

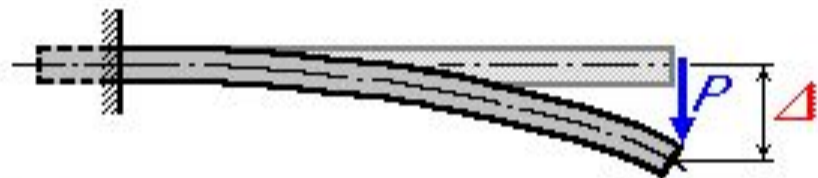
Все твердые тела способны в определенных пределах воспринимать воздействие внешних сил, не разрушаясь и не меняя существенным образом свои геометрические размеры, то есть обладают свойствами **ПРОЧНОСТИ** и **ЖЕСТКОСТИ**.

Схема нагружения



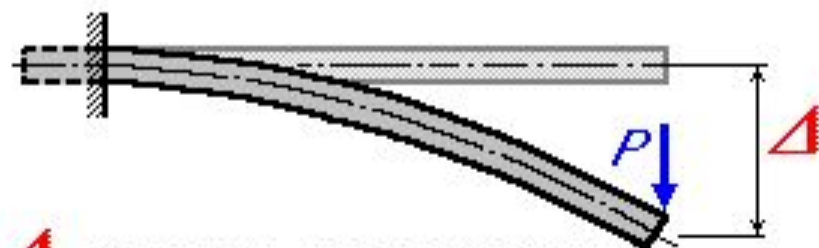
ПРОЧНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

1. Жесткая конструкция



Δ - малое (по сравнению с размерами конструкции) перемещение

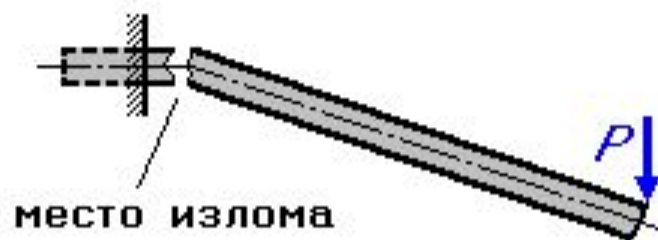
2. Гибкая конструкция



Δ - большое перемещение

НЕПРОЧНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

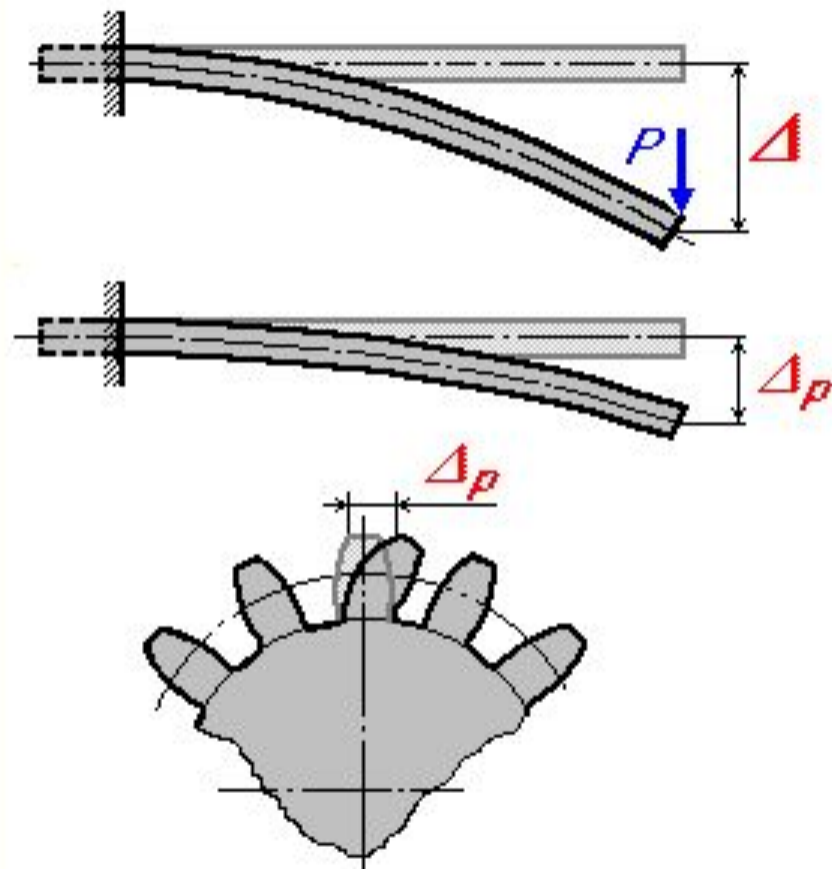
1. Хрупкое разрушение



Инженеру приходится решать множество различных вопросов, связанных с работой конструкции под нагрузкой - выбирать материал, назначать размеры конструкции, определять рабочие нагрузки и т.п.

Конструкция должна быть **ПРОЧНОЙ**, а иногда и **ЖЕСТКОЙ**.

2. Пластическое разрушение



Δ_p - остаточное или пластическое перемещение

СОВРЕМЕННАЯ НАУКА О ПРОЧНОСТИ ХАРАКТЕРИЗУЕТСЯ

- развитием расчетных методов - расчет конструкций , математическое и физическое моделирование , применение ЭВМ и т. д. ;
- широким применением экспериментальных методов исследований - исследование свойств материалов , определение эксплуатационной нагруженности и т. д.

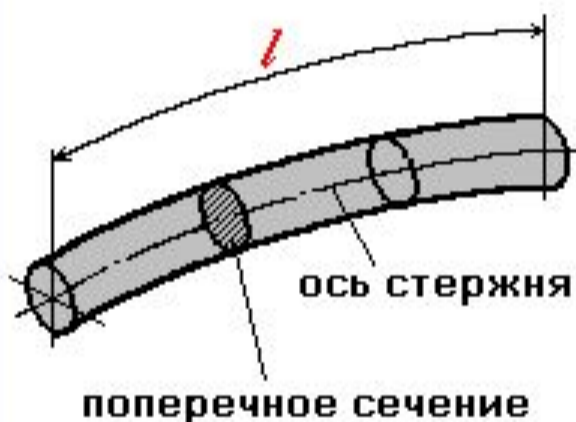


Сопротивление материалов изучает тела (конструкции), способные под нагрузкой изменять свои размеры и форму, то есть **ДЕФОРМИРУЕМЫЕ ТЕЛА**.

КЛАССИФИКАЦИЯ ТЕЛ (ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ) ПО ГЕОМЕТРИЧЕСКОМУ ПРИЗНАКУ

1. СТЕРЖЕНЬ

- длина l много больше поперечных размеров



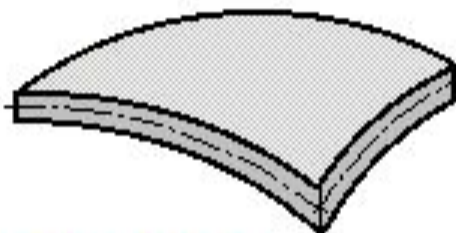
$$\frac{l}{a} \geq 5 \dots 10$$

a - наибольший размер поперечного сечения

КЛАССИФИКАЦИЯ ТЕЛ (ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ) ПО ГЕОМЕТРИЧЕСКОМУ ПРИЗНАКУ

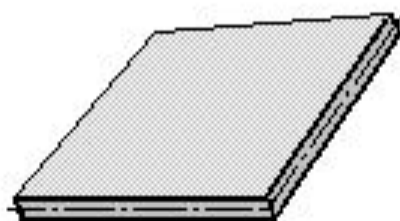
2. **ОБОЛОЧКА**

- одно из измерений (толщина) много меньше двух других



Пластинка

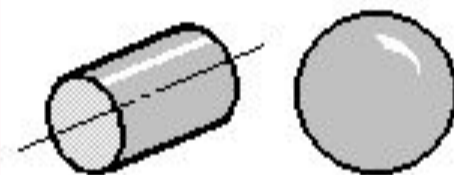
- срединная поверхность - плоскость



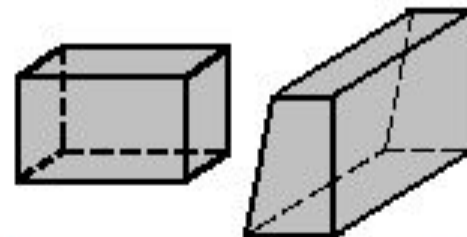
КЛАССИФИКАЦИЯ ТЕЛ (ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ) ПО ГЕОМЕТРИЧЕСКОМУ ПРИЗНАКУ

3. МАССИВ

- три размера одного порядка (шарик или ролик в подшипниках качения)



Фундаменты сооружений, подпорные стенки



КЛАССИФИКАЦИЯ ТЕЛ (ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ) ПО ГЕОМЕТРИЧЕСКОМУ ПРИЗНАКУ

1. СТЕРЖЕНЬ

- длина l много больше поперечных размеров

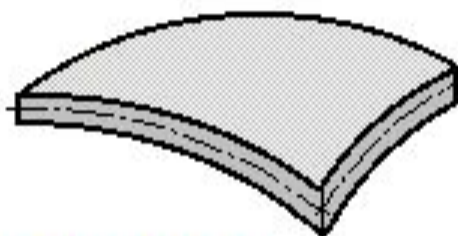


$$\frac{l}{a} \geq 5 \dots 10$$

a - наибольший размер поперечного сечения

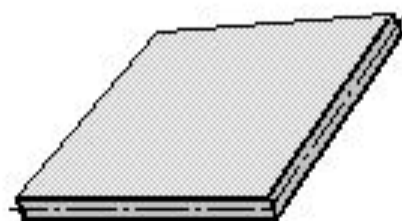
2. ОБОЛОЧКА

- одно из измерений (толщина) много меньше двух других



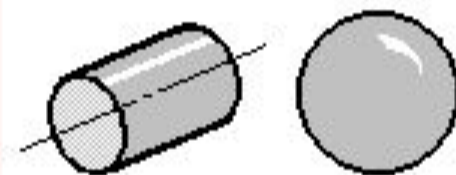
Пластинка

- срединная поверхность - плоскость

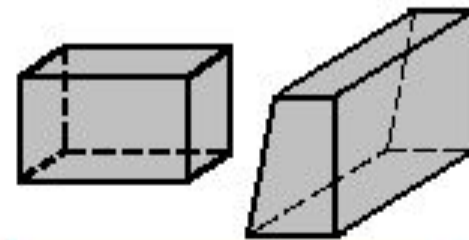


3. МАССИВ

- три размера одного порядка (шарик или ролик в подшипниках качения)



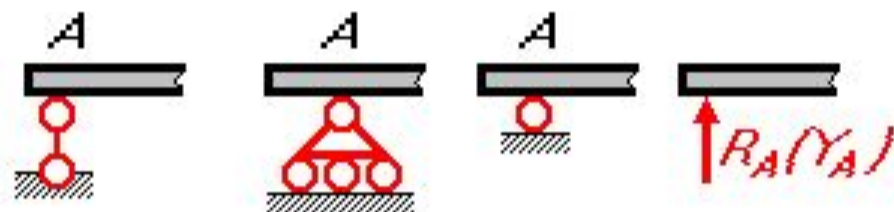
Фундаменты сооружений, подпорные стенки



КЛАССИФИКАЦИЯ СВЯЗЕЙ,

наложенных на твердое тело, расположенного в плоскости

1. **ШАРНИРНО - ПОДВИЖНАЯ**
(односвязная) опора препятствует
перемещению опорной точки по
линии действия связи



Реакция R_A всегда направлена
по линии действия связи

КЛАССИФИКАЦИЯ СВЯЗЕЙ,

наложенных на твердое тело, расположенного в плоскости

2. **ШАРНИРНО - НЕПОДВИЖНАЯ**
(двухсвязная) опора препятствует
линейным смещениям одной точки

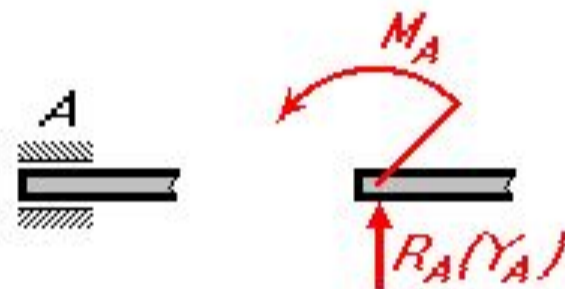


КЛАССИФИКАЦИЯ СВЯЗЕЙ,

наложенных на твердое тело, расположенного в плоскости

3. СКОЛЬЗЯЩАЯ ЗАДЕЛКА

ограничивает возможность углового и одного из линейных перемещений, но допускает перемещение вдоль стержня

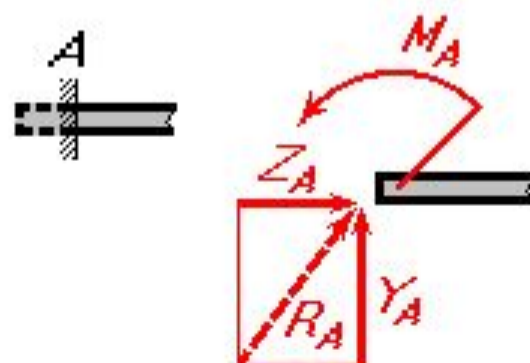


КЛАССИФИКАЦИЯ СВЯЗЕЙ,

наложенных на твердое тело, расположенного в плоскости

4. ЖЕСТКАЯ ЗАДЕЛКА

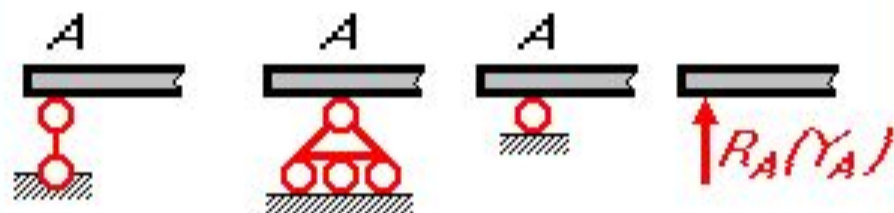
препятствует линейным и угловому
смещениям конца стержня



КЛАССИФИКАЦИЯ СВЯЗЕЙ,

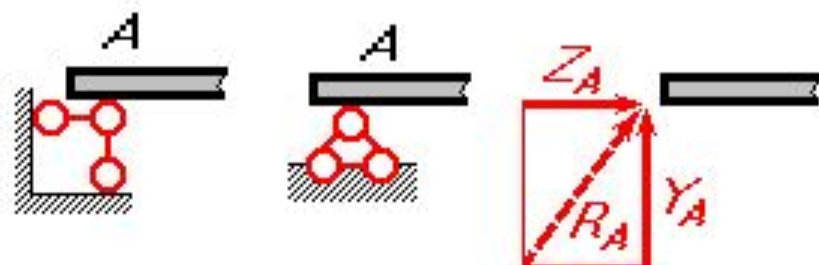
наложенных на твердое тело, расположенного в плоскости

1. **ШАРНИРНО - ПОДВИЖНАЯ**
(односвязная) опора препятствует перемещению опорной точки по линии действия связи

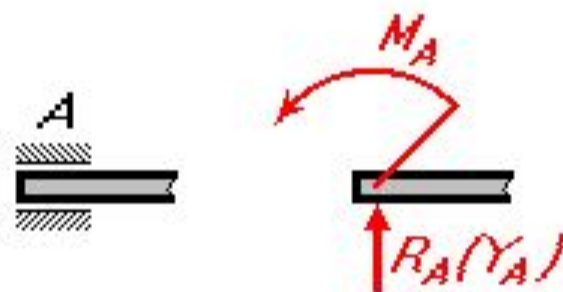


Реакция R_A всегда направлена по линии действия связи

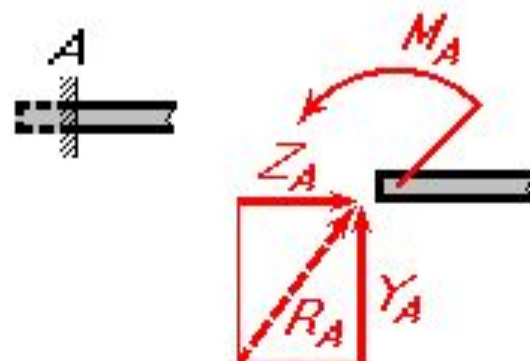
2. **ШАРНИРНО - НЕПОДВИЖНАЯ**
(двухсвязная) опора препятствует линейным смещениям одной точки



3. **СКОЛЬЗЯЩАЯ ЗАДЕЛКА**
ограничивает возможность углового и одного из линейных перемещений, но допускает перемещение вдоль стержня



4. **ЖЕСТКАЯ ЗАДЕЛКА**
препятствует линейным и угловому смещениям конца стержня



МОДЕЛЬ НАГРУЖЕНИЯ

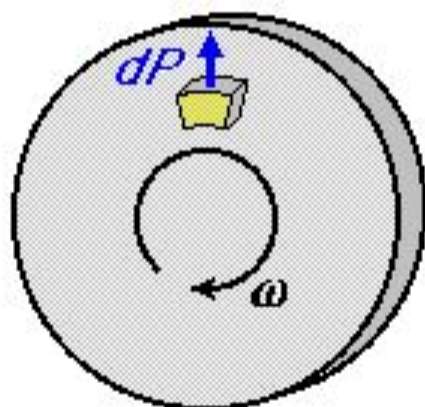
Условно принятые внешние силы :

- объемные , действующие на каждую точку тела ;
- поверхностные , приложенные к его поверхности .

К **объемным силам** относят
силы инерции ;
электромагнитные силы ;
силы веса и т.п.

Размерность объемных сил :

Н/м^3 или МН/м^3



dP - центробежная сила,
действующая на
элемент диска

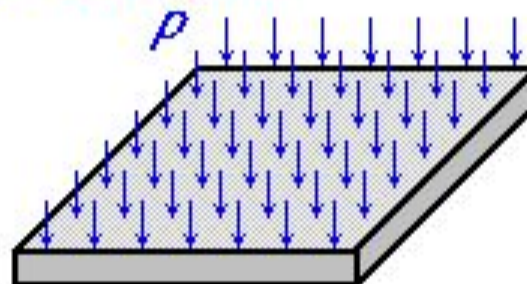
МОДЕЛЬ НАГРУЖЕНИЯ

Условно принятые внешние силы :

- объемные , действующие на каждую точку тела ;
- поверхностные , приложенные к его поверхности .

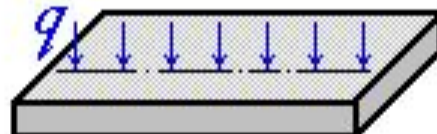
Поверхностные силы при выборе расчетной схемы упрощают и в зависимости от размеров площади нагружения подразделяют на следующие :

p - **давление** , нагрузка , распределенная по поверхности



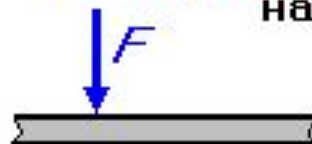
Размерность давления
 H/M^2 или MH/M^2

q - **интенсивность** , нагрузка , приходящаяся на единицу длины



Размерность интенсивности
 H/M , KH/M или MH/M

F - **сосредоточенная сила** , действующая на небольшой участок детали



Размерность силы
 H , KH , MH

МОДЕЛЬ НАГРУЖЕНИЯ

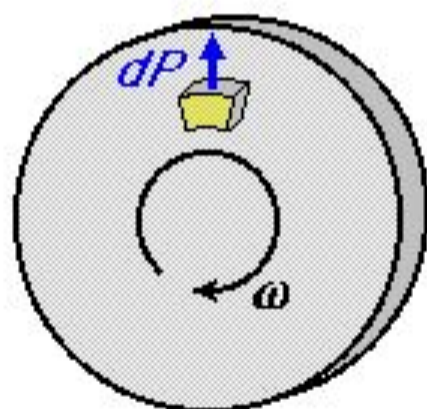
Условно принятые внешние силы:

- объемные, действующие на каждую точку тела;
- поверхностные, приложенные к его поверхности.

К **объемным силам** относят силы инерции; электромагнитные силы; силы веса и т.п.

Размерность объемных сил:

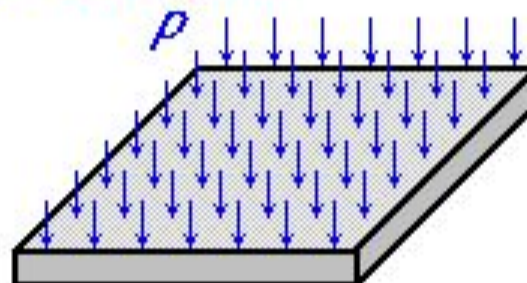
Н/м^3 или МН/м^3



dP - центробежная сила, действующая на элемент диска

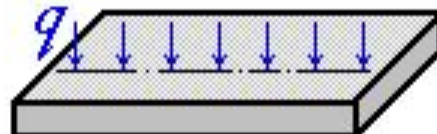
Поверхностные силы при выборе расчетной схемы упрощают и в зависимости от размеров площади нагружения подразделяют на следующие:

p - **давление**, нагрузка, распределенная по поверхности



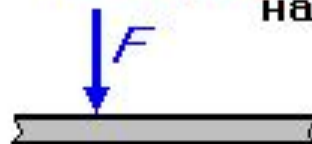
Размерность давления Н/м^2 или МН/м^2

q - **интенсивность**, нагрузка, приходящаяся на единицу длины



Размерность интенсивности Н/м , кН/м или МН/м

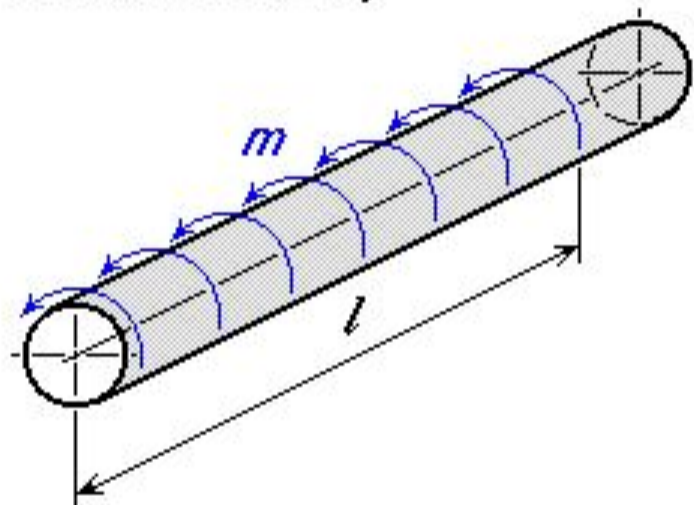
F - **сосредоточенная сила**, действующая на небольшой участок детали



Размерность силы Н , кН , МН

МОДЕЛЬ НАГРУЖЕНИЯ (продолжение)

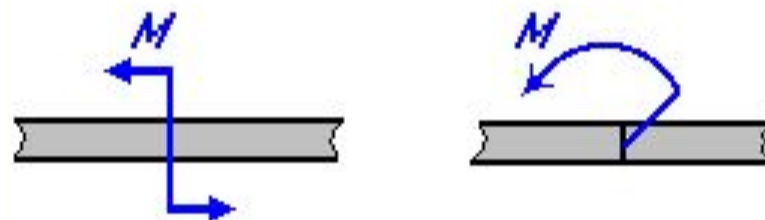
Распределенные пары сил
(например, момент трения
в подшипнике)



m - интенсивность момента

Размерность Н·м/м или МН·м/м

Сосредоточенные пары сил

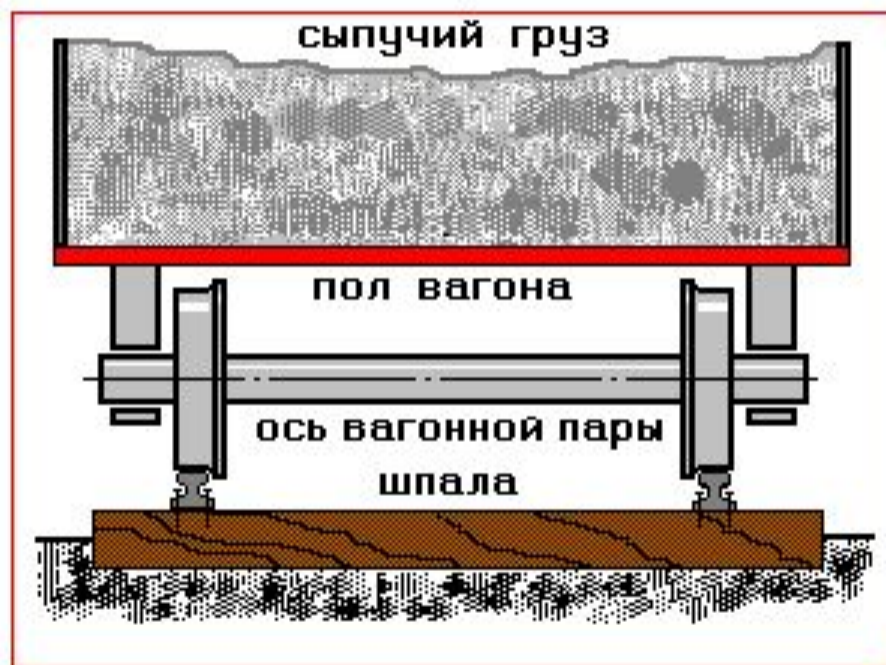


Размерность Н·м, кН·м, МН·м

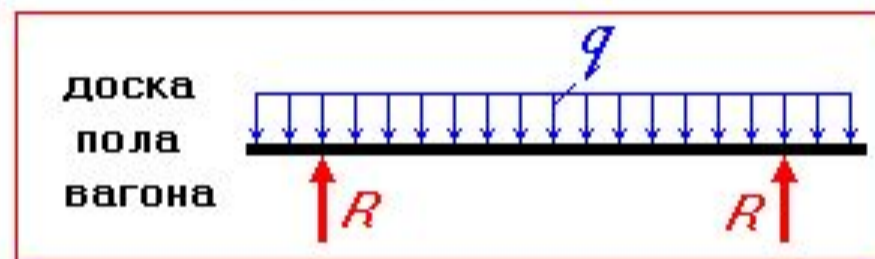
МОДЕЛЬ ФОРМЫ КОНСТРУКЦИИ

Расчетная схема - реальный объект, освобожденный от несущественных особенностей.

Реальный объект



Расчетная схема



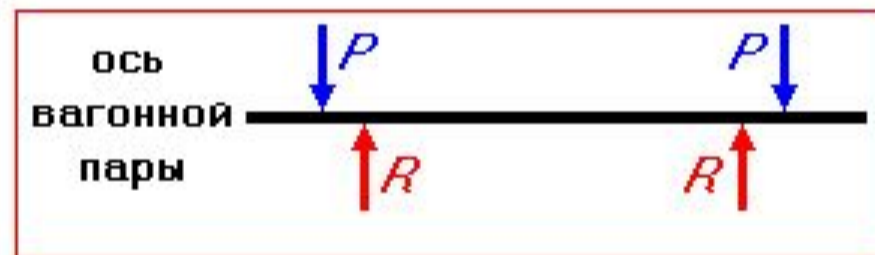
МОДЕЛЬ ФОРМЫ КОНСТРУКЦИИ

Расчетная схема - реальный объект, освобожденный от несущественных особенностей.

Реальный объект



Расчетная схема



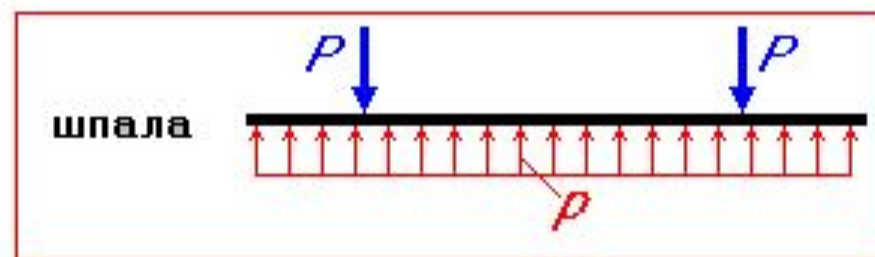
МОДЕЛЬ ФОРМЫ КОНСТРУКЦИИ

Расчетная схема - реальный объект, освобожденный от несущественных особенностей.

Реальный объект



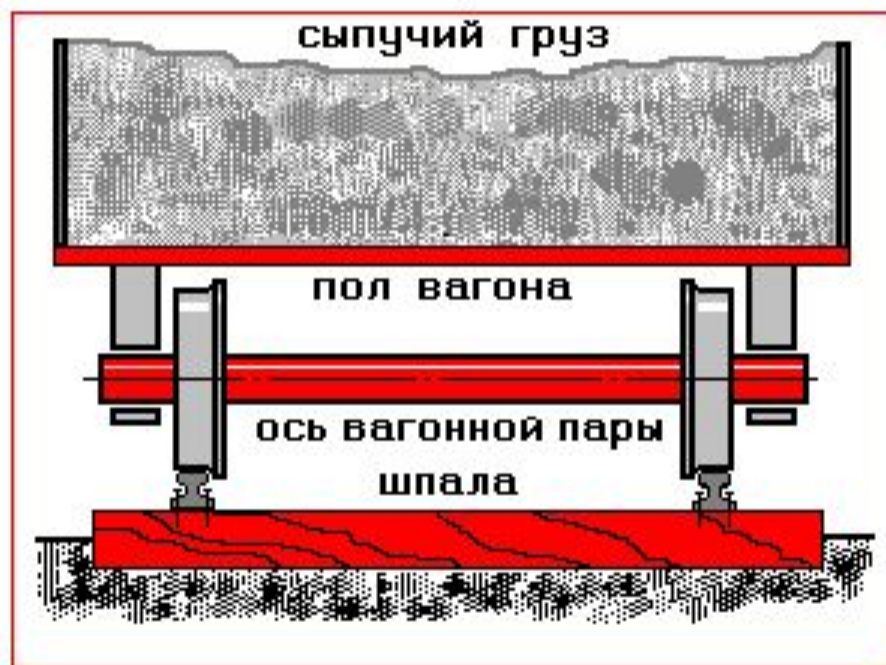
Расчетная схема



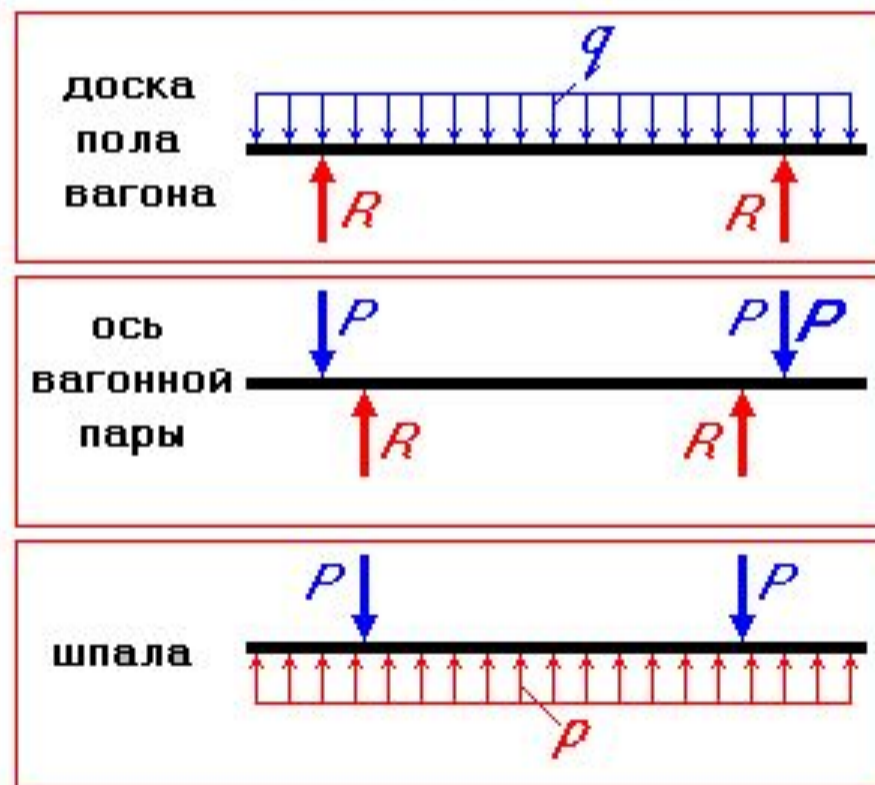
МОДЕЛЬ ФОРМЫ КОНСТРУКЦИИ

Расчетная схема - реальный объект, освобожденный от несущественных особенностей.

Реальный объект

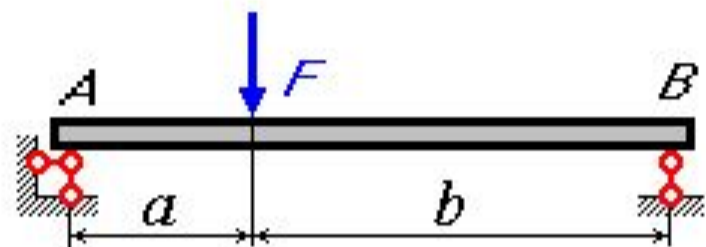


Расчетные схемы



ПРИМЕР

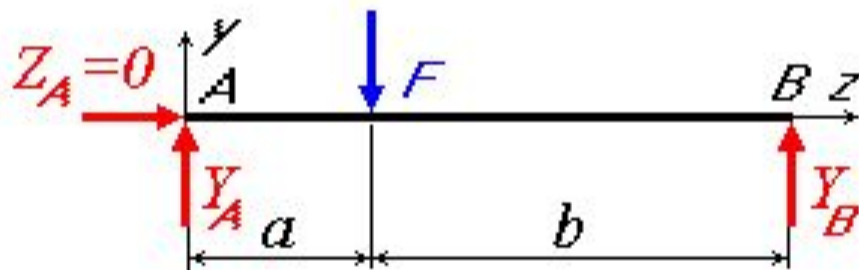
Определить опорные реакции в системе



$$\Sigma M_A = F \cdot a - Y(a+b) = 0;$$

$$\Sigma M_B = F \cdot b - Y(a+b) = 0;$$

$$\Sigma Z = Z_A = 0; \quad Z_A = 0;$$



$$Y_A = \frac{F \cdot b}{a+b}; \quad Y_B = \frac{F \cdot a}{a+b};$$

Проверка: $\Sigma Y = 0$

- Материал рассматривается как сплошная среда
- Гипотеза о естественном ненапряженном состоянии
- Однородность материала
- Изотропность материала
- Идеальная упругость материала
- Идеальные пластичность и вязкость материала

КУРС СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ КАК ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ИНЖЕНЕРНАЯ ДИСЦИПЛИНА

Сопротивление материалов - наука об инженерных методах расчетов на прочность, жесткость и устойчивость элементов машин и сооружений (конструкций)



ВНУТРЕННИЕ СИЛЫ. МЕТОД СЕЧЕНИЙ

Прочность твердого тела обусловлена силами сцепления между его частицами (атомами, молекулами и т.п.). При нагружении твердого тела внешними силами (активными и реактивными) внутренние силы сцепления изменяются - появляются дополнительные внутренние силы, сопровождающие деформацию тела.

Для выявления внутренних сил служит **МЕТОД СЕЧЕНИЙ**.

Стержень и поперечное сечение



Оси x и y - главные
центральные оси

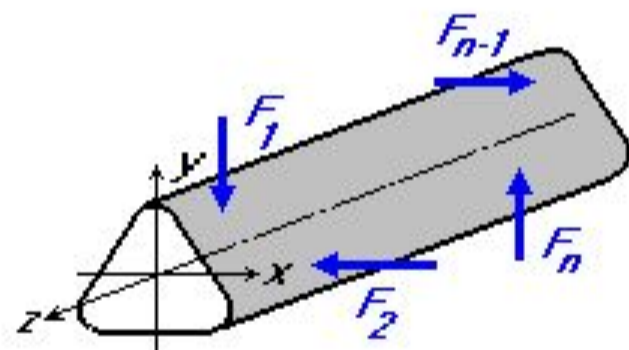
ВНУТРЕННИЕ СИЛЫ. МЕТОД СЕЧЕНИЙ

Прочность твердого тела обусловлена силами сцепления между его частицами (атомами, молекулами и т.п.). При нагружении твердого тела внешними силами (активными и реактивными) внутренние силы сцепления изменяются - появляются дополнительные внутренние силы, сопровождающие деформацию тела.

Для выявления внутренних сил служит **МЕТОД СЕЧЕНИЙ**.

Система внешних сил:

$$(F_e) = (F_1, F_2, \dots, F_{n-1}, F_n)$$



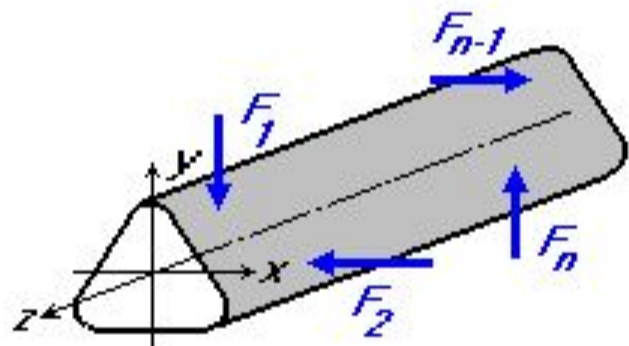
Стержень находится в равновесии:

$$\Sigma(F_e) = 0$$

ВНУТРЕННИЕ СИЛЫ. МЕТОД СЕЧЕНИЙ (продолжение)

Прочность твердого тела обусловлена силами сцепления между его частицами (атомами, молекулами и т.п.). При нагружении твердого тела внешними силами (активными и реактивными) внутренние силы сцепления изменяются - появляются дополнительные внутренние силы, сопровождающие деформацию тела. Для выявления внутренних сил служит метод сечений.

