метод электро-гидродинамических аналогий (ЭГДА) впервые был разработан и применён для исследования фильтрации Н.Н. Павловским в 1918 г.

Модель области фильтрации, включающая инженерное сооружение и основные граничные поверхности, изготавливается при сохранении геометрического подобия из электропроводного материала.

На границах с постоянным напором устанавливают электрические контакты (шины) с малым сопротивлением, которые подключают к источнику электрического тока.

Непроницаемые контуры искусственных сооружений и водоупоры ограничиваются диэлектриками (линия обреза для модели из электропроводной бумаги).

## Физическая аналогия между фильтрацией жидкости и движением электрического тока в проводнике

Фильтрационный поток	Электрический ток
Пьезометрический напор, $H$	Электрический потенциал, $U$
Разность напоров, $\Delta H = H_1 - H_2$	Разность потенциалов, $\Delta U = U_1 - U_2$
Длина пути фильтрации, $l$	Длина проводника, $l$
Площадь сечения потока, $F$	Площадь сечения проводника, $F$
Градиент напора, $I = \frac{dH}{dl}$	Напряженность электрического поля $E = \frac{dU}{dl}$
Коэффициент фильтрации, $k$	Коэффициент электропроводности, $C = \frac{1}{\rho}$
Скорость фильтрации, $v$	Плотность тока, $i$
Закон Дарси, $v = -k \frac{dH}{dl}$	Закон Ома, $i = -C \frac{dU}{dl}$
Фильтрационное сопротивление участка ВГ $\Phi = \frac{l}{kmB} = \frac{l}{kF};$ $\Phi = \frac{\Delta H}{Q};$	Электрическое сопротивление проводника $R = \rho \frac{l}{F} = \frac{l}{CF};$ $R = \frac{\Delta U}{I};$
Расход потока, $Q = kF \frac{\Delta H}{l} = \frac{\Delta H}{\Phi}$	Сила тока, $I = CF \frac{\Delta U}{l} = \frac{\Delta U}{R}$
Поверхность водоупора	Поверхность изолятора

Примечание:  $\rho$  – удельное сопротивление проводника

Каждый параметр фильтрационного потока имеет аналог электрического тока, поэтому для определения характеристик фильтрационного потока в пористой среде достаточно экспериментальным путём на электрической модели области фильтрации найти соответствующие аналоги и с помощью масштабных коэффициентов перевести их значения в величины фильтрационных характеристик.



Основные масштабные коэффициенты  $\alpha_l = \frac{l}{l_m}$ ;

линейный масштаб

$$\alpha_k = \frac{k}{C} = k\rho;$$

масштаб проницаемости

$$\alpha_H = \frac{H}{U};$$

масштаб напора

$$\alpha_Q = \frac{Q}{I};$$

масштаб расхода потока

Для выполнения условия подобия масштабные коэффициенты должны находиться в определённых соотношениях, отвечающих критерию подобия.

Эти соотношения можно найти, записав закон Дарси через характеристики, входящие в закон Ома:

$$\alpha_Q I = -\alpha_k C \alpha^2 F_M \frac{\alpha_H dU}{\alpha_l dl_M}$$

$$\frac{\alpha_Q \alpha_l}{\alpha_k \alpha_l^2 \alpha_H} I = C F_M \frac{dU}{dl_M};$$

Полученное выражение показывает, что для тождественного перехода последнего уравнения в уравнение, описывающее закон Ома:

$$I = -C F_M \frac{dU}{dl_M};$$

должно соблюдаться условие:

$$\frac{\alpha_Q}{\alpha_k \alpha_l \alpha_H} = 1;$$

это равенство называют критерием подобия

Особое внимание обращают на масштаб напоров, который используют для перехода от напоров фильтрационного потока  $H$  к соответствующим потенциалам электрического поля  $U$  и обратно.

Величина масштаба напоров находится обычно не по отношению абсолютных значений напора и потенциала, а из сопоставления текущего значения напора и максимальной разности напоров в области фильтрации.

$$\Delta H_{max} = H_{max} - H_{min}$$

$$\Delta U_{max} = U_{max} - U_{min}$$

$H_{max}; H_{min}; U_{max}; U_{min}$  —

значения максимального и минимального напоров в области фильтрации и максимального и минимального напряжения на модели.

Отнеся все изменения напора к его минимальному значению, т.е. считая  $\Delta H = H - H_{min}$  с учетом масштаба напора, можно найти выражение для приведённого потенциала

$$U_r = \frac{\Delta U}{\Delta U_{max}} = \frac{H - H_{min}}{\Delta H_{max}}$$

Величину приведённого потенциала определяют опытным путем непосредственно на модели и выражают в долях единицы или процентах от приложенной к модели разности потенциалов.

Геометрическое подобие области фильтрации и модели, изготовленной из электропроводного материала (например специальной бумаги), позволяет устанавливать прямое соответствие между распределением на модели электрического напряжения и напоров в области фильтрации.

Измеряя приведенные потенциалы в разных точках модели, получают картину их пространственного распределения в виде эквипотенциальных линий.



Относительные величины приведённых потенциалов позволяют перейти к значениям напора по формуле:

