

**Синус и косинус суммы и
разности аргументов.**

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$



На основании данных формул будут выведены практически все остальные формулы тригонометрии.

Запоминаем

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

Синус суммы двух аргументов равен произведению синуса первого аргумента на косинус второго плюс произведение косинуса первого аргумента на синус второго.



Запоминаем

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

Косинус суммы двух аргументов равен произведению косинусов этих аргументов минус произведение синусов этих аргументов.



Выведем формулу синуса разности двух аргументов

$$\sin(x - y) = \sin(x + (-y)) =$$

$$= \sin x \cos(-y) + \cos x \sin(-y) =$$

Учитывая, что $\sin(-y) = -\sin y$
 $\cos(-y) = \cos y$

получим,

$$= \sin x \cos y - \cos x \sin y$$



Запоминаем

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

Синус разности двух аргументов равен произведению синуса первого аргумента на косинус второго минус произведение косинуса первого аргумента на синус второго.



**Аналогично выведем формулу косинуса
разности двух аргументов**

$$\begin{aligned}\cos(x - y) &= \cos(x + (-y)) = \\ &= \cos x \cos(-y) - \sin x \sin(-y) = \\ &= \cos x \cos y + \sin x \sin y =\end{aligned}$$



Запоминаем

$$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$

Косинус разности двух аргументов равен произведению косинусов этих аргументов плюс произведение синусов этих аргументов.



Пример 1

Вычислить:

$$\begin{aligned}\sin 15^{\circ} &= \sin(45^{\circ} - 30^{\circ}) = \\ &= \sin 45^{\circ} \cos 30^{\circ} - \cos 45^{\circ} \sin 30^{\circ} = \\ &= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \\ &= \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}\end{aligned}$$



Пример 2

Вычислить:

$$\sin \frac{4\pi}{15} \cos \frac{\pi}{15} + \cos \frac{4\pi}{15} \sin \frac{\pi}{15}$$

Решение:

Заданное выражение можно «свернуть» в синус суммы аргументов:

$$\begin{aligned} \sin \frac{4\pi}{15} \cos \frac{\pi}{15} + \cos \frac{4\pi}{15} \sin \frac{\pi}{15} &= \\ &= \sin \left(\frac{4\pi}{15} + \frac{\pi}{15} \right) = \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$



Пример 3

Вычислить:

$$\sin 44^{\circ} \cos 14^{\circ} - \sin 46^{\circ} \cos 76^{\circ}$$

Решение:

По формулам приведения найдём:

$$\sin 46^{\circ} = \sin(90^{\circ} - 44^{\circ}) = \cos 44^{\circ}$$

$$\cos 76^{\circ} = \cos(90^{\circ} - 14^{\circ}) = \sin 14^{\circ}$$

Подставим в исходное выражение:

$$\begin{aligned} \sin 44^{\circ} \cos 14^{\circ} - \sin 46^{\circ} \cos 76^{\circ} &= \\ &= \sin 44^{\circ} \cos 14^{\circ} - \cos 44^{\circ} \sin 14^{\circ} = \\ &= \sin(44^{\circ} - 14^{\circ}) = \sin 30^{\circ} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Повторим еще раз формулы:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x - y) = \sin x \cos y - \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(x - y) = \cos x \cos y + \sin x \sin y$$



Пример 5

Упростить выражение:

$$\sqrt{3} \cos x - \sin x$$

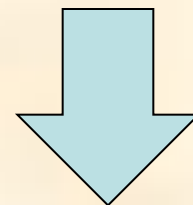
Решение:

В заданном выражении вынесем множитель 2 за скобки:

$$2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x \right)$$

Вспомним, что

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \frac{\pi}{6}; \quad \frac{1}{2} = \sin \frac{\pi}{6}$$



$$\sqrt{3} \cos x - \sin x = 2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x \right) =$$

$$= 2 \left(\cos \frac{\pi}{6} \cos x - \sin \frac{\pi}{6} \sin x \right) =$$

$$= 2 \cos \left(\frac{\pi}{6} + x \right)$$