Равновесие стержня



Система внешних сил:

$$(F_e) = (F_1, F_2, \dots, F_{n-1}, F_n)$$

Стержень находится в равновесии: $\sum(F_e) = 0$

Уравнения равновесия

$$\sum X = \sum (F_e)_x = 0$$

$$\sum Y = \sum (F_e)_y = 0$$

$$\sum Z = \sum (F_e)_z = 0$$

$$\sum M_x = \sum M_x(F_e) = 0$$

$$\sum M_y = \sum M_y(F_e) = 0$$

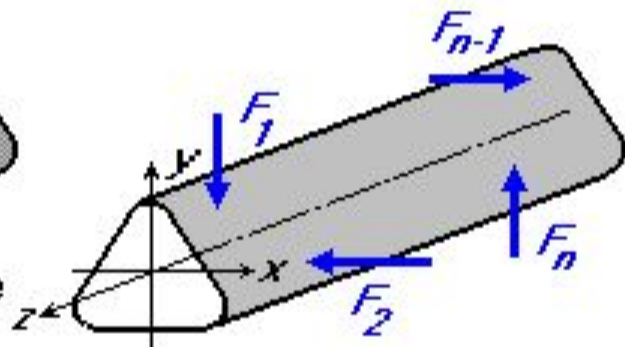
$$\sum M_z = \sum M_z(F_e) = 0$$

ВНУТРЕННИЕ СИЛЫ. МЕТОД СЕЧЕНИЙ (продолжение)

Прочность твердого тела обусловлена силами сцепления между его частицами (атомами, молекулами и т.п.). При нагружении твердого тела внешними силами (активными и реактивными) внутренние силы сцепления изменяются - появляются дополнительные внутренние силы, сопровождающие деформацию тела. Для выявления внутренних сил служит метод сечений.



Оси x и y - главные центральные оси



Система внешних сил:
 $(F_e) = (F_1, F_2, \dots, F_{n-1}, F_n)$

Стержень находится в равновесии: $\sum(F_e) = 0$

$$\sum X = \sum (F_e)_x = 0$$

$$\sum Y = \sum (F_e)_y = 0$$

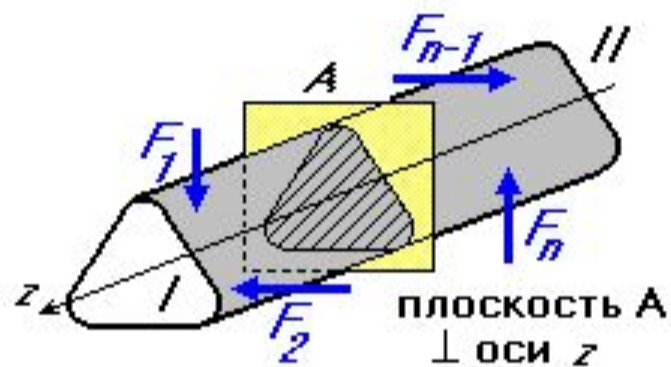
$$\sum Z = \sum (F_e)_z = 0$$

$$\sum M_x = \sum M_x(F_e) = 0$$

$$\sum M_y = \sum M_y(F_e) = 0$$

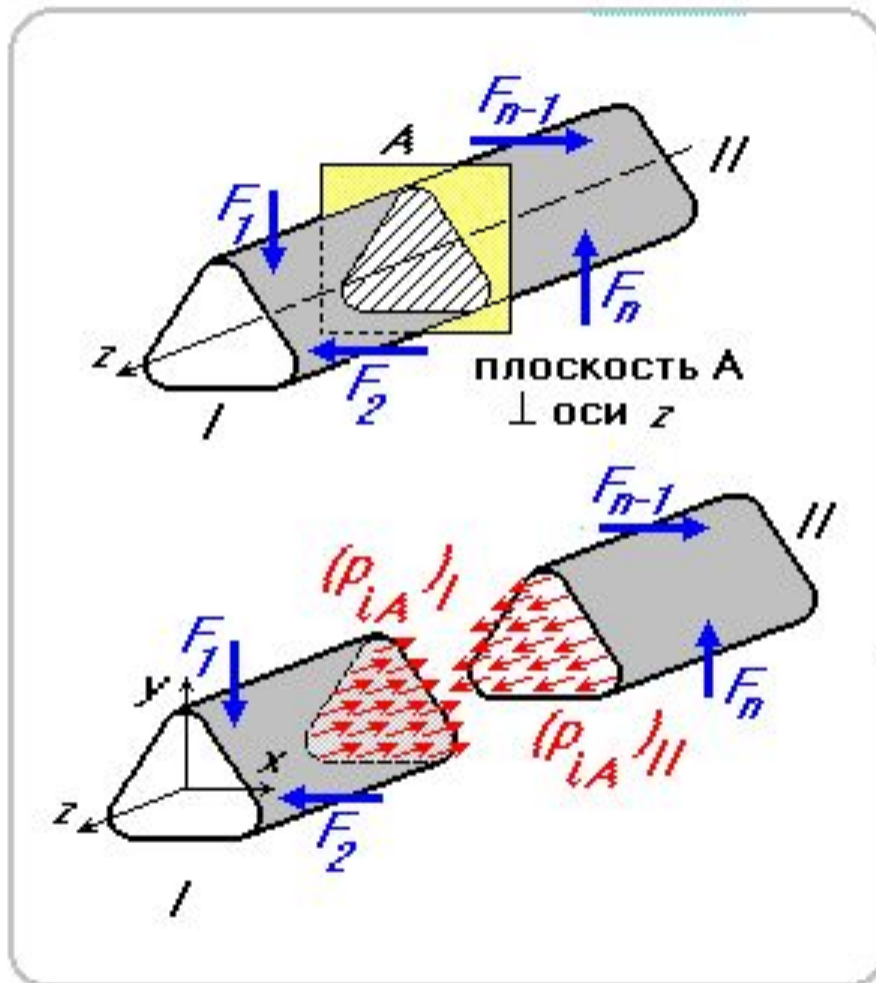
$$\sum M_z = \sum M_z(F_e) = 0$$

МЕТОД СЕЧЕНИЙ



Рассечем мысленно стержень на две части плоскостью A , перпендикулярной к оси стержня.

ВНУТРЕННИЕ СИЛЫ



Рассечем мысленно стержень на две части плоскостью А, перпендикулярной к оси стержня.

I - левая часть стержня;

II - правая часть стержня;

p_{iA} - система внутренних сил в сечении А.

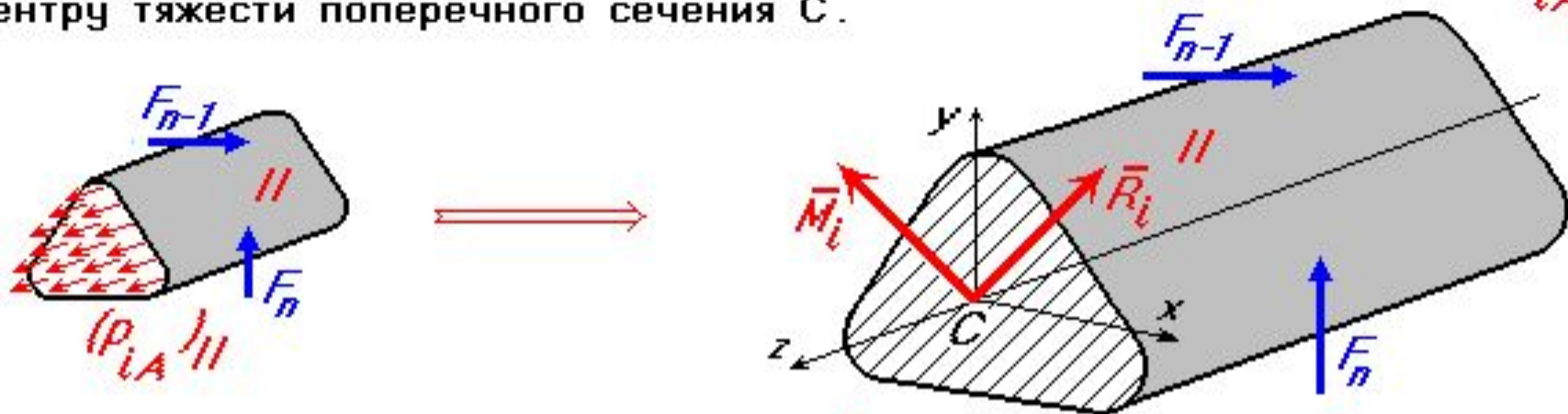
$$(p_{iA})_I = -(p_{iA})_{II}$$

Внутренние силы p_{iA} - реакции внутренних связей.

Они распределены по площади сечения (размерность Па, МПа)

ГЛАВНЫЙ ВЕКТОР И ГЛАВНЫЙ МОМЕНТ

Рассмотрим подробно равновесие правой отсеченной части стержня. Воспользуемся правилами статики и приведем систему внутренних сил к центру тяжести поперечного сечения C .



В результате получим главный вектор \bar{R}_i и главный момент \bar{M}_i .

ВНУТРЕННИЕ СИЛОВЫЕ ФАКТОРЫ (ВСФ) В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ СТЕРЖНЯ

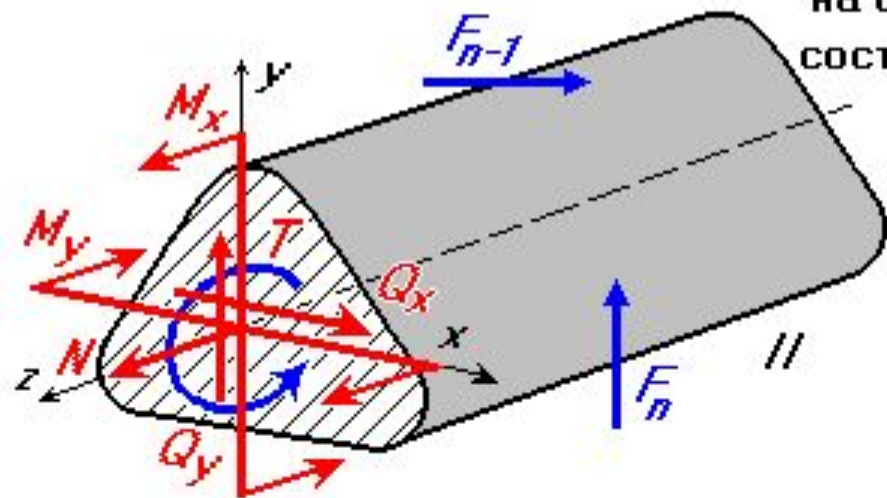
Спроектируем главный вектор и главный момент на оси ординат, то есть разложим их на три составляющих N, Q_x, Q_y и заменим на T, M_x, M_y .

N - нормальная (продольная) сила;

Q_x и Q_y - поперечные (перерезывающие) силы вдоль осей x и y ;

T - крутящий момент;

M_x и M_y - изгибающие моменты относительно осей x и y .

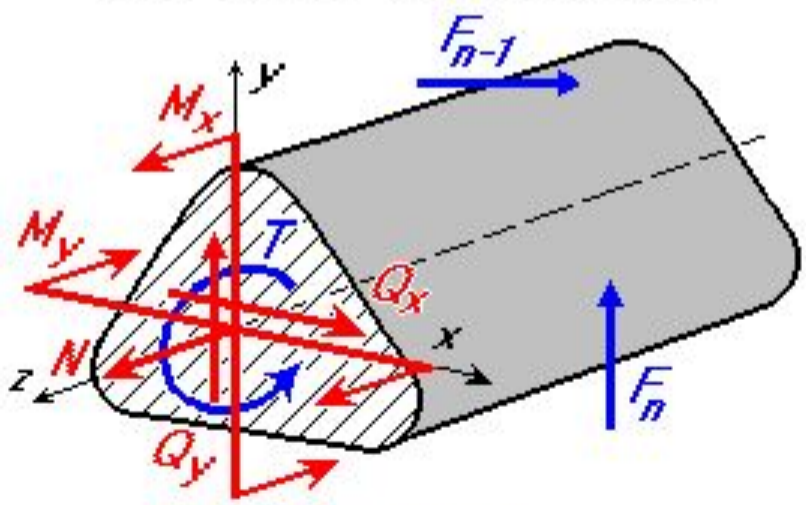


ВНУТРЕННИЕ СИЛОВЫЕ ФАКТОРЫ В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ СТЕРЖНЯ

- нормальная сила N - проекция главного вектора внутренних сил на ось z ;
- поперечные силы Q_x и Q_y - проекции главного вектора на оси x и y , лежащие в плоскости поперечного сечения ;
- крутящий момент T - проекция главного момента внутренних сил на ось z (момент внутренних сил относительно оси стержня) ;
- изгибающие моменты M_x и M_y - проекции главного момента на оси x и y (моменты внутренних сил относительно осей x и y) .

УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ ОТСЕЧЕННОЙ ЧАСТИ СТЕРЖНЯ . ВЕЛИЧИНЫ ВНУТРЕННИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ

Отсеченная часть стержня :

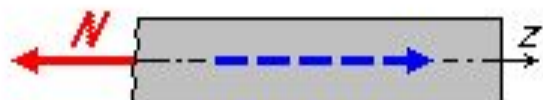


$\sum Z = N + \sum (F_e)_z^* = 0 ;$	$N = - \sum (F_e)_z^* ;$
$\sum X = Q_x + \sum (F_e)_x^* = 0 ;$	$Q_x = - \sum (F_e)_x^* ;$
$\sum Y = Q_y + \sum (F_e)_y^* = 0 ;$	$Q_y = - \sum (F_e)_y^* ;$
$\sum M_z = T + \sum M_z (F_e)^* = 0 ;$	$T = - \sum M_z (F_e)^* ;$
$\sum M_x = M_x + \sum M_x (F_e)^* = 0 ;$	$M_x = - \sum M_x (F_e)^* ;$
$\sum M_y = M_y + \sum M_y (F_e)^* = 0 ;$	$M_y = - \sum M_y (F_e)^* ;$

Здесь символ $(F_e)^*$ обозначает внешние силы , действующие на отсеченную часть стержня .

ОСНОВНЫЕ (простые) ВИДЫ НАГРУЖЕНИЯ СТЕРЖНЯ

Растяжение - сжатие



$$\Sigma(F_e)_z^*$$

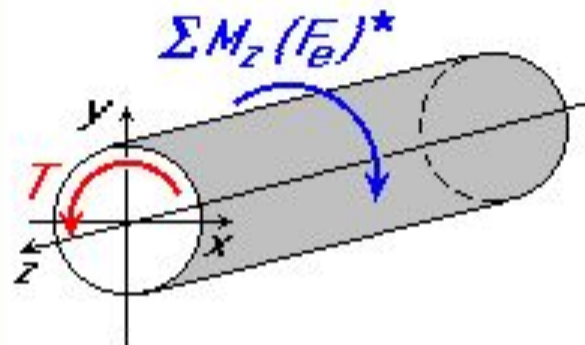


$$\Sigma(F_e)_z^*$$

Если в поперечных сечениях стержня возникает **нормальная сила N** , а прочие силовые факторы равны нулю, то стержень испытывает **РАСТЯЖЕНИЕ** или **СЖАТИЕ**, в зависимости от направления нормальной силы.

ОСНОВНЫЕ (простые) ВИДЫ НАГРУЖЕНИЯ СТЕРЖНЯ

Кручение



Если в поперечных сечениях стержня действует **крутящий момент T** , то стержень (вал) работает на **КРУЧЕНИЕ**.

Крутящий момент стремится повернуть сечение вокруг оси стержня.

ОСНОВНЫЕ (простые) ВИДЫ НАГРУЖЕНИЯ СТЕРЖНЯ

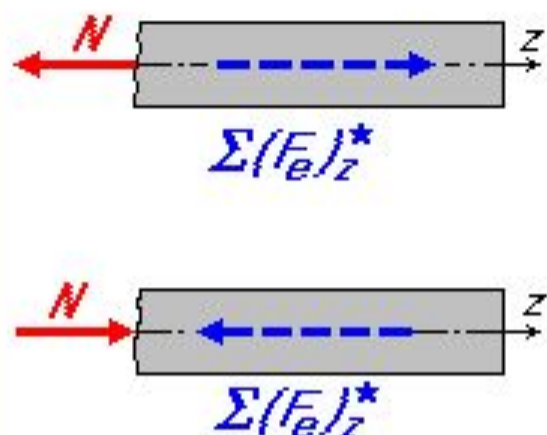
Изгиб



Если в поперечных сечениях стержня действуют только **изгибающие моменты** M_x или M_y , стержень (балка) испытывает **ЧИСТЫЙ ИЗГИБ**.

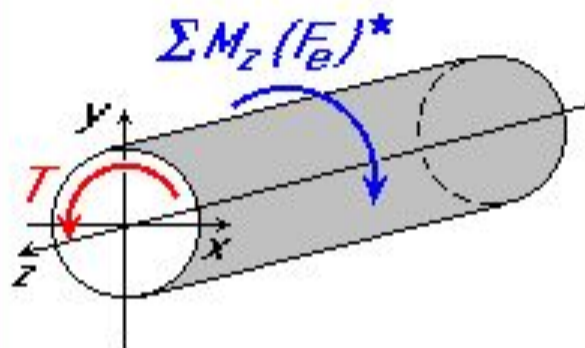
ОСНОВНЫЕ (простые) ВИДЫ НАГРУЖЕНИЯ СТЕРЖНЯ

Растяжение - сжатие



Если в поперечных сечениях стержня возникает **нормальная сила N** , а прочие силовые факторы равны нулю, то стержень испытывает **РАСТЯЖЕНИЕ** или **СЖАТИЕ**, в зависимости от направления нормальной силы.

Кручение



Если в поперечных сечениях стержня действует **крутящий момент T** , то стержень (вал) работает на **КРУЧЕНИЕ**. Крутящий момент стремится повернуть сечение вокруг оси стержня.

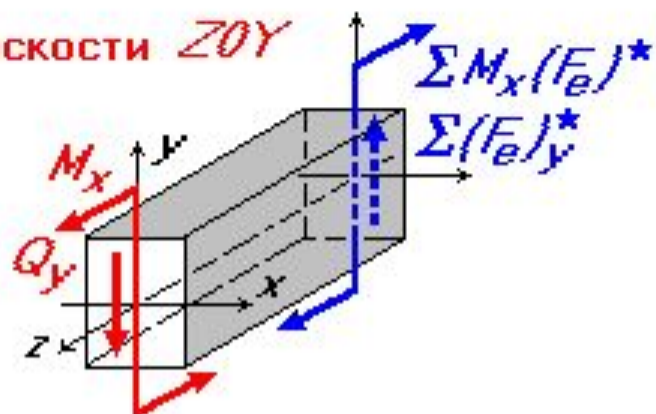
Изгиб



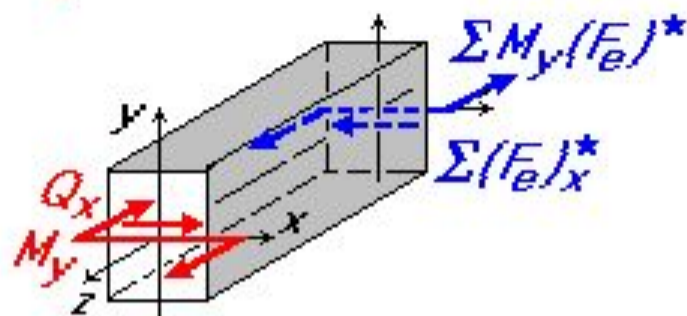
Если в поперечных сечениях стержня действуют только **изгибающие моменты M_x или M_y** , стержень (балка) испытывает **ЧИСТЫЙ ИЗГИБ**.

ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ

а) в плоскости ZOY



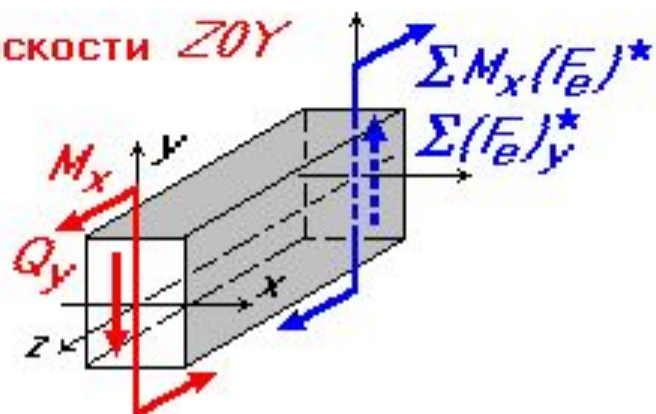
б) в плоскости ZOX



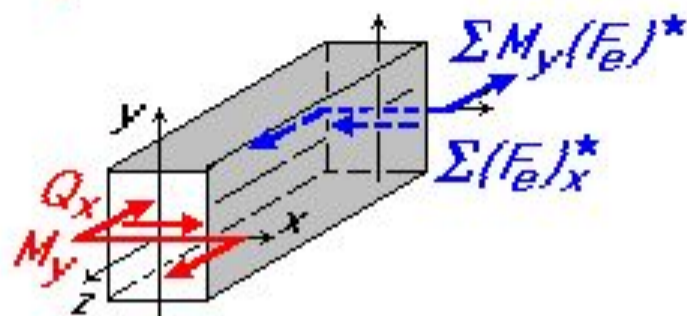
Если в поперечных сечениях стержня (балки) наряду с изгибающим моментом M_x или M_y имеет место поперечная сила Q_y или Q_x , то нагружение называется ПОПЕРЕЧНЫМ ИЗГИБОМ.

ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ

а) в плоскости ZOY



б) в плоскости ZOX



Если в поперечных сечениях стержня (балки) наряду с изгибающим моментом M_x или M_y имеет место поперечная сила Q_y или Q_x , то нагружение называется **ПОПЕРЕЧНЫМ ИЗГИБОМ**.

СЛОЖНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ называется комбинация простых видов нагружения

Растяжение
и кручение

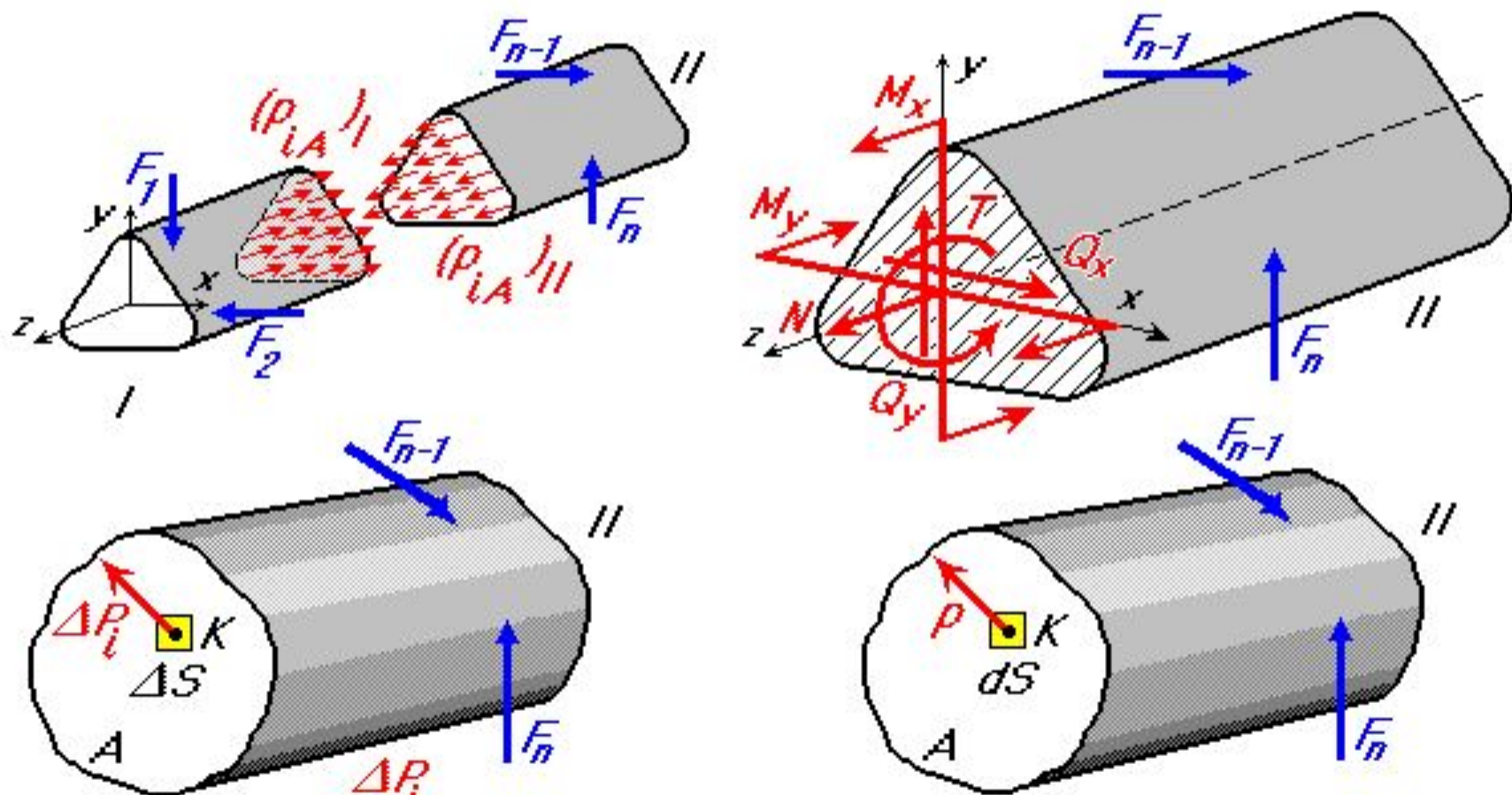


Растяжение, изгиб
и кручение

ПОНЯТИЕ О НАПРЯЖЕНИИ

Внутренних силовых факторов, как таковых, в виде сосредоточенных сил и моментов в действительности не существует. Они являются равнодействующими системы внутренних сил, распределенных по сечению.

МЕРА ИНТЕНСИВНОСТИ ВНУТРЕННИХ, РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ПО ПЛОЩАДИ СЕЧЕНИЯ СИЛ НАЗЫВАЕТСЯ НАПРЯЖЕНИЕМ.

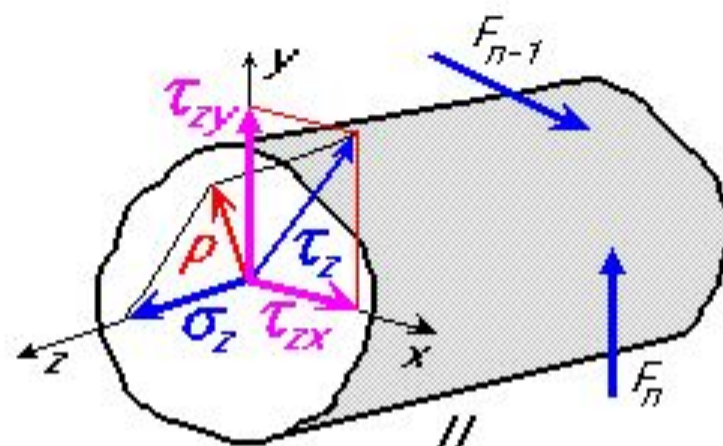
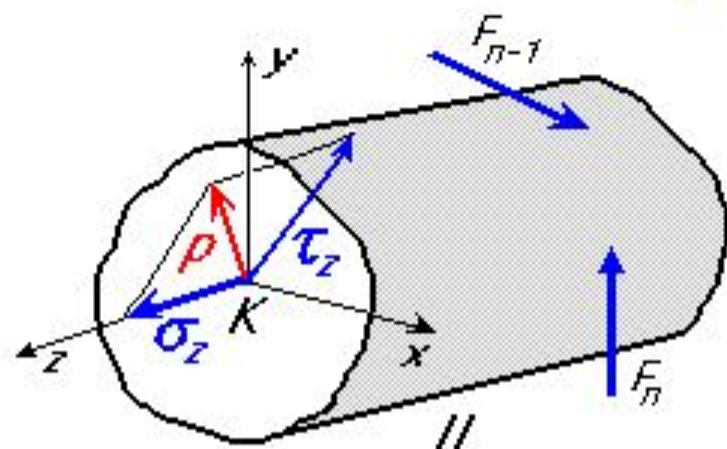


$$\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta P_i}{\Delta S} = \rho - \text{полное напряжение в точке } K \text{ сечения } A \text{ (вектор)},$$

(Па)

СОСТАВЛЯЮЩИЕ НАПРЯЖЕНИЯ

Спроектируем напряжение ρ на нормаль (на ось z) и на плоскость сечения, а затем касательное напряжение τ_z на оси x и y , лежащие в плоскости сечения:



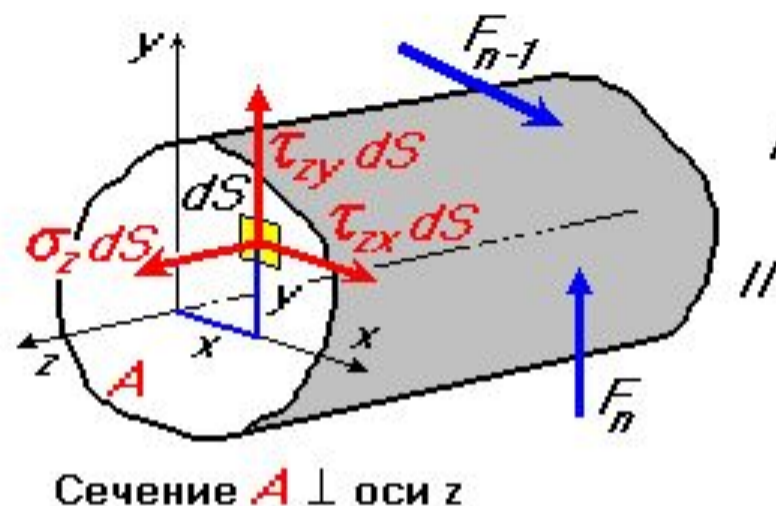
σ_z - нормальное напряжение, проекция ρ на ось z ;

τ_z - касательное напряжение, проекция ρ на плоскость сечения;

$$\rho^2 = \sigma_z^2 + \tau_z^2 = \sigma_z^2 + \tau_{zx}^2 + \tau_{zy}^2$$

Величины ρ , σ_z и τ_z зависят не только от положения точки K в теле, но и от направления сечения, проведенного через нее. Совокупность напряжений для множества площадок, проходящих через данную точку, характеризует напряженное состояние в ней.

СТАТИЧЕСКАЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ ЗАДАЧИ О РАСПРЕДЕЛЕНИИ НАПРЯЖЕНИЙ ПО СЕЧЕНИЮ



$$N = \int_S \sigma_z dS; \quad Q_x = \int_S \tau_{zx} dS; \quad Q_y = \int_S \tau_{zy} dS;$$

$$T = \int_S (\tau_{zy} x - \tau_{zx} y) dS;$$

$$M_x = \int_S \sigma_z y dS; \quad M_y = \int_S \sigma_z x dS.$$

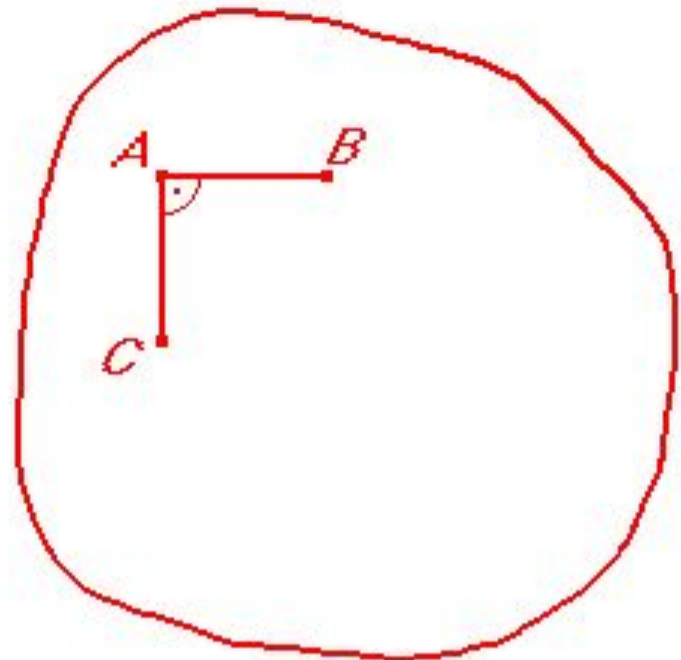
При известных напряжениях по приведенным формулам можно найти внутренние силовые факторы (N , Q_x , Q_y , T , M_x , M_y).

По известным внутренним силовым факторам с помощью одних этих формул определить напряжения нельзя, то есть задача о распределении напряжений по сечению статически неопределима.

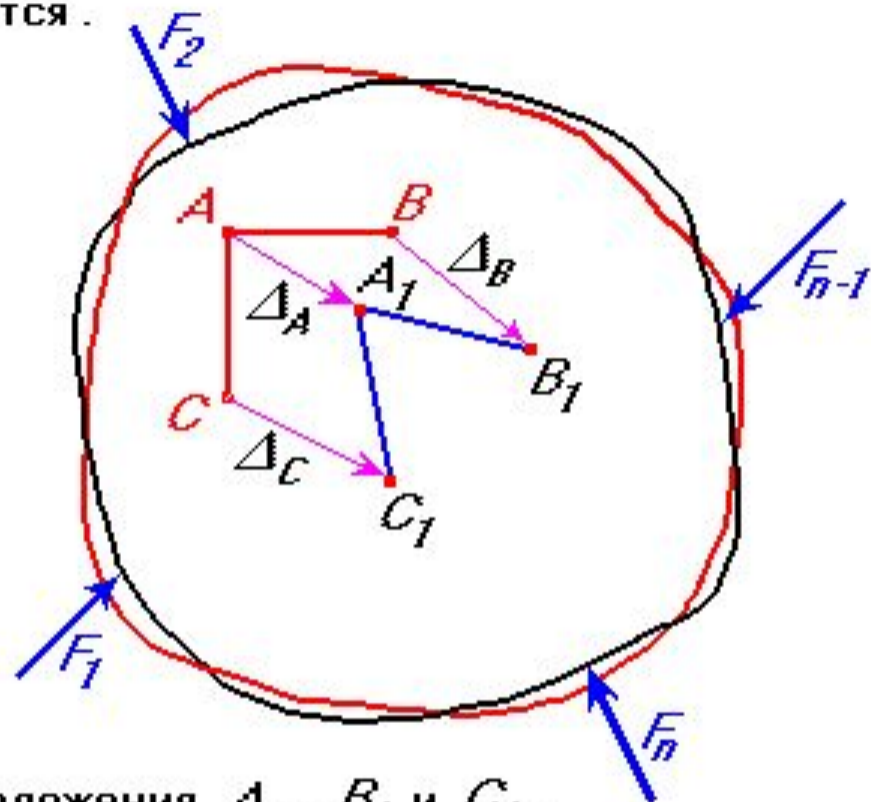
Напряжения по сечению должны быть распределены так, чтобы деформированные поверхности после совмещения отсеченных частей стержня в точности совпали. Это условие называется условием совместности деформаций.

ПОНЯТИЕ О ПЕРЕМЕЩЕНИЯХ И ДЕФОРМАЦИЯХ

Исходное состояние :



Под действием внешних нагрузок пластинка (тело) деформируется, форма и размеры изменяются.



На боковой поверхности пластинки (тела) два бесконечно малых перпендикулярных отрезка AB и AC до нагружения.

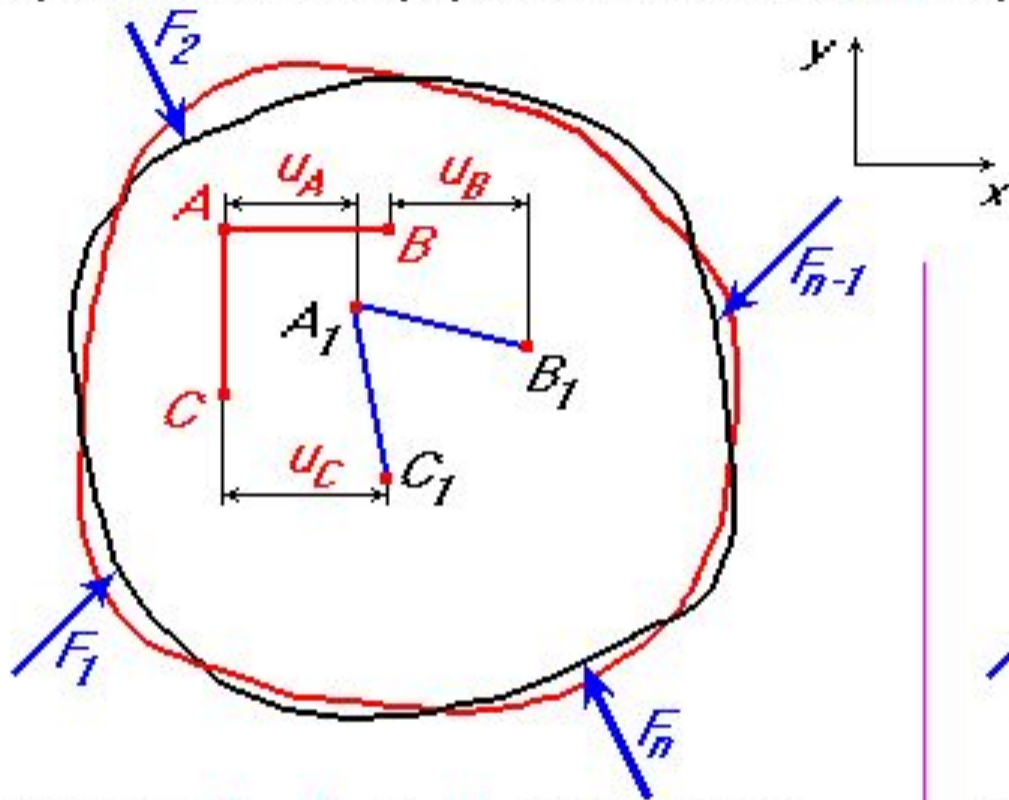
Точки A, B и C переместятся в новые положения A_1, B_1 и C_1 .