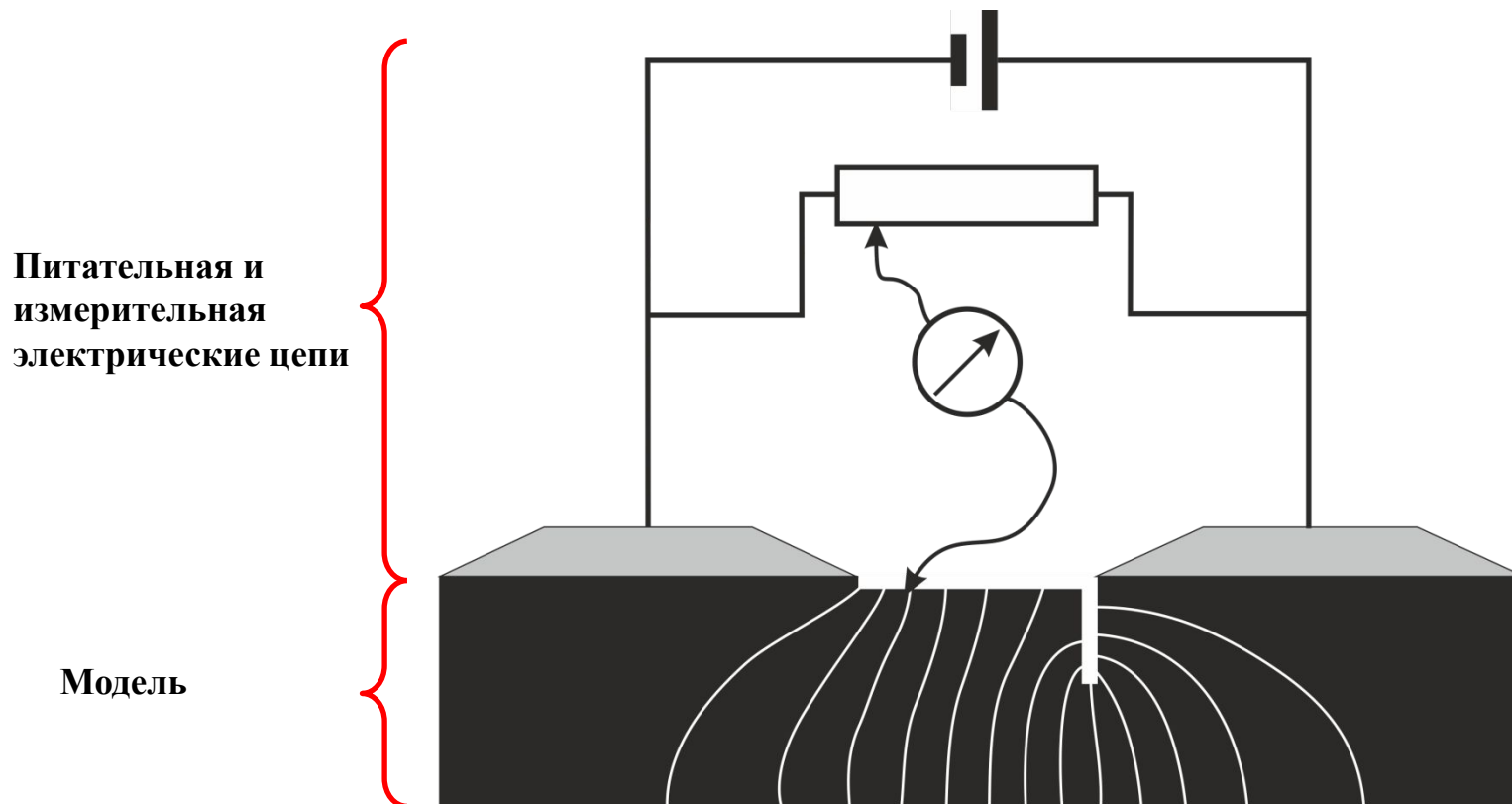
$$H = H_{min} + \Delta H_{max} U_r;$$

или

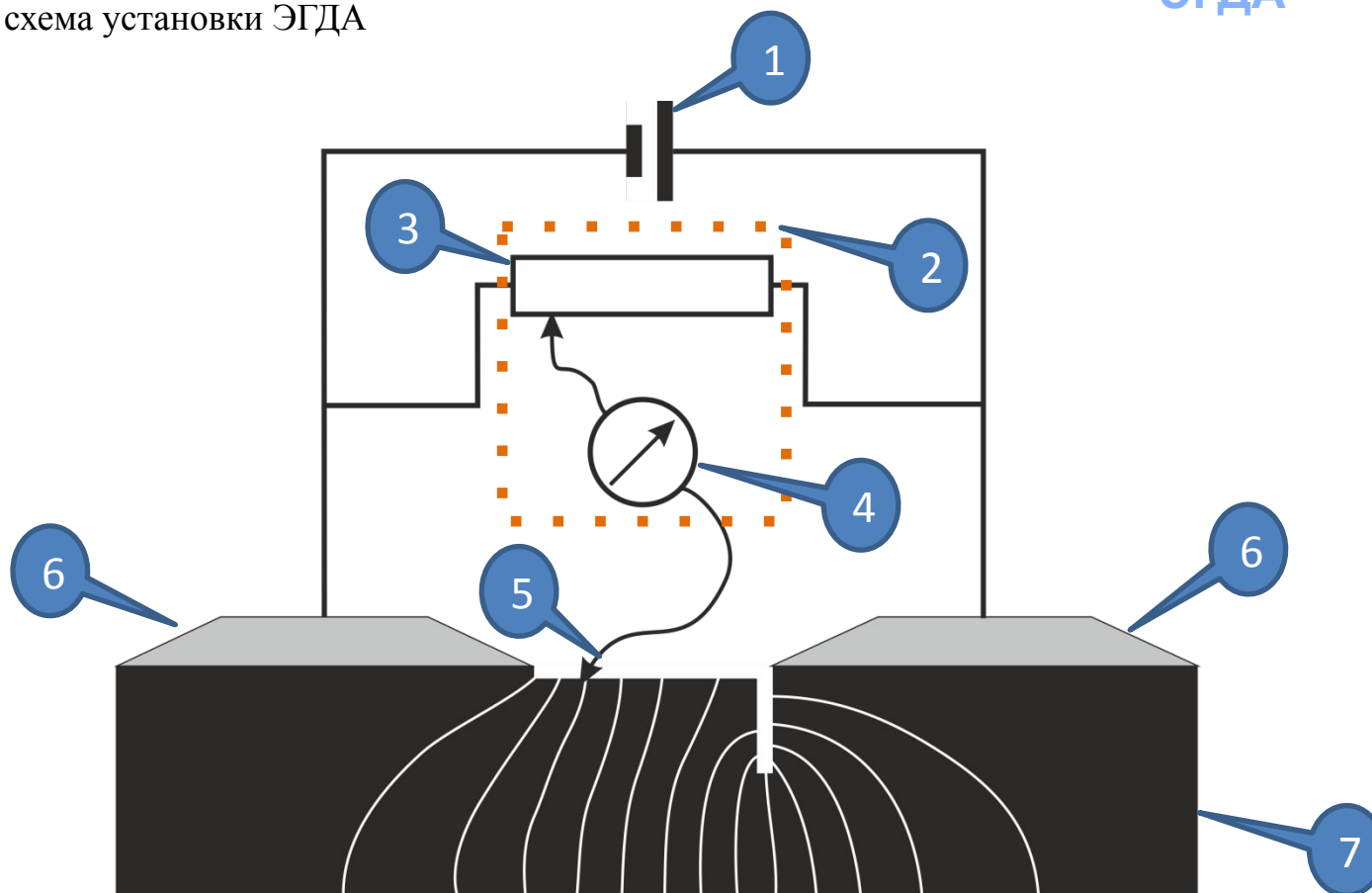
$$H = H_{min} + (H_{max} - H_{min}) U_r;$$

