

С.Ж.АСФЕНДИЯРОВ АТЫНДАҒЫ  
ҚАЗАҚ ҰЛТТЫҚ МЕДИЦИНА УНИВЕРСИТЕТІ

МЕДИЦИНАЛЫҚ БИОФИЗИКА ЖӘНЕ ИНФОРМАТИКА, МАТЕМАТИКАЛЫҚ  
СТАТИСТИКА КАФЕДРАСЫ

# Колмогоров-Смирнов келісім критерийі



Орындаған: Қармақбаев С.Б

Топ: ЖМ 11-22-2 топ,

Тексерген: Ақтаева Н

# Жоспары:



- Кіріспе
- Статистикасы
- Қолданылу алгоритмі
- Критикалық кестесі
- Қолданылу иллюстрациясы
- Қорытынды
- Әдебиеттер

# *Кіріспе:*



*Колмогоров келісім критерийі немесе Колмогоров-Смирнов критерийі – статистикалық критерий, екі эмпирикалық таралудың бір заңға бағынуын немесе таралудың алынып отырған модельге сәйкес келуін тексеру үшін қолданылады. Андрей Николаевич Колмогоров пен Николай Васильевич Смирновтың атымен аталған. Зерттелетін таңдамаларды салыстыруда жеткілікті нақты мәлімет беретіндіктен параметрлік емес критерийлердің ішінде кеңінен пайдаланылатын критерий болып табылады.*

# Статистикасы

$X = (X_1, \dots, X_n)$  ( $X_i \in \mathbb{X}$ ) таңдамасымен құрылған кездейсоқ көлемдегі эмпирикалық таралу функциясы ( $\exists F_n$ ) мына түрге ие болады

$$D = \max_{-\infty \leq x \leq \infty} |F_n(x) - F(x)|$$

Мұндағы  $X_i$  -дің  $(-\infty, x]$  анықталу облысына сәйкес келуін анықтайды:

$$I_{X_i \leq x} = \begin{cases} 1, & X_i \leq x; \\ 0, & X_i > x. \end{cases}, \quad \text{бұдан: } P(D\sqrt{n} \geq \lambda)$$

$$P(\lambda) = 1 - \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (1)^k e^{-2k^2\lambda^2}$$

# Колмогоров-Смирнов критерийінің қолданылу алгоритмі:

## КРИТЕРИЙ



тестовый для двух  
имеющихся выборок

Записать вариационные  
ряды контрольной и  
экспериментальной  
групп

Записать модуль  
разности  $|F_{\text{экс}} - F_{\text{контр}}|$

Определить  $\lambda_{\alpha}^2$  по таблицам  
или по формуле  $\lambda_{\alpha}^2 = H_{\alpha}^{-2}$  отступив от  
заданного уровня значимости

Найти наибольший  
модуль разности  $D_{\text{max}}$

Определить

$$D_{\text{max}} = \max_{1 \leq i \leq n} |F_{\text{экс}} - F_{\text{контр}}|$$

$$D_{\text{max}} \leq \lambda_{\alpha}^2$$



# Колмогоров-Смирнов критикалық кестесі

ВЫБОРКИ (N)	Уровень значимости для $D = \text{MAXIMUM} [F_n(x) - S_n(x)]$				
	0,20	0,15	0,10	0,05	0,01
1	0,900	0,925	0,950	0,975	0,995
2	0,684	0,726	0,776	0,842	0,929
3	0,565	0,597	0,642	0,708	0,828
4	0,494	0,525	0,564	0,624	0,733
5	0,446	0,474	0,510	0,565	0,669
6	0,410	0,436	0,470	0,521	0,618
7	0,381	0,405	0,438	0,486	0,577
8	0,358	0,381	0,411	0,457	0,543
9	0,339	0,360	0,388	0,432	0,514
10	0,322	0,342	0,368	0,410	0,490
11	0,307	0,326	0,352	0,391	0,468
12	0,295	0,313	0,338	0,375	0,450
13	0,284	0,302	0,325	0,361	0,433
14	0,274	0,292	0,314	0,349	0,418
15	0,266	0,283	0,304	0,338	0,404
16	0,258	0,274	0,295	0,328	0,392
17	0,250	0,266	0,286	0,318	0,381
18	0,244	0,259	0,278	0,309	0,371
19	0,237	0,252	0,272	0,301	0,363
20	0,231	0,246	0,264	0,294	0,356
25	0,210	0,220	0,240	0,270	0,320
30	0,190	0,200	0,220	0,240	0,290
35	0,180	0,190	0,210	0,230	0,270
Более 35	$\frac{1,07}{\sqrt{N}}$	$\frac{1,14}{\sqrt{N}}$	$\frac{1,22}{\sqrt{N}}$	$\frac{1,36}{\sqrt{N}}$	$\frac{1,63}{\sqrt{N}}$