Отрезки $AA_1(\Delta_A), BB_1(\Delta_B)$ и $CC_1(\Delta_C)$ называются ПОЛНЫМИ ПЕРЕМЕЩЕНИЯМИ точек A, B и C .

Обозначим: $\Delta_{AB} = A_1B_1 - AB$ и $\Delta_{AC} = A_1C_1 - AC$ и будем называть АБСОЛЮТНЫМИ УДЛИНЕНИЯМИ отрезков AB и AC .

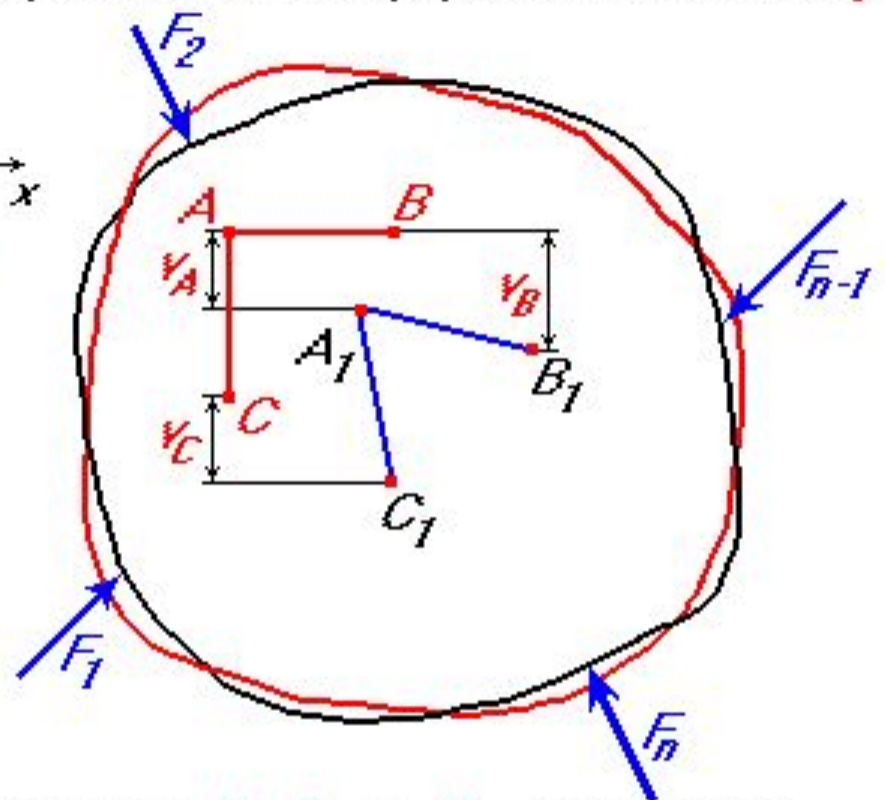
Интенсивность перемещения точки характеризуется элементарными **ДЕФОРМАЦИЯМИ**.

Перемещения и деформация вдоль оси x . Перемещения и деформация вдоль оси y .



Отрезки u_A , u_B и u_C называются перемещениями точек A , B и C вдоль оси x .

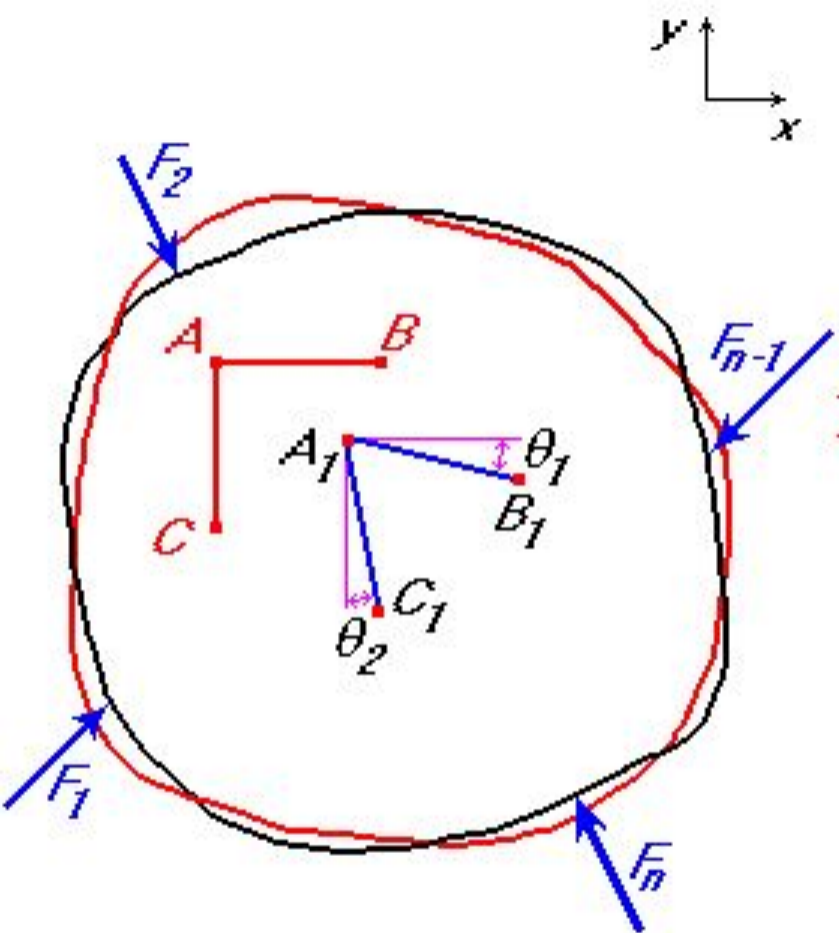
$\lim_{AB \rightarrow 0} \frac{\Delta AB}{AB} = \epsilon_x$ - линейная деформация (относительное удлинение) в точке A по направлению оси x .



Отрезки v_A , v_B и v_C называются перемещениями точек A , B и C вдоль оси y .

$\lim_{AC \rightarrow 0} \frac{\Delta AC}{AC} = \epsilon_y$ - линейная деформация (относительное удлинение) в точке A по направлению оси y .

УГЛОВЫЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИИ



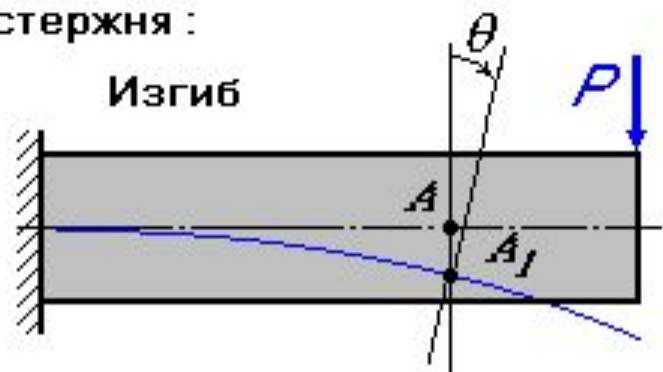
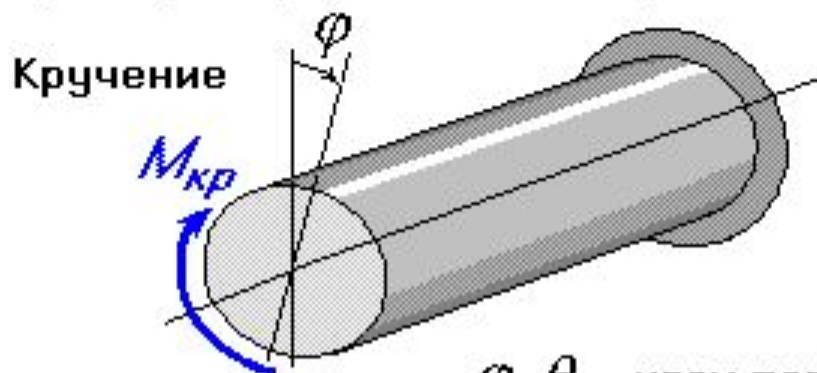
Величины θ_1 и θ_2 называются угловыми перемещениями отрезков AB и AC .

$$\lim_{\substack{AB \rightarrow 0 \\ AC \rightarrow 0}} (\angle B_1 A_1 C_1 - \angle BAC) = \gamma_{(BAC)} = \theta_1 + \theta_2$$

Сумма углов θ_1 и θ_2 показывает насколько изменился в результате деформации прямой угол BAC .

$\gamma_{(BAC)} = \gamma_{xy} = \theta_1 + \theta_2$ - угловая деформация (относительный сдвиг или просто сдвиг) в точке A плоскости BAC или xOy (размерность - радиан).

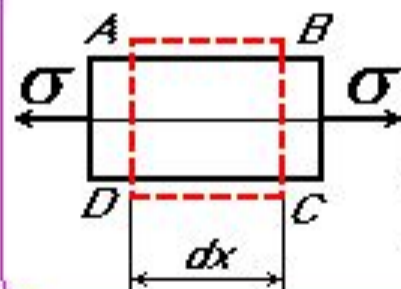
В сопротивлении материалов рассматриваются и перемещения системы точек, например, перемещения поперечного сечения стержня:



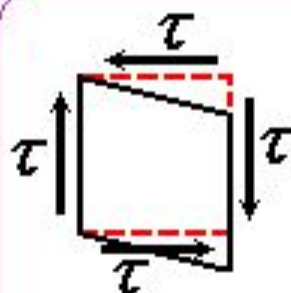
φ, θ - углы поворота сечения, (угловые перемещения)

СВЯЗЬ МЕЖДУ НАПРЯЖЕНИЯМИ И ДЕФОРМАЦИЯМИ

Вырежем бесконечно малый параллелепипед $ABCD$ и рассмотрим его деформации при наличии нормальных и касательных напряжений



Если по граням AC и BD действуют напряжения σ размеры ребер изменяются, но углы между ними остаются прямыми



Касательные напряжения приводят к перекосу элемента, длина ребер не изменяется

Линейные деформации ϵ_x и ϵ_y связаны с нормальными напряжениями σ , а сдвиг зависит от касательных напряжений τ

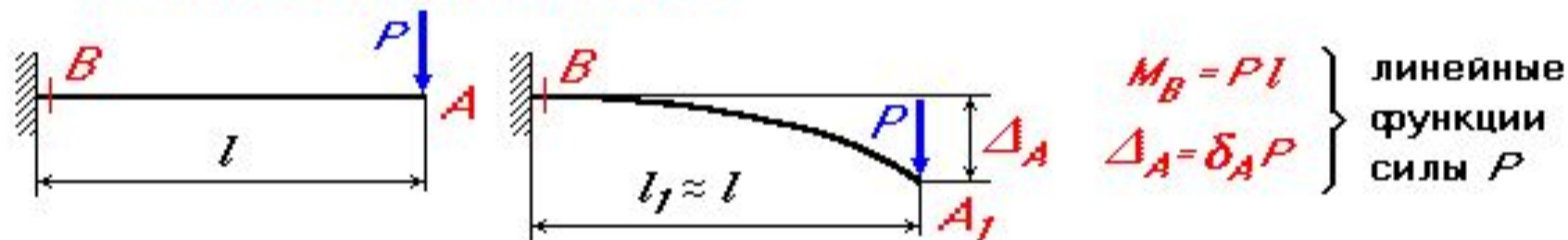
ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ

1. Допущения о малости деформаций и соответствующих перемещений $\epsilon \ll 1$, $\gamma \ll 1$ (углы измеряются в радианах).

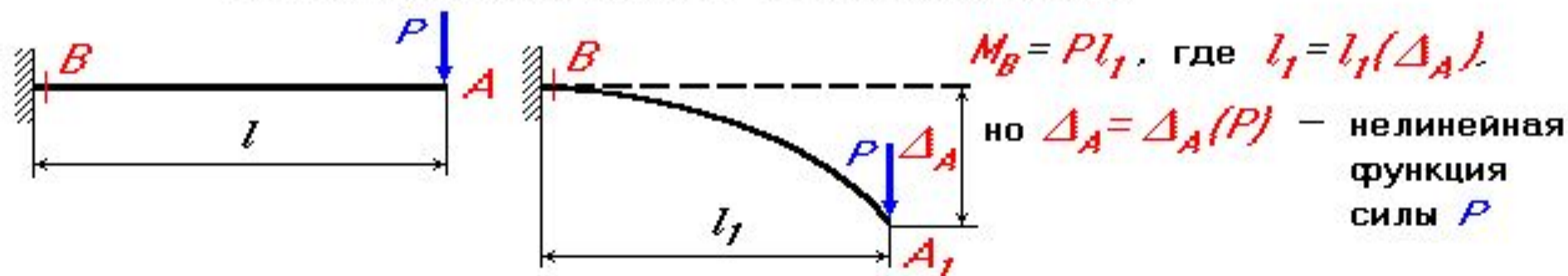
Перемещения Δ - малы по сравнению с размерами стержня (тела).

2. **Принцип начальных размеров** - при составлении условий равновесия (уравнений статики) стержень или его отсеченная часть рассматриваются в недеформированном виде (следствие допущения 1).

Линейная постановка задачи (жесткая конструкция).



Расчет гибких конструкций - задача нелинейная



ПРИНЦИП НЕЗАВИСИМОСТИ ДЕЙСТВИЯ СИЛ (ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ)

Деформации и перемещения могут быть упругими - исчезающими после снятия нагрузок и пластическими - остаточными. Опыт показывает, что в пределах упругости малые перемещения пропорциональны внешним силам:

$$\Delta = \delta P; \quad u = \delta_x P; \quad v = \delta_y P; \quad w = \delta_z P - (\text{закон Гука}).$$

Здесь $\delta, \delta_x, \delta_y, \delta_z$ - коэффициенты пропорциональности.

Конструкции, для которых выполняется закон Гука, называются **линейно - деформируемыми**.



Для линейно - деформированных систем **РЕЗУЛЬТАТ** действия группы сил не зависит от **ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ** нагружения и равен **СУММЕ** результатов действия каждой силы в отдельности.

ПЛАН РЕШЕНИЯ ОСНОВНОЙ ЗАДАЧИ СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ

Основная задача сформулирована так : известны геометрические размеры стержня и внешние силы , приложенные к нему . Стержень под действием указанных сил находится в равновесии . Необходимо установить :

1. Какие напряжения возникают в поперечных сечениях - нормальные , касательные или те и другие ?
2. Как они распределены по сечению ?
3. Как величина напряжений зависит от размеров и формы стержня , а также от нагрузки на него ?

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ В ДВА ЭТАПА .

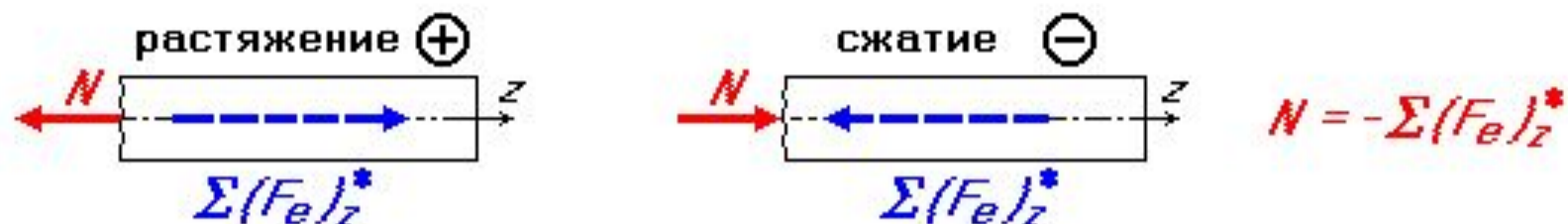
Первый этап связан с получением системы уравнений , позволяющих ответить на поставленные вопросы .

1. Статические уравнения , связывающие внутренние силовые факторы с внешней нагрузкой .
2. Геометрические уравнения , устанавливающие закон распределения деформаций в различных точках стержня . Для этого используют гипотезу плоских сечений (гипотезу Бернулли) , т.е. считают , что поперечные сечения в процессе деформации стержня остаются плоскими .
3. Физические уравнения , связывающие напряжения и деформации . Закон Гука .

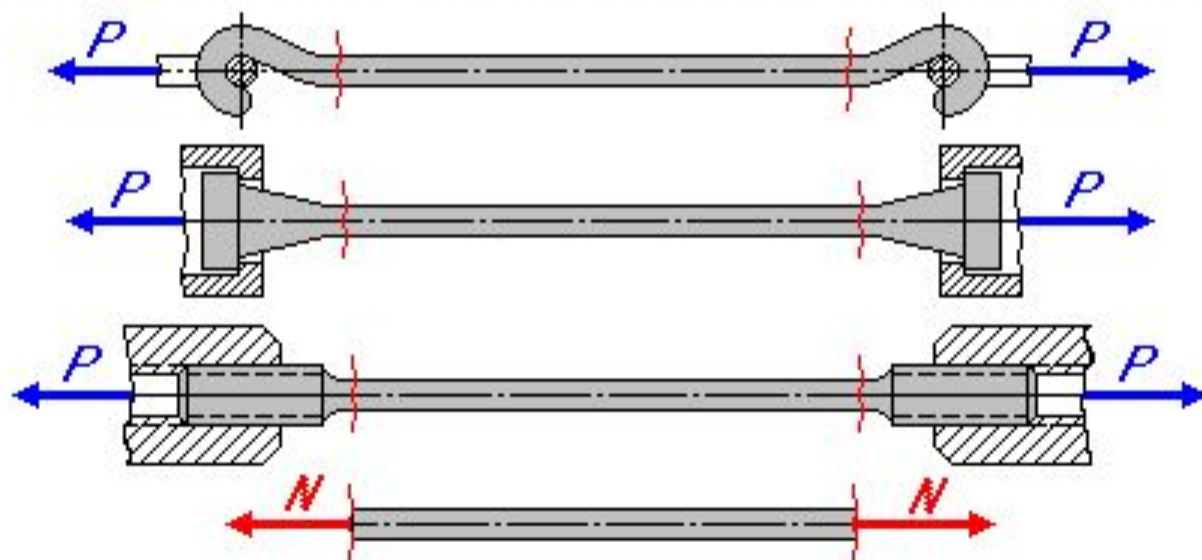
Второй этап - математический . Он связан с решением полученной системы уравнений относительно искомых неизвестных . Решение предполагает выразить напряжения в любой точке стержня через его геометрические размеры и внешнюю нагрузку , т.е. решение производится в общем виде . Оно позволяет решать и другие задачи . Можно определить размеры стержня , зная внешнюю нагрузку и напряжения ; или по известным напряжениям и размерам стержня найти внешнюю нагрузку .

РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ

При растяжении или сжатии в поперечных сечениях стержня возникает только *нормальная сила N* , а прочие внутренние силовые факторы равны нулю.



Нормальная сила, соответствующая деформации растяжения, принимается положительной и направлена от сечения, а сжатия отрицательной и направлена к сечению.



ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮРЫ НОРМАЛЬНЫХ СИЛ

График закона изменения нормальной силы по длине стержня называется *эпюрой нормальной силы ЭН*.

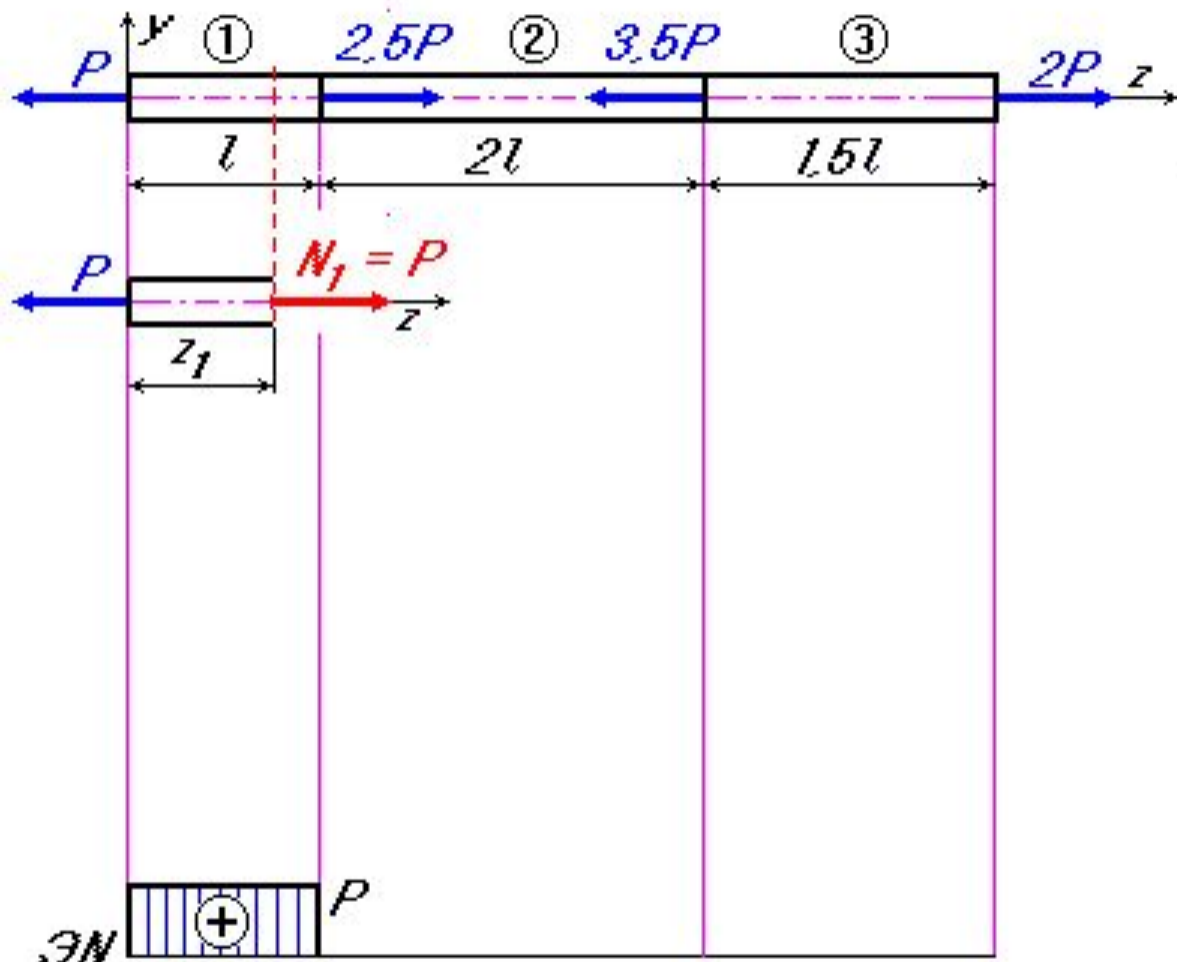
Пример 1. Построение эпюры нормальной силы для стержня .
 Стержень под действием внешних сил находится в равновесии:

$$\sum Z = -P + 2,5P - 3,5P + 2P = 0;$$

Исходя из вида внешней нагрузки и геометрической схемы конструкции , разобьем стержень на три участка :

1-ый участок ① ($0 \leq z_1 \leq l$)

$$N_1 = P$$



Пример 1. Построение эпюры нормальной силы для стержня .
 Стержень под действием внешних сил находится в равновесии:

$$\Sigma Z = -P + 2,5P - 3,5P + 2P = 0;$$

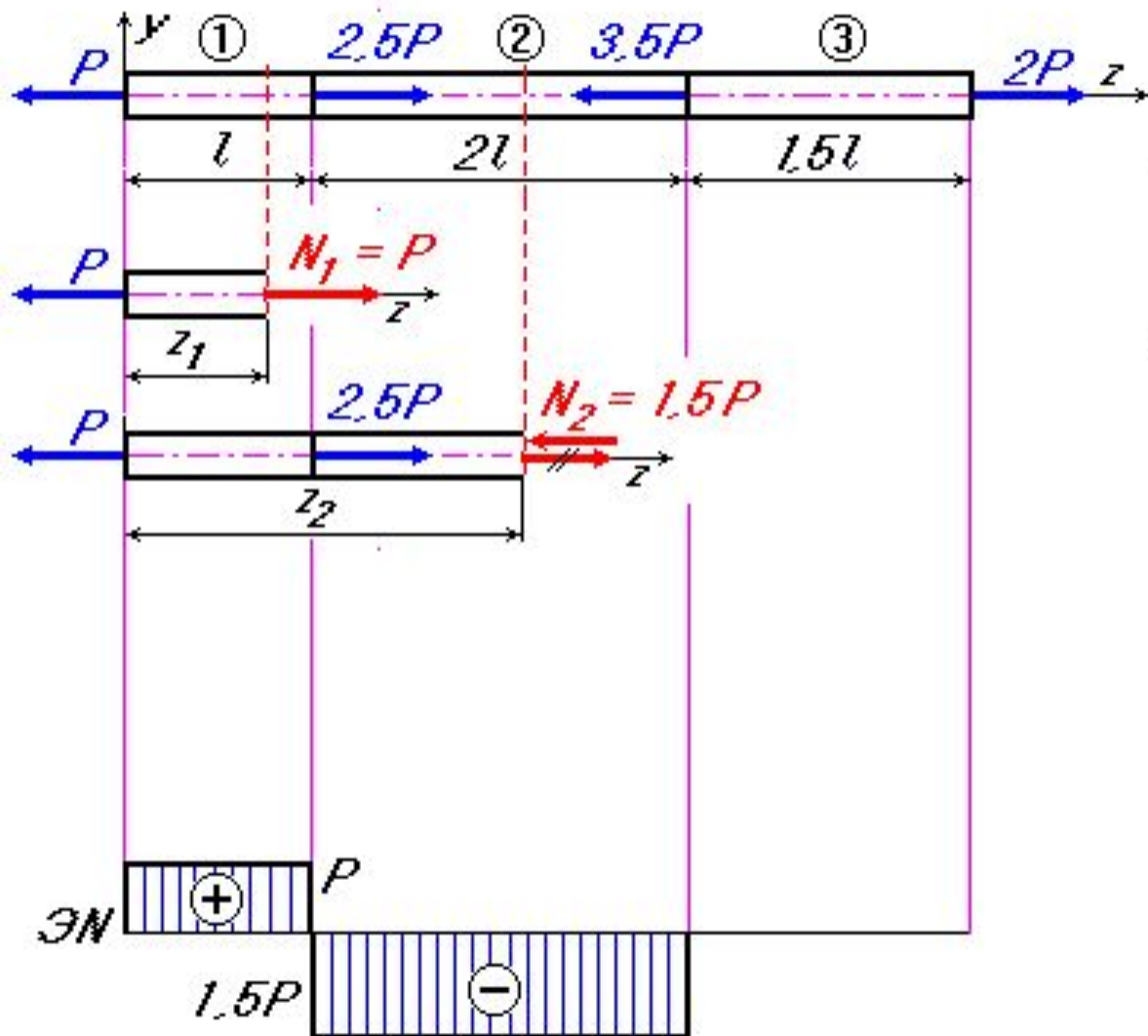
Исходя из вида внешней нагрузки и геометрической схемы конструкции, разобьем стержень на три участка:

1-ый участок ① ($0 \leq z_1 \leq l$)

$$N_1 = P$$

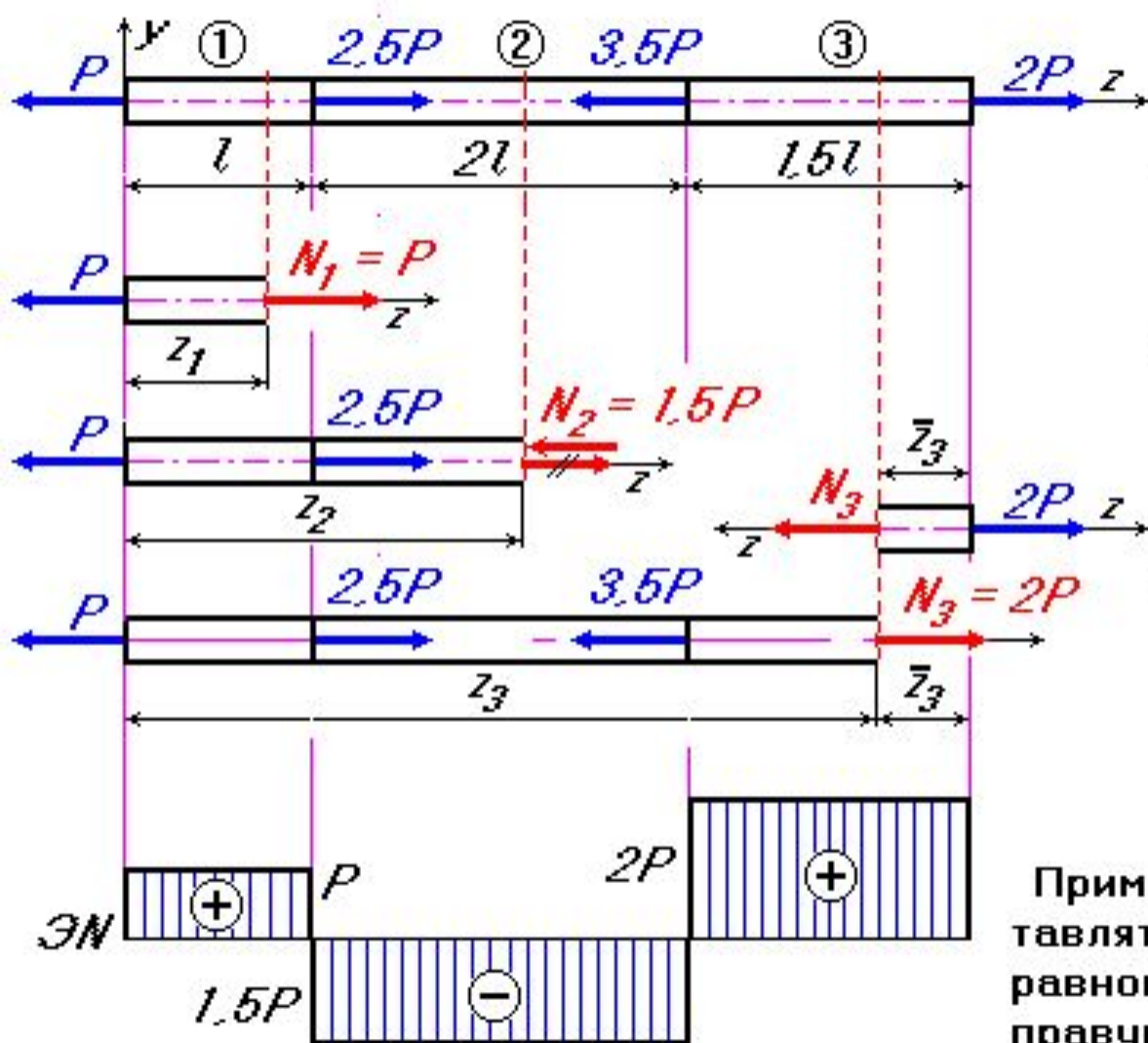
2-ой участок ② ($l \leq z_2 \leq 3l$)

$$N_2 = P - 2,5P = -1,5P;$$



Пример 1. Построение эпюры нормальной силы для стержня .
 Стержень под действием внешних сил находится в равновесии:

$$\Sigma Z = -P + 2,5P - 3,5P + 2P = 0;$$



Исходя из вида внешней нагрузки и геометрической схемы конструкции, разобьем стержень на три участка:

1-ый участок ① ($0 \leq z_1 \leq l$)

$$N_1 = P$$

2-ой участок ② ($l \leq z_2 \leq 3l$)

$$N_2 = P - 2,5P = -1,5P;$$

3-ий участок ③ ($3l \leq z_3 \leq 4,5l$)

$$N_3 = P - 2,5P + 3,5P = 2P;$$

$$(0 \leq \bar{z}_3 \leq 1,5l)$$

$$N_3 = 2P$$

Применяя метод сечений, можно оставлять для рассмотрения условия равновесия левую и отбрасывать правую часть стержня, а можно и наоборот. На 3-ем участке удобнее рассматривать правую часть.

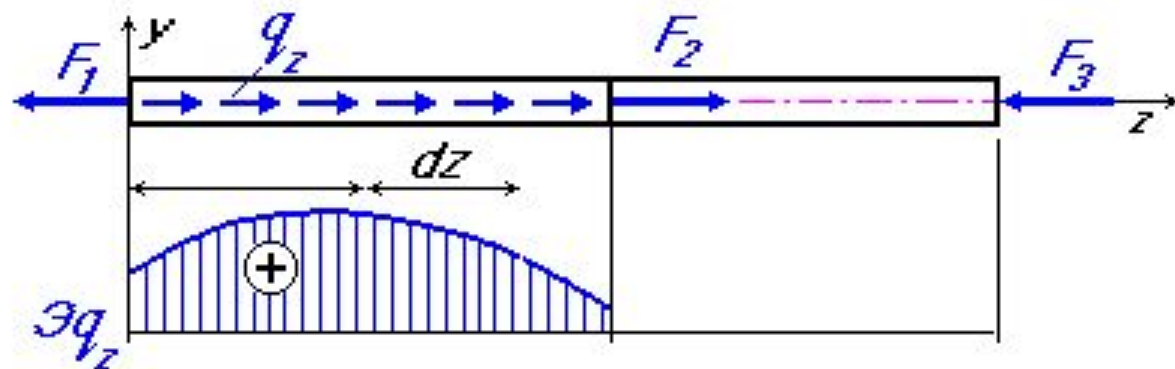
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ НОРМАЛЬНОЙ СИЛОЙ И ИНТЕНСИВНОСТЬЮ ПРОДОЛЬНОЙ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКИ

Стержень находится в равновесии под действием системы внешних сил, расположенных вдоль его оси.



ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ НОРМАЛЬНОЙ СИЛОЙ И ИНТЕНСИВНОСТЬЮ ПРОДОЛЬНОЙ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКИ

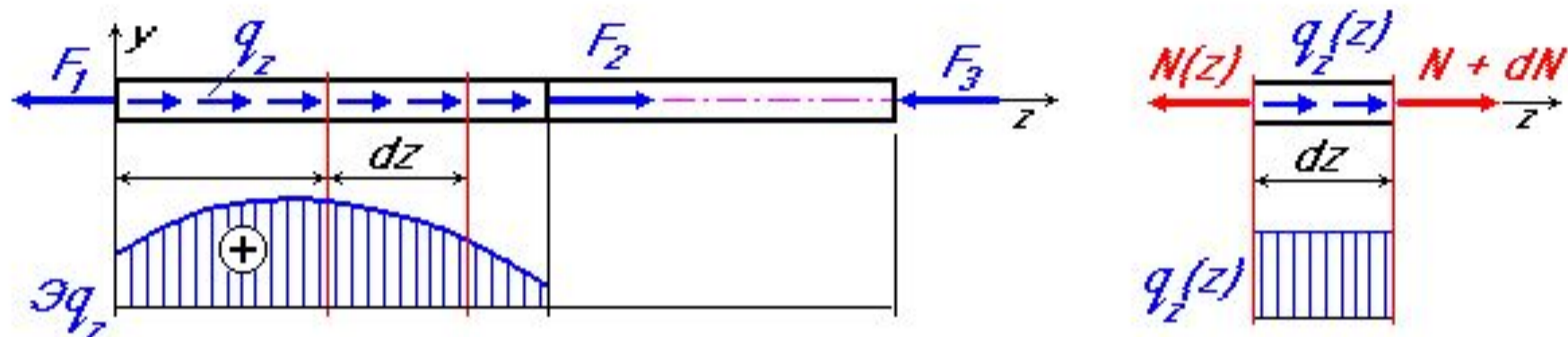
Стержень находится в равновесии под действием системы внешних сил, расположенных вдоль его оси.



Приведена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки - $\mathcal{E}q_z$

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ НОРМАЛЬНОЙ СИЛОЙ И ИНТЕНСИВНОСТЬЮ ПРОДОЛЬНОЙ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКИ

Стержень находится в равновесии под действием системы внешних сил, расположенных вдоль его оси.



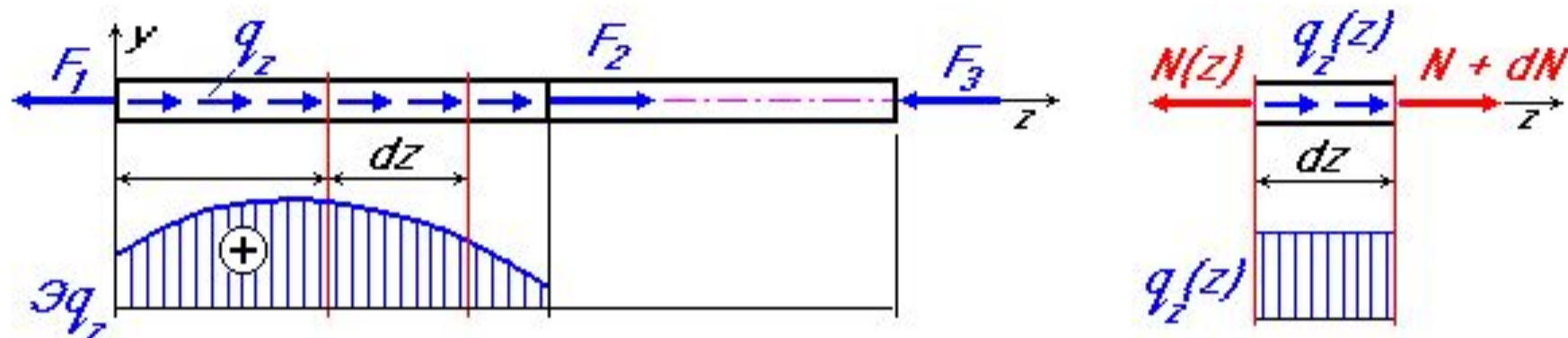
Приведена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки - εq_z

Выделенный бесконечно малый отрезок dz находится в равновесии под действием распределенной нагрузки и нормальных сил, отличающихся на бесконечно малую величину dN .

$$\sum Z = -N(z) + q_z dz + (N + dN) = 0$$

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ НОРМАЛЬНОЙ СИЛОЙ И ИНТЕНСИВНОСТЬЮ ПРОДОЛЬНОЙ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКИ

Стержень находится в равновесии под действием системы внешних сил, расположенных вдоль его оси.