Реализация аналогового моделирования производится при помощи установок ЭГДА, под которыми в практике принято понимать моделирующие устройства с применением сплошных электрических моделей, и электроинтеграторов, на которых потенциальные поля моделируются на сетках, содержащих дискретные электрические элементы

Принципиальная схема установки ЭГДА



Принципиальная схема установки ЭГДА



1 – источник тока; 2 – измерительное устройство; 3 – делитель напряжения; 5 – игла; 6 – шина (металлический контакт в виде зажима для электропроводной бумаги); 7 – модель области фильтрации

Моделирование выполняется в два этапа:

на первом этапе отстраивают эквипотенциальные линии (линии равных потенциалов)

на втором этапе отстраивают линии тока

Для этого изменяют схему подключения модели к электрической цепи: участки действующего напора оставляют свободными, а по водоупорным контурам подсоединяют шины



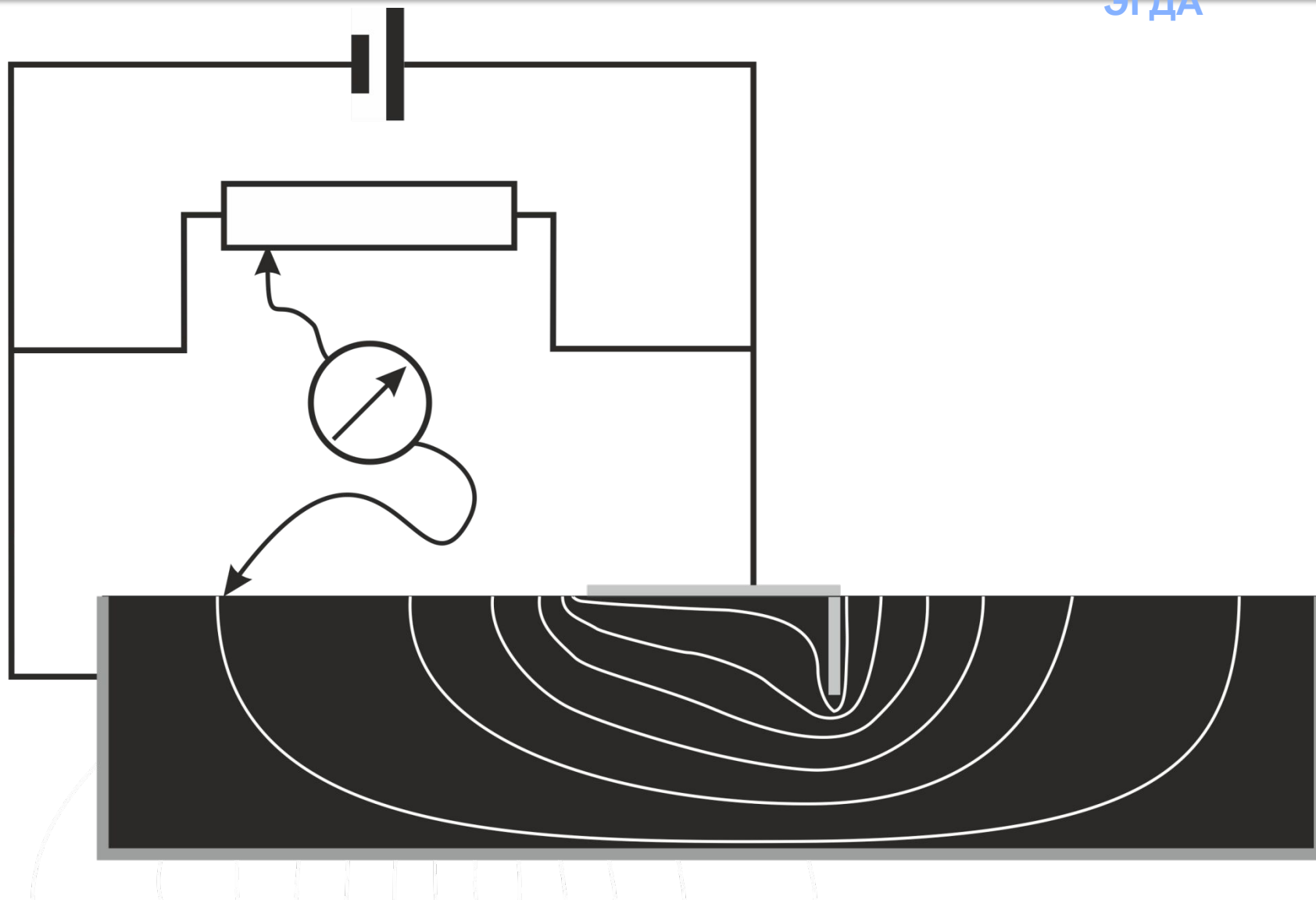
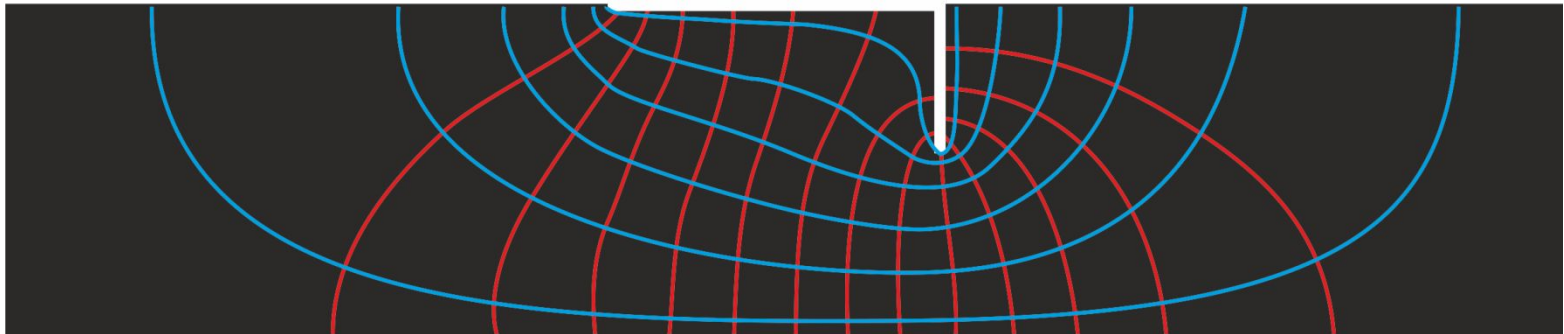
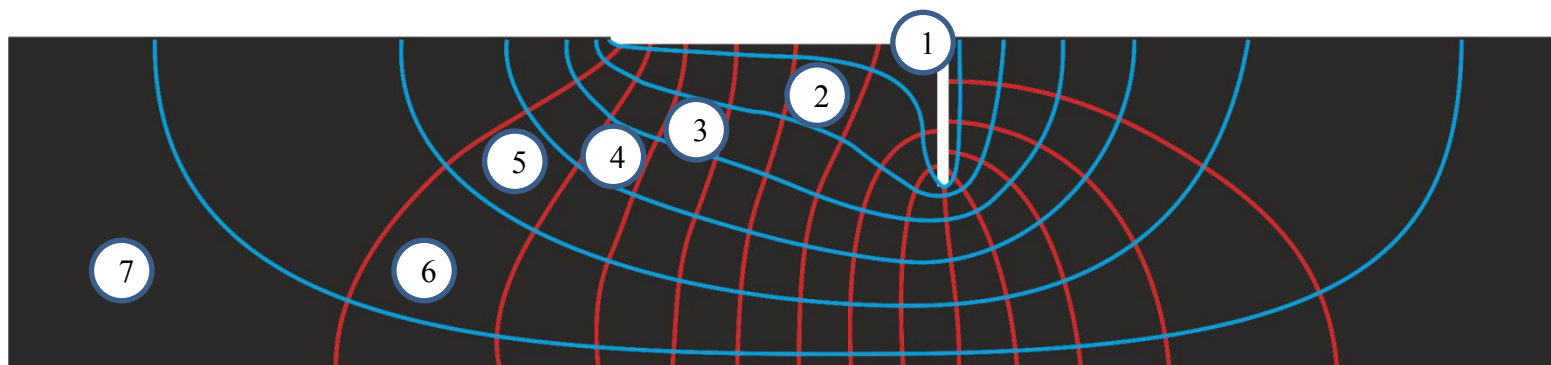


