Российский государственный университет
нефти и газа им. И.М. Губкина

Кафедра Информатики

Дисциплина: **Программные комплексы общего назначения**

Преподаватель:

к.т.н., доцент
Коротаев
Александр Фёдорович

Вычисление определенных интегралов

Численное интегрирование заключается в приближенном вычислении определенного интеграла вида

$$\int_a^b y(x)dx$$

trapz(Y) — использует интегрирование **методом трапеций** с единичным шагом между отсчетами

В форме **trapz(x,Y)** — возвращает интеграл функции, заданной значениями **Y**, вычисленными по значениям переменной **x**, (пределы интегрирования в этом случае задаются начальным и конечным элементами вектора **x**)

Метод трапеций

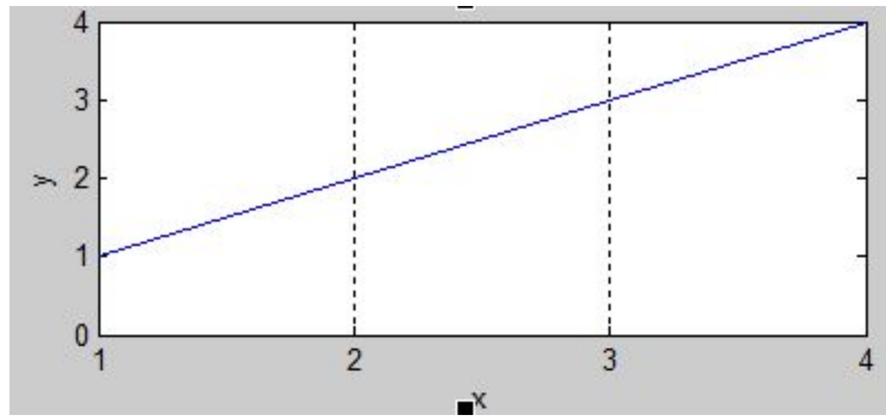
Пример 1

»Y=[1,2,3,4]

» trapz(Y)

ans =

7.5000



Пример 2

Вычислить $\int_{0}^{\pi} \sin(x)dx$ с шагом *π/5*

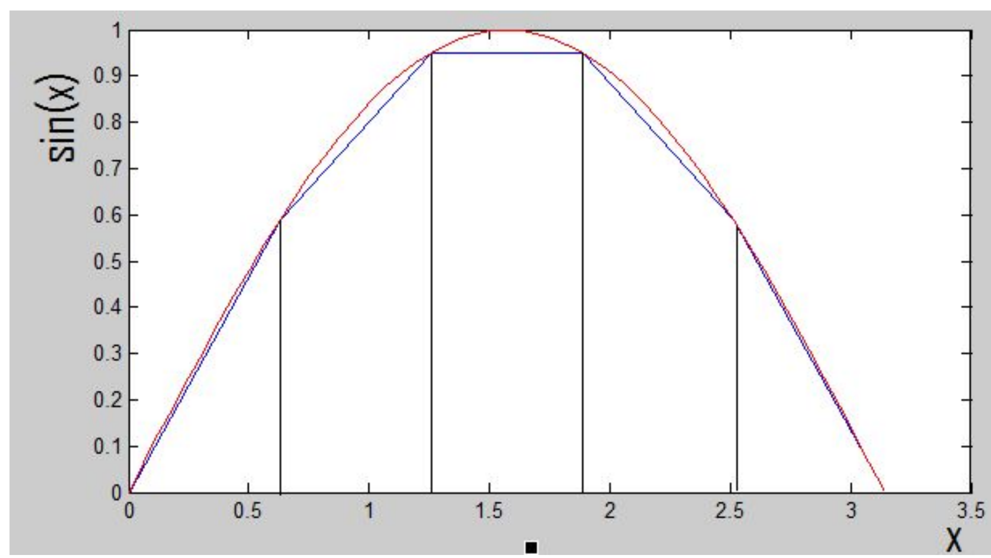
>> X = 0:pi/5:pi;

>> Y = sin(X);

>> Z = trapz(X,Y)