Приведена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки - $\mathcal{E}q_z$

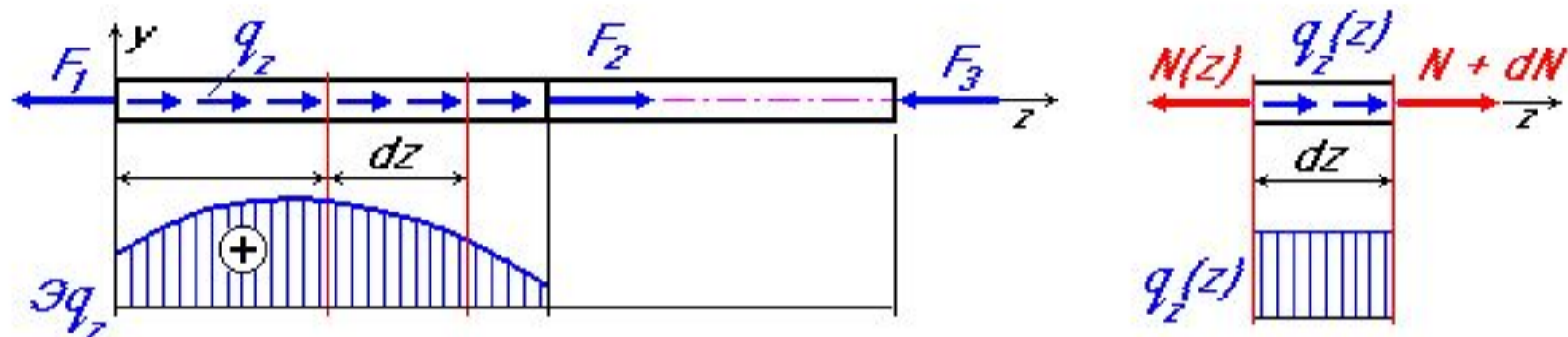
Выделенный бесконечно малый отрезок dz находится в равновесии под действием распределенной нагрузки и нормальных сил, отличающихся на бесконечно малую величину dN .

$$\sum Z = -N(z) + q_z dz + (N + dN) = 0 \rightarrow q_z = -\frac{dN}{dz}$$

Интенсивность продольной распределенной нагрузки равна производной от нормальной силы по координате z , взятой с обратным знаком.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ НОРМАЛЬНОЙ СИЛОЙ И ИНТЕНСИВНОСТЬЮ ПРОДОЛЬНОЙ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКИ

Стержень находится в равновесии под действием системы внешних сил, расположенных вдоль его оси.



Приведена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки - εq_z

Выделенный бесконечно малый отрезок dz находится в равновесии под действием распределенной нагрузки и нормальных сил, отличающихся на бесконечно малую величину dN .

$$\sum Z = -N(z) + q_z dz + (N + dN) = 0 \rightarrow q_z = -\frac{dN}{dz}$$

Интенсивность продольной распределенной нагрузки равна производной от нормальной силы по координате Z , взятой с обратным знаком.

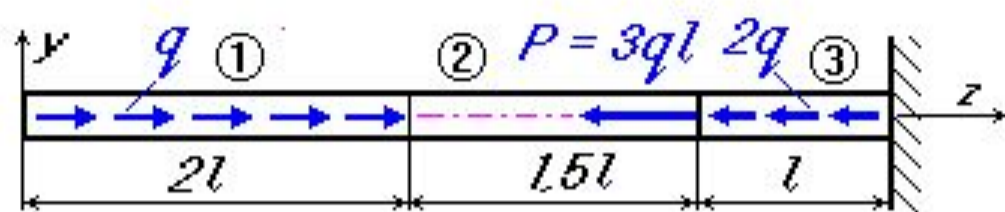
После интегрирования:

$$N(z) = N(0) - \int_0^z q dz$$

Здесь $N(0)$ - постоянная интегрирования - значение нормальной силы в начале участка (при $Z = 0$).

Пример 2. Построение эпюры нормальной силы для стержня .

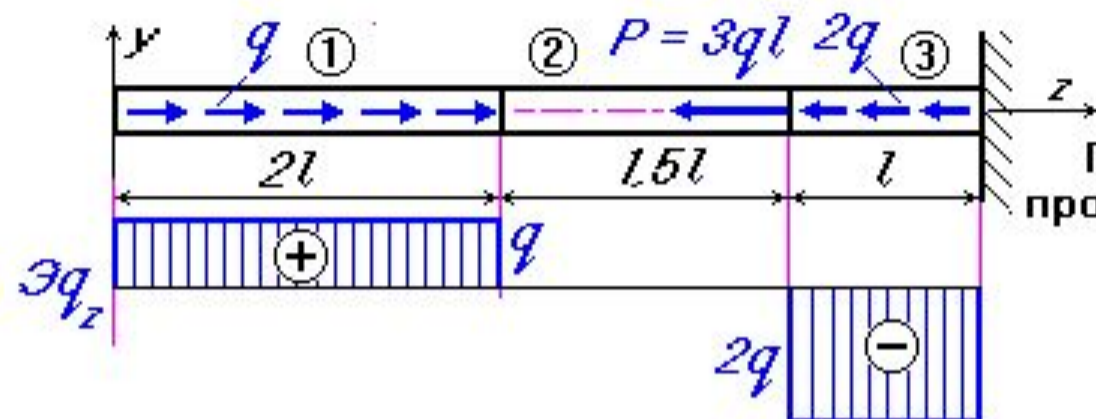
Стержень под действием сосредоточенной силы и распределенных по длине продольных нагрузок находится в равновесии и испытывает растяжение или сжатие.



Разобьем стержень на три участка ①, ② и ③

Пример 2. Построение эпюры нормальной силы для стержня .

Стержень под действием сосредоточенной силы и распределенных по длине продольных нагрузок находится в равновесии и испытывает растяжение или сжатие.



Разобьем стержень на три участка ①, ② и ③

Построена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки.

$$q_z = - \frac{dN}{dz}$$

Пример 2. Построение эпюры нормальной силы для стержня .

Стержень под действием сосредоточенной силы и распределенных по длине продольных нагрузок находится в равновесии и испытывает растяжение или сжатие.

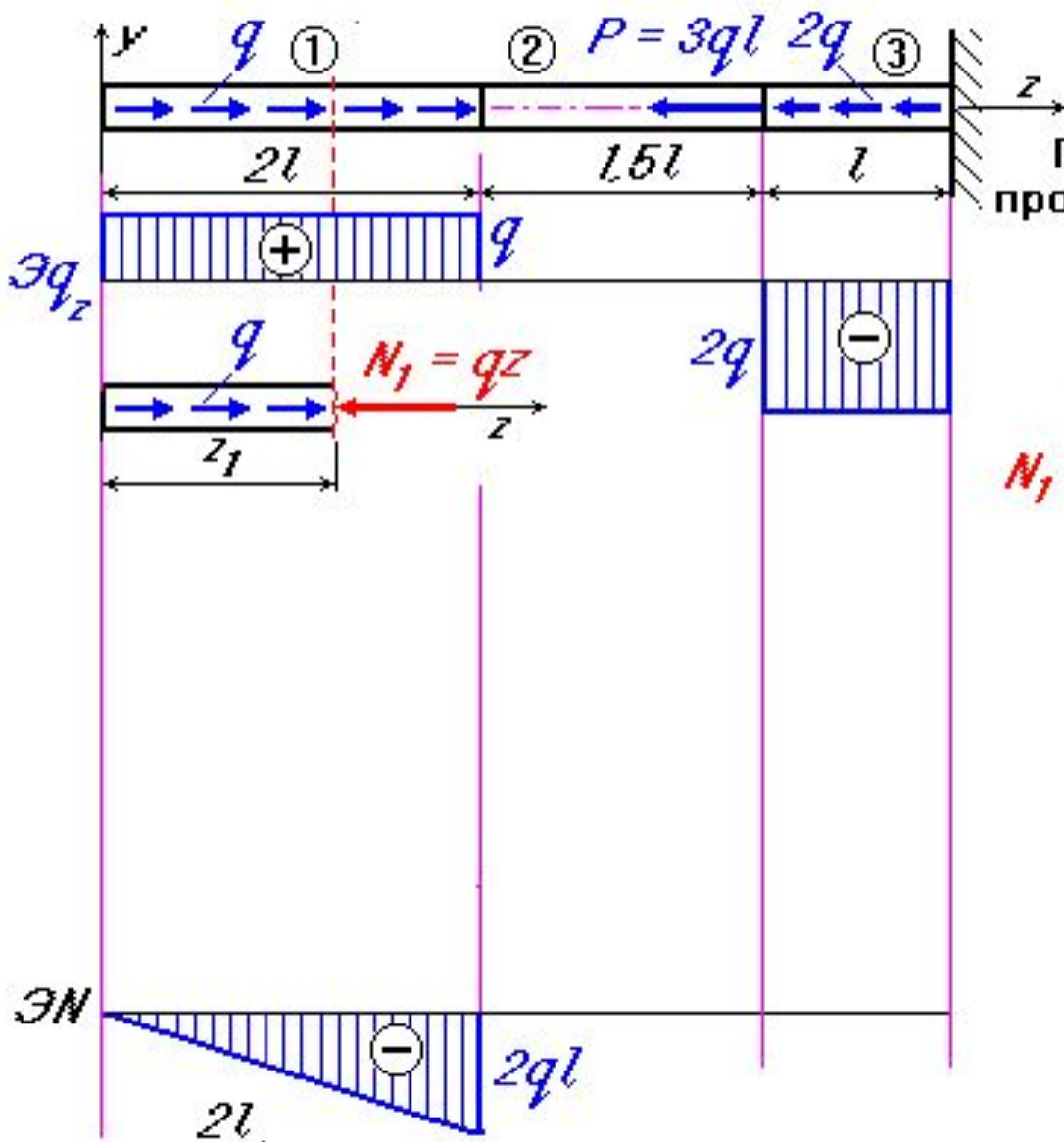
Разобьем стержень на три участка ①, ② и ③

Построена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки.

$$q_z = - \frac{dN}{dz}$$

1-ый участок ① ($0 \leq z_1 \leq 2l$):

$$N_1 = q \cdot z : N(0) = 0 : N(2l) = q \cdot 2l$$



Пример 2. Построение эпюры нормальной силы для стержня .

Стержень под действием сосредоточенной силы и распределенных по длине продольных нагрузок находится в равновесии и испытывает растяжение или сжатие.

Разобьем стержень на три участка ①, ② и ③

Построена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки.

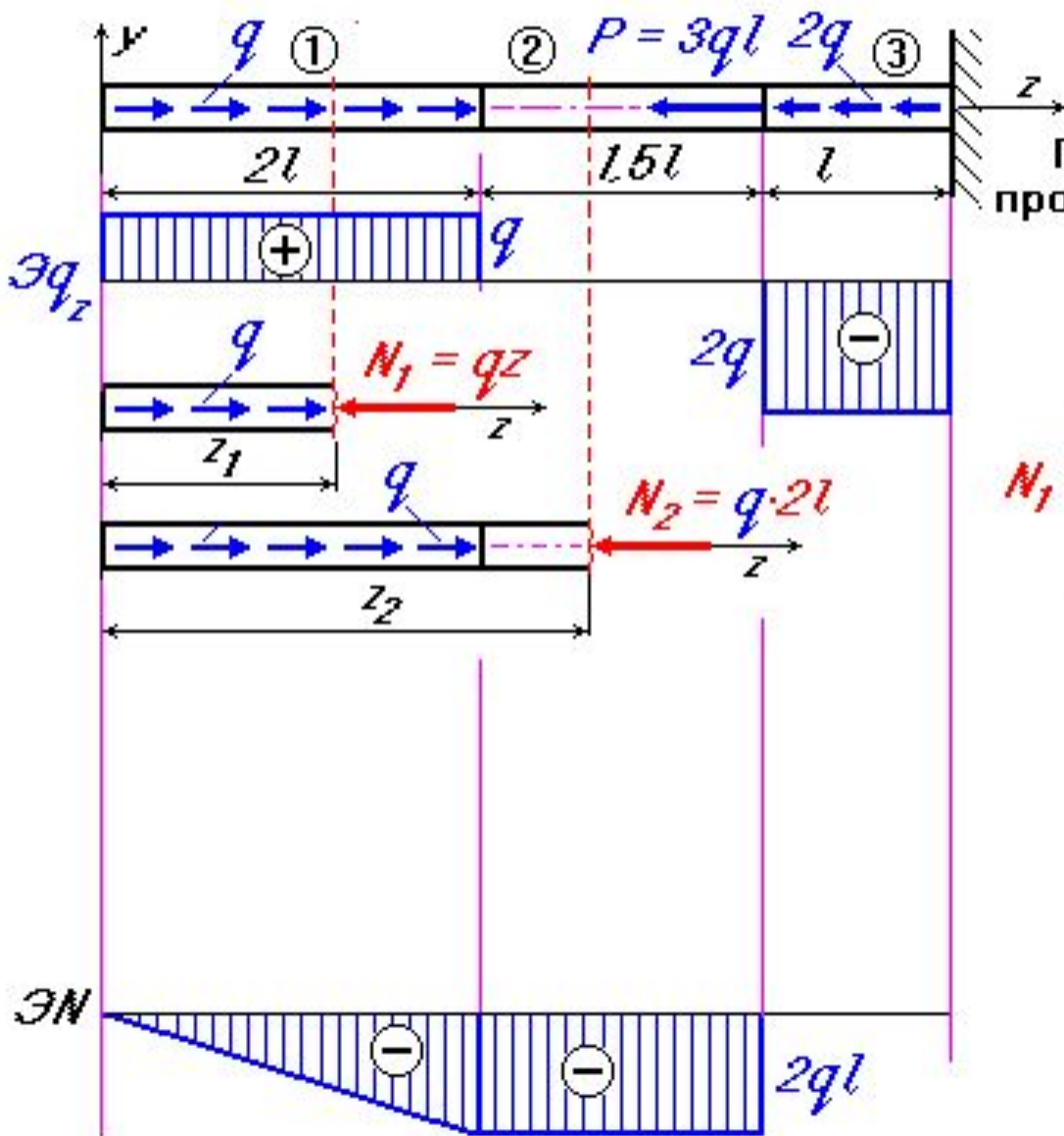
$$q_z = - \frac{dN}{dz}$$

1-ый участок ① ($0 \leq z_1 \leq 2l$):

$$N_1 = q \cdot z : N(0) = 0 : N(2l) = q \cdot 2l$$

2-ой участок ② ($2l \leq z_2 \leq 3,5l$):

$$N_2 = q \cdot 2l$$



Пример 2. Построение эпюры нормальной силы для стержня .

Стержень под действием сосредоточенной силы и распределенных по длине продольных нагрузок находится в равновесии и испытывает растяжение или сжатие.

Разобьем стержень на три участка ①, ② и ③

Построена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки.

$$q_z = - \frac{dN}{dz}$$

1-ый участок ① ($0 \leq z_1 \leq 2l$):

$$N_1 = q \cdot z : N(0) = 0 : N(2l) = q \cdot 2l$$

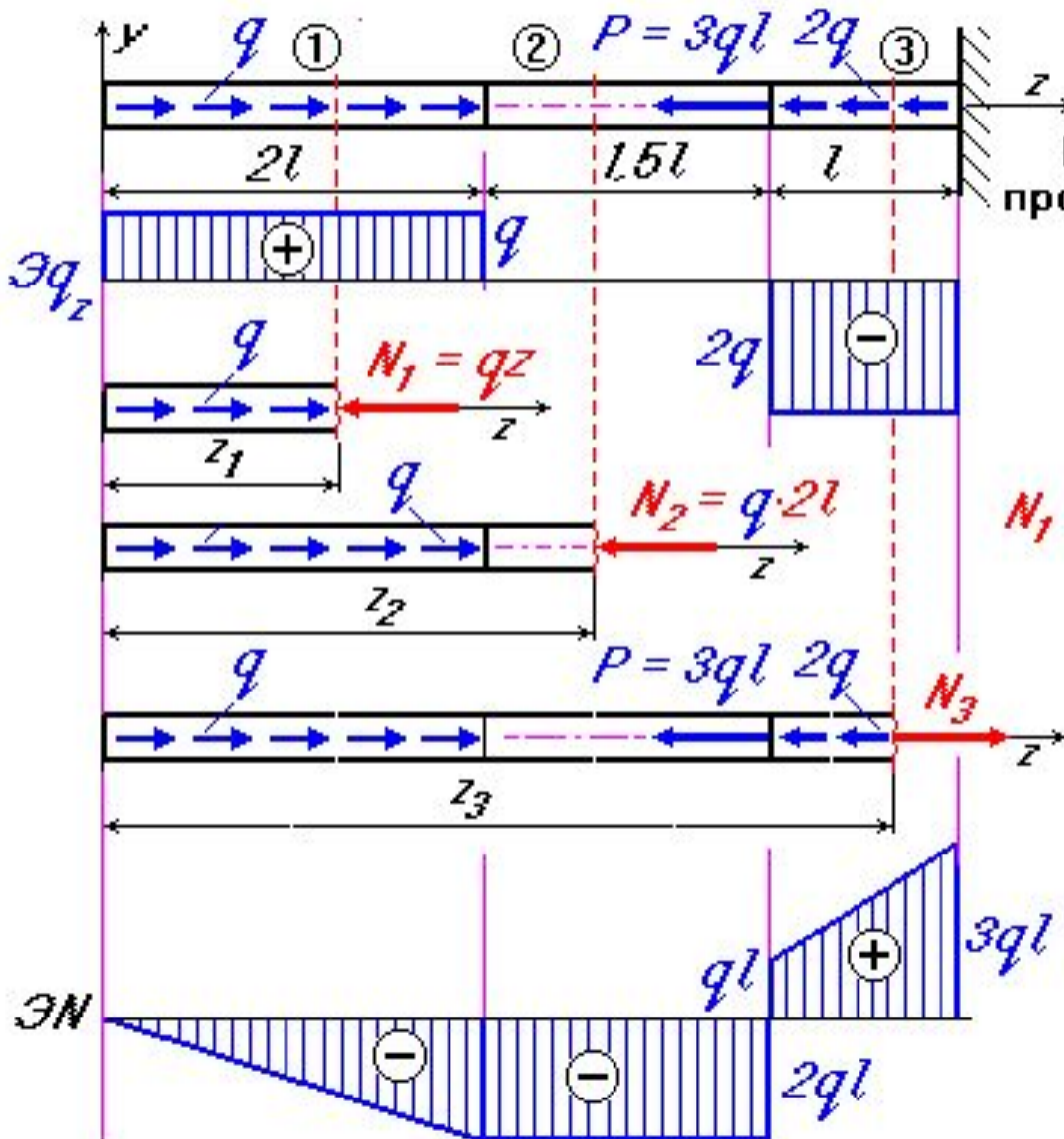
2-ой участок ② ($2l \leq z_2 \leq 3.5l$):

$$N_2 = q \cdot 2l$$

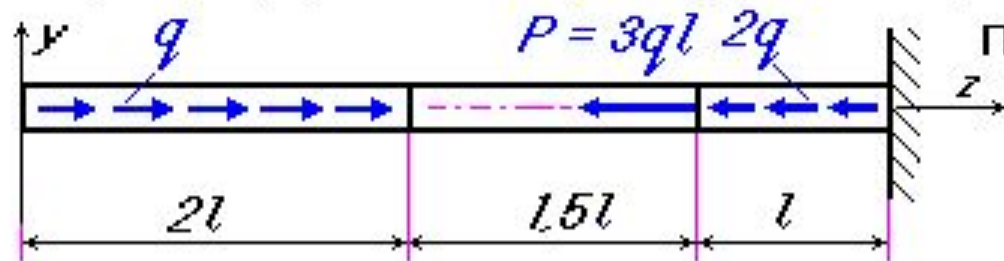
3-ий участок ③ ($3.5l \leq z_3 \leq 4.5l$):

$$N_3 = -q \cdot 2l + 3ql + 2q(z - 3.5l)$$

$$N_3(3.5l) = ql : N_3(4.5l) = 3ql$$

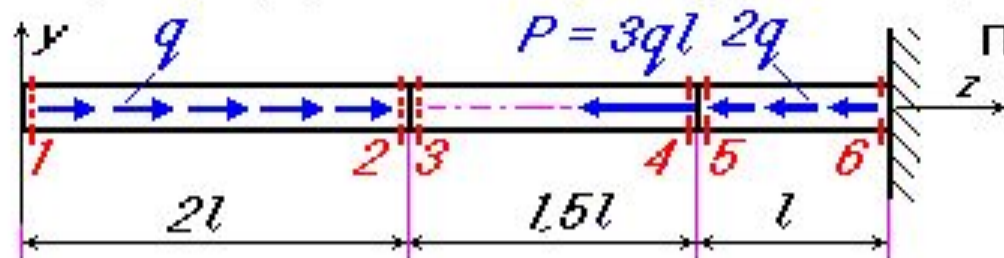


Пример 2(продолжение) Построение эпюры нормальной силы для стержня .



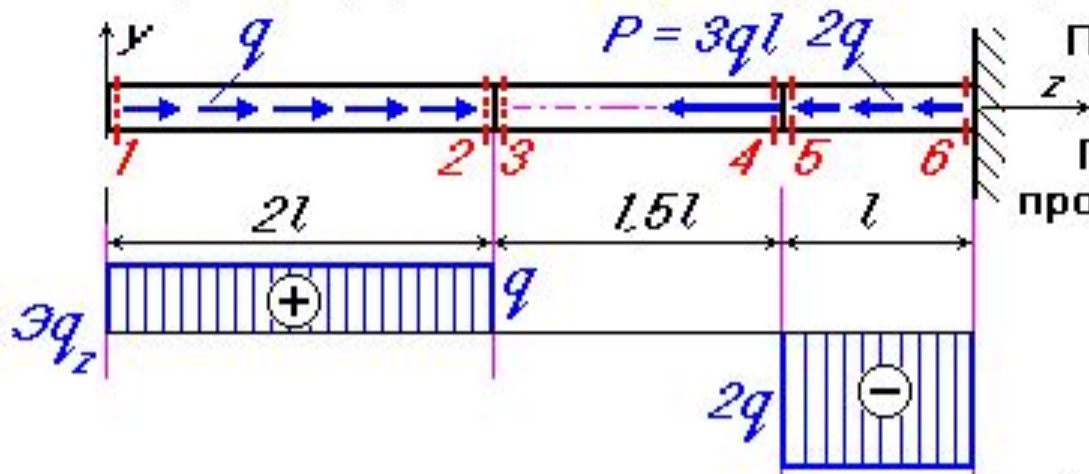
Проведем в стержне шесть сечений

Пример 2(продолжение) Построение эпюры нормальной силы для стержня .



Проведем в стержне шесть сечений

Пример 2(продолжение) Построение эпюры нормальной силы для стержня .



Проведем в стержне шесть сечений

Построена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки.

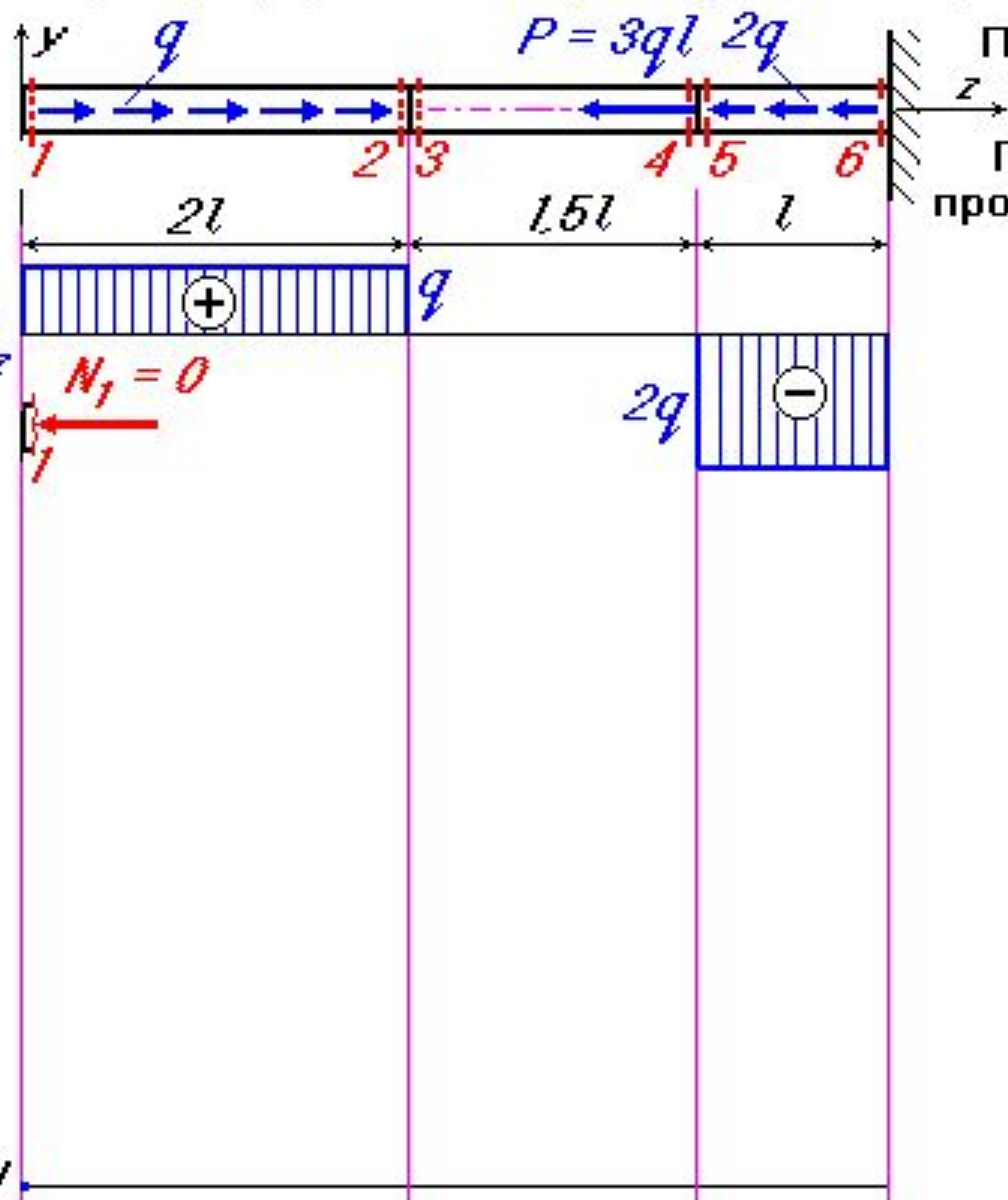
$$q_z = - \frac{dN}{dz}$$

1 - 2 линейная зависимость ;

3 - 4 постоянная величина ;

5 - 6 линейная зависимость .

Пример 2(продолжение) Построение эпюры нормальной силы для стержня .



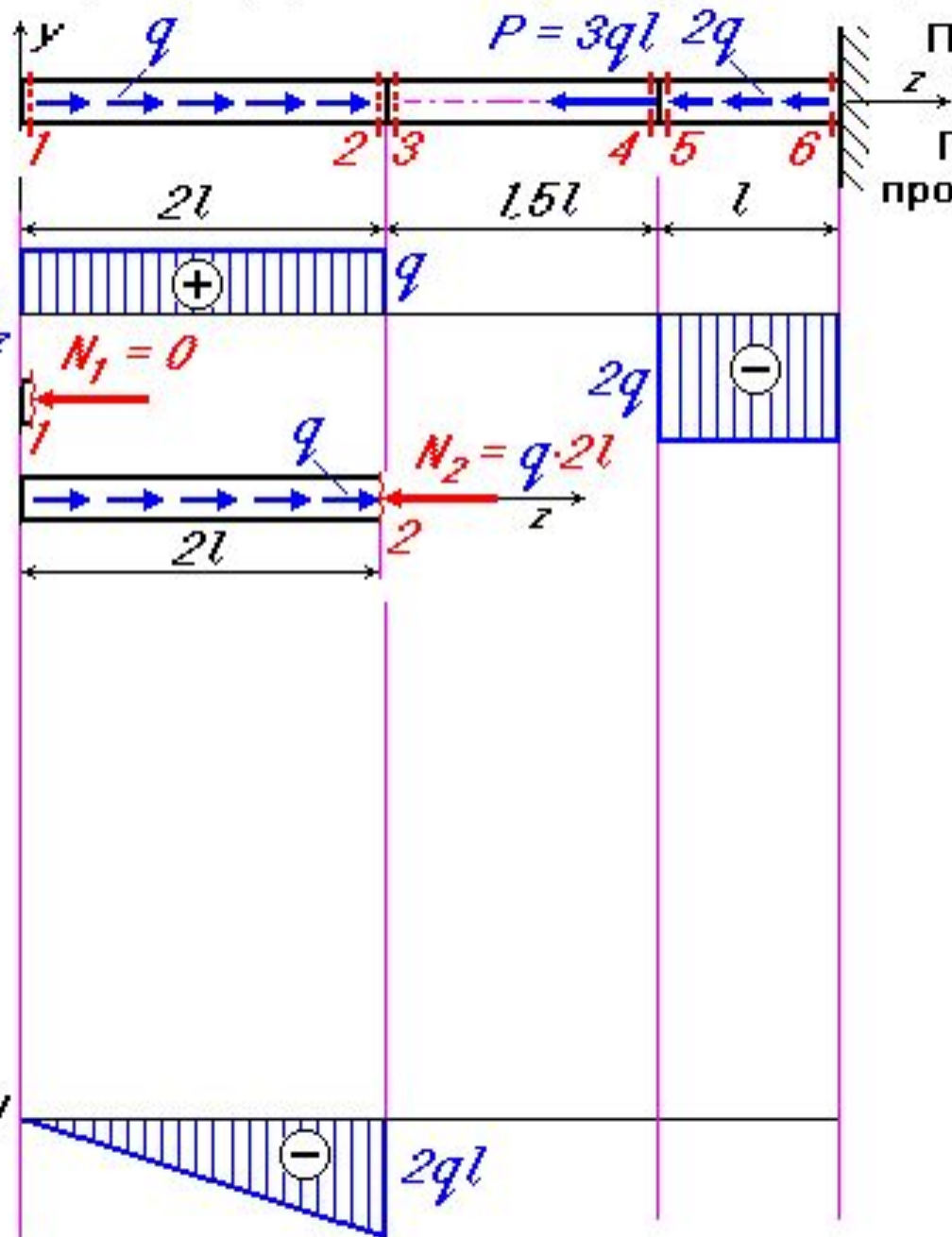
Проведем в стержне шесть сечений

Построена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки.

$$q_z = - \frac{dN}{dz}$$

$$N_1 = 0 ;$$

Пример 2(продолжение) Построение эпюры нормальной силы для стержня .



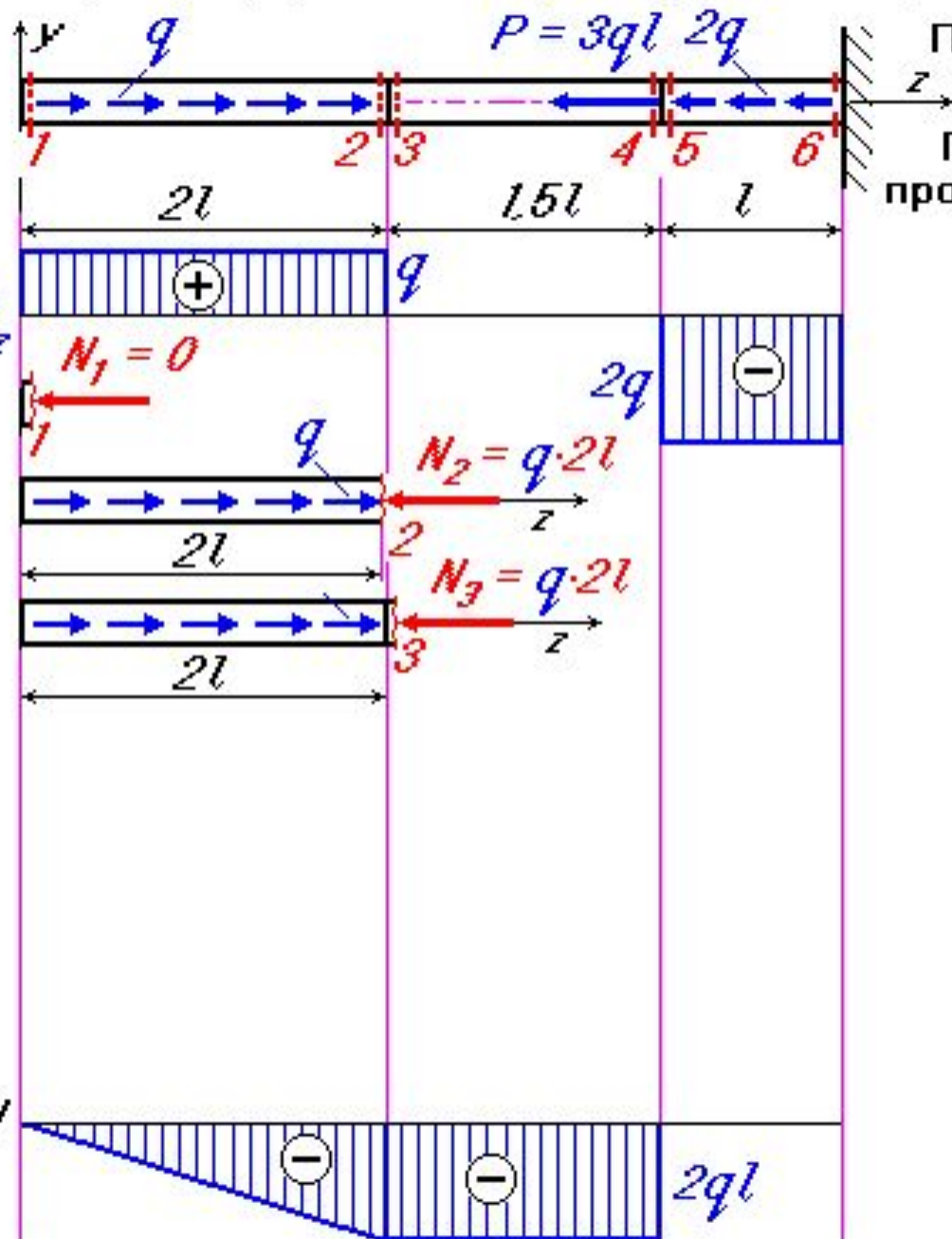
Проведем в стержне шесть сечений

Построена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки.

$$q_z = - \frac{dN}{dz}$$

$$N_1 = 0; \quad N_2 = q \cdot 2l;$$

Пример 2(продолжение) Построение эпюры нормальной силы для стержня .



Проведем в стержне шесть сечений

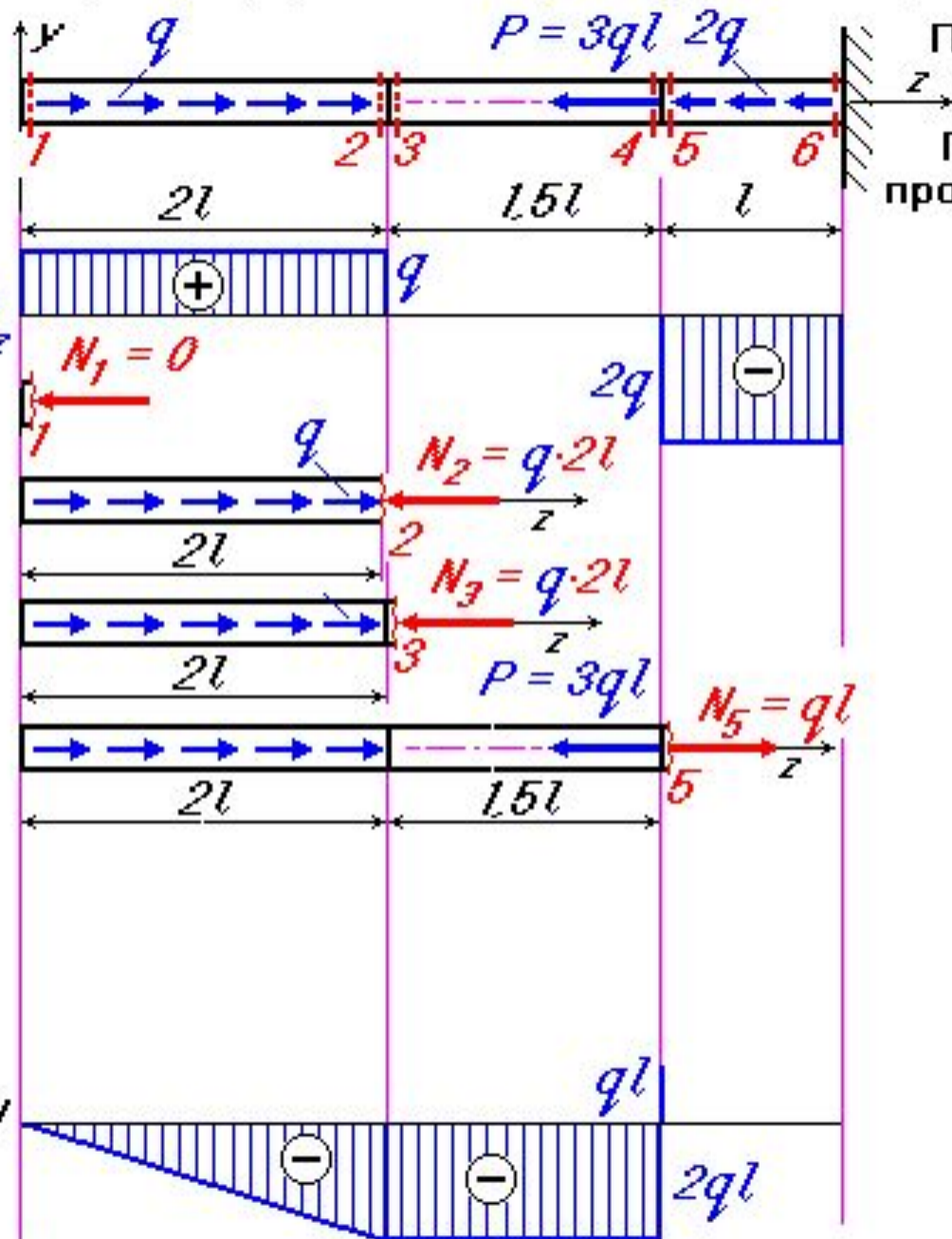
Построена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки.

$$q_z = - \frac{dN}{dz}$$

$$N_1 = 0; \quad N_2 = q \cdot 2l;$$

$$N_3 = N_4 = 2ql;$$

Пример 2(продолжение) Построение эпюры нормальной силы для стержня .