Схема подключения модели для построения линий тока на установке ЭГДА  
(на модели изменены контуры подключения шин)

Результат построения гидродинамической сетки на сплошной модели  
с использованием установки ЭГДА

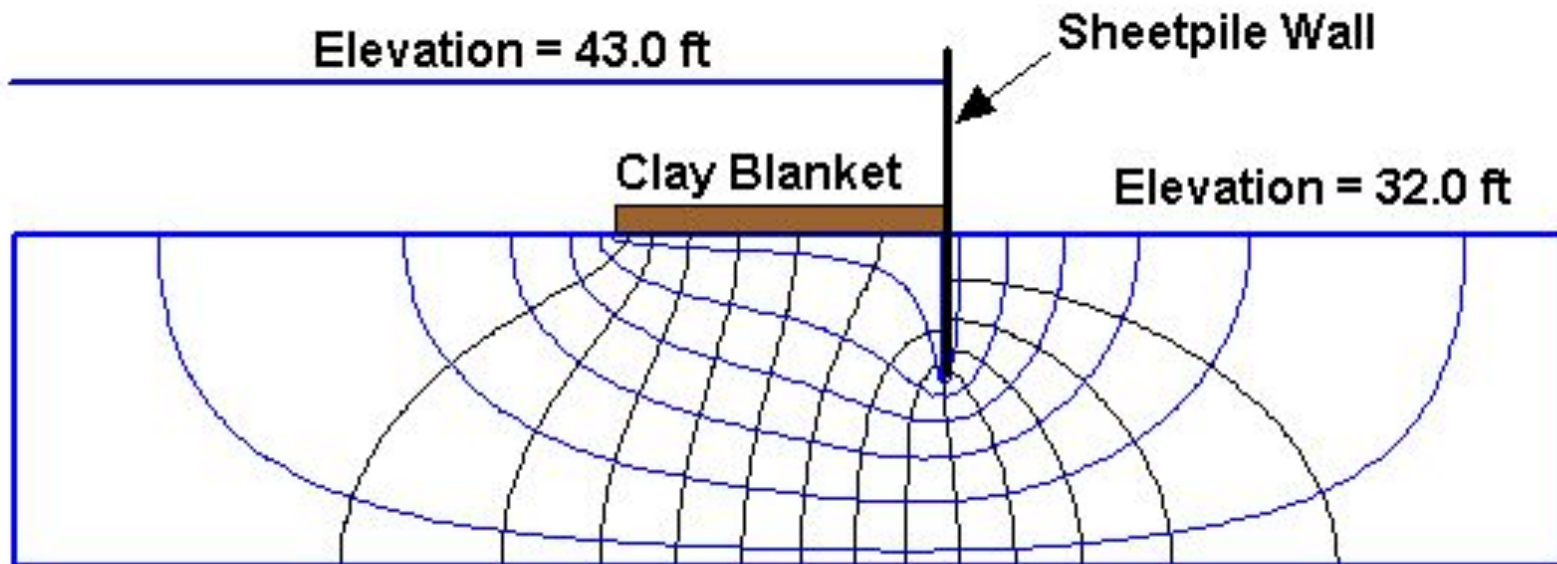


На практике после получения на модели эквипотенциальных линий завершение создания гидродинамической сетки (построение линий и лент тока) выполняется вручную



