

Производная. Применение производной в различных областях.



(группа АТ-83/84 во время презентации)

Подготовил: Новицкий Д. Н.
ученик КТПС
группы АТ-83/84

- *Что такое производная?*
- *Геометрический смысл производной*
- *Физический смысл производной*
- *Открытие производной*
- *Область применения производной*
- *Дифференцирование*

Содержание

- **Производная функция** — понятие дифференциального исчисления, характеризующее скорость изменения функции в данной точке. Определяется как предел отношения приращения функции к приращению её аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю, если такой предел существует. Функцию, имеющую конечную производную (в некоторой точке), называют дифференцируемой (в данной точке).

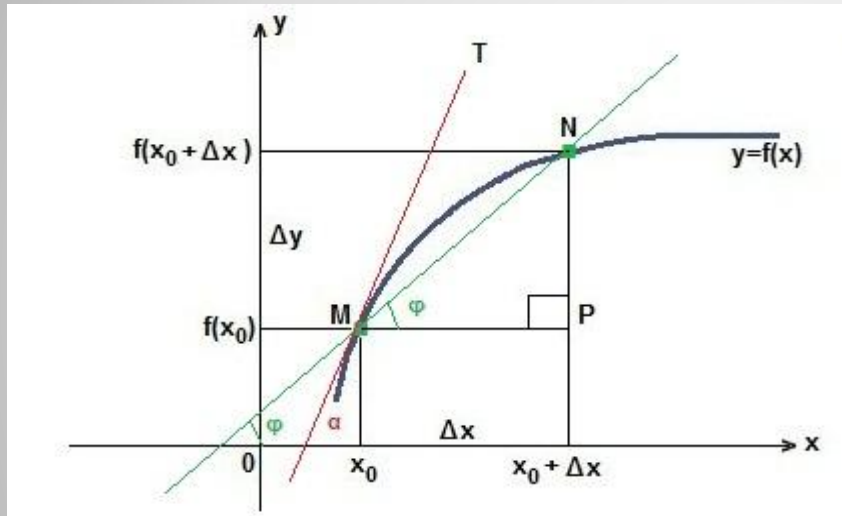
Что такое производная?

- **Геометрический смысл производной** заключается в том, что численно производная функции в данной точке равна тангенсу угла, образованного касательной, проведенной через эту точку к данной кривой, и положительным направлением оси **Ox**:

$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha \quad \text{или} \quad f'(x_0) = k$$

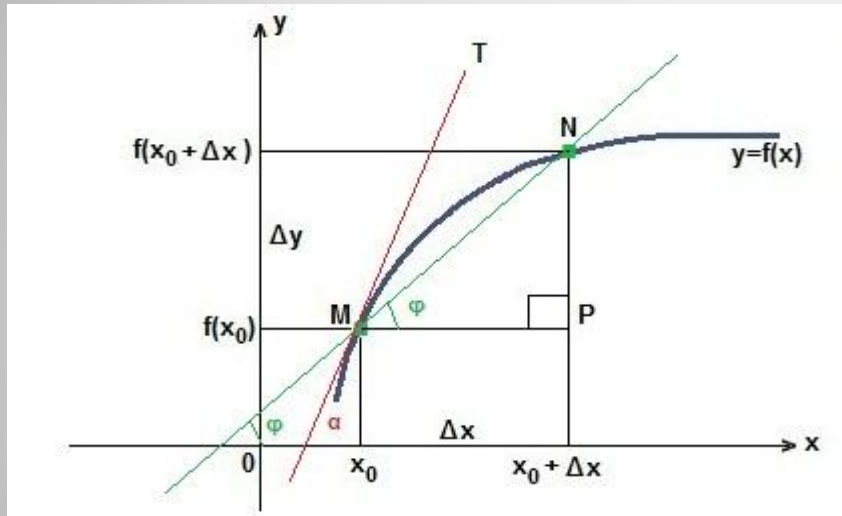
k - угловой коэффициент касательной.