Проведем в стержне шесть сечений

Построена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки.

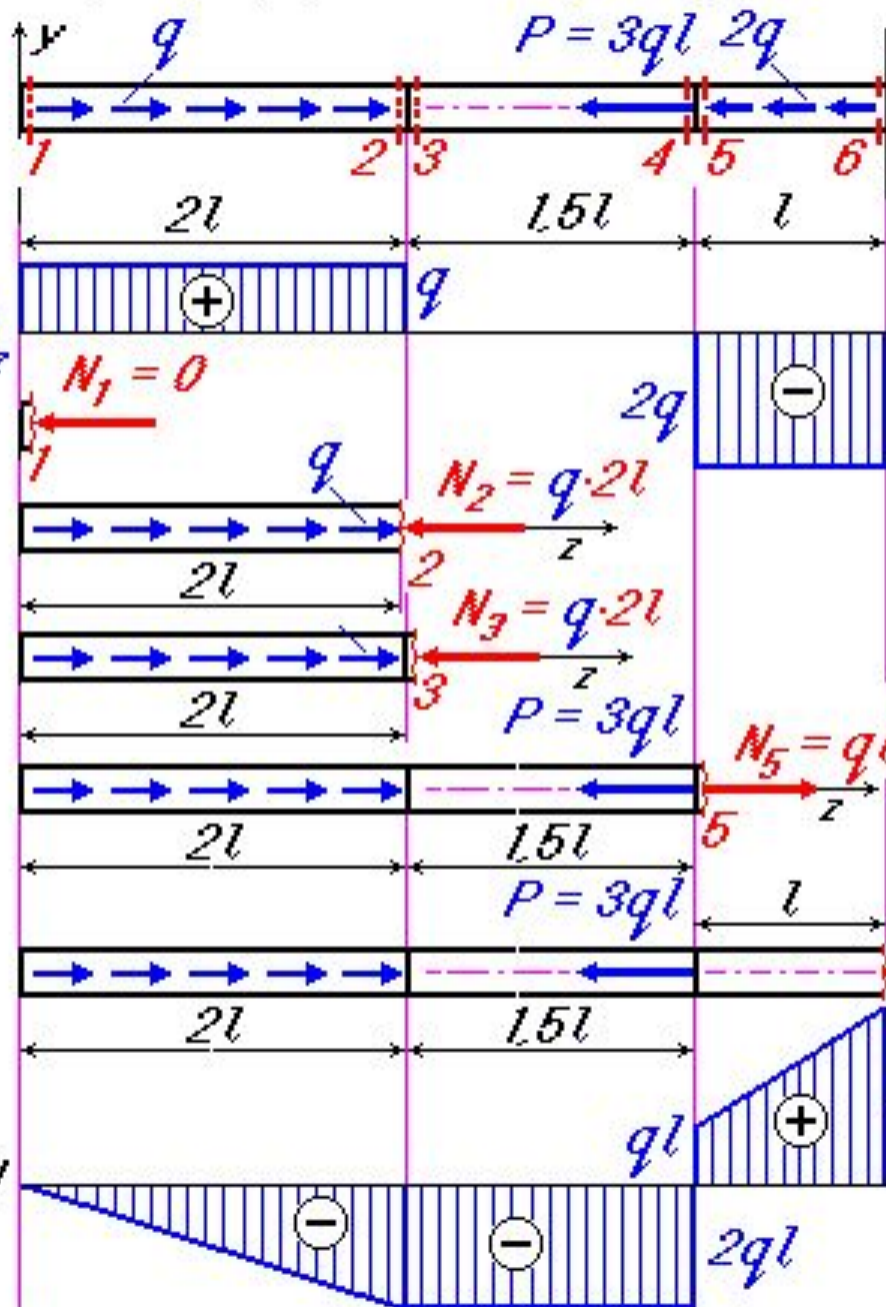
$$q_z = - \frac{dN}{dz}$$

$$N_1 = 0 : N_2 = q \cdot 2l ;$$

$$N_3 = N_4 = 2ql ;$$

$$N_5 = - q \cdot 2l + 3ql = ql ;$$

Пример 2(продолжение) Построение эпюры нормальной силы для стержня .



Проведем в стержне шесть сечений

Построена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки.

$$q_z = - \frac{dN}{dz}$$

$$N_1 = 0; \quad N_2 = q \cdot 2l;$$

$$N_3 = N_4 = 2ql;$$

$$N_5 = -q \cdot 2l + 3ql = ql;$$

$$N_6 = -q \cdot 2l + 3ql + 2ql = 3ql;$$

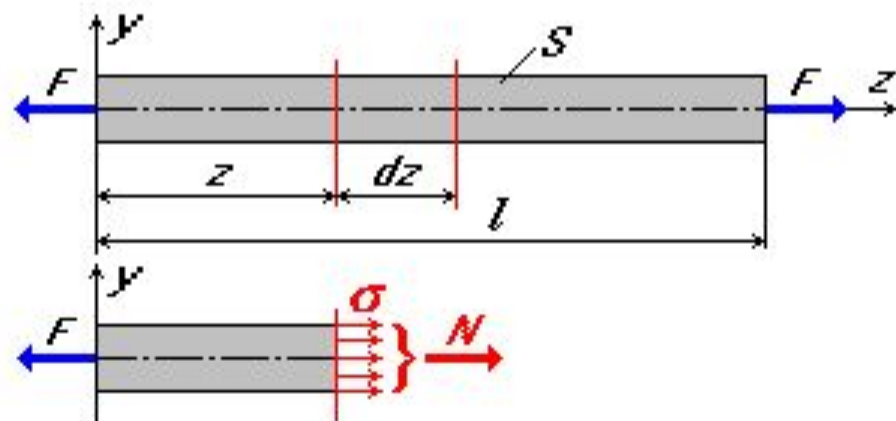
НАПРЯЖЕНИЯ В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ СТЕРЖНЯ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ

Одна из основных задач сопротивления материалов формулируется следующим образом:

известны геометрические размеры стержня и внешние продольные силы, приложенные к нему.

Необходимо установить:

- 1) *Какие напряжения возникают в поперечных сечениях ?*
- 2) *Как они распределены по сечению ?*
- 3) *Каким образом напряжения зависят от величины нормальной силы и геометрических размеров стержня ?*



Дано:

F, S, l, E

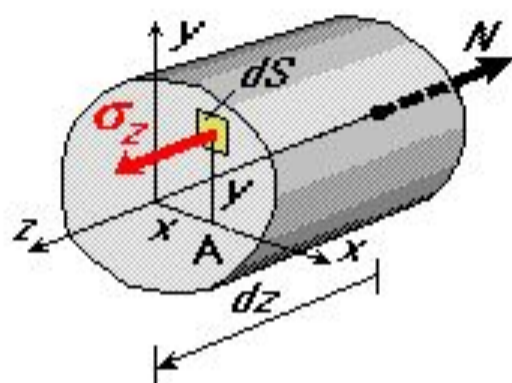
Определить:

$\sigma = ?$

$\tau = ?$

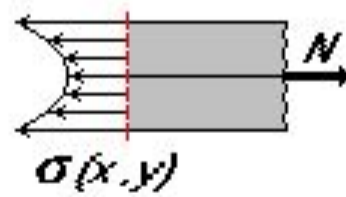
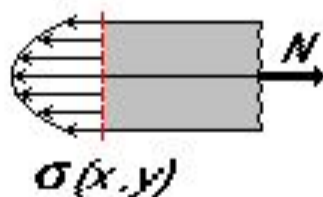
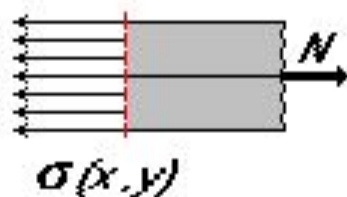
1. СТАТИЧЕСКАЯ СТОРОНА ЗАДАЧИ

Рассмотрим равновесие части стержня длиной dz :



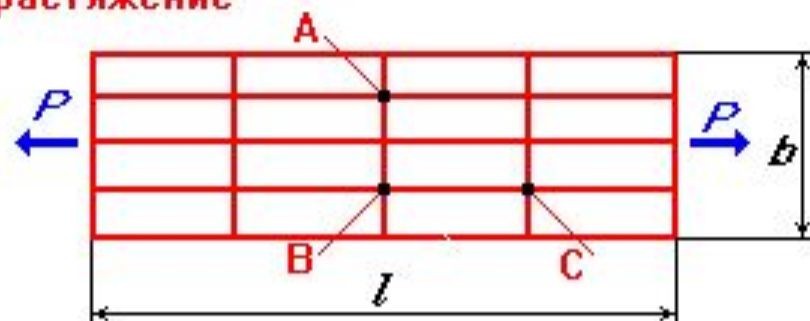
$$\begin{aligned} \Sigma X &= 0; & \Sigma Y &= 0; & \Sigma M_z &= 0; \\ (1) \left\{ \begin{aligned} \Sigma Z &= 0, & N &= \int_S \sigma_z \cdot dS, \\ \Sigma M_x &= 0, & \int_S \sigma_z \cdot y \cdot dS &= 0 \\ \Sigma M_y &= 0, & \int_S \sigma_z \cdot x \cdot dS &= 0 \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

Из условий равновесия (1) нельзя найти $\sigma = \sigma(x, y)$, так как выражения (1) могут быть удовлетворены при разных законах изменения σ от x и y :

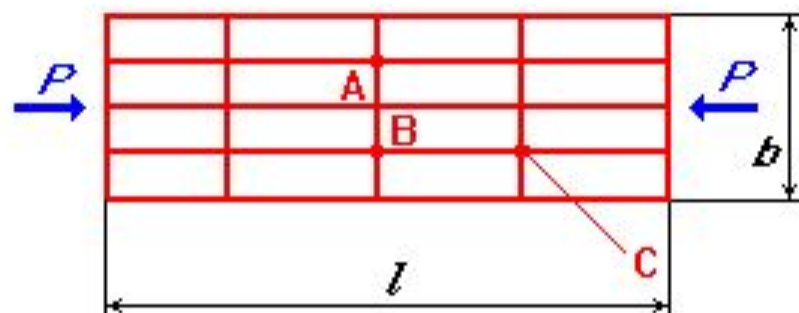


2. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ СТОРОНА ЗАДАЧИ

растяжение



сжатие

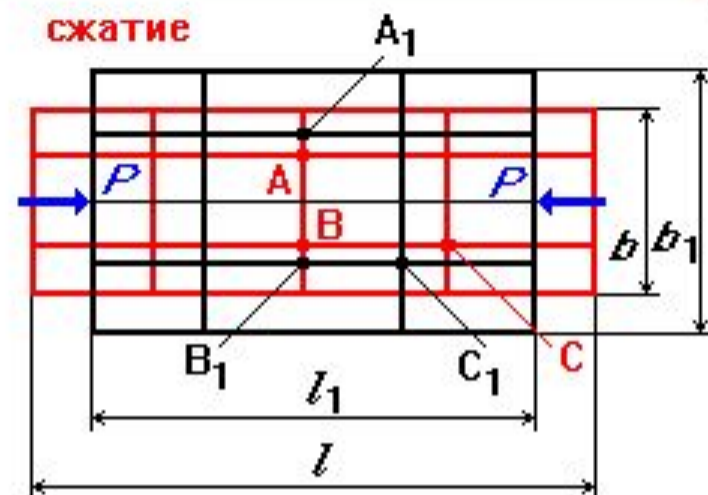
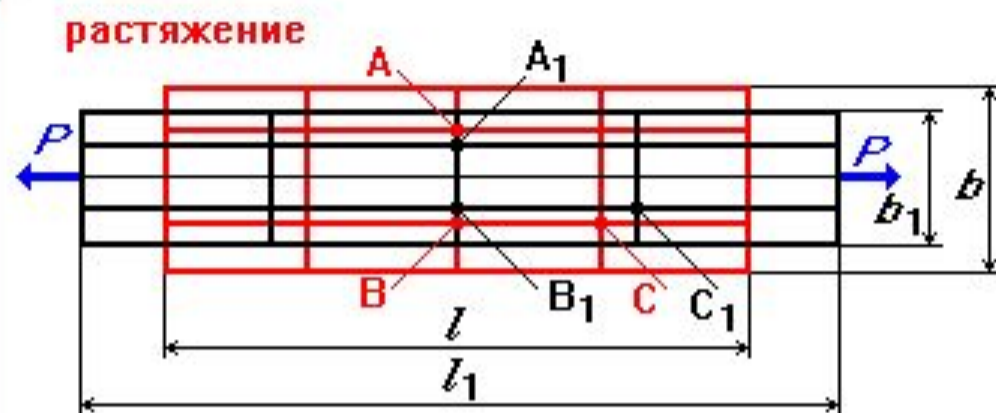


Принятые предпосылки:

- 1) поперечные сечения плоские до деформации остаются плоскими и после деформации (*гипотеза плоских сечений - гипотеза Бернулли*);
- 2) продольные волокна остаются перпендикулярными к поперечным сечениям;
- 3) ось стержня не искривляется.

Из принятых предпосылок следует, что все продольные волокна удлиняются при растяжении или укорачиваются при сжатии на одну и ту же величину, то есть $\varepsilon_z = \varepsilon(x, y) = \text{const}$ (2), прямой угол ABC не изменился и деформации сдвига между продольными и поперечными волокнами отсутствуют: $\gamma_{zy} = 0$ (2)

2. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ СТОРОНА ЗАДАЧИ



Принятые предпосылки:

- 1) поперечные сечения плоские до деформации остаются плоскими и после деформации (*гипотеза плоских сечений - гипотеза Бернулли*);
- 2) продольные волокна остаются перпендикулярными к поперечным сечениям;
- 3) ось стержня не искривляется.

Из принятых предпосылок следует, что все продольные волокна удлиняются при растяжении или укорачиваются при сжатии на одну и ту же величину, то есть $\epsilon_z = \epsilon(x, y) = \text{const}$ (2), прямой угол ABC не изменился и деформации сдвига между продольными и поперечными волокнами отсутствуют: $\gamma_{zy} = 0$ (2)

3. ФИЗИЧЕСКАЯ СТОРОНА ЗАДАЧИ

Для решения статических уравнений используем зависимость между напряжениями и деформациями (в пределах упругости - закон Гука).

$$\sigma_z = E \cdot \varepsilon_z \text{ и } \tau_{zy} = G \cdot \gamma_{zy} - \text{(закон Гука справедлив для большинства материалов)} \quad (3)$$

$E = E(x, y) = const$ и $G = G(x, y) = const$ – физические константы материала.

E - модуль продольной упругости (или модуль Юнга);

G - модуль сдвига.

РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ

Для получения ответов на поставленные вопросы необходимо решить систему уравнений (1)-(3) трех сторон задачи

Из этих уравнений следует $\tau_{zy} = 0$ и $\sigma = \sigma(x, y) = \text{const}$

$$N = \int_S \sigma_z \cdot dS = \sigma_z \int_S dS = \sigma_z \cdot S \quad \text{откуда} \quad \boxed{\sigma_z = \frac{N}{S}} \quad (II)$$

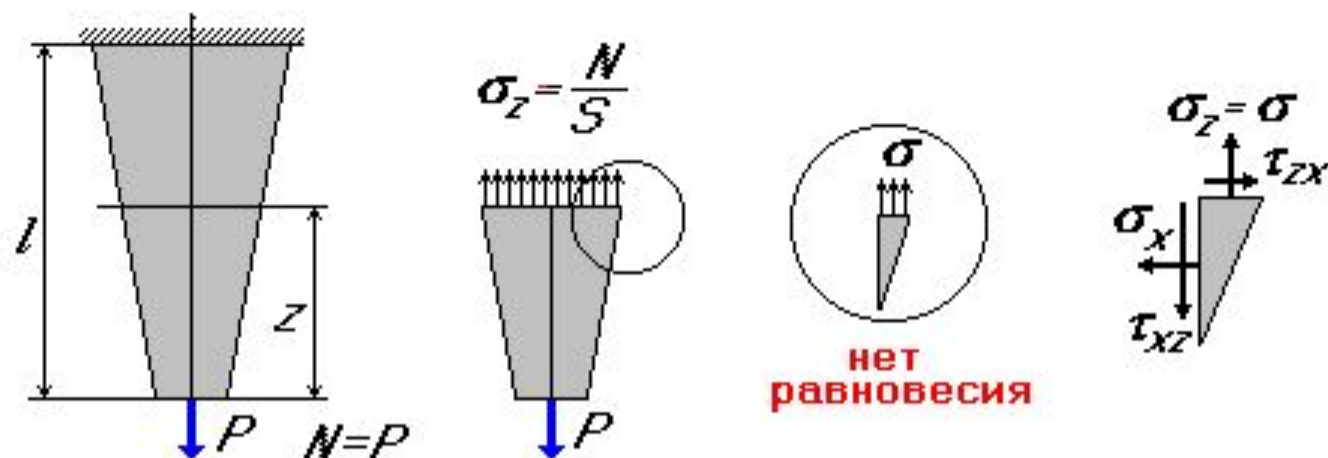
$$\left. \begin{aligned} \sigma_z \int_S y \, dS = 0; \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z \int_S x \, dS = 0; \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \int_S y \, dS = \int_S x \, dS = 0 \end{aligned} \right\}$$

– условия, при которых ось Z проходит через центр тяжести сечения

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ



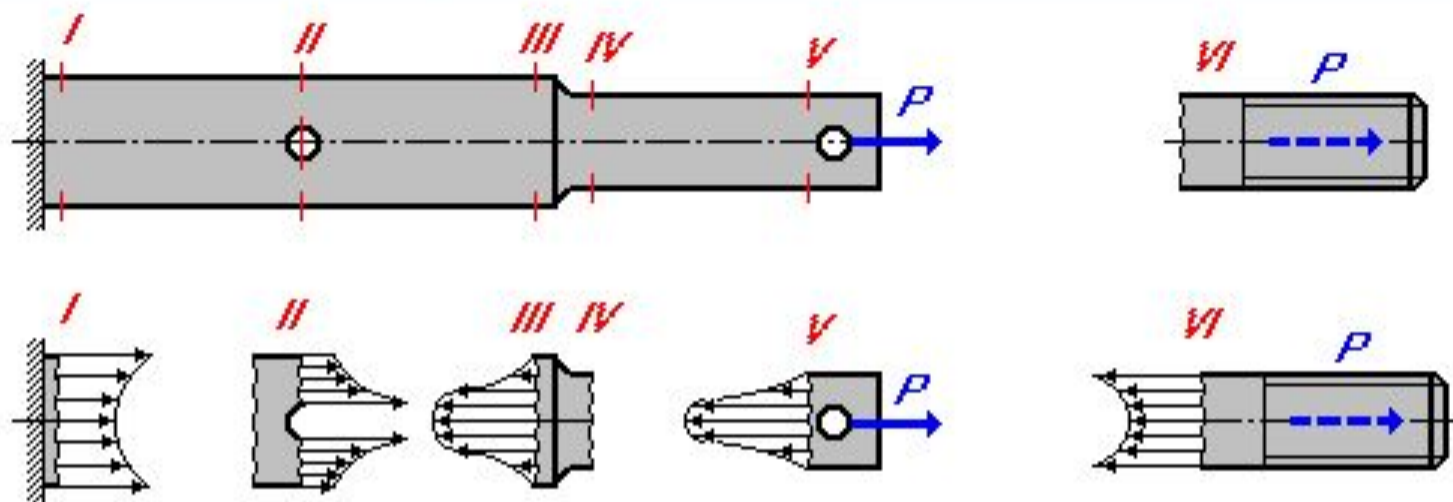
- а) **Приближенность формулы.** Под действием τ поперечные сечения искривляются и закон $\sigma = \text{const}$ нарушается: $\tau_{xz} = \tau_{zx}$; $\sigma_x \ll \sigma_z = \sigma$. Поэтому для стержня $l/a = 5 \dots 10$ считают с достаточной точностью

$$\sigma_z = \sigma_z(z, x, y) = \sigma_z = \frac{N}{S}$$

- б) **Пределы применимости.** Условия (1) и (2) справедливы для любого сплошного материала. Для однородного материала ($E = \text{const}$) формула $\sigma = N/S$ справедлива при любом соотношении между σ и ε (например, $\sigma = E \varepsilon^n$) как в пределах упругости, так и за пределами упругости.

ПОНЯТИЕ О МЕСТНЫХ НАПРЯЖЕНИЯХ.

Принцип СЕН-ВЕНАНА



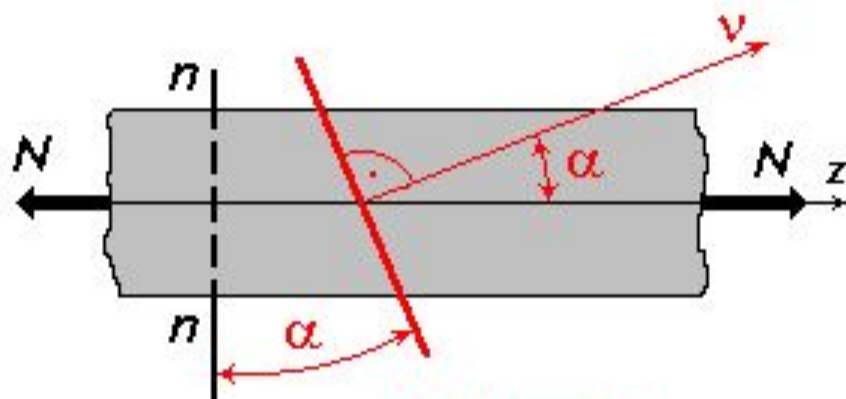
Сечения I - VI – области концентрации напряжений *[местные напряжения]*

$$\alpha_{\sigma} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{НОМ}}} \quad \text{характеристика концентрации напряжений, где } \sigma_{\text{НОМ}} = \frac{N}{S}$$

Принцип Сен-Венана: в сечениях стержня, расположенных от места передачи нагрузки или от мест концентрации напряжений на расстояниях, превышающих характерных размеров поперечного сечения, распределение напряжений зависит только от статического эквивалента сил (N), а не от способа передачи нагрузки.

НАПРЯЖЕНИЯ В НАКЛОННЫХ СЕЧЕНИЯХ

Постановка задачи



поперечное
сечение
(сечение
с нормалью z)

наклонное
сечение
под углом α
(сечение
с нормалью ν)

Дано:

N, S

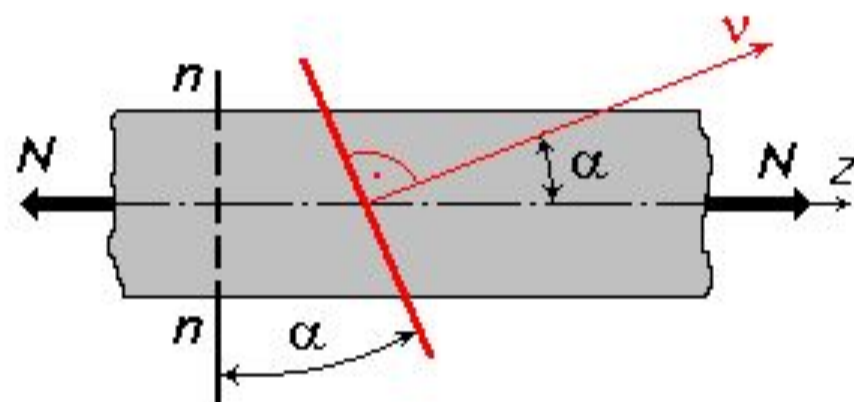
$$\sigma_z = \sigma = \frac{N}{S};$$

$$\tau_{zy} = 0$$

$$\sigma_\nu = ? \quad \tau_\nu = ?$$

ПОЛНОЕ НАПРЯЖЕНИЕ В НАКЛОННОМ СЕЧЕНИИ

Напряжения в наклонном сечении с нормалью ν определяются с помощью метода сечений и условий равновесия - задача статически определима

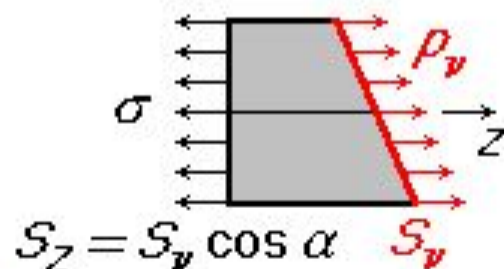


Условия равновесия:

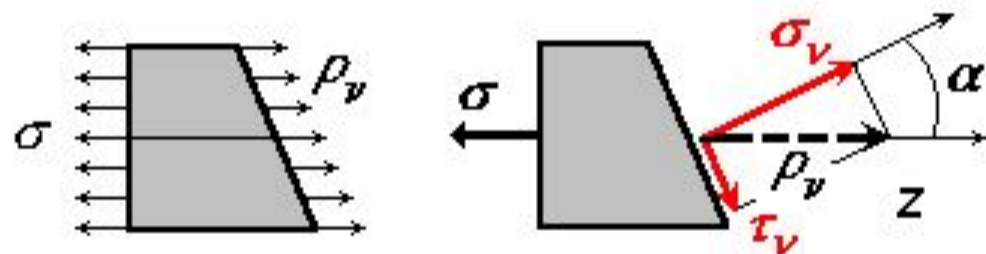
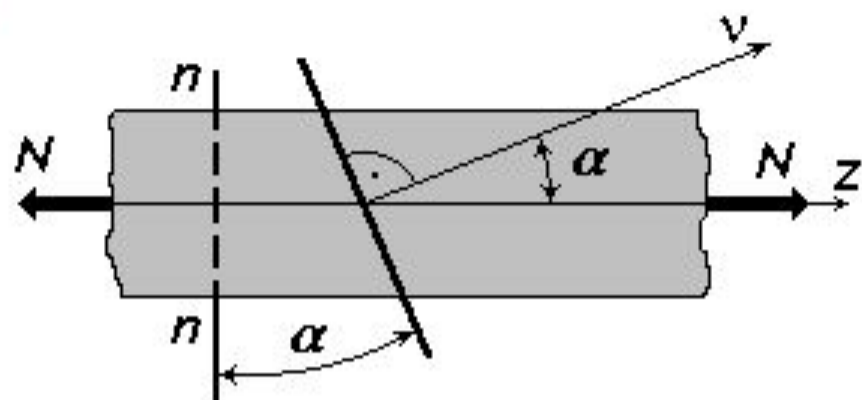
$$\sum Z = -\sigma S_z + \rho_\nu S_\nu = 0;$$

$$\sigma S_\nu \cos \alpha = \rho_\nu S_\nu;$$

$$\rho_\nu = \sigma \cos \alpha.$$



НАПРЯЖЕНИЯ В НАКЛОННОМ СЕЧЕНИИ



$$p_v = \sigma \cos \alpha$$

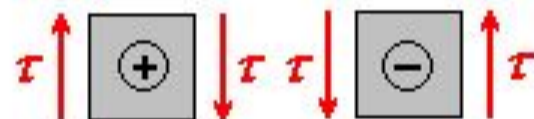
$$\sigma_v = p_v \cos \alpha$$

$$\tau_v = p_v \sin \alpha$$

$$\begin{cases} \sigma_v = \sigma \cos^2 \alpha \\ \tau_v = \frac{1}{2} \sigma \sin 2\alpha \end{cases}$$

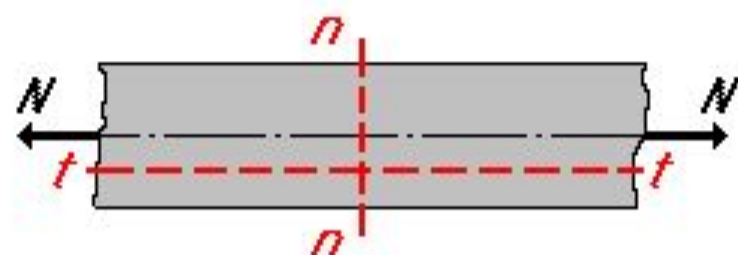
$$0 \leq \alpha \leq 2\pi$$

Правило знаков для τ :



Эти выражения определяют при растяжении [сжатии] **напряженное состояние** - совокупность напряжений во всех площадках, проведенных через данную точку тела.

Нормальные напряжения

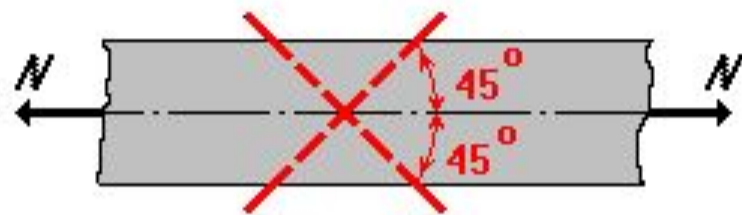


$$\begin{cases} \sigma_v = \sigma \cos^2 \alpha \\ \tau_v = \frac{1}{2} \sigma \sin 2\alpha \end{cases} \quad 0 \leq \alpha \leq 2\pi$$

- 1) $\max \sigma_v = \sigma_z = \sigma$ при $\cos^2 \alpha = 1$ $\alpha = 0$
(в поперечных сечениях $n-n$ с нормалью z)
- 2) В продольных сечениях $t-t$ ($\alpha = 90^\circ$) $\sigma = 0$
(продольные волокна друг на друга не давят)

ПРОСТЕЙШИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Касательные напряжения

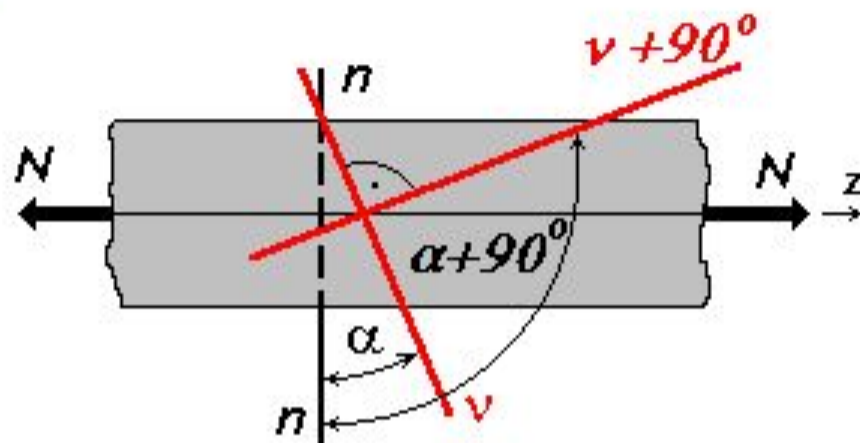


$$\begin{cases} \sigma_v = \sigma \cos^2 \alpha \\ \tau_v = \frac{1}{2} \sigma \sin 2\alpha \end{cases} \quad 0 \leq \alpha \leq 2\pi$$

$$3) \tau_{max} = \frac{1}{2} \sigma$$

при $\sin 2\alpha = 1$, $\alpha = 45^\circ$ в площадках (в сечениях),
наклоненных под углом $\alpha = 45^\circ$ к оси стержня

НОРМАЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ВО ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ ПЛОЩАДКАХ



$$\sigma_{\nu} = \sigma \cos^2 \alpha$$

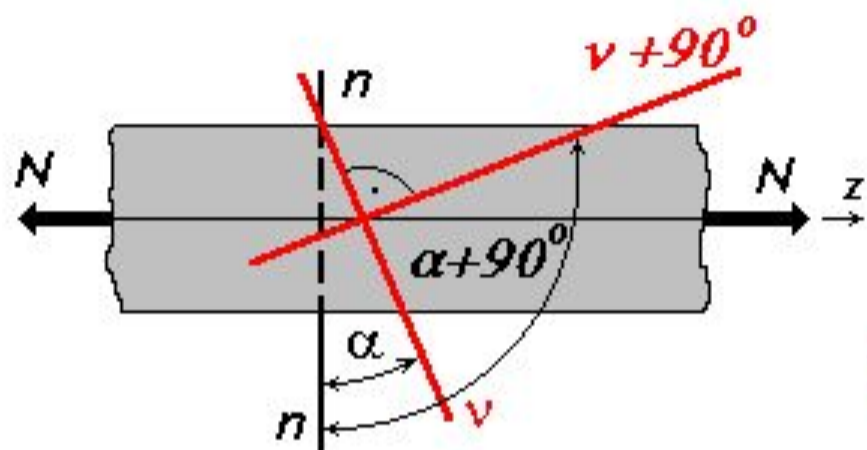
$$\sigma_{\nu+90^{\circ}} = \sigma \cos^2 (\alpha+90^{\circ}) = \sigma \sin^2 \alpha$$

$$+ \quad \sigma_{\nu} = \sigma \cos^2 \alpha$$

$$\sigma_{\nu+90^{\circ}} = \sigma \sin^2 \alpha$$

$$\sigma_{\nu} + \sigma_{\nu+90^{\circ}} = \sigma = \text{const}$$

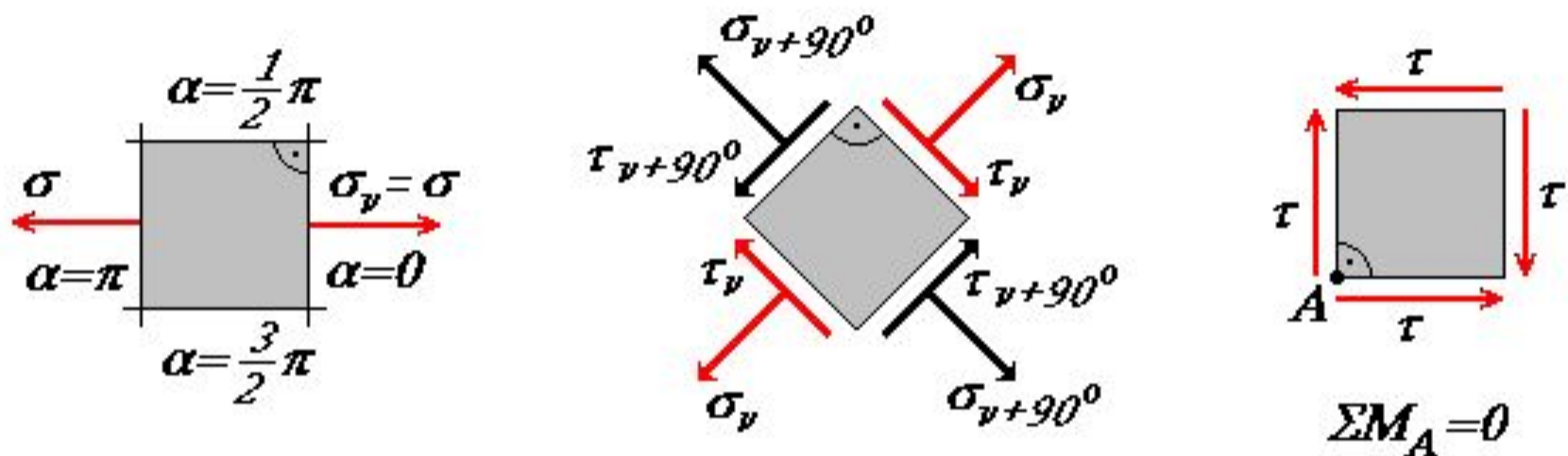
КАСАТЕЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ВО ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ ПЛОЩАДКАХ



$$\begin{aligned}\tau_{\nu} &= \frac{1}{2} \sigma \sin 2\alpha; \\ \tau_{\nu+90^{\circ}} &= \frac{1}{2} \sigma \sin 2(\alpha+90^{\circ}) = \\ &= \frac{1}{2} \sigma \sin (2\alpha+180^{\circ}) = \\ &= -\frac{1}{2} \sigma \sin 2\alpha;\end{aligned}$$

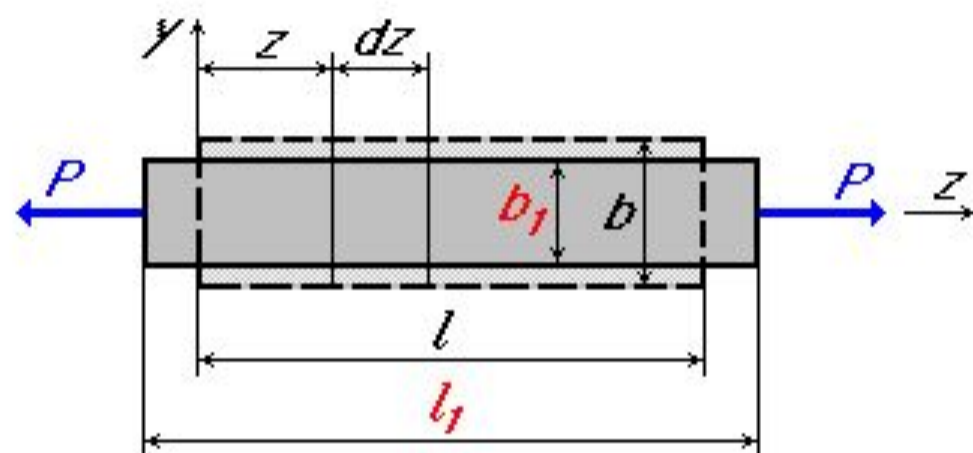
$\tau_{\nu+90^{\circ}} = -\tau_{\nu}$ – закон парности (взаимности) касательных напряжений

НОРМАЛЬНЫЕ И КАСАТЕЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ВО ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ ПЛОЩАДКАХ



Касательные напряжения во взаимно перпендикулярных площадках (сечениях) равны по величине и направлены либо к общему ребру элемента либо от ребра - следствие условий равновесия.