# Численное моделирование по методу конечных элементов

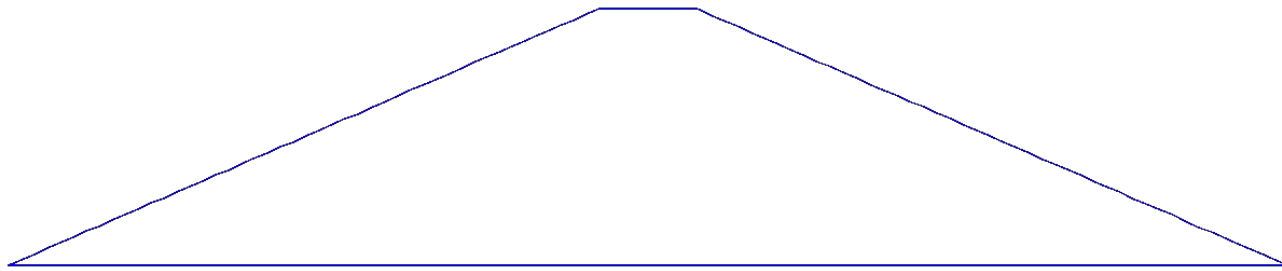
В современных условиях есть возможность решать подобные задачи методами численного моделирования.



Пример решения задачи об исследовании фильтрации под плотиной средствами ПК GMS.

# Численное моделирование по методу конечных элементов

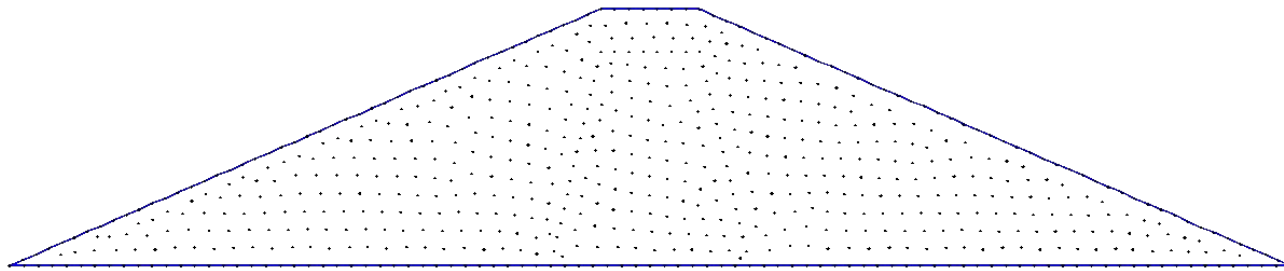
Пример решения задачи об исследовании фильтрации через тело ограждающей дамбы, земляной плотины.



Внешний контур поперечного сечения искусственного гидротехнического сооружения (дамбы).

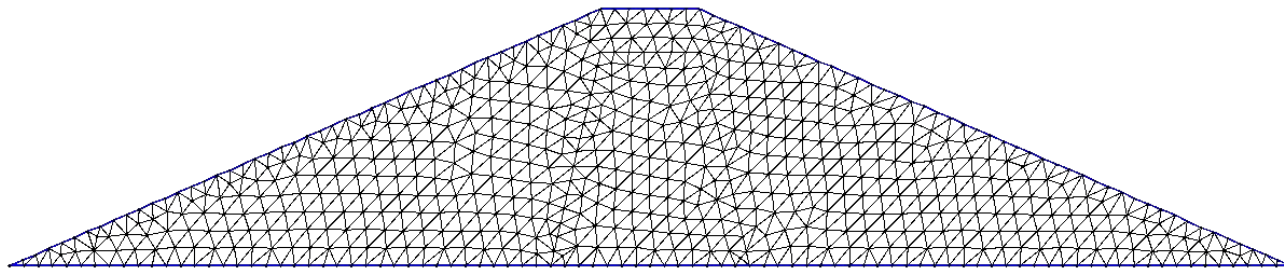
# Численное моделирование по методу конечных элементов

Пример решения задачи об исследовании фильтрации через тело ограждающей дамбы, земляной плотины.



Внутренние узловые токи для создания элементарных ячеек, позволяющих задавать неоднородность фильтрационных свойств водовмещающих горных пород.