Z =

1.9338



Численное интегрирование методом квадратур

Квадратура — численный метод нахождения площади под графиком функции

quad(@fun,a,b,tol) выполняет интегрирование низкого порядка с использованием квадратурной формулы Симпсона. Эффективна при низкой требуемой точности вычислений

fun должна быть описана в m-файле

a, b – пределы интегрирования

tol - относительная погрешность (необязательный параметр)

quadl(@fun,a,b) - использует квадратуру Гаусса-Лобатто очень высокого порядка, что даёт более высокую точность вычислений

Двойные интегралы

Сводятся к вычислению повторных определенных интегралов (внутренний интеграл является подынтегральной функцией для внешнего)

dblquad(@fun,x0,x1,y0,y1)

Пример 1 **quad('exp(x)+x.^2+2*sin(x)-5',1,5,0.001)**

ans =

167.5415

Пример 2

```
function z=for2Var(x,y)
z=x.*sin(y) +y.*sin(x);
```

Записав этот текст в файл **for2Var.m** , находим интеграл

int=dblquad(@for2Var,1,2,0,1)

int=1.1678

Аналитический метод вычисления интегралов

Применимы следующие варианты:

int(y) , если вычисляется неопределенный интеграл
int(y,a,b) , если вычисляется определенный интеграл в пределах **[a,b]**

где **y** – подынтегральная функция,

a,b – пределы интегрирования

Порядок записи программы:

1. Символьные переменные описываются как **syms**
2. Вычисляется подынтегральное выражение **y=f(x)**
3. Обращение к функции **int**

Пример

$$\int \frac{x}{a+bx^2}dx$$

```
>> syms x a b;
>> y=x/(a+b*x^2);
>> In=int(y)     % неопределённый интеграл
In =
     log(b*x^2 + a)/(2*b)

>> syms x
>> a=1;  b=2; y=x/(a+b*x^2);
>> Io=int(y,0,1)    % определённый интеграл
 Io =
    log(3)/4
```

Разложение в степенной ряд

По формуле Тейлора

$f(x)=f(a)+(x-a)f'(a)/1!+(x-a)^2f''(a)/2!+..+(x-a)^nf^{(n)}(a)/n!+R_n$

$f(a), f'(a), f''(a), \ldots, f^{(n)}(a)$ – значения функции и её производных в точке **a**

Если **a=0**, получаем ряд Маклорена

$f(x)=f(0)+xf'(0)/1!+x^2f''(0)/2!+\ldots+x^nf^{(n)}(0)/n!+R_n$

taylor(y) – для функции, заданной в **y,** выдаёт разложение в ряд Маклорена **5-го** порядка

```
>> syms x;
>> y=sin(x);
>> MacSin=taylor(y)
MacSin =
x^5/120 - x^3/6 + x
```

Разложение в степенной ряд

Более общий вид функции
taylor(y, 'ExpansionPoint',val1, 'Order',val2)
даёт разложение функции **y** в точке, заданной в **val1,**
с числом членов ряда, заданным в **val2**

```
>> syms x;
>> y=log(x);
>> TayLog1=taylor(y, 'ExpansionPoint', 1, 'Order', 6)
TayLog1 =
x - (x - 1)^2/2 + (x - 1)^3/3 - (x - 1)^4/4 + (x - 1)^5/5 – 1
```

В более ранних версиях была другая форма функции

taylor(y,x,x0,n) — выдаёт **n** членов разложения в ряд Тейлора функции, заданной в **y,** в точке **x0**

Решение системы с помощью функции solve

```
>> syms x y z;
>> Y=solve('3*x+y-z=3','-5*x+3*y+4*z=1', 'x+y+z=0.5')
Y =
   x: [1x1 sym]
   y: [1x1 sym]
   z: [1x1 sym]
>> Y.x
 ans =
 -0.10714285714285714285714285714286
```

Можно воспользоваться функцией

vpa(Y.x, n) , где **x** – неизвестное, **n** – число значащих цифр в ответе

```
>> vpa(Y.x,5)
ans =
  -.10714
```

Решение систем нелинейных уравнений

fsolve (FUN, x0, options) ,

где **FUN** – система уравнений, сохраненная в m-файле

x0 – начальное приближение

Пример: $x_1 x_2 + x_3 = 6.5;\ x_1 x_2^4 + x_3 = 167;\ x_1 x_2^6 + x_3 = 1470$

```
function F=myfun(x)
F=[x(1)*x(2)+x(3)-6.5   x(1)*x(2)^4+x(3)-167   x(1)*x(2)^6+x(3)-1470];
>> X=fsolve(@myfun,[1 1 1])
X =
   2.1512    2.9678    0.1157
```

Эту же систему можно решить с помощью функции solve

Примеры к лабораторной работе №4

- Задание 1-1 $\int (2-5x)e^{3x}dx$

Задание 1-2 $\int \frac{\sqrt[5]{1+\sqrt[3]{x}}}{x\sqrt[5]{x^2}}dx.$ Замена переменной !!!