ДЕФОРМАЦИИ И ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ

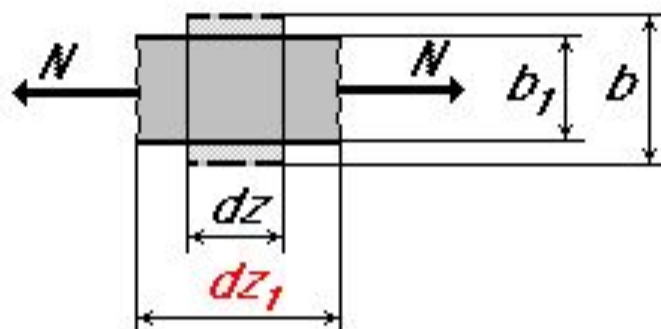


$\Delta l = l_1 - l$ - абсолютное удлинение стержня;

$\Delta b = b_1 - b$ - абсолютное поперечное сужение стержня;

Δl и Δb - имеют размерность длины [мм, см и т. д.]

ДЕФОРМАЦИИ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ



$$\Delta(dz) = dz_1 - dz:$$

$$\varepsilon_z = \varepsilon \frac{\Delta(dz)}{dz} 100\% \text{ - относительное}$$

удлинение (деформация);

$$\Delta(dz) = \varepsilon dz$$

Закон Гука при растяжении (сжатии):

$$\sigma = E \varepsilon; \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E}; \quad E \text{ - модуль упругости I рода (модуль Юнга)}$$

E [Па, МПа] - напряжение, при котором $\varepsilon = 1$, стержень удлинится вдвое. Такие напряжения материал не выдерживает - раньше происходит разрушение или нарушение закона Гука.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЛИНЕНИЯ СТЕРЖНЯ

$$\Delta(dz) = \varepsilon dz = \frac{\sigma}{E} dz = \frac{N}{ES} dz$$

ES - жесткость сечения стержня при растяжении (сжатии):

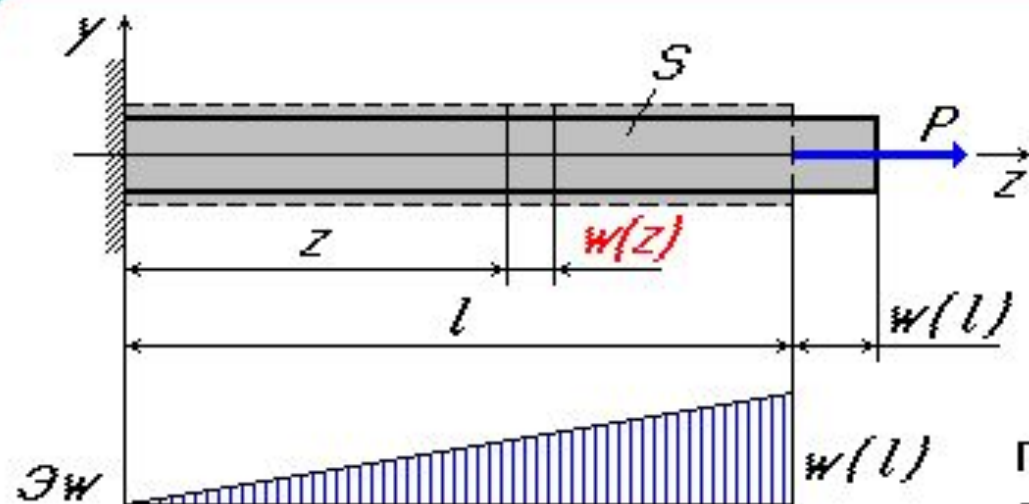
$$\Delta l = l_1 - l = \int_0^l \Delta(dz) = \int_0^l \frac{N dz}{ES};$$

Однородные (равномерные) деформации:

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta l}{l}; \quad N = N(z) = \text{const}; \quad ES = ES(z) = \text{const};$$

$$\Delta l = \frac{Nl}{ES} - \text{закон Гука в усилиях.}$$

ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ СТЕРЖНЯ



Дано:

l, S, E, P

$w = ?$

Перемещение сечения, отстоящего от закрепленного конца на расстоянии z , равно удлинению левой части стержня.

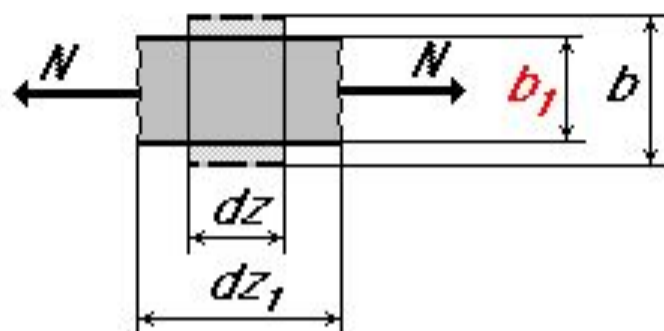
$$w(z) = \Delta l(z) = \frac{Nz}{ES} = \frac{Pz}{ES}$$

$$w(l) = \Delta l = \frac{Nl}{ES} = \frac{Pl}{ES}$$

В общем случае:

$$w(z) = w(0) + \int_0^z \varepsilon dz = \int_0^z \frac{\sigma}{E} dz = \int_0^z \frac{N}{ES} dz, \quad \text{где } w(0) \text{ - перемещение в начале координат.}$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОПЕРЕЧНОГО СУЖЕНИЯ СТЕРЖНЯ



$$\Delta b = b_1 - b = -(b - b_1)$$

$$\varepsilon' = \frac{\Delta b}{b} = \frac{b - b_1}{b} \text{ - поперечная деформация;}$$

$$\varepsilon' = -\mu \varepsilon$$

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right| \text{ - коэффициент поперечной деформации}$$

(коэффициент Пуассона);

$$\Delta b = \varepsilon' b = -\mu \varepsilon b$$

$\mu = 0,25$ - идеально упругий материал;

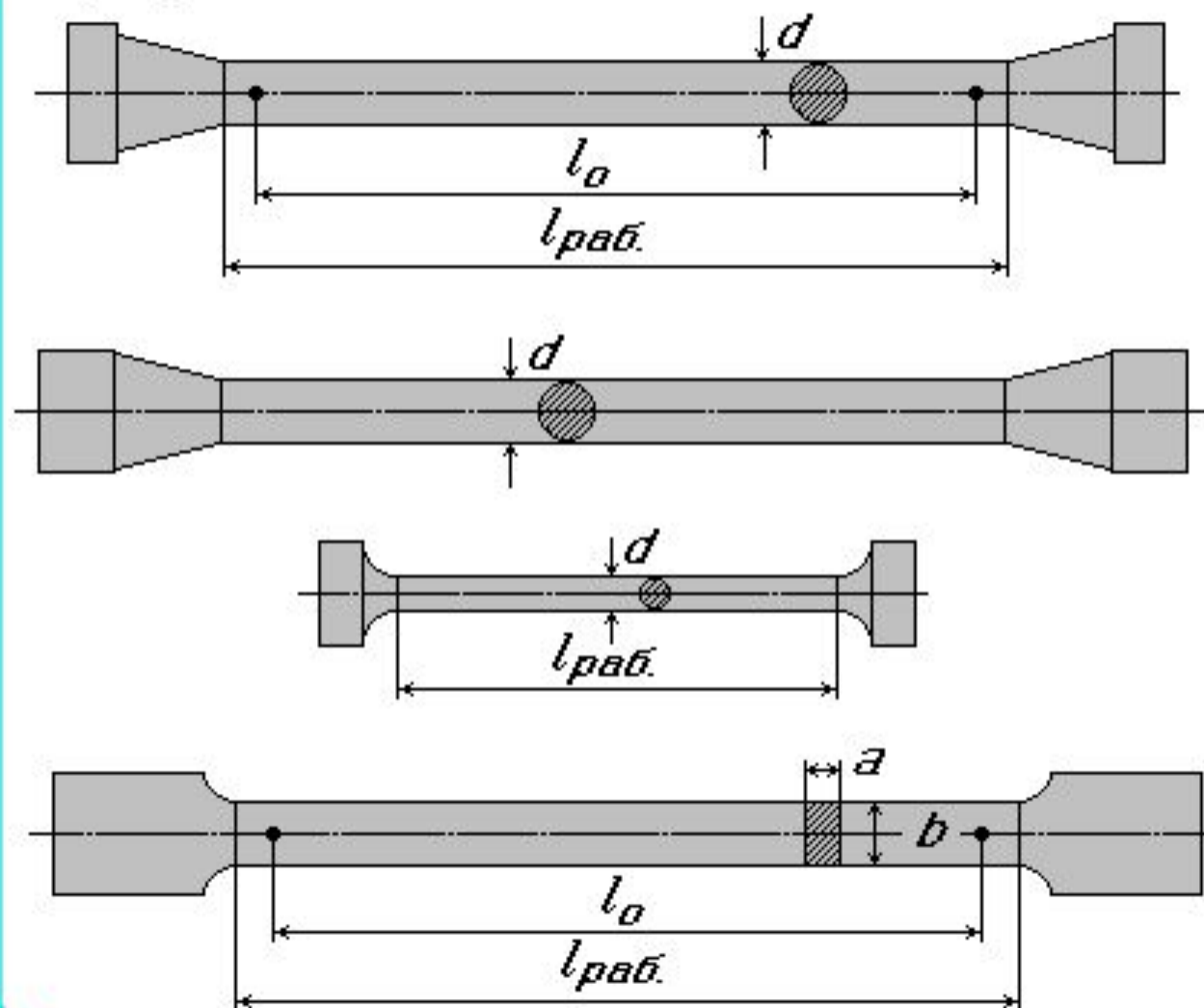
$\mu = 0,5$ - идеально пластический материал;

$\mu = (0,25 \dots 0,35)$ - реальные материалы.

СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ

1. ИСПЫТАНИЕ МАТЕРИАЛОВ НА РАСТЯЖЕНИЕ

а) образцы



$d=(5...10)$ мм-диаметр
образца с круглым
поперечным сечением;

$d=10$ мм- нормальный
образец;

$l_0=10d$ -десятикратный
образец;

$l_0=15d$ -пятнадцатикрат-
ный образец;

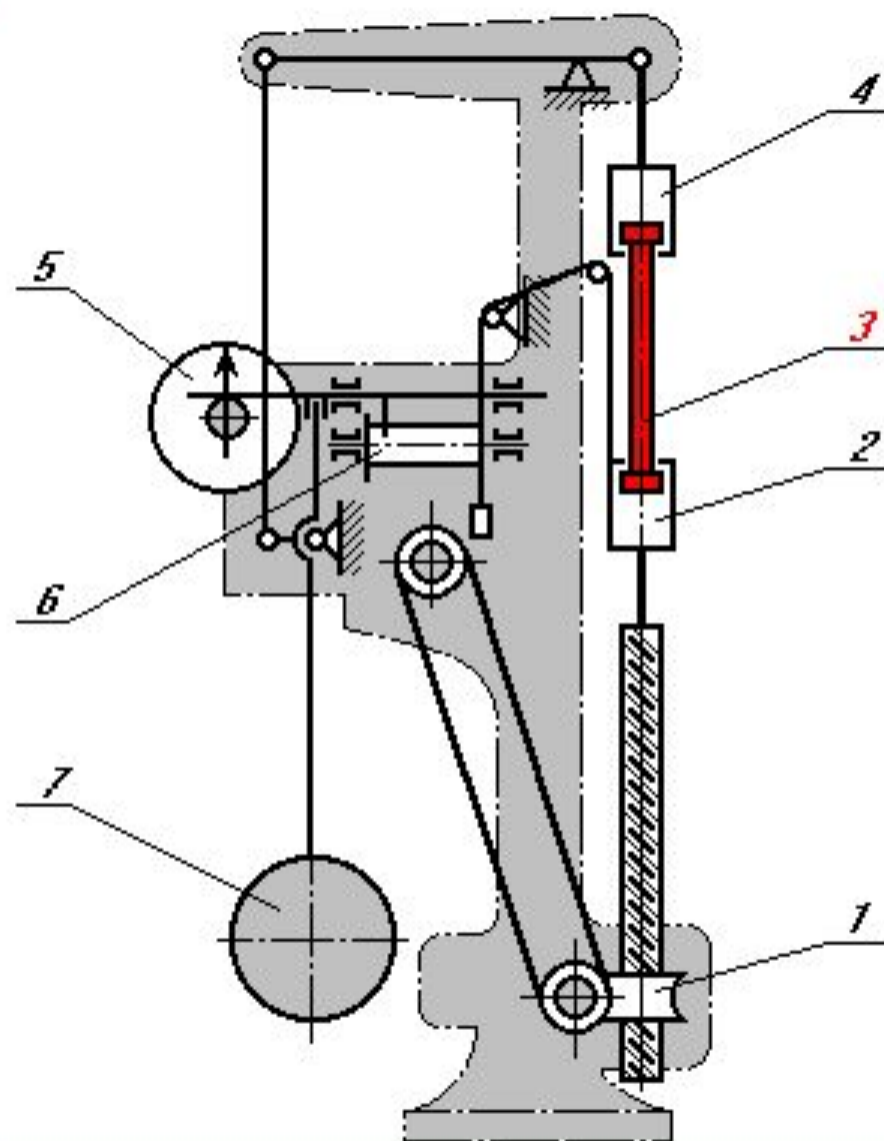
$l_0=5d$ - пятикратный
образец;

Прямоугольное сечение
образца ($a \times b$)

$l_0=11.3\sqrt{S}=11.3\sqrt{ab}$

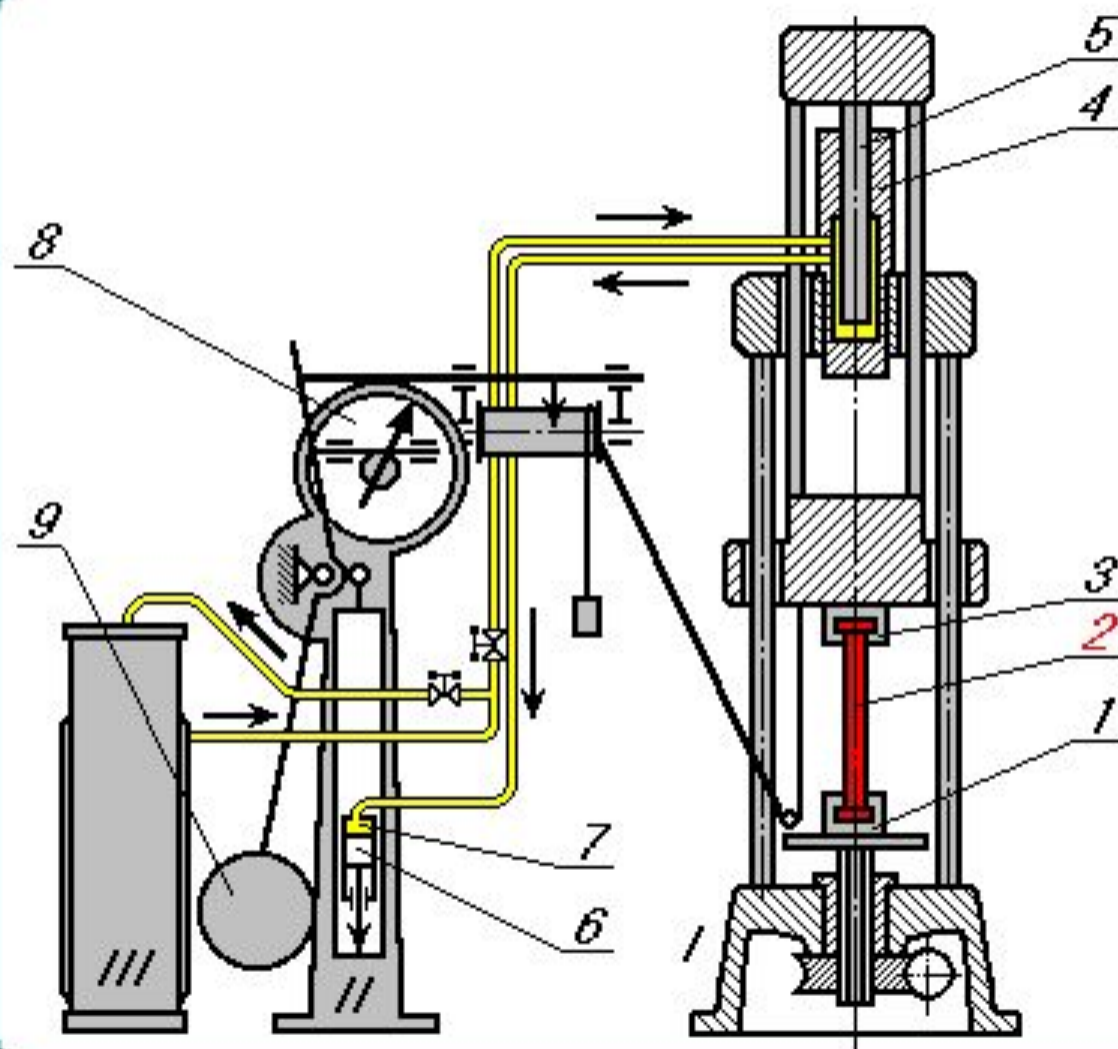
$l_0=5.65\sqrt{S}=5.65\sqrt{ab}$

СХЕМА МАШИНЫ
С МЕХАНИЧЕСКИМ ПРИВОДОМ
И С РЫЧАЖНО-МАЯТНИКОВЫМ
СИЛОВЫМ ИЗМЕРИТЕЛЕМ



- 1 - червячная передача;
- 2, 4 - захваты;
- 3 - образец;**
- 5 - циферблат силоизмерителя;
- 6 - диаграммный аппарат;
- 7 - маятник силоизмерителя.

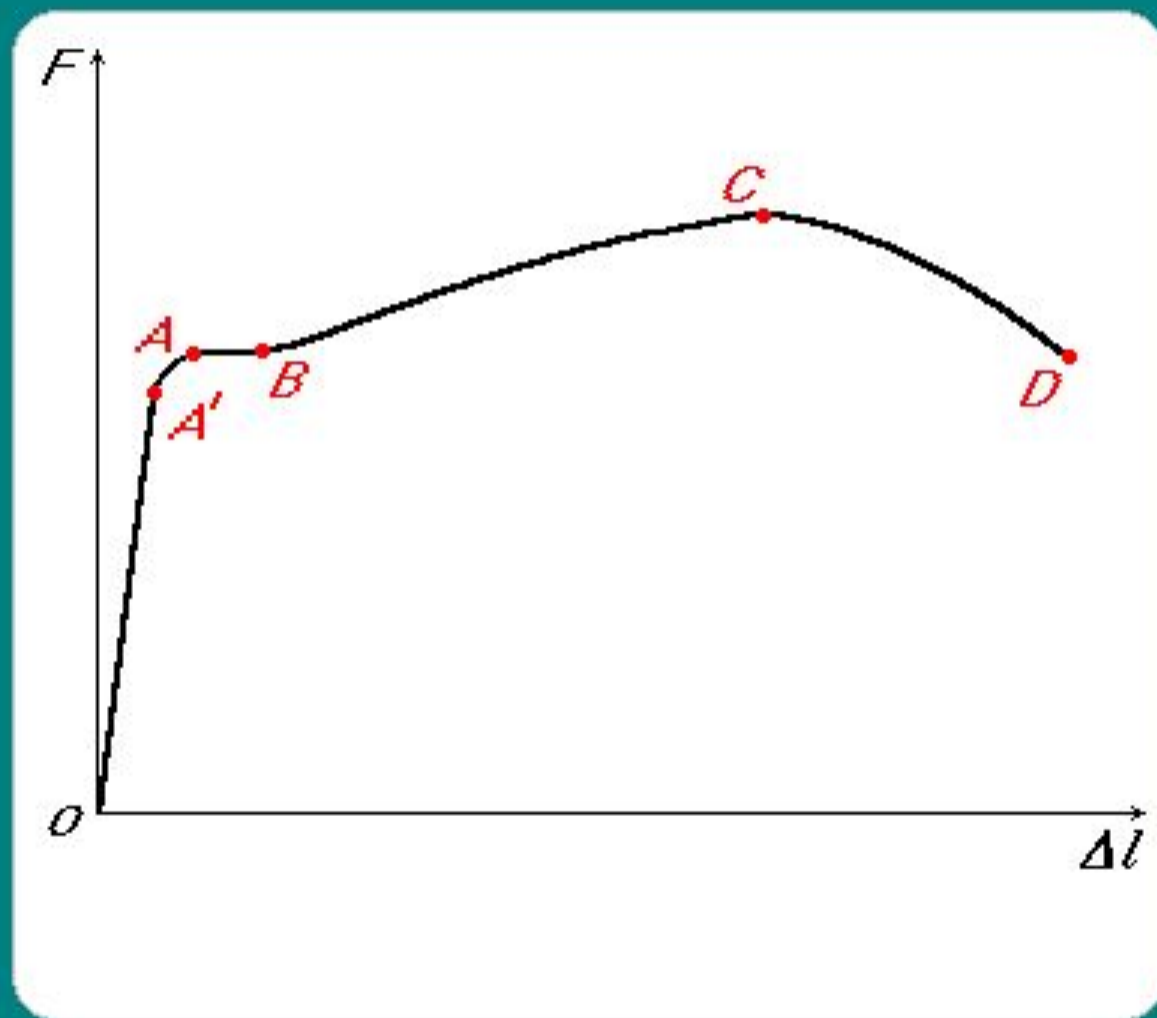
СХЕМА УНИВЕРСАЛЬНОЙ МАШИНЫ С ГИДРАВЛИЧЕСКИМ ПРИВОДОМ И СИЛОИЗМЕРИТЕЛЕМ



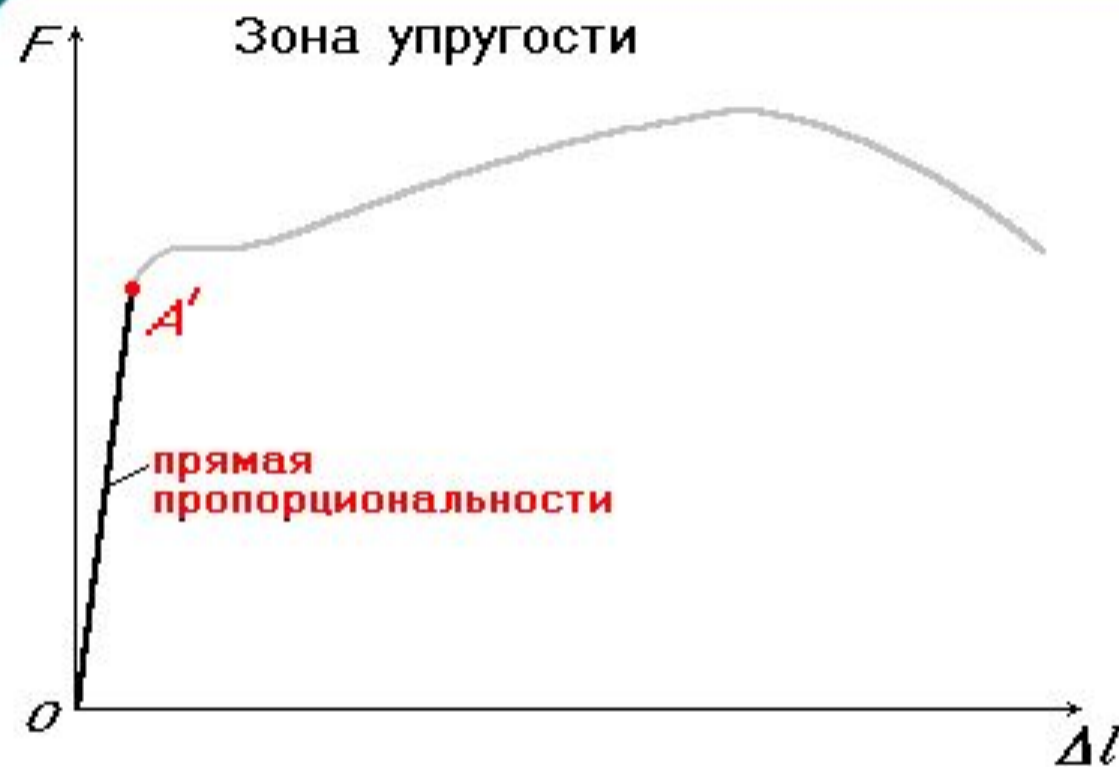
/ - пресс;
// - силоизмеритель;
/// - насосная станция;

- 1, 3 - захваты;
2 - образец;
4 - рабочий цилиндр;
5 - поршень;
6 - поршень силоизмерителя;
7 - цилиндр силоизмерителя;
8 - диаграммный аппарат;
9 - маятник силоизмерителя.

ДИАГРАММА РАСТЯЖЕНИЯ ОБРАЗЦА ИЗ МАЛОУГЛЕРОДИСТОЙ СТАЛИ



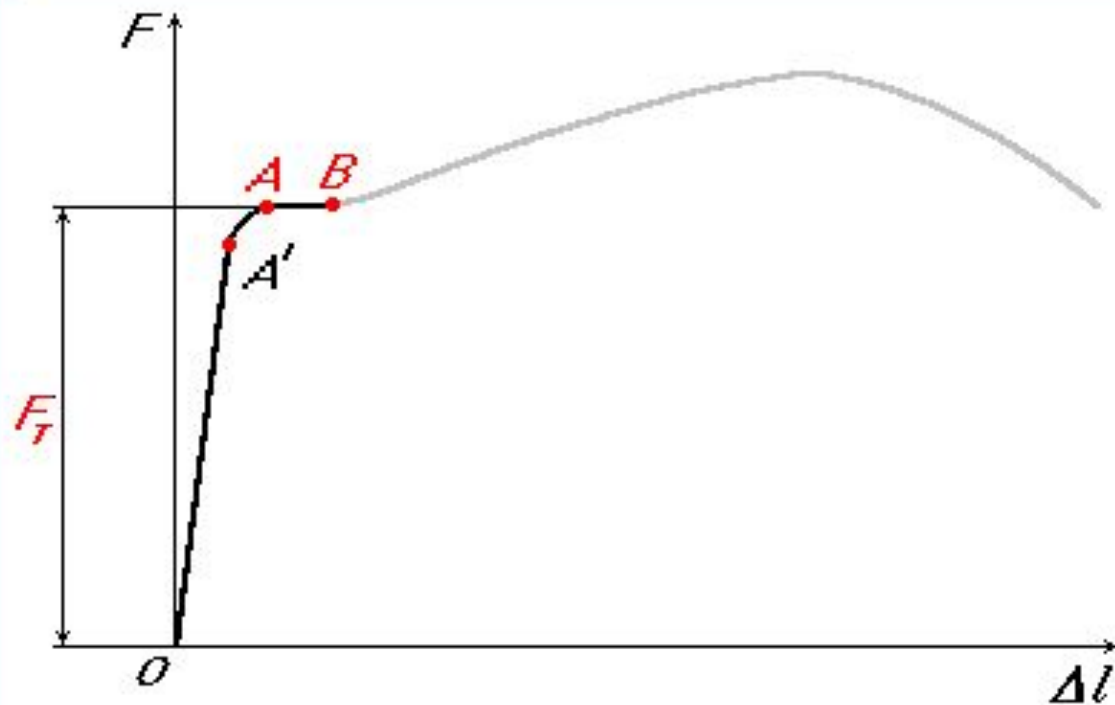
ХАРАКТЕРНЫЕ ЗОНЫ ДИАГРАММЫ РАСТЯЖЕНИЯ ОБРАЗЦА ИЗ МАЛОУГЛЕРОДИСТОЙ СТАЛИ



OA' - зона упругости
(прямая пропорциональности)

$$\Delta l = \frac{Pl_0}{ES_0}$$

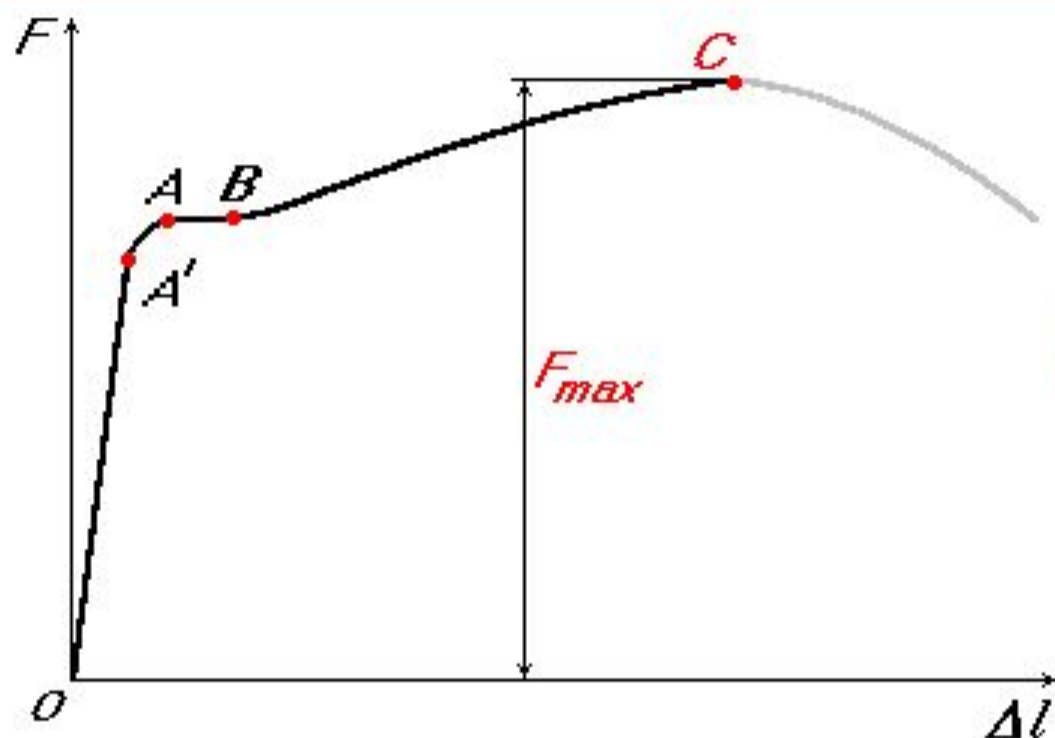
ПРЕДЕЛ ТЕКУЧЕСТИ



$$\sigma_T = \frac{F_T}{S_0}$$

физический предел текучести – напряжение, при котором образец деформируется без заметного увеличения растягивающей нагрузки.

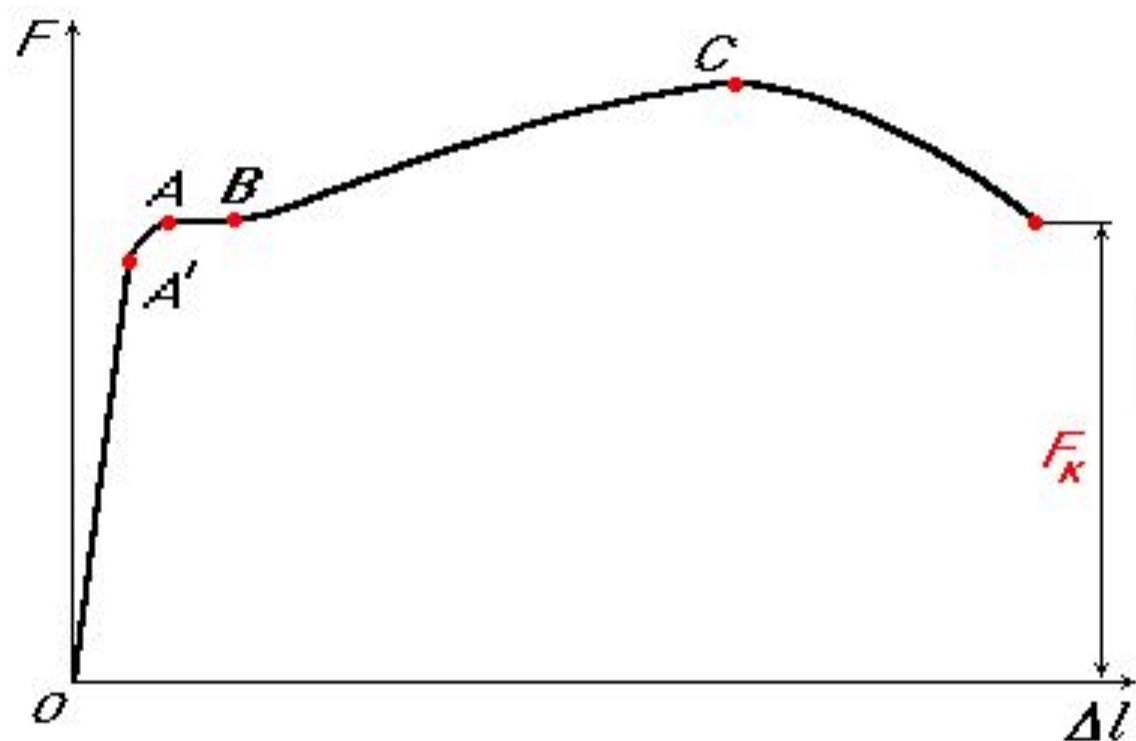
ПРЕДЕЛ ПРОЧНОСТИ



$$\sigma_B = \frac{F_{max}}{S_0}$$

временное сопротивление (предел прочности) - условное напряжение, соответствующее наибольшей нагрузке и предшествующее разрушению образца.

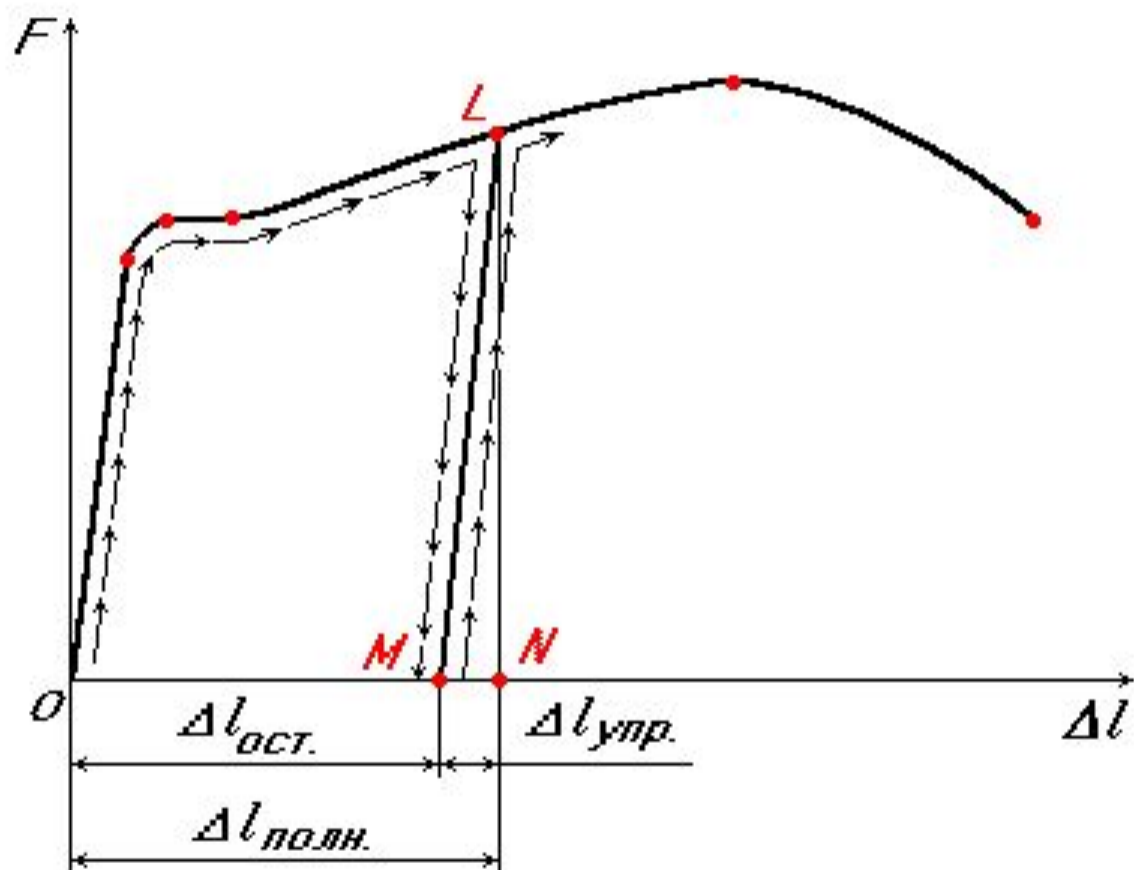
ИСТИННОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ РАЗРЫВУ



$$\sigma_f = \frac{F_k}{S_k}$$

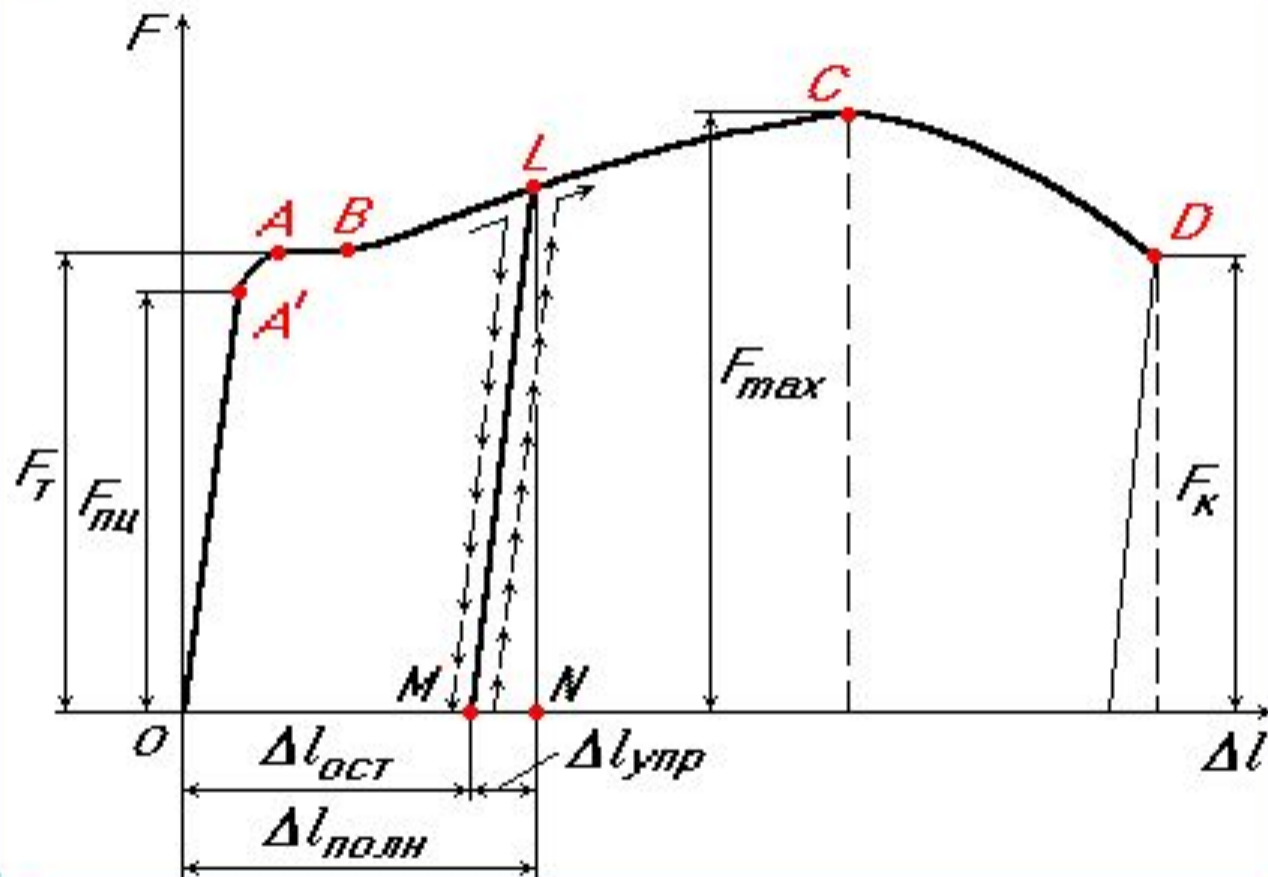
истинное сопротивление разрыву - напряжение, определяемое отношением нагрузки в момент разрыва к площади поперечного сечения в месте разрыва.