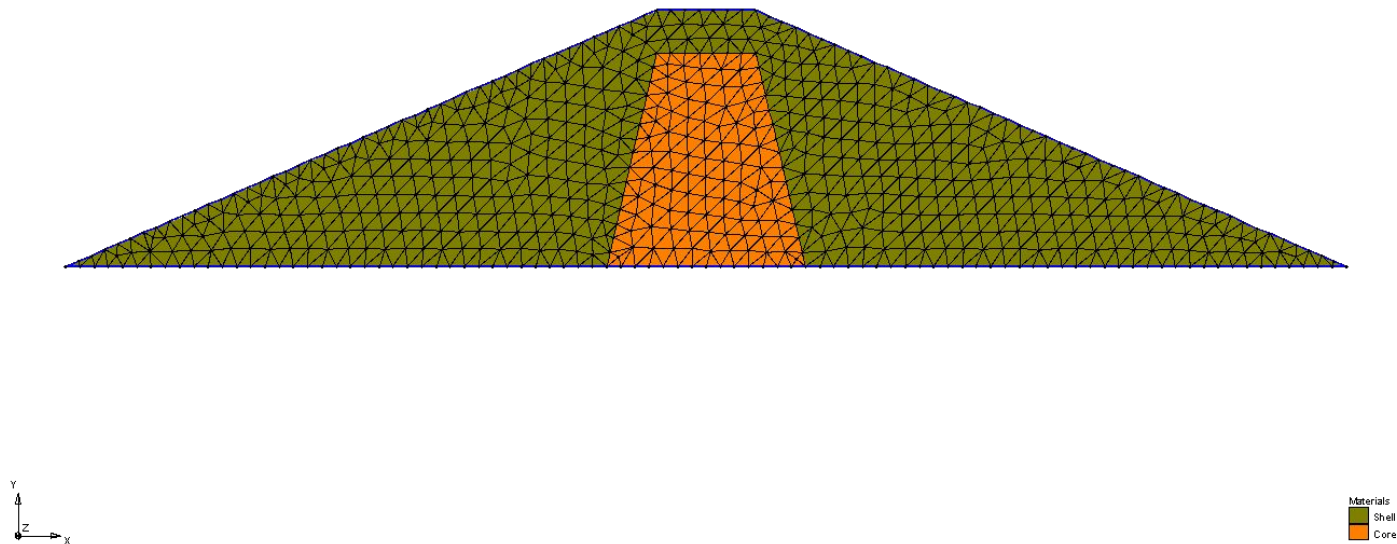
Пример решения задачи об исследовании фильтрации через тело ограждающей дамбы, земляной плотины.



Сеть «конечных элементов» для решения прогнозной геофильтрационной задачи методами численного моделирования.

# Численное моделирование по методу конечных элементов

Пример решения задачи об исследовании фильтрации через тело ограждающей дамбы, земляной плотины.

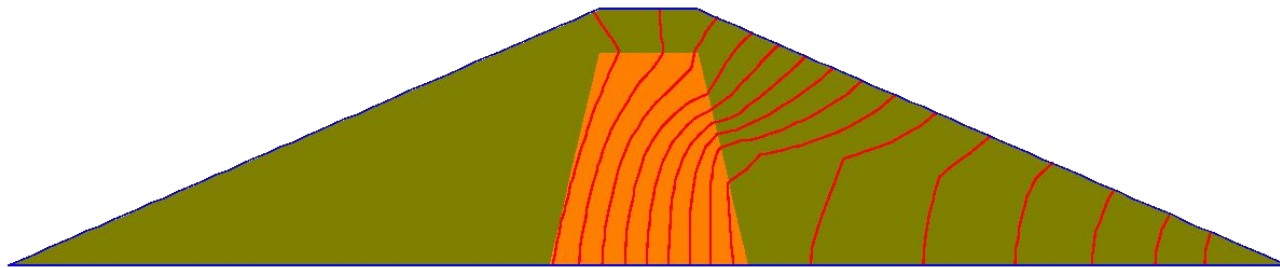


Модель области фильтрации. Цветом выделены участки модели, имеющие различные фильтрационные свойства.



Пример решения задачи об исследовании фильтрации через тело ограждающей дамбы, земляной ПЛОТИНЫ.

Total Flowrate = 428.7174(ft<sup>3</sup>/d)(ft)

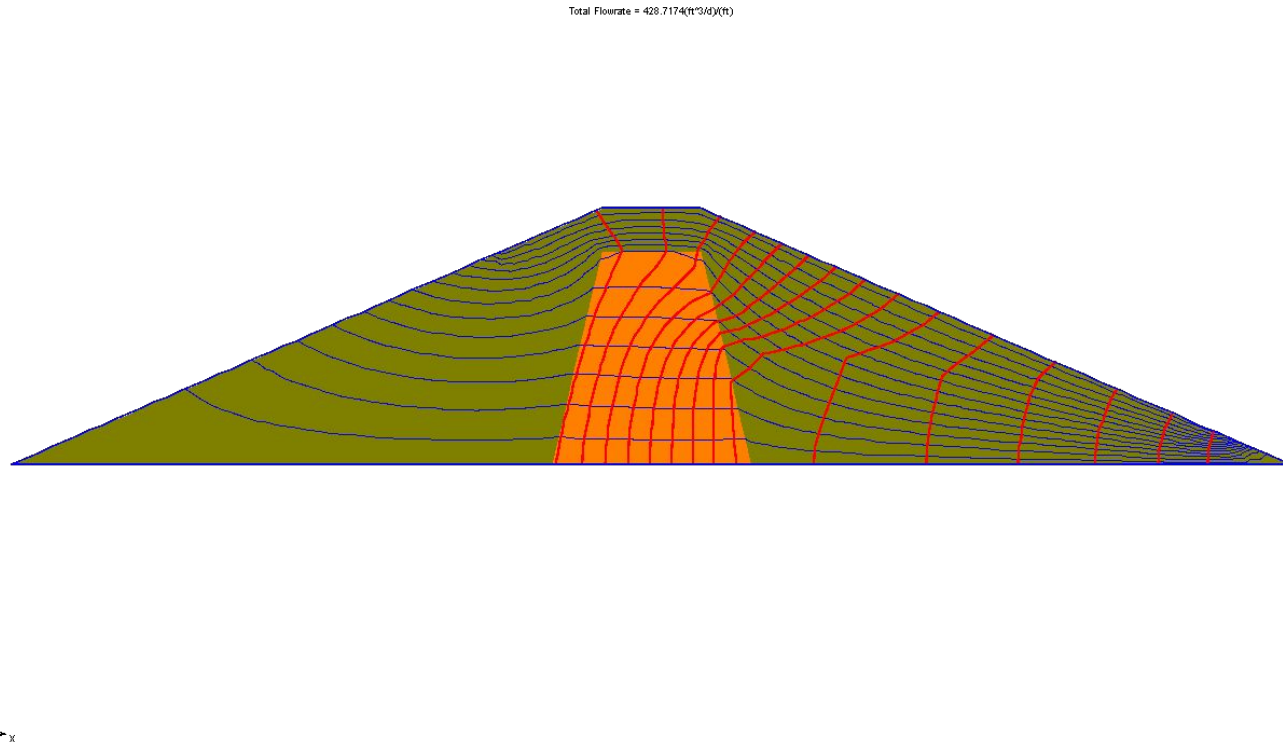


Materials  
Shell  
Core

Результат решения прогнозной геофильтрационной задачи. Показано распределение напоров в области фильтрации.