# Колмогоров-Смирнов критерийінің қолданылу иллюстрациясы

- Студенттерді экспериментальды және бақылау топтарына бөліп, ғылыми белсенділіктерінің көрсеткіштері алынды. экспериментальды және бақылау топтарының көрсеткіштерінде маңызды айырмашылықтар бар ма?

Деңгейі	Экспериментальды топ	Бақылау тобы
Жақсы	172	120
Орташа	36	49
Төмен	15	36
Таңдама көлемі	$n_1=172+36+15=223$	$n_2=120+49+36=205$

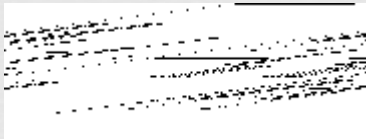
□ Екі топтың салыстырмалы жиілігін ( $f$ ) және жиіліктер арасындағы айырмашылық модулін табу:



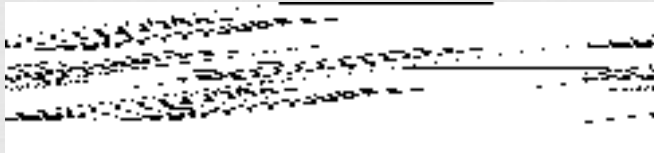
Экспериментальды топтың салыстырмалы жиілігі	Бақылау тобының салыстырмалы жиілігі	Жиіліктердің айырмашылық модулі
$172/223 \approx 0.77$	$120/205 \approx 0.59$	0.18
$36/223 \approx 0.16$	$49/205 \approx 0.24$	0.08
$15/223 \approx 0.07$	$36/205 \approx 0.17$	0.1



□ Салыстырмалы жиіліктердің айырмашылық модульдерінің арасында ең үлкенін таңдап,  $d_{\max}$  деп белгілейміз. Берілген мысалда  $0.18 > 0.1 > 0.08$ , сондықтан  $d_{\max} = 0.18$ . Эмпирикалық критерий мәні ( $\lambda_{\text{эмп}}$ )



формуласымен анықталады.



$$\lambda_{\text{кр}}(0,05) = 1,36,$$

$$\lambda_{\text{эмп}} = 1,86 > 1,36 = \lambda_{\text{кр}}$$

Қорытынды нәтижесі:

$H_0$  жоққа шығарылады, яғни екі топ таңдамалары арасында айырмашылық бар.

# Қорытынды:



Берілген критерий екі топ арасындағы таңдамалардың айырмашылығын анықтауға мүмкіндік береді. , сонымен қатар эмпирикалық таралу мен теориялық тарлуды салыстыру үшін де қолданылады.

Критерийді қолдана отырып екі топ жиіліктерінің модульдерінің айырмашылықтарының ең үлкен нүктесін және айырмашылықтар нақтылығын анықтайды.

# Әдебиеттер:



- <http://matstats.ru/smirnov.html>
- [http://ru.wikipedia.org/wiki/колмогоров\\_критерий](http://ru.wikipedia.org/wiki/колмогоров_критерий)
- [http://www.cas.usf.edu/~cconnor/colima/Kolmogorov\\_Smirnov.htm](http://www.cas.usf.edu/~cconnor/colima/Kolmogorov_Smirnov.htm)