РАЗГРУЗКА И ПОВТОРНОЕ НАГРУЖЕНИЕ



$$\Delta l_{полн.} = \Delta l_{упр.} + \Delta l_{ост.}$$

НАГРУЗКИ, СООТВЕТСТВУЮЩИЕ МЕХАНИЧЕСКИМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ



$F_{пл}$ - нагрузка, соответствующая пределу пропорциональности;

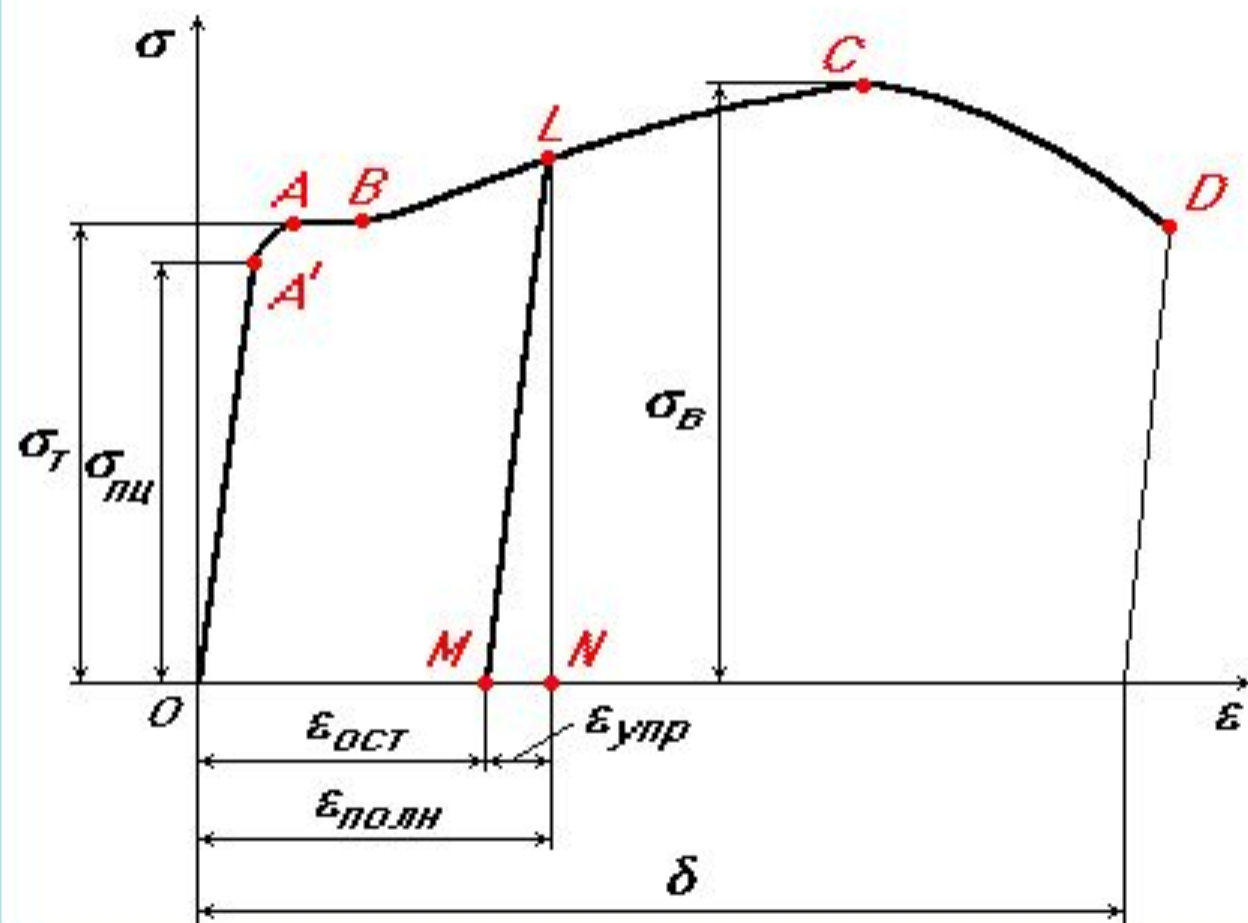
F_T - нагрузка, соответствующая пределу текучести;

F_{max} - максимальная нагрузка, которую способен выдержать образец;

F_K - нагрузка при разрыве образца.

$$\Delta l_{полн} = \Delta l_{упр} + \Delta l_{ост} (\Delta l_{пл})$$

ДИАГРАММА УСЛОВНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ



$$\sigma = \frac{F}{S_0}; \quad \epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

S_0 - начальная площадь поперечного сечения образца;

l_0 - начальная длина расчетной части образца

$$\epsilon_{полн} = \epsilon_{упр} + \epsilon_{ост}$$

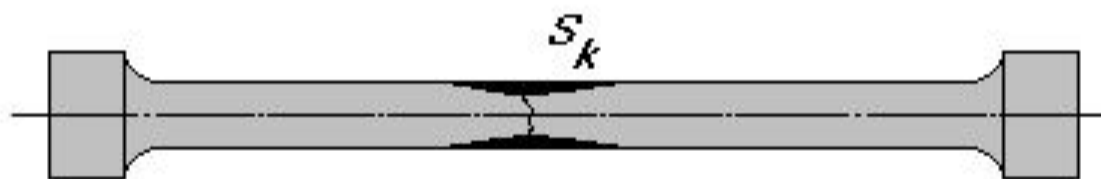
ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЧНОСТИ

1. $\sigma_{ли} = \frac{F_{ли}}{S_0}$ – предел пропорциональности;

2. $\sigma_T = \frac{F_T}{S_0}$ или $\sigma_{0,2} = \frac{F_{0,2}}{S_0}$ – предел текучести;

3. $\sigma_B = \frac{F_{max}}{S_0}$ – временное сопротивление (предел прочности);

4. $\sigma_f = \frac{F_k}{S_k}$ – истинное сопротивление разрыву.

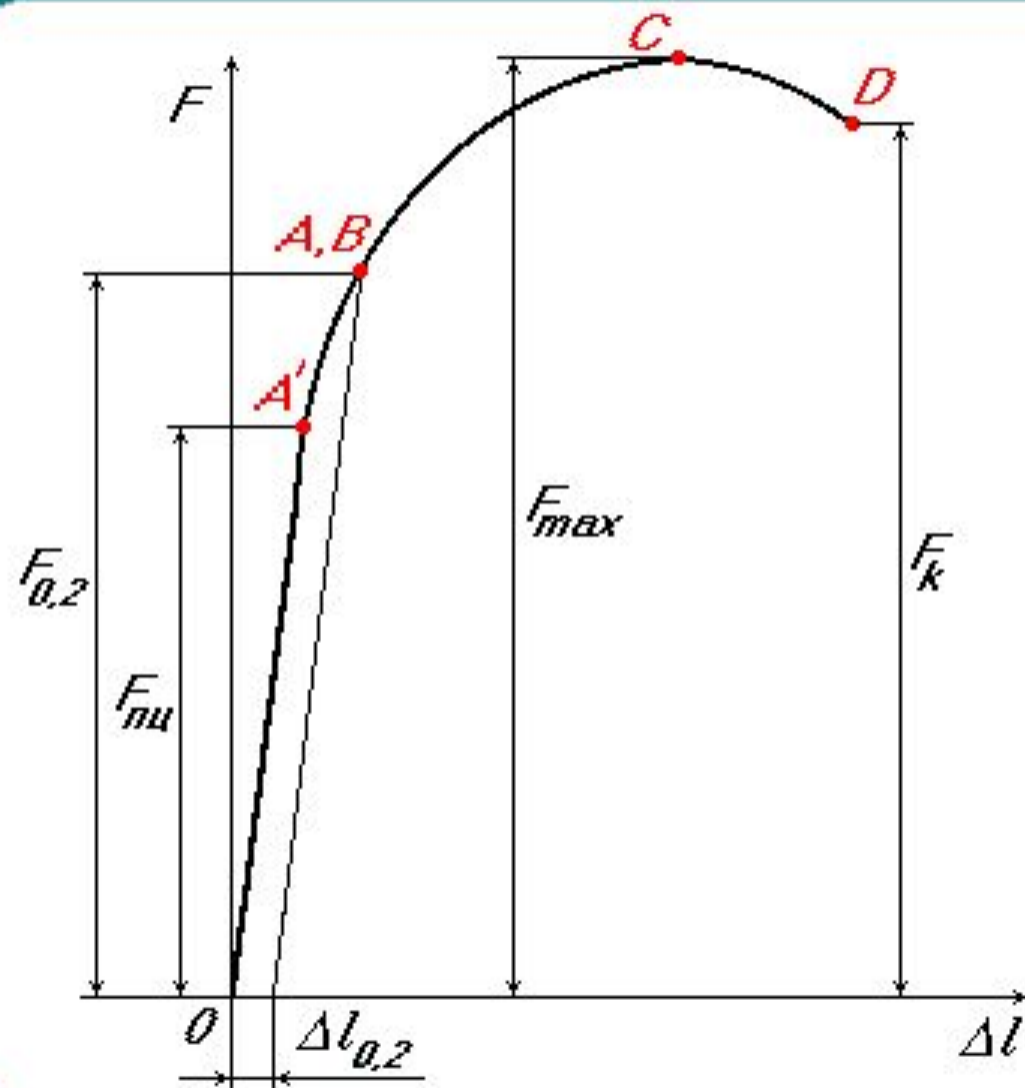


S_k - площадь поперечного сечения шейки
после разрушения

$\sigma_f > \sigma_B$ - всегда у пластичных материалов;

$\sigma_f \approx \sigma_B$ - для хрупких материалов.

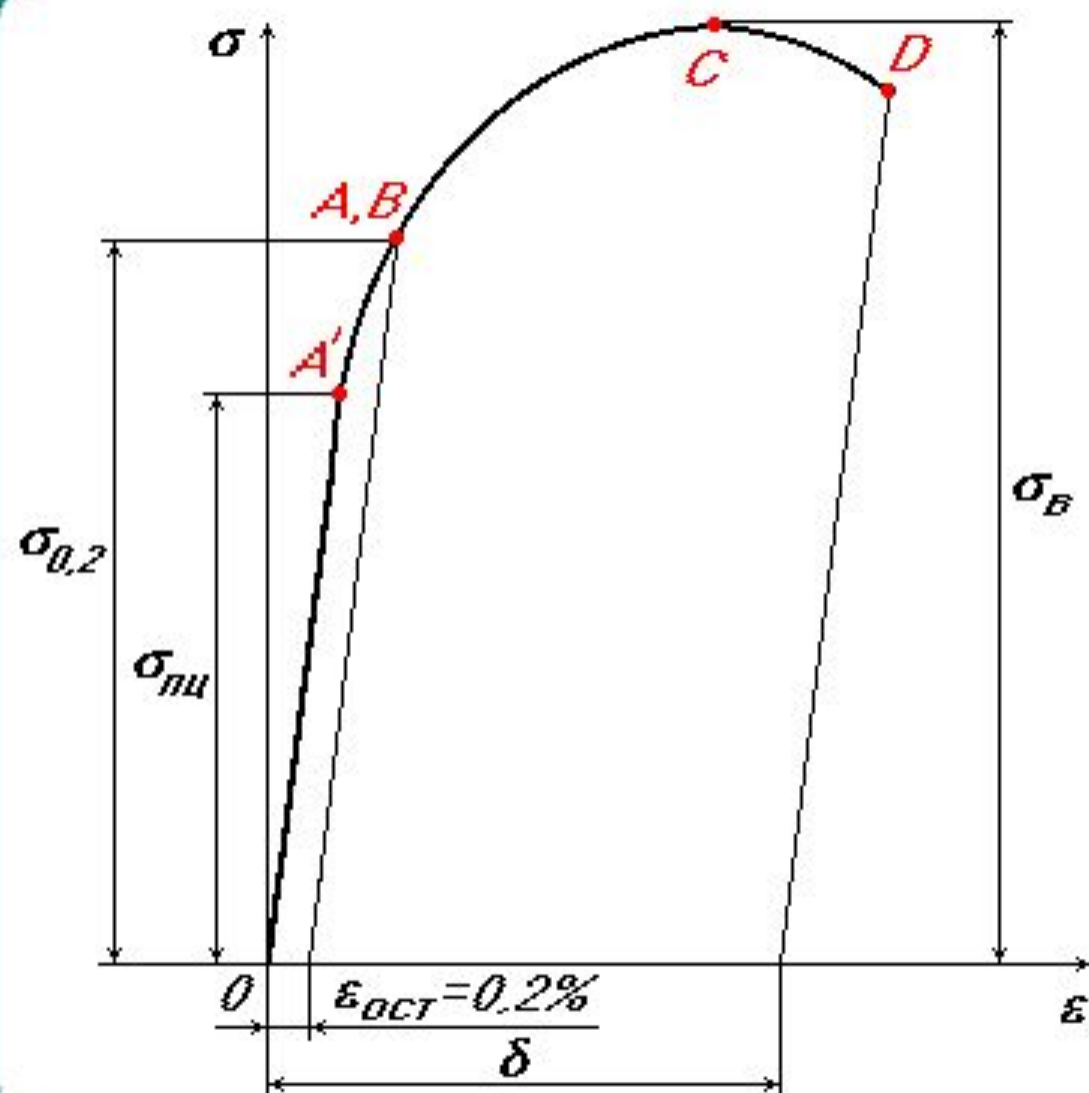
ДИАГРАММА РАСТЯЖЕНИЯ ОБРАЗЦА ИЗ ПЛАСТИЧНОГО МАТЕРИАЛА



(чистые металлы,
конструкционные стали и
сплавы)

$F_{0,2}$ - нагрузка,
соответствующая
условному пределу
текучести

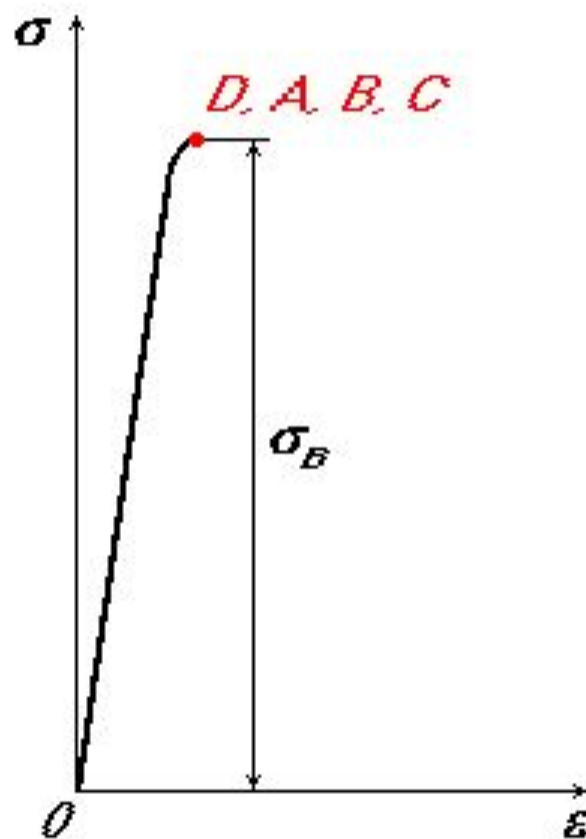
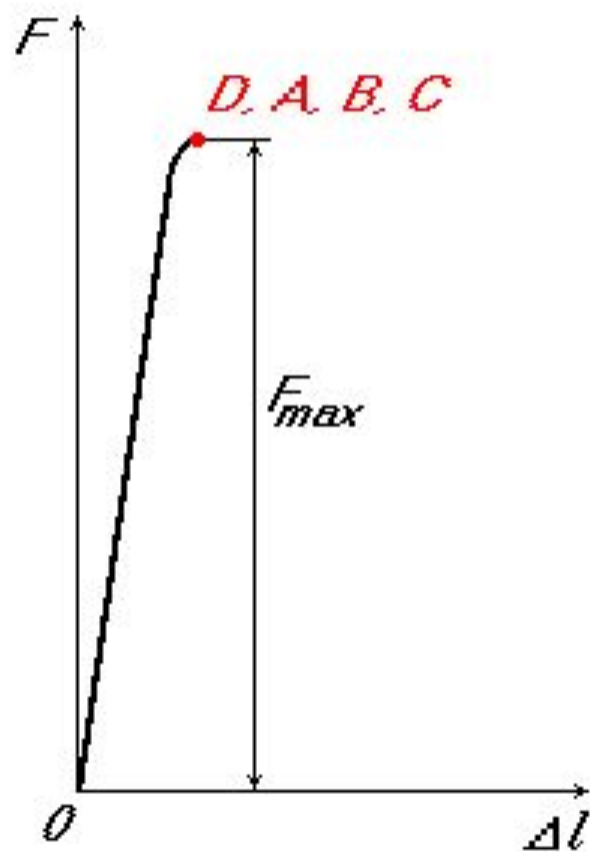
ДИАГРАММА УСЛОВНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ



$$\sigma_{0.2} = \frac{F_{0.2}}{S_0}$$

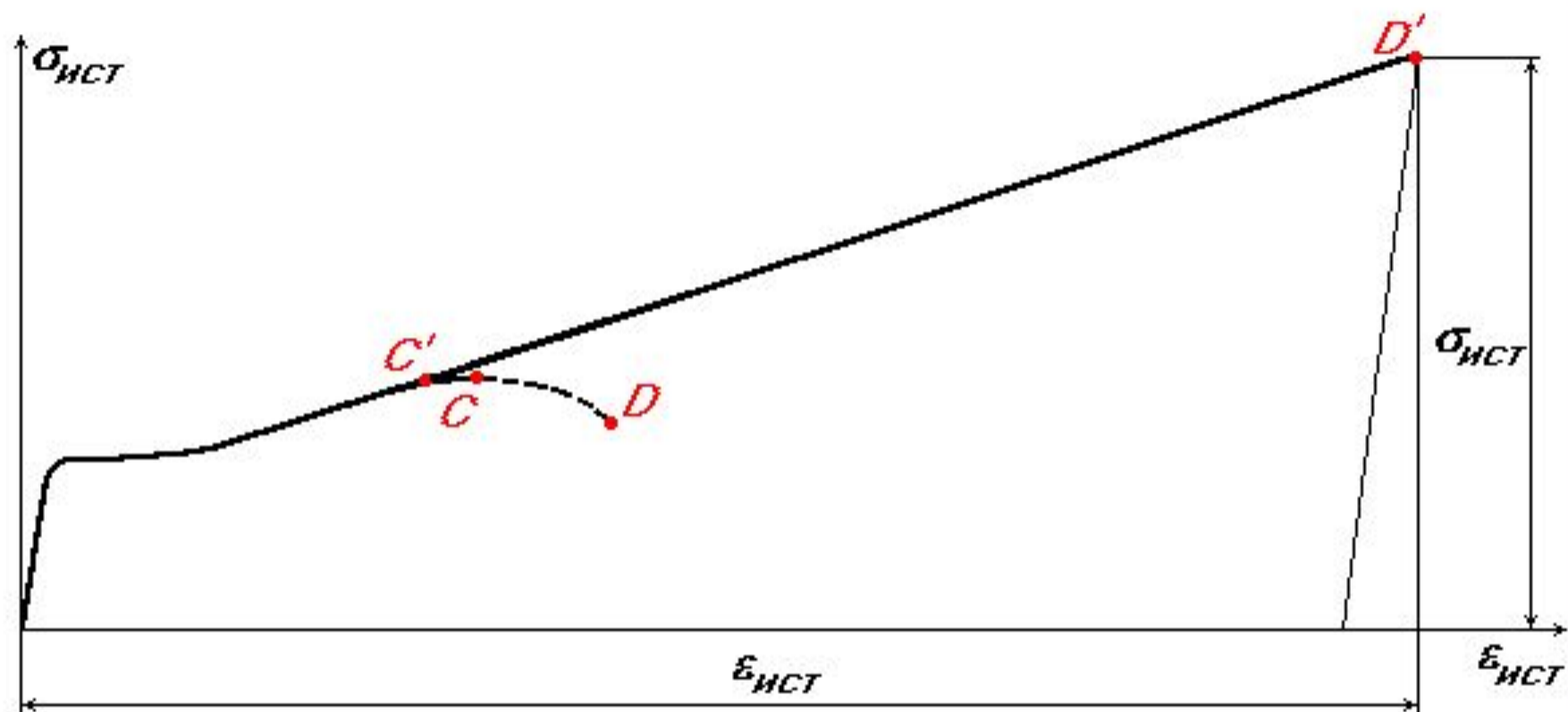
условный предел текучести
напряжение, при котором
пластическая деформация
(относительное остаточное
удлинение) достигает 0,2%

ДИАГРАММА РАСТЯЖЕНИЯ ОБРАЗЦА ИЗ ХРУПКОГО МАТЕРИАЛА



(инструментальные закаленные стали, серые и белые чугуны, камень, кирпич, бетон, керамика, некоторые пластмассы и др.)

ДИАГРАММА ИСТИННЫХ НАПРЯЖЕНИЙ



$$\sigma_{ист} = \frac{F}{S(F)}; \quad \epsilon_{ист} = \frac{S_0}{S} - 1; \quad \sigma_f = \frac{F_k}{S_k} = \sigma_{ист}$$

ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЧНОСТИ

σ_T ($\sigma_{0,2}$)

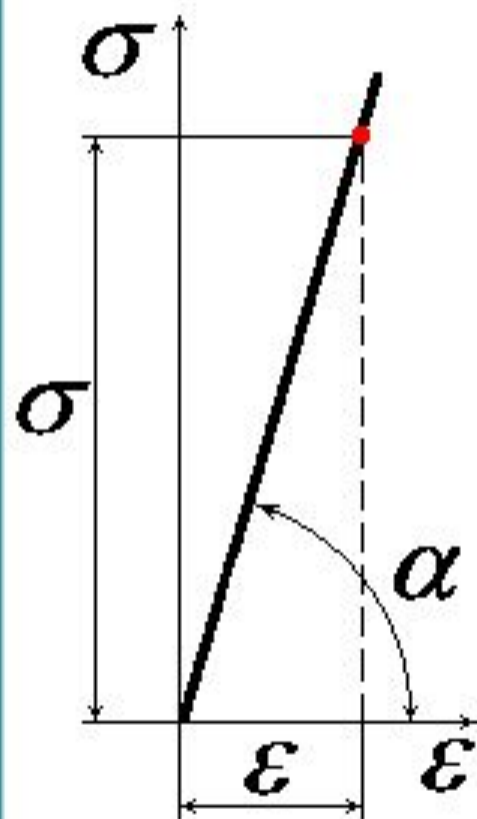
и

σ_B

сопротивляемость
материала малым
пластическим
деформациям

предельное
сопротивление
равномерным
деформациям

ХАРАКТЕРИСТИКИ УПРУГОСТИ



$$m \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon} = E;$$

m - масштаб по оси σ

E и μ - определяются при специальных испытаниях.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛАСТИЧНОСТИ

$\delta = \frac{l_k - l_0}{l_0} 100\%$ – относительное остаточное удлинение при разрыве;

l_k – конечная длина расчетной части разрушенного образца;

$\psi = \frac{S_0 - S_k}{S_0}$ – относительное сужение площади после разрыва;

$\delta > 10\%$ – пластичные материалы;

$\delta < 3\%$ – хрупкие материалы.

Малоуглеродистая сталь: $\delta_{10} = 40\%$; $\psi = 50\%$.

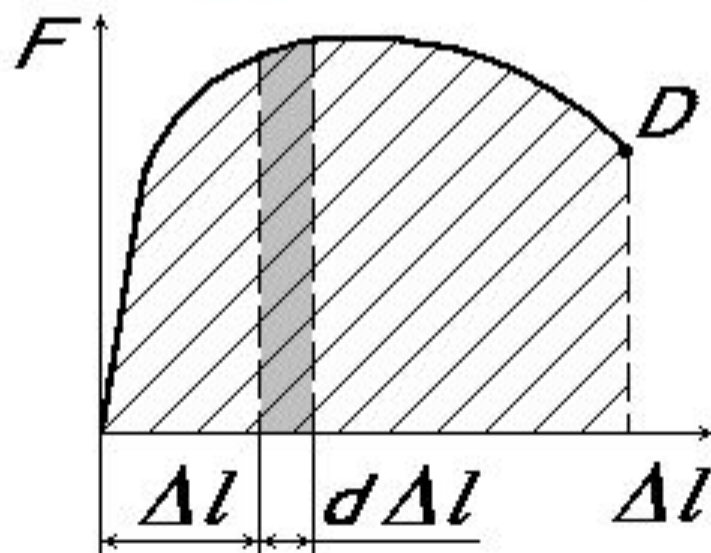
Серый чугун: $\delta_{10} = 0,6\%$.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЯЗКОСТИ

$a = \frac{A}{V_0}$ – удельная работа деформации
(статическая вязкость материала);

A – работа, затраченная на разрушение образца;

$V_0 = S_0 l_0$ – начальный объем расчетной части
образца.



$$A = \int_0^{\Delta l} F d\Delta l$$

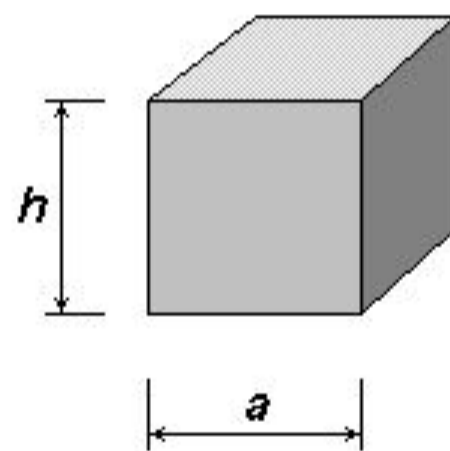
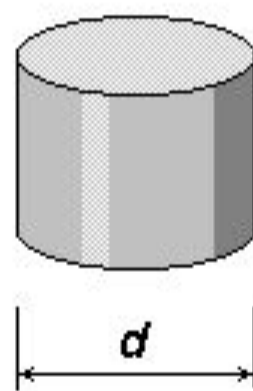
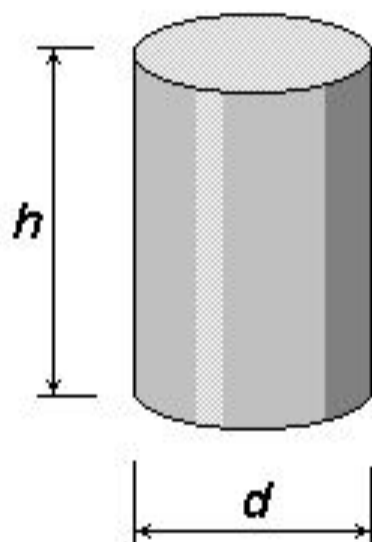
- пропорциональна площади диаграммы растяжения

СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ

2. Испытание материалов на сжатие

Испытание на сжатие является основным видом испытания для хрупких материалов

Образцы:

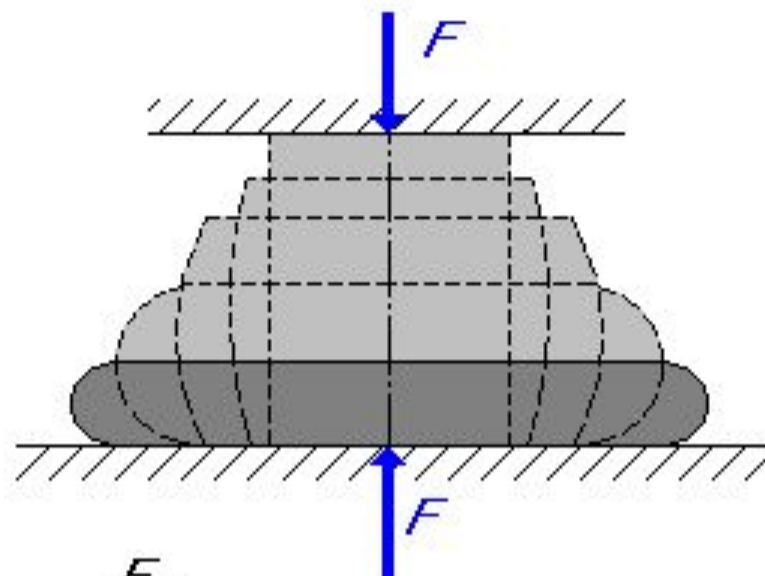
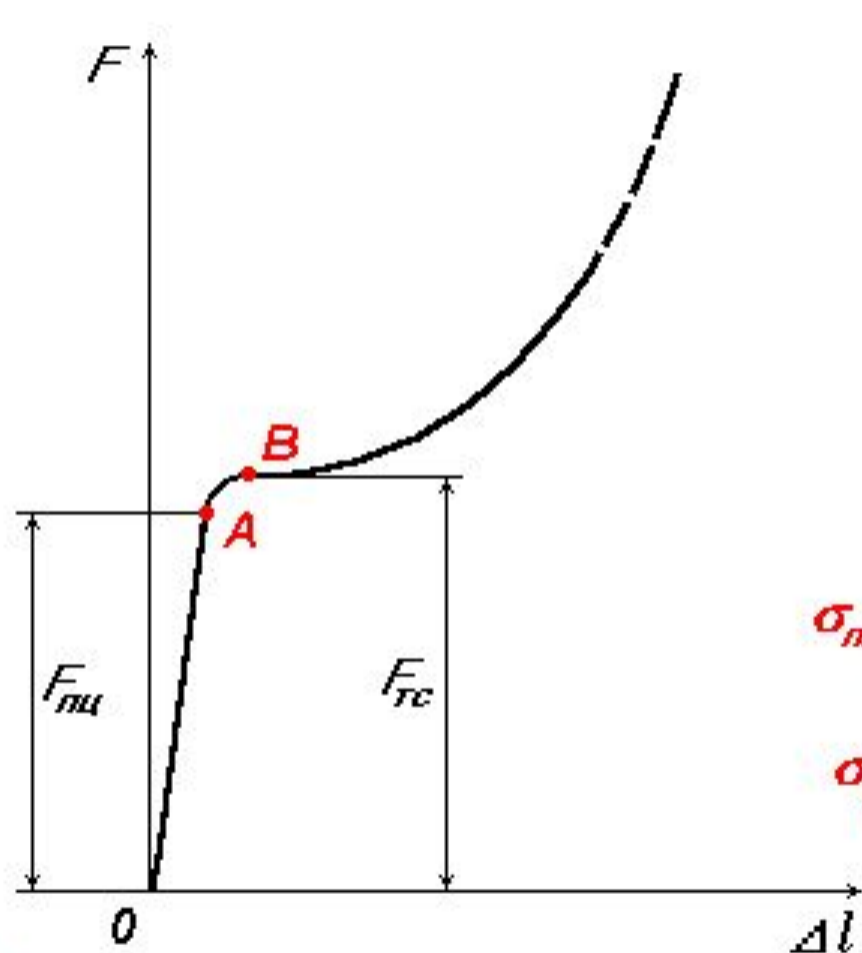


$$\frac{h}{d} \approx 2$$

$$\frac{h}{a} \approx 2$$

Механические характеристики при сжатии сохраняют те же определения, что и при растяжении.

ПЛАСТИЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ



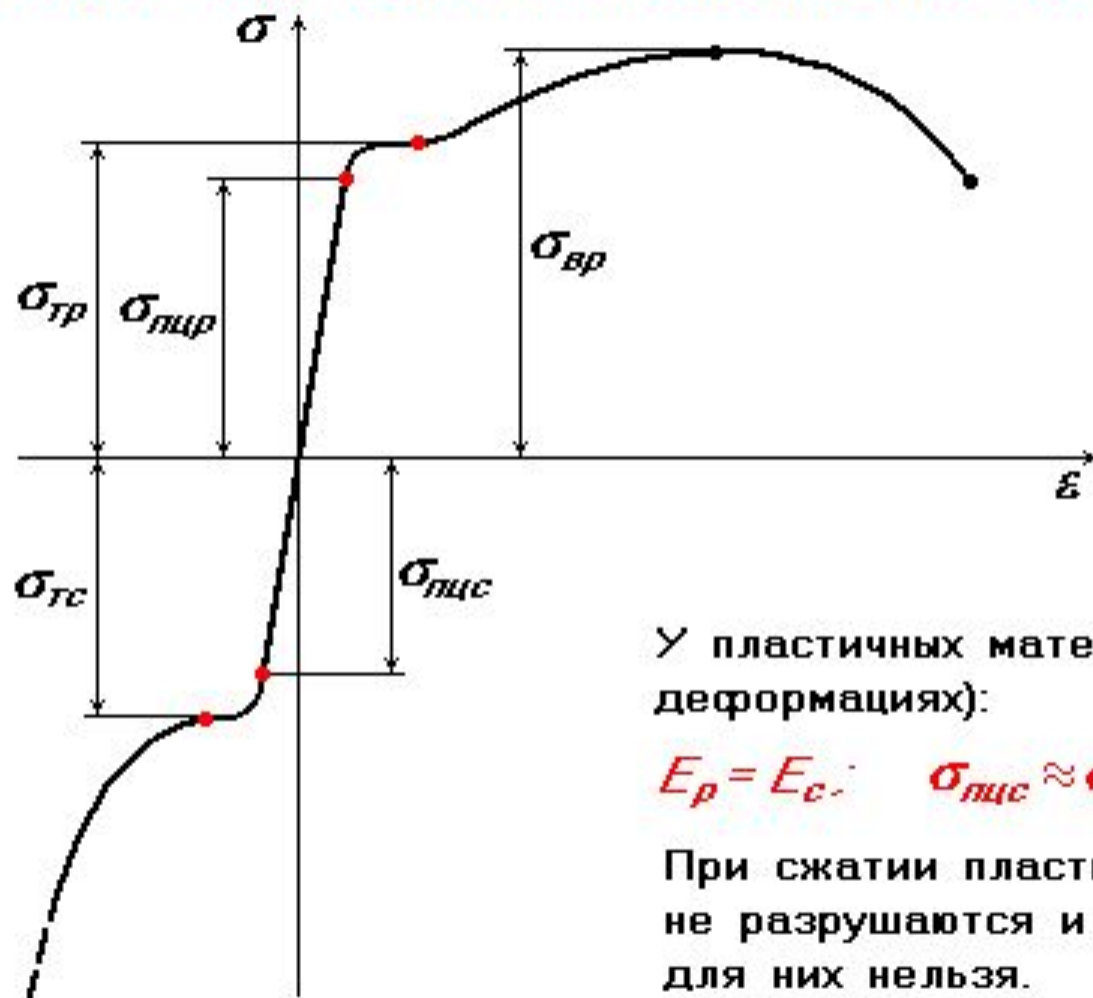
$$\sigma_{\text{плс}} = \frac{F_{\text{пл}}}{S_0} - \text{предел пропорциональности при сжатии;}$$

$$\sigma_{\text{тс}} = \frac{F_{\text{тс}}}{S_0} - \text{предел текучести при сжатии}$$

Трудно создать однородное сжатие.

ПЛАСТИЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Пластичные материалы одинаково работают при растяжении и сжатии.