# Численное моделирование по методу конечных элементов

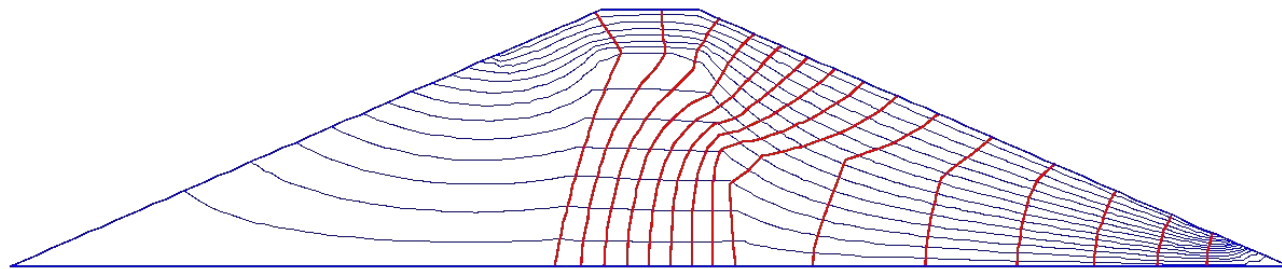
Пример решения задачи об исследовании фильтрации через тело ограждающей дамбы, земляной ПЛОТИНЫ.



Результат решения прогнозной геофильтрационной задачи. Показано распределение напоров и линий тока в области фильтрации.

Пример решения задачи об исследовании фильтрации через тело ограждающей дамбы, земляной ПЛОТИНЫ.

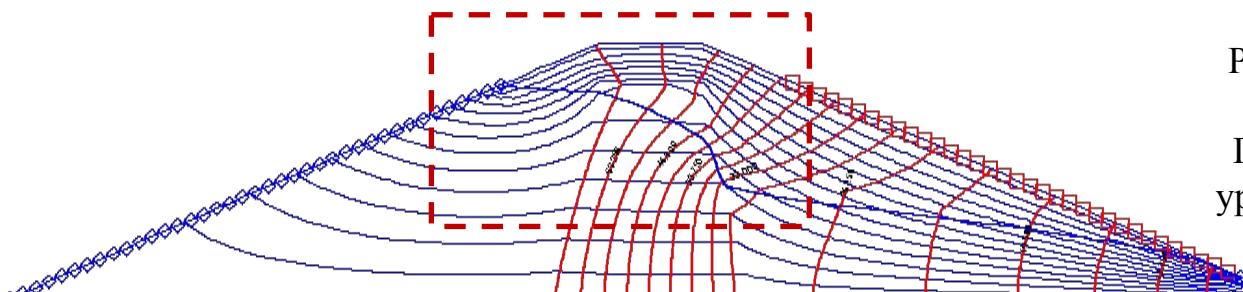
Total Flowrate = 428.7174(ft<sup>3</sup>/d)(ft)



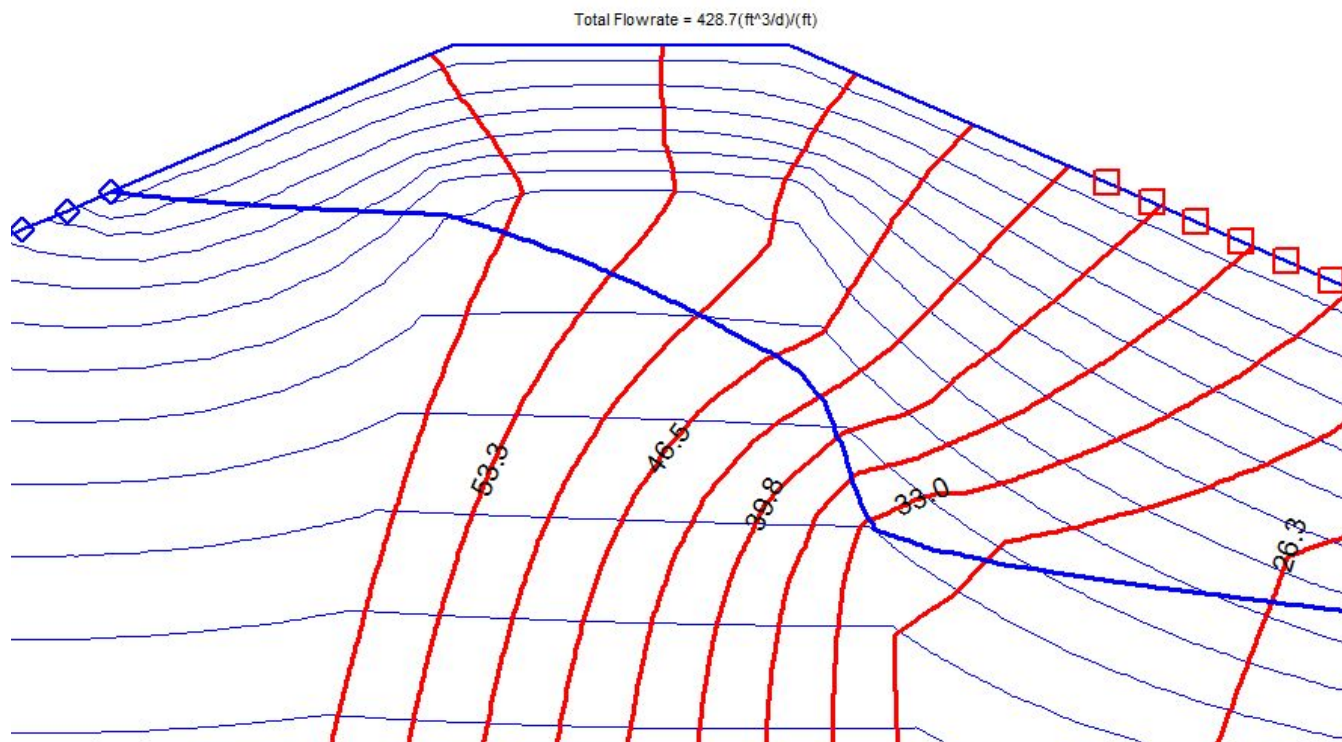
Результат решения прогнозной геофильтрационной задачи. Показано распределение напоров в области фильтрации без фоновой закрашки участков фильтрационной неоднородности.

