Сравнение по модулю m.

Определение:

- **Два натуральных числа a и b , разность которых кратна натуральному числу m , называются сравнимыми по модулю m . обозначение: $a \equiv b \pmod{m}$.**

или

- **Целые числа a и b называют сравнимыми по модулю m, если каждое из них при делении на m дает один и тот же остаток r.**

Примеры:

- $100 \equiv 1 \pmod 9$, так как $(100-1) \vdots 9$.
- $1000 \equiv -1 \pmod{11}$, т. к. $1000-(-1)$ делится на 11.
- Два числа сравнимы по модулю 2, если они оба четны, либо если они оба нечетны.
- По модулю 1 все целые числа сравнимы между собой.
- В том случае, если число n делится на m , то оно сравнимо с нулем по модулю m .
- $n \equiv 0 \pmod m$.

Свойства сравнений по модулю:

- $100 \equiv 1 \pmod 9$, так как $(100-1)⋮9$.
- $1000 \equiv -1 \pmod{11}$, т. к. 1000- (-1) делится на 11.
- Два числа сравнимы по модулю 2, если они оба четны, либо если они оба нечетны.
- По модулю 1 все целые числа сравнимы между собой.
- В том случае, если число n делится на m , то оно сравнимо с нулем по модулю m .
- $n \equiv 0 \pmod{m}$.

Теорема:

- В любой части сравнения можно отбросить или добавить слагаемое, кратное модулю.

$$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow \quad a + km \equiv b \pmod{m}$$

Примеры:

- Найдите остаток от деления 2^{29} на 11.
- Решение:
- Так как $2^5 \equiv -1 \pmod{11}$,

(определение: 32-(-1)= 33 делится на 11), то по свойству сравнений:

$(2^5)^5 \equiv (-1)^5 \pmod{11}$, то есть $2^{25} \equiv -1 \pmod{11}$ и

$2^4 \equiv 5 \pmod{11}$, и $2^{29}=2^{25}\cdot 2^4$ по свойству сравнений $2^{29} \equiv -5 \pmod{11}$,

так как $-5 \equiv 6 \pmod{11}$, то остаток отделения будет 6.

Дома:

П1.8 и 1.9.
Решить №1.86(а,б);
1.95 (а,б).