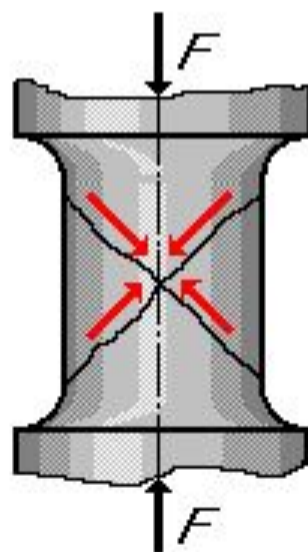
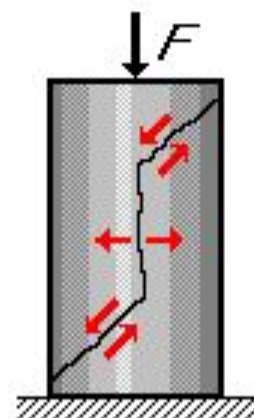
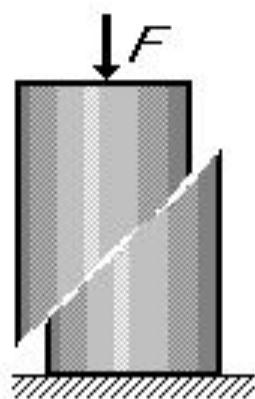
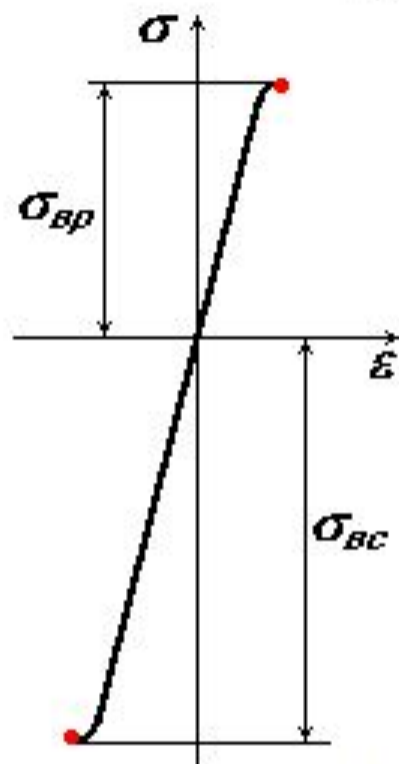
У пластичных материалов (при малых деформациях):

$$E_p = E_c; \quad \sigma_{пис} \approx \sigma_{пир}; \quad \sigma_{тс} \approx \sigma_{тр}$$

При сжатии пластичные материалы не разрушаются и определить $\sigma_{вс}$ для них нельзя.

ХРУПКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Разрушение путем среза (сдвига)



$$\sigma_{вс} > \sigma_{вр};$$

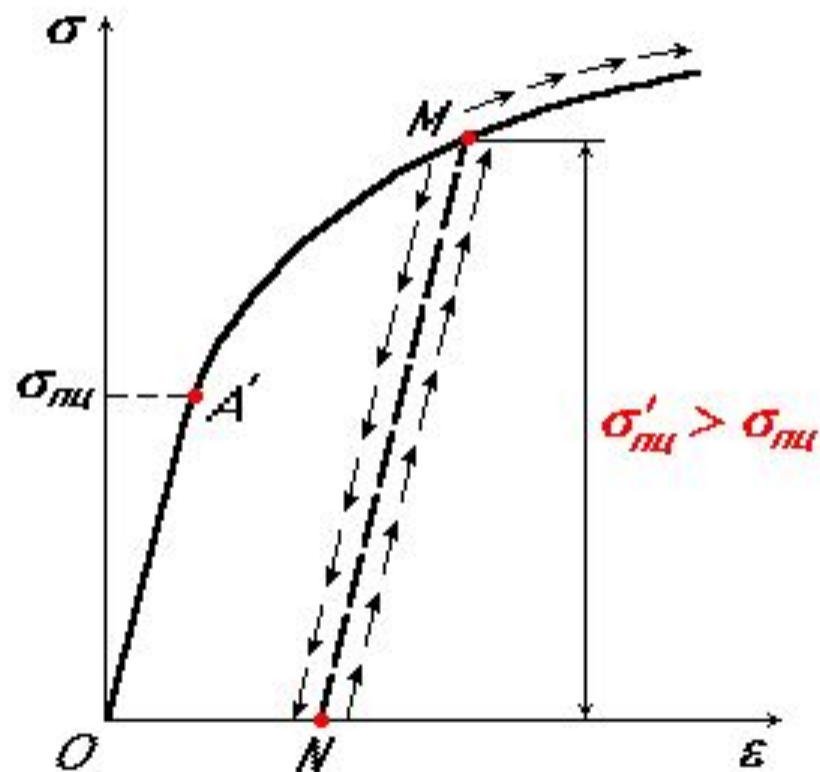
$$E_c \approx E_p;$$

$$k = \frac{\sigma_{вр}}{\sigma_{вс}};$$

$k = 0,2 \dots 0,4$ - чугун;

$k = 0,1 \dots 0,2$ - керамика.

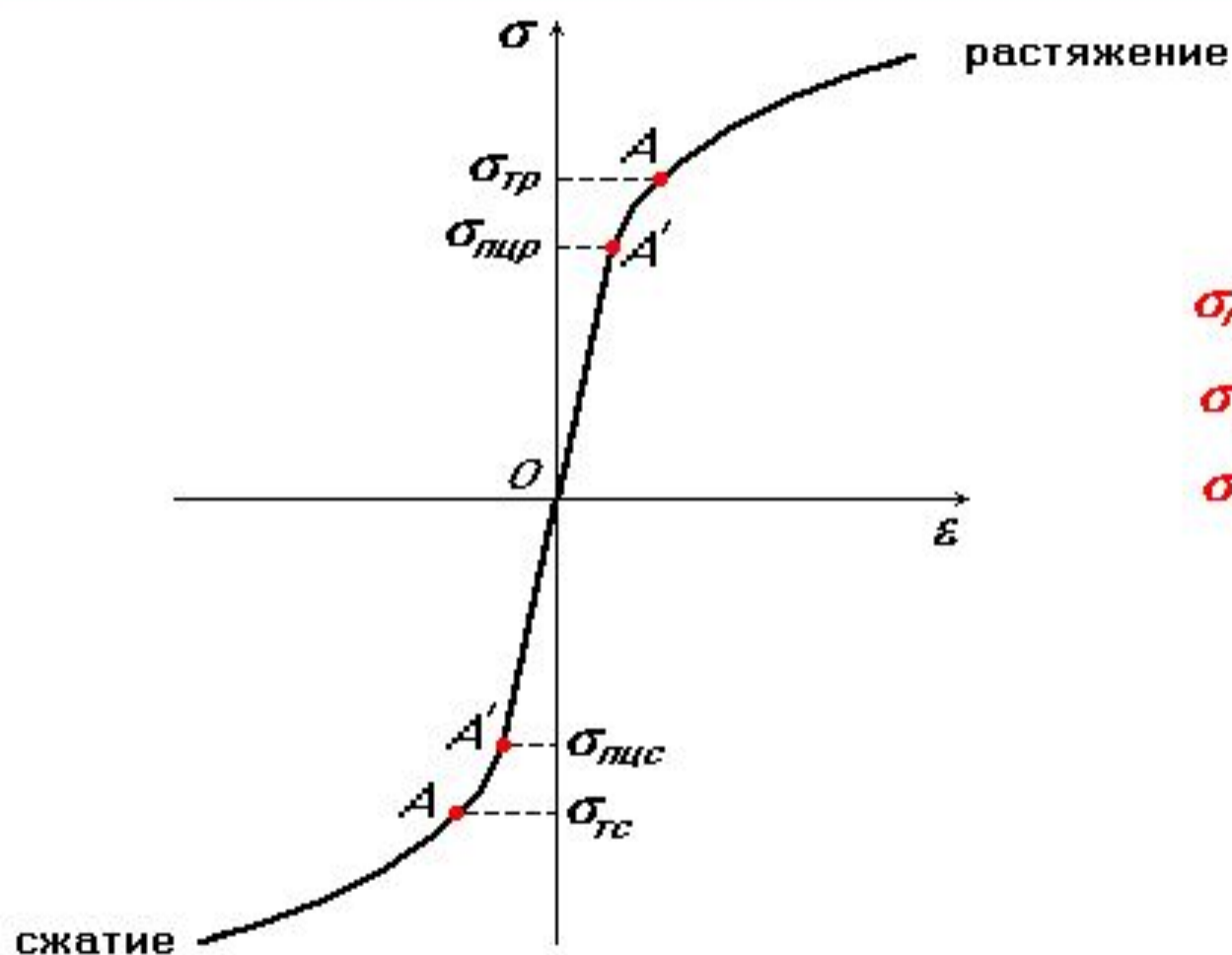
ЗАКОН РАЗГРУЗКИ И ПОВТОРНОГО НАГРУЖЕНИЯ. НАКЛЕП. (пластичный материал)



ЗАКОН РАЗГРУЗКИ - разгрузка всегда упругая
(закон Гука - $MN \parallel OA'$)

НАКЛЕП - повышение $\sigma_{пл}$
и снижение δ в результате предварительной пластической деформации того же знака.

ДИАГРАММЫ ОДНОКРАТНОГО НАГРУЖЕНИЯ (пластичный материал)



$$\sigma_{пир} = \sigma_{пис} = \sigma_{пц}$$

$$\sigma_{гр} = \sigma_{ге} = \sigma_{г}$$

$$\sigma_{пц} \approx \sigma_{г}$$

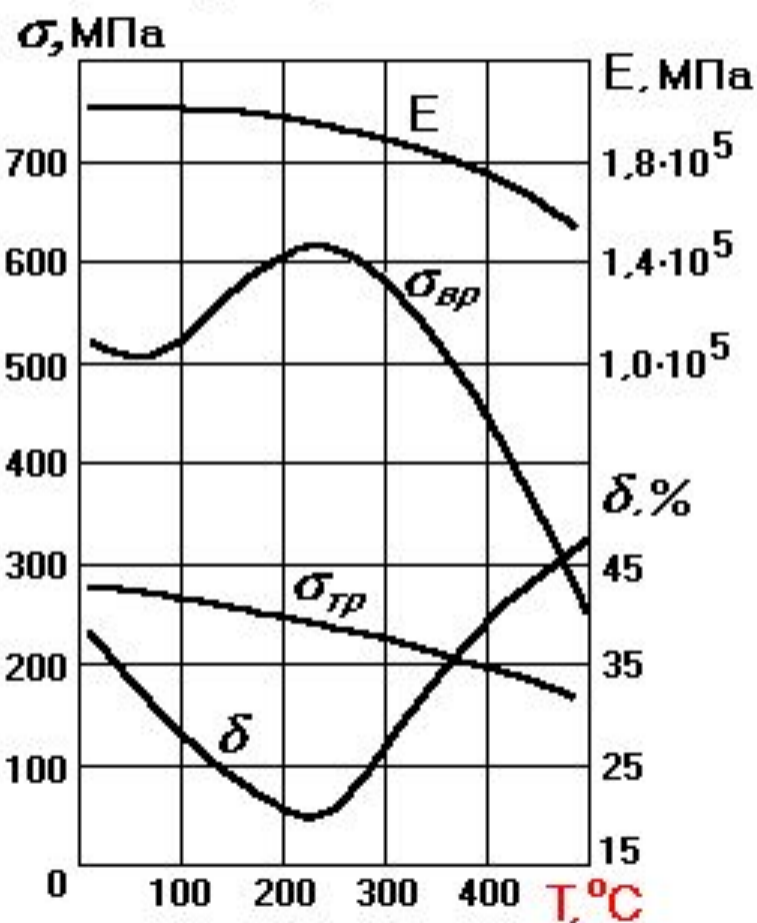
ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ УСЛОВИЙ НА МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ

1. Температура (T)
2. Время (t) действия нагрузок
3. Скорость нагружения (деформирования)
4. Окружающая среда
5. Технология изготовления материалов
6. Радиация и т. д.

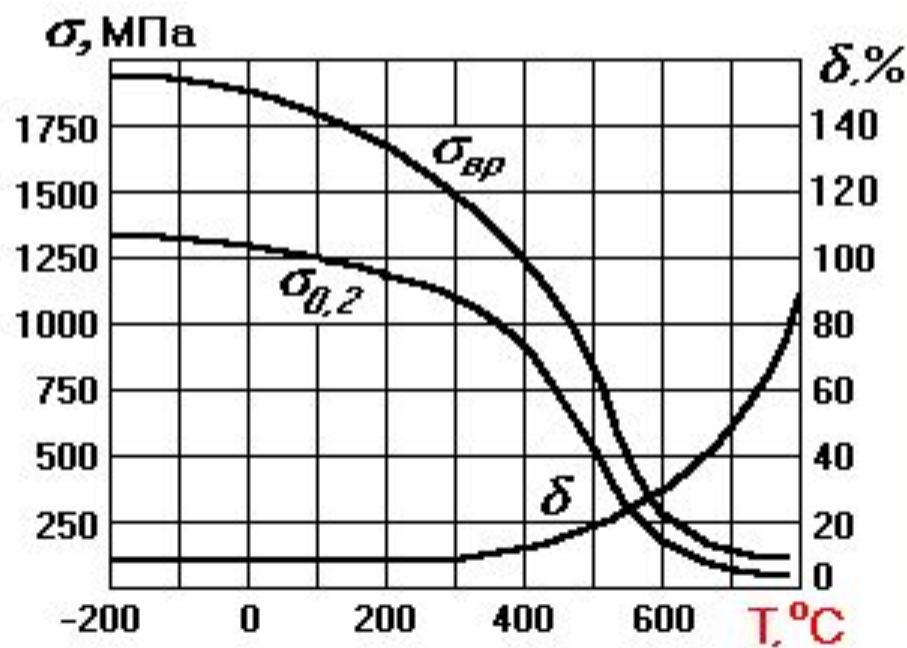
ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ УСЛОВИЙ НА МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ (продолжение)

Влияние температуры:

а) малоуглеродистая сталь



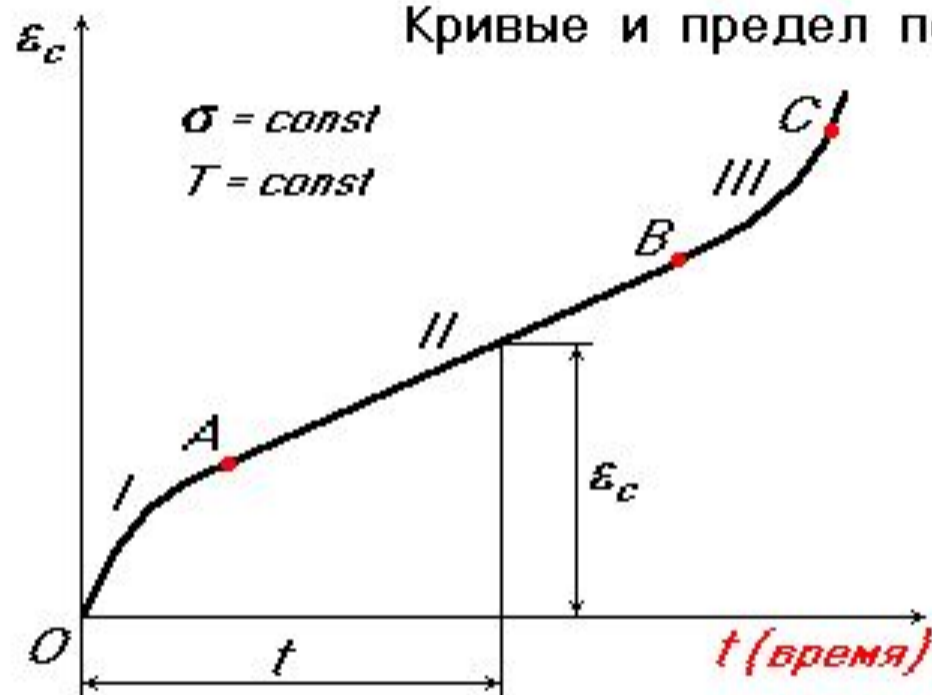
б) хромомарганцевая сталь
марки 30ХГСА



ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ УСЛОВИЙ НА МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ (продолжение)

Влияние фактора времени

Кривые и предел ползучести



Предел ползучести - напряжение, при котором деформация ползучести за определенный промежуток времени достигает заданной величины.

Никелевый жаропрочный сплав ХН77ТЮР

$$\sigma_{0,2/100}^{700} = 400 \text{ МПа}$$

- I - стадия неустановившейся ползучести;
- II - стадия установившейся ползучести;
- III - стадия разрушения

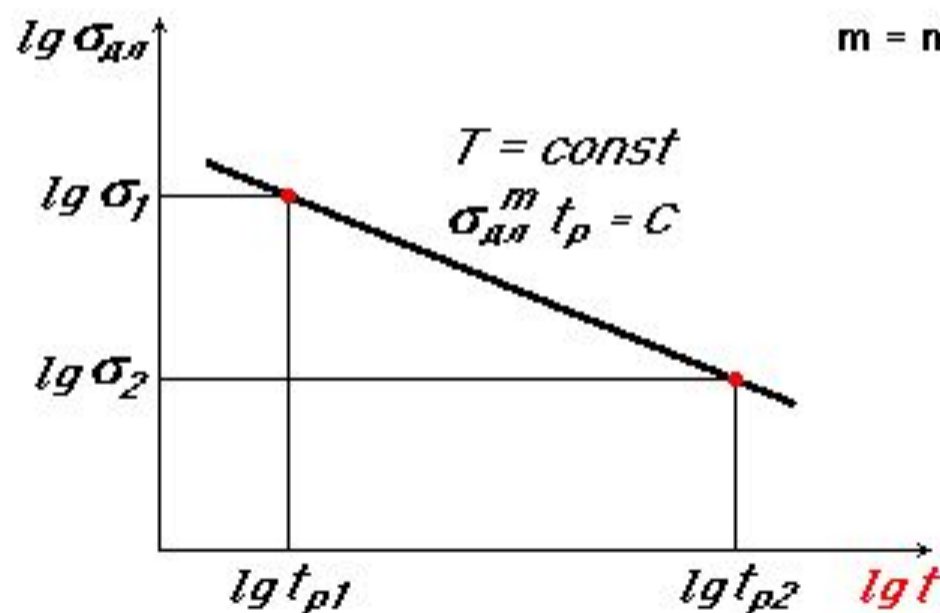
ε_c - деформация ползучести - остаточная (пластическая) деформация во времени при $\sigma = const$ и $T = const$.

ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ УСЛОВИЙ НА МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ (продолжение)

Влияние фактора времени:

Предел длительной прочности

Кривая длительной прочности
в логарифмических координатах



$m = m(t)$, $C = C(t)$ - параметры материала;
 t_p - время до разрушения.

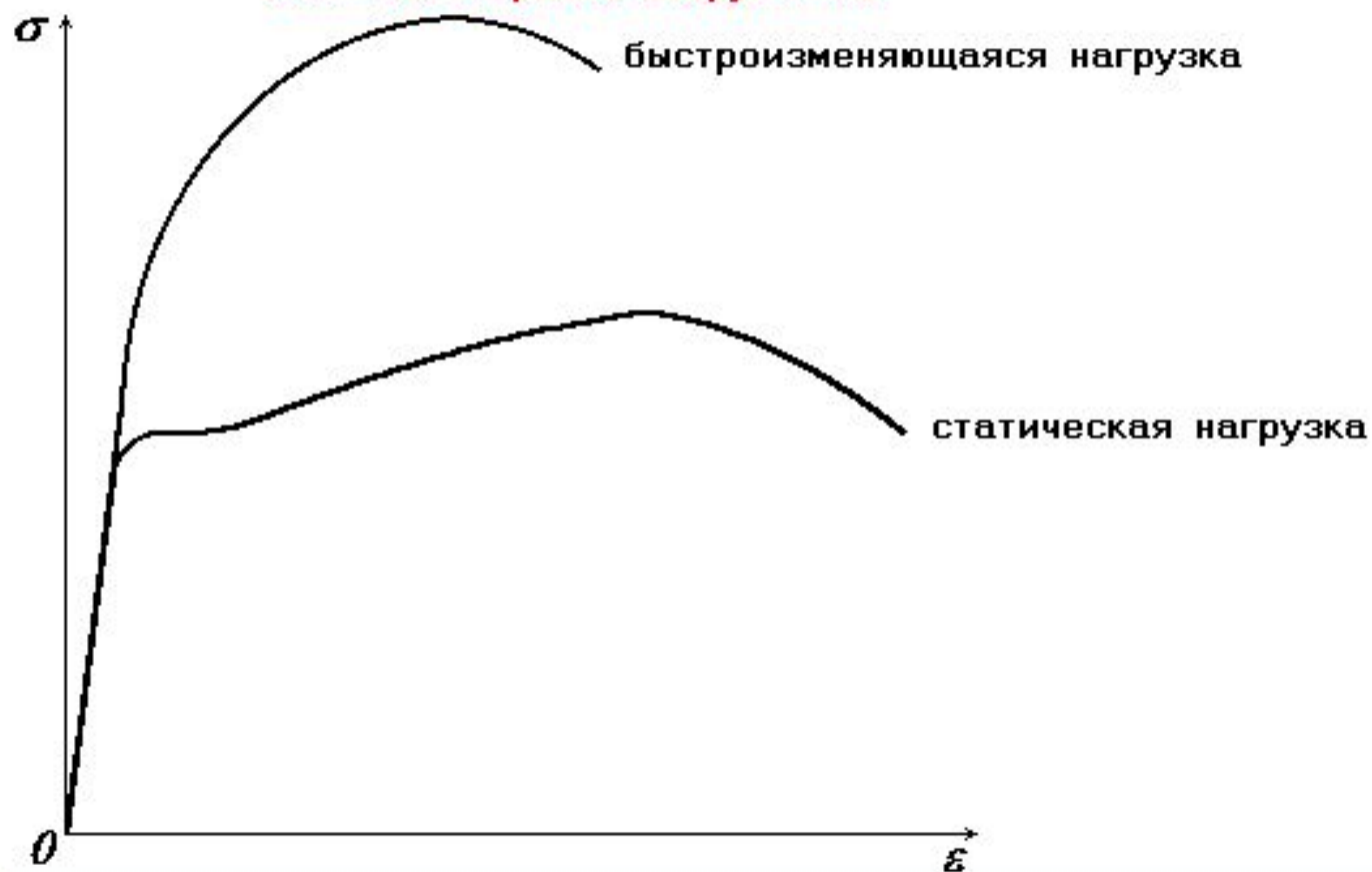
Предел длительной прочности -
напряжение, при котором
материал разрушается
не ранее заданного времени.

Сплав ХН77ТЮР

$$\sigma_{1000}^{700} = 330 \text{ МПа}$$

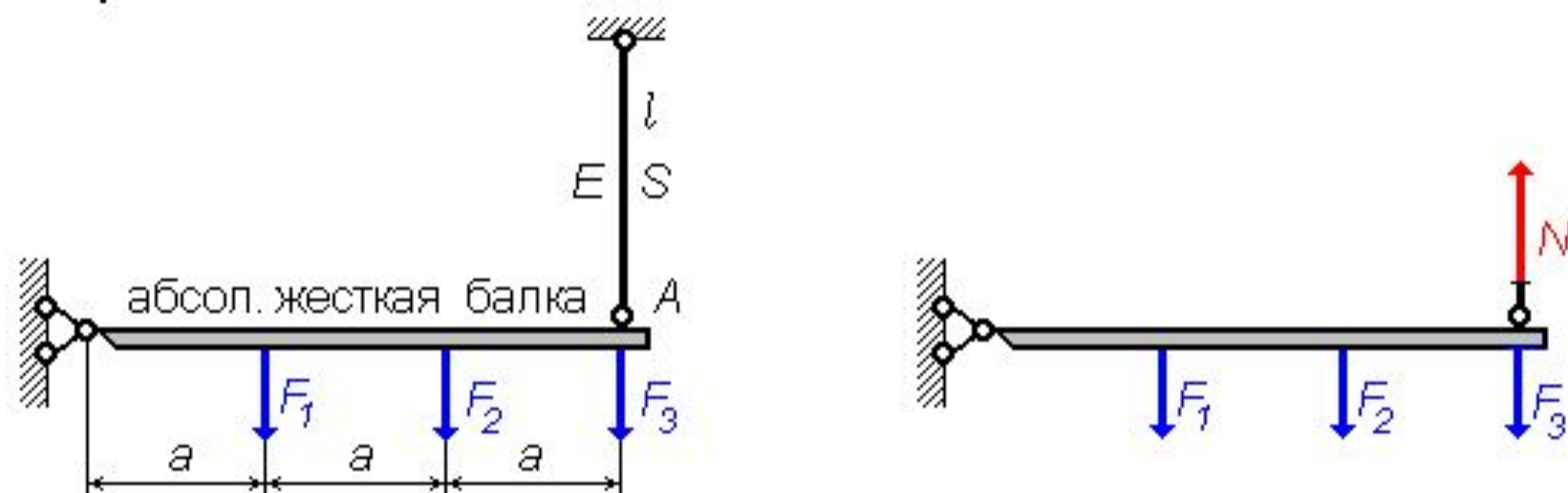
ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ УСЛОВИЙ НА МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ (продолжение)

Влияние скорости нагружения:



ПРИНЦИПЫ РАСЧЕТОВ НА ПРОЧНОСТЬ И НА ЖЕСТКОСТЬ

Рассмотрим однопараметрическое (простое) нагружение конструкции $(F) = F_i(P)$, где P - параметр нагрузки, на примере статически определимой системы.



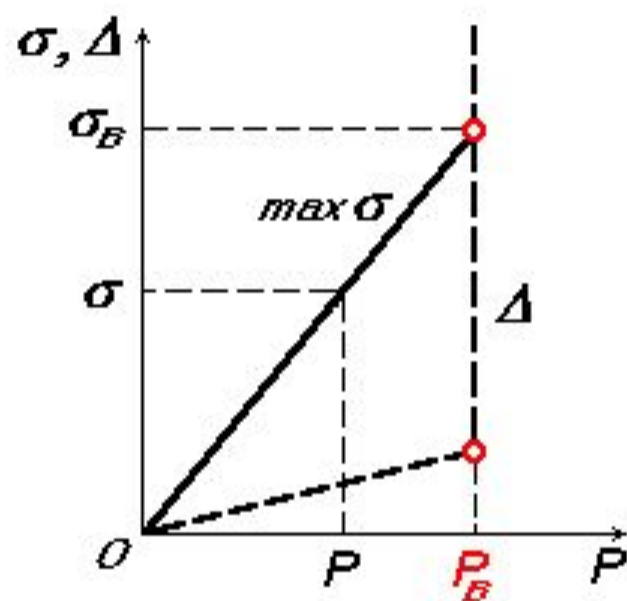
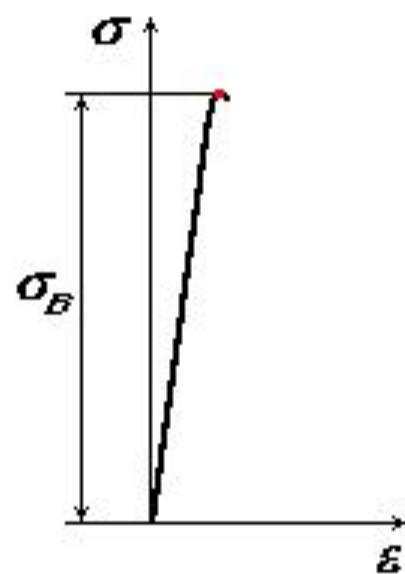
$$F_1 = P; \quad F_2 = \alpha_1 P; \quad F_3 = \alpha_2 P; \quad F_i = \alpha_{i-1} P;$$

$$\alpha_i(t) = \alpha_i = \text{const}; \quad 0 < P(t) < P;$$

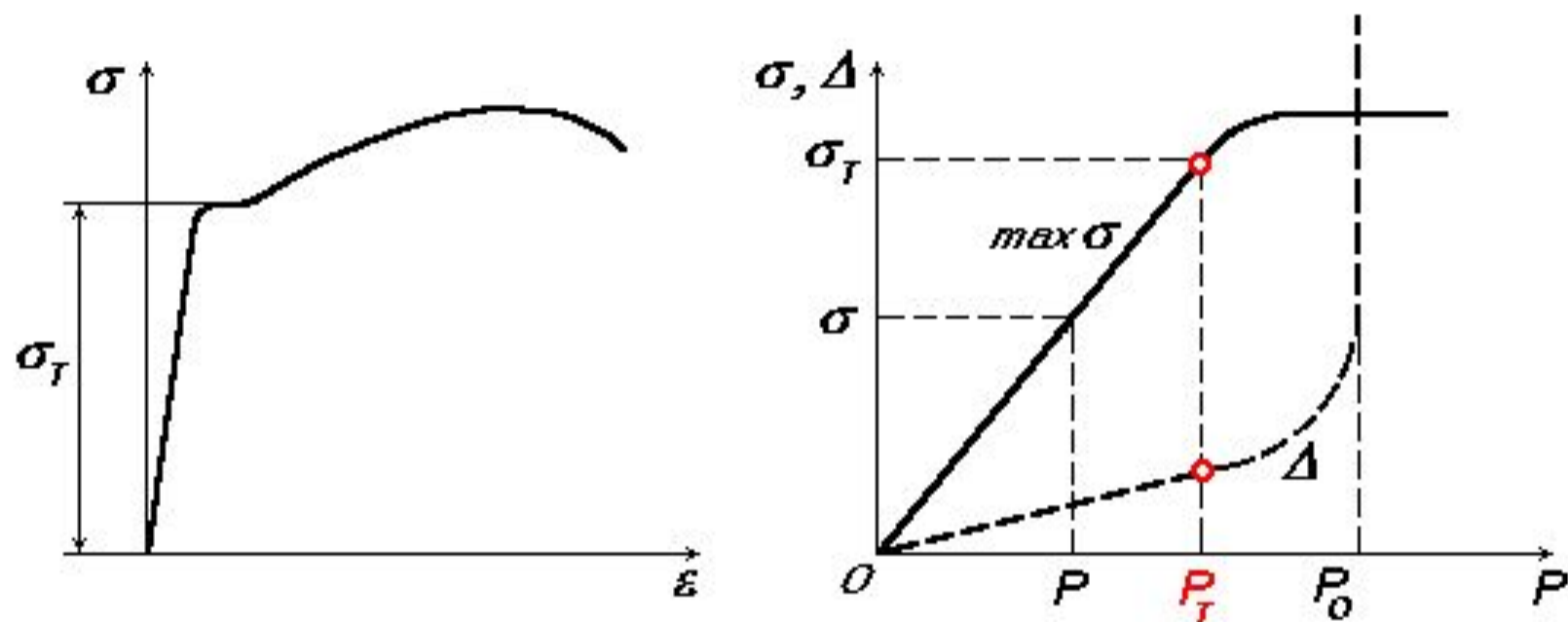
$P(t) = P = \text{const}$ - статическое нагружение.

Конструкция работоспособна, если $P < \bar{P}$ - опасная нагрузка.

ХРУПКОЕ РАЗРУШЕНИЕ



ПЛАСТИЧЕСКОЕ РАЗРУШЕНИЕ



P_T - нагрузка, при которой появляются пластические (остаточные) деформации;

P_0 - нагрузка, нарушающая условия эксплуатации.

ЛИНЕЙНО-ДЕФОРМИРУЕМЫЕ КОНСТРУКЦИИ

запас прочности

$$P = \begin{cases} P_B \\ P_T \end{cases}, P_0 \begin{cases} \text{- хрупкий материал;} \\ \text{- пластичный материал.} \end{cases}$$

→ линейно деформируемые конструкции.

$$n = \frac{\bar{P}}{P} > 1 \text{ - коэффициент запаса прочности (запас прочности).}$$

Для линейно деформируемой конструкции

$$n = \frac{P_T (P_B)}{P} = \frac{\sigma_T (\sigma_B)}{\max \sigma} = \frac{\bar{\sigma}}{\max \sigma};$$

$\bar{\sigma}$ - опасное напряжение.

$$\bar{\sigma} = \begin{cases} \sigma_T & \text{- пластичный материал;} \\ \sigma_{Br}, \sigma_{Bc} & \text{- хрупкий материал.} \end{cases}$$

$\max \sigma$ - наибольшее напряжение (в одном из элементов конструкции) - зависит от точности расчета, от величины параметра $P (F_i (P))$;

$\bar{\sigma}$ - зависит от свойств материала, от условий испытаний, от разброса механических свойств и т.д.

УСЛОВИЕ ПРОЧНОСТИ

НОРМАТИВНЫЙ ЗАПАС ПРОЧНОСТИ

$[n] > 1$ - нормированный коэффициент запаса прочности (нормативный запас).

Условие прочности:

$$n = \frac{\bar{\sigma}}{\max \sigma} \geq [n];$$

или в напряжениях:

$$\max \sigma \leq [\sigma],$$

где $[\sigma] = \frac{\bar{\sigma}}{[n]}$ - допускаемое напряжение.

Расчет на прочность **по наиболее опасной точке** (по локальному "разрушению"),
или расчет **по допускаемым напряжениям**.

НОРМИРОВАННЫЙ ЗАПАС ПРОЧНОСТИ

Выбор величины $[n]$ выходит за рамки курса "сопротивления материалов".

$[n]$ зависит от следующих факторов:

- 1) условий работы конструкции;
- 2) метода расчета;
- 3) серьезности тех последствий, которые возникают после разрушения конструкции;
- 4) свойства материала;
- 5) экономических требований.

Нормированный запас $[n]$ устанавливается **НОРМАМИ ПРОЧНОСТИ**.

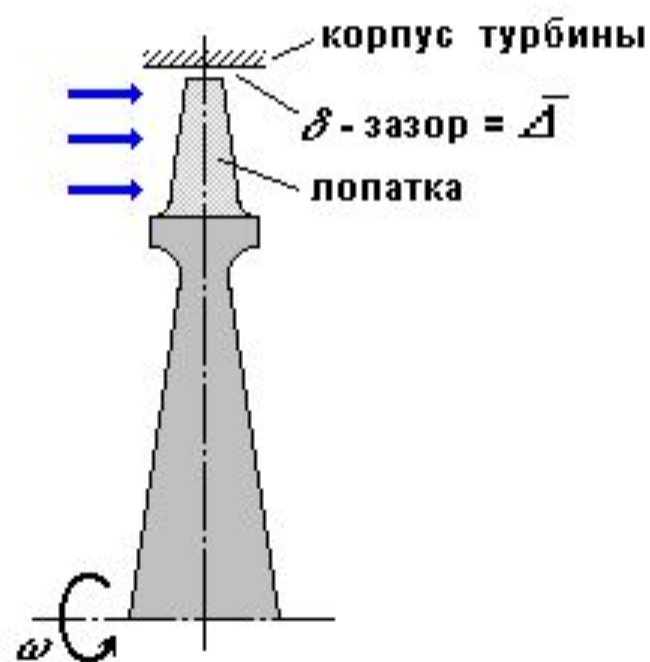
Общее машиностроение	$[n]_T = 1,5 \dots 1,6$
(статическое нагружение)	$[n]_B = 2,0 \dots 3,0$

УСЛОВИЕ ЖЕСТКОСТИ

Ограничение перемещений:

$$\Delta < [\Delta], \text{ где } [\Delta] = \frac{\bar{\Delta}}{[n_{\Delta}]}$$

Δ - перемещение в характерной точке конструкции.



$\bar{\Delta}$ - предельное (опасное) перемещение, нарушающее условия эксплуатации;

$[n_{\Delta}]$ - нормированный запас по условию жесткости.

ЗАДАЧИ РАСЧЕТОВ НА ПРОЧНОСТЬ И ЖЕСТКОСТЬ

Целью расчетов могут быть:

- определение надежных размеров элементов конструкций;
- проверка прочности или жесткости;
- нахождение допустимых нагрузок;
- подбор материала и т. д.

СПОСОБЫ РАСЧЕТА

- 1) **Проектировочный расчет** - выполняется на стадии проектирования новой конструкции.

Дано: $(F_e) = F_i(P)$ - система внешних сил;
 $S_i(S)$ - параметр поперечных размеров;
 $\bar{\sigma}$ и $[n]$ - материал; $[\Delta]$

Цель: $S = ?$

Условие прочности:

- 1) выбор опасного сечения;

$$(F_e) \rightarrow N_i \rightarrow \text{ЭН}$$

- 2) выбор опасной точки

$$N_i \rightarrow \sigma_i = \frac{N_i}{S_i} \rightarrow \max \sigma_i(S)$$

- 3) $\max \sigma_i(S) \leq [\sigma] \rightarrow S_\sigma$

Условие жесткости:

$$\Delta(S) \leq [\Delta] \rightarrow S_\Delta$$

$$S = \max(S_\sigma, S_\Delta) \rightarrow S_i$$

Необходимо стремиться, чтобы конструкция была равнопрочной

$$\sigma_i = [\sigma] = \text{const}$$

СПОСОБЫ РАСЧЕТА (продолжение)

2. **Проверочный расчет** - выполняется после изготовления опытного образца конструкции (на стадии доводки конструкции).

Дано: (F_e) - уточненные при испытаниях значения нагрузок;

$\bar{\sigma}$, $[n]$, $[\Delta]$, S_i - поперечные размеры.

Цель: проверка прочности и жесткости.

Условие прочности:

- 1) Выбор опасного сечения

$$(F_e) \rightarrow N_i \rightarrow \exists N_i$$

- 2) Выбор опасной точки

$$\sigma_i = \frac{N_i}{S_i} \rightarrow \max(\sigma_i) = \max \sigma$$

- 3) $n = \frac{\bar{\sigma}}{\max \sigma} \gg [n]$

Условие жесткости

$$n_{\Delta} = \frac{\bar{\Delta}}{\Delta} \gg [n_{\Delta}]$$

СПОСОБЫ РАСЧЕТА (продолжение)

3. **Определение допустимой нагрузки** - выполняется при модернизации конструкции, при изменении условий эксплуатации.

Дано: $\bar{\sigma}$, $[n]$, $[\Delta]$, S_i

$(F_e) = F_i(P)$, где P - параметр нагрузки.

Цель: $P=?$

Условие прочности:

- 1) Выбор опасного сечения

$$(F_e) \rightarrow N_i \rightarrow \exists N_i$$

- 2) Выбор опасной точки

$$N_i(P) \rightarrow \sigma_i = \frac{N_i}{S_i} \rightarrow \max \sigma_i(P)$$

- 3) $\max \sigma_i(P) \ll [\sigma] \rightarrow P_\sigma$

Условие жесткости:

$$\Delta(P) \ll [\Delta] \rightarrow P_\Delta$$

$$P = \min(P_\sigma, P_\Delta) \rightarrow (F_e)$$