# Численное моделирование по методу конечных элементов

Пример решения задачи об исследовании фильтрации через тело ограждающей дамбы, земляной плотины.



Результат решения прогнозной геофильтрационной задачи. Показаны граничные условия, уровень грунтовых вод (граница зоны насыщения), выведены значения напоров.



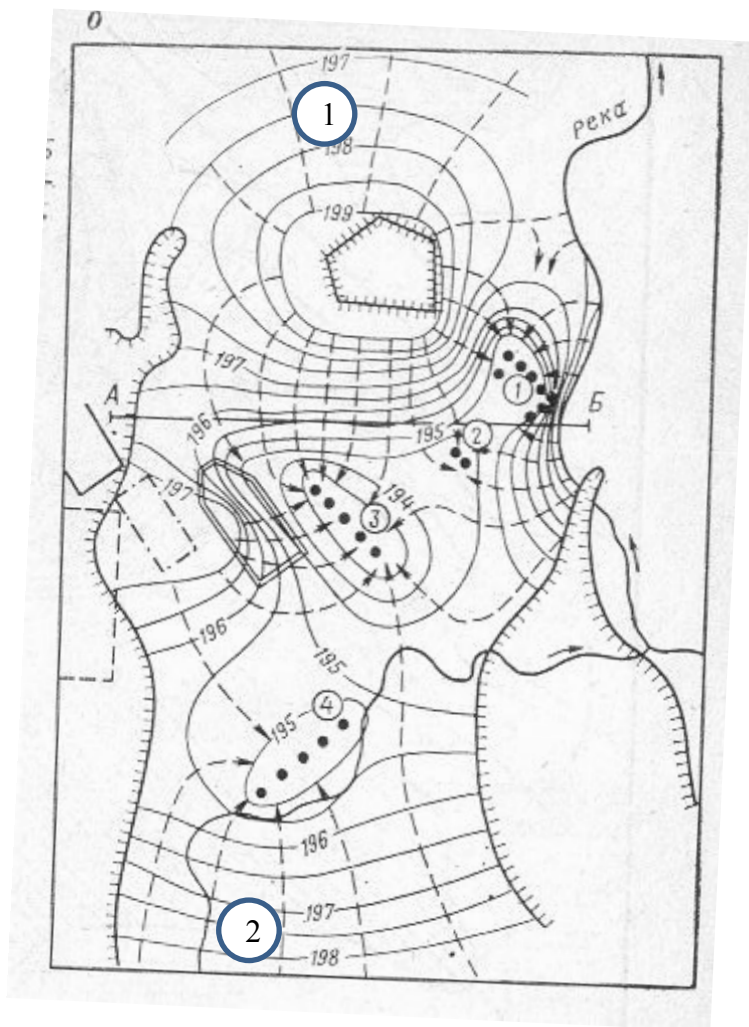
При сложных очертаниях области фильтрации прибегают к схематизации планового установившегося движения плоско-параллельным движением. Такой формой фильтрационного потока, при которой все линии тока параллельны. Для этого разбивают область фильтрации на отдельные характерные ленты тока и приводят их к эквивалентным плоским.

$$x_p = n_d(x_d) \frac{B_k}{\left(\frac{B}{l}\right)_{\text{ср}}};$$

- $\left(\frac{B}{l}\right)$ ; - среднее отношение ширины ячейки к её длине (для однородных сред является величиной постоянной);
- $n_d(x_d)$  - число ячеек ленты в интервале  $(0 - x_d)$ , которое может выражаться и дробным числом;
- $x_p$  - расчётное расстояние от контура стока до контура питания;
- $x_d$  - действительное расстояние от контура стока до контура питания;
- $B_k$  - ширина ячейки на контуре стока (индекс k является условным обозначением контура стока, представленного котлованом).

# Естественные фильтрационные потоки

Пример гидродинамической сетки (б) и гидрогеологический разрез (а)



Пример показывает подготовку гидродинамической сетки к расчетам по лентам тока (выделено две расчетные ленты тока)

- 1-граница выхода коренных пород; 2-почвенный слой;
- 3-песчано-гравийные отложения; 4- относительно водоупорные породы; 5-шламонакопитель; 6-поля фильтрации; 7-старый шламонакопитель;
- 8-территория промышленного предприятия; 9-гидрозолоотвал;
- 10-водозабор подземных вод и его номер; 11-гидроизогипсы, м; 12-линии тока

Использование гидродинамических сеток позволяет выполнять гидродинамические расчёты для областей фильтрации, имеющих сложную геометрическую форму.

В основе использования гидродинамических сеток лежит идея выделения в области фильтрации отдельных расчетных ячеек, близких к прямоугольной форме. Расчёты расхода проводят в границах ячейки по известным формулам напорного или безнапорного фильтрационного потока.

В границах области фильтрации сложной формы при увеличении числа ячеек гидродинамической сетки и форма упрощается приближаясь к прямоугольной, что снижает погрешности определения средней длины и ширины расчётной ячейки гидродинамической сетки.

Гидродинамическая сетка области фильтрации может быть построена различными и независимыми способами.