Геометрический смысл производной



- В координатной плоскости x и y рассмотрим график функции $y=f(x)$.
- Зафиксируем точку $M(x_0; f(x_0))$.
- Придадим абсциссе x_0 приращение Δx .
- Мы получим новую абсциссу $x_0 + \Delta x$. Это абсцисса точки N , а ордината будет равна $f(x_0 + \Delta x)$. Изменение абсциссы повлекло за собой изменение ординаты. Это изменение называют приращение функции и обозначают Δy .
- $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$.

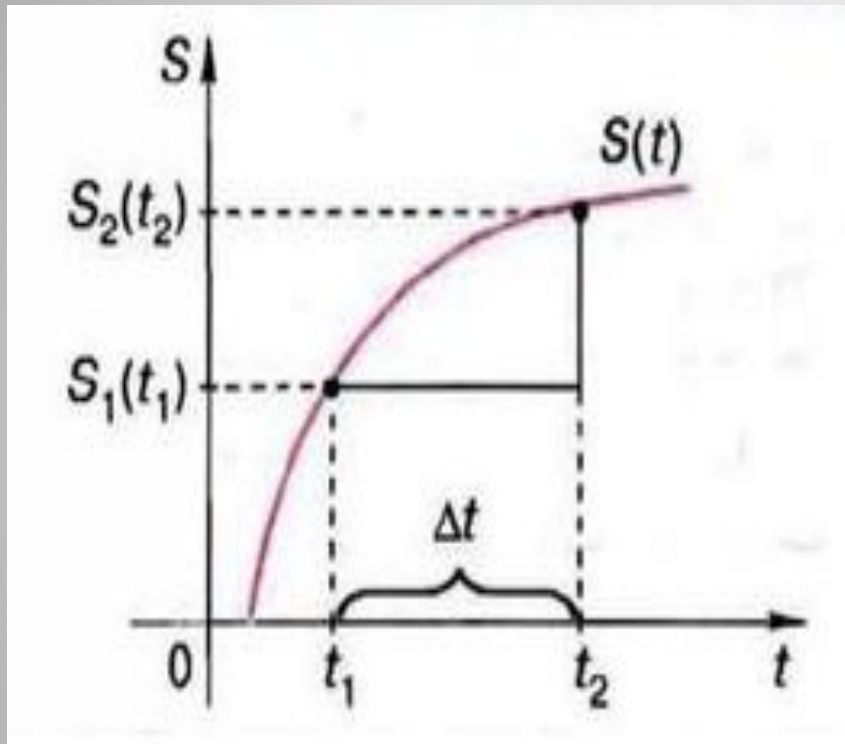
Геометрический смысл производной



- Через точки **M** и **N** проведем секущую **MN**, которая образует угол φ с положительным направлением оси **Ox**. Определим тангенс угла φ из прямоугольного треугольника **MPN**.
- Пусть Δx стремится к нулю. Тогда секущая **MN** будет стремиться занять положение касательной **MT**, а угол φ станет углом α . Значит, тангенс угла α есть предельное значение тангенса угла φ :

$$\operatorname{tg} \alpha = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \operatorname{tg} \varphi = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}.$$

Геометрический смысл производной



- Если точка движется вдоль оси x и ее координата изменяется по закону $x(t)$, то мгновенная скорость точки:
 $U(t) = x'(t)$,

а её ускорение:
 $a(t) = U'(t)$

Физический смысл производной

- Честь открытия основных законов математического анализа принадлежит английскому физику и математику *Исааку Ньютону* и немецкому математику, физику, философу *Лейбницу*.
- *Ньютон* ввел понятие производной, изучая законы механики, тем самым раскрыл её механический смысл.
- *Лейбниц* пришёл к понятию производной, решая задачу проведения касательной к производной линии, объяснив этим её геометрический смысл.