Задание 2 $\int_{-0.7}^{0.8} \frac{dx}{1-x^2}$

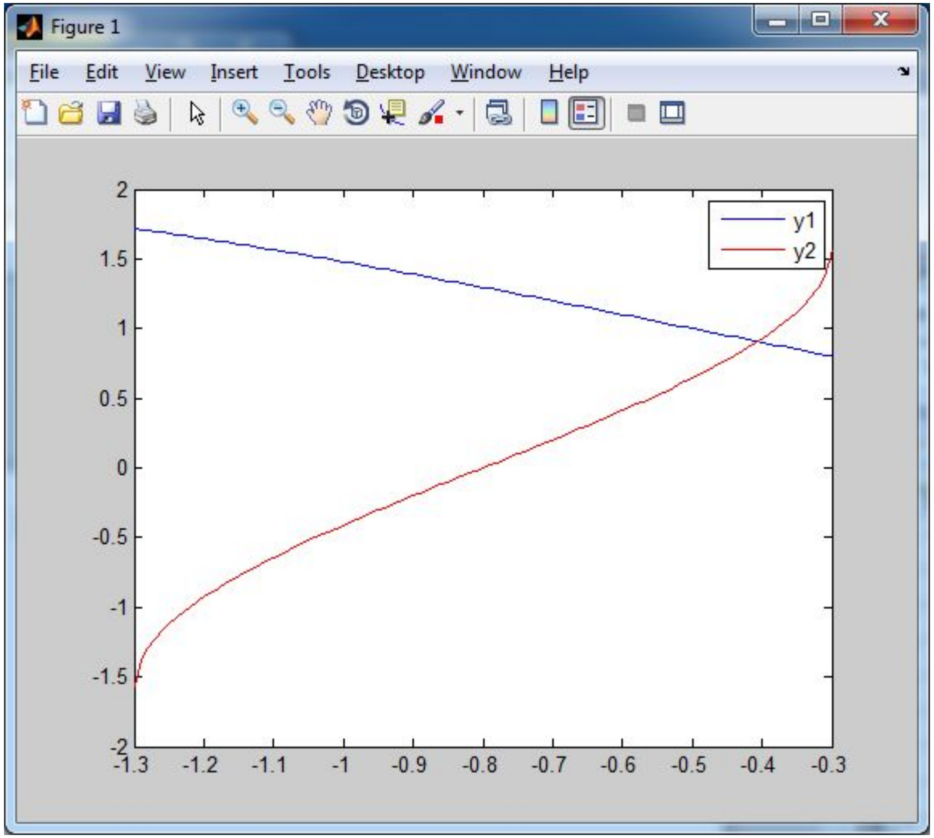
Задание 4 разложить в степенной ряд

$$ln(-12x^2-x+1)$$

Примеры к лабораторной работе №4

Задание 5

$$\begin{cases} \sin(x+0.5)+y=1 \\ \sin(y)-2*x=1.6 \end{cases}$$



1. Строим графики

y1=1-sin(x+.5)

y2=arcsin(1.6+2*x)

2. Используем **fsolve**, задав **m**-функцию для системы и начальное приближение **[-1 1]**

3. Решаем систему с помощью **solve**

К тесту №1

Какие числа будут выведены на экран в результате выполнения сценария?

```
x=[-1 2 4 -8 1 3 5 13 -4 7];
   for i=3:6
      if x(i)<x(i+1)
         disp(x(i))
      else disp('X')
      end
   end
```

- [x] -8
- [ ] 13
- [x] 3
- [ ] 4
- [x] 1

К тесту №1

Что будет выведено в командное окно в результате выполнения сценария ?

```
x=-2; z=8; m=-7;
if ~ (x-m>5) & x+z>=3 |~ (m+z>3) | abs(x+z-m)<3
    disp('true')
else disp(x+z+m)
end
```

true