Открытие производной

Исаак Ньютон

Британский физик



Английский физик, математик, механик и астроном, один из создателей классической физики. Автор фундаментального труда «Математические начала натуральной философии», в котором он изложил закон всемирного тяготения и три закона механики, ставшие основой классической механики. Разработал дифференциальное и интегральное исчисления, теорию цвета, заложил основы современной физической оптики, создал многие другие математические и физические теории.

Родился: 4 января 1643 г., Усадьба Вулсторп, Линкольншир, Королевство Англия
 Умер: 31 марта 1727 г. (84 года), Лондон, Большой Лондон, Англия, Королевство Великобритания
 Родители: Исаак Ньютон, Анна Эйскоу, Исаак Ньютон

Готфрид Вильгельм Лейбниц

Немецкий философ



Саксонский философ, логик, математик, механик, физик, юрист, историк, дипломат, изобретатель и языковед. Основатель и первый президент Берлинской Академии наук, иностранный член Французской Академии наук.

Родился: 1 июля 1646 г., Лейпциг, Саксония, Священная Римская империя
 Умер: 14 ноября 1716 г. (70 лет)
 Родители: Фридрих Лейбнюц

- Российский математик XIX века **Пафнутий Львович Чебышев** говорил: «особенную важность имеют те методы науки, которые позволяют решать задачу, общую для всей практической деятельности человека, например, как располагать своими средствами для достижения наибольшей выгоды».

Пафнутий Львович Чебышёв

Русский математик

Русский математик и механик, основоположник петербургской математической школы, академик Петербургской академии наук и ещё 24 академий мира.

Родился: 16 мая 1821 г., Жуковский район, Калужская губерния, Российская империя

Умер: 8 декабря 1894 г. (73 года), Санкт-Петербург, Российская империя

Чем известен: один из основателей современной теории приближений



Область определения производной

С такими задачами в наше время приходится иметь дело представителям самых разных специальностей:

- Инженеры-технологи стараются так организовать производство, чтобы выпускалось как можно больше продукции;
- Конструкторы пытаются разработать прибор для космического корабля так, чтобы масса прибора была наименьшей;
- Экономисты стараются спланировать связи завода с источниками сырья так, чтобы транспортные расходы оказались минимальными.



Область определения производной

- **Дифференцирование** — операция взятия полной или частной производной функции

- **Формулы дифференцирования:**

$$\text{I. } y = c; y' = 0;$$

$$\text{II. } y = x^n; y' = nx^{n-1};$$

$$\text{III. } y = a^x; y' = a^x \ln a;$$

$$\text{III}'. } y = e^x; y' = e^x;$$

$$\text{IV. } y = \log_a x; y' = \frac{1}{x \ln a};$$

$$\text{IV}'. } y = \ln x; y' = \frac{1}{x};$$

$$\text{V. } y = \sin x; y' = \cos x;$$

$$\text{VI. } y = \cos x; y' = -\sin x;$$

$$\text{VII. } y = \operatorname{tg} x; y' = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

$$\text{VIII. } y = \operatorname{ctg} x; y' = -\frac{1}{\sin^2 x};$$

$$\text{IX. } y = \arcsin x; y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$\text{X. } y = \arccos x; y' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$\text{XI. } y = \operatorname{arctg} x; y' = \frac{1}{1+x^2};$$

$$\text{XII. } y = \operatorname{arccctg} x; y' = -\frac{1}{1+x^2};$$

$$\text{XIII. } y = \operatorname{sh} x; y' = \operatorname{ch} x;$$

$$\text{XIV. } y = \operatorname{ch} x; y' = \operatorname{sh} x;$$

$$\text{XV. } y = \operatorname{th} x; y' = \frac{1}{\operatorname{ch}^2 x};$$

$$\text{XVI. } y = \operatorname{cth} x; y' = -\frac{1}{\operatorname{sh}^2 x}.$$

Дифференцирование

**Спасибо за уделённое
время!**

