

Разбор задач ЕГЭ

Кодирование и операции над числами в разных системах счисления.



Задача 1.

Сколько единиц в двоичной записи десятичного числа 206?

Решение:

Нарисуем таблицу.

Делим число 206 на 2 с остатком, остаток записываем внизу, целую часть правее,

Целая часть
от деления
на 2

206	103	51	25	12	6	3	1
0	1	1	1	0	0	1	

затем выписываем полученный результат справа налево – это число 206 в двоичной системе

$206_{10} = 11001110_2$ – пять единиц

Ответ: 5

Остаток от
деления на 2

Задача 1.

*Примечание: данная схема справедлива для перевода из десятичной системы в систему с ЛЮБЫМ основанием, только делить надо будет не на 2, а на основание системы, например в восьмеричной системе делим на 8, а возможные остатки не 0 и 1, а 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

206	25	3	•	•
6	1	.		

Целая часть
от деления
на 8

Выписываем полученный результат справа налево – это число 206 в восьмеричной системе.

$$206_{10} = 316_8$$

Остаток от
деления на

8

Таблица 1.

Таким образом можно составить таблицу соответствия между основными системами:

10	2	8	16
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Основание
системы

Примечания к таблице.

*В позиционных системах счисления, как только у нас заканчиваются цифры для записи младшего разряда числа, так мы добавляем +1 к более старшему разряду.

**В двоичной системе есть понятие «незначащий» и «значащий» нуль: если левее это нуля нет ни одной единицы, то он «незначащий».

$$0010_2 = 10_2$$

Красным отмечены «незначащие», зелёным – «значащие» нули.

***Любые вычислительные алгоритмы (сложение, умножение столбиком, деление уголком) справедливы для любой позиционной системы

Задача 2.

Сколько верных неравенств среди перечисленных?

а) $10101010_2 > 252_{10}$

б) $10101010_2 > 9F_{16}$

в) $10101010_2 > 252_8$

Решение:

А Чтобы сравнить числа переведем их в одинаковые системы счисления.

а) Переведем первое число в десятичную систему, для этого нарисуем таблицу:

7	6	5	4	3	2	1	0
1	0	1	0	1	0	1	0

Над числом подписаны номера разрядов справа налево, начиная с нуля. Старший разряд равен

Задача 2.

7	6	5	4	3	2	1	0
1	0	1	0	1	0	1	0

Чтобы перевести это число в десятичную систему, нужно найти сумму значений разрядов, умноженных на **основание системы** в **степени** номера разряда:

А

$$1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 =$$

Значение разряда

Основание системы

$$128 + 0 + 32 + 0 + 8 + 0 + 2 + 0 = 170_{10}$$

$170_{10} > 252_{10}$ **НЕВЕРНО!** Пункт а) не подходит.

Задача 2.

б) По такому же алгоритму можно перевести число из любой системы счисления в десятичную. Сделаем это для

натурального числа $9F_{16}$

1	0
9	F

Чтобы перевести это число в десятичную систему, нужно найти сумму значений разрядов, умноженных на степени номера разряда

Номер разряда справа налево

Значение разряда

Основание системы

Задача 2.

в) В случае с восьмеричной и шестнадцатиричной, любой системы основанием которой является целая степень двойки, возможен быстрый перевод в двоичную систему и обратно:

Каждый разряд числа $9F_{16}$ переводится в соответствующее ему в двоичной системе число. При этом в каждом двоичном числе должно быть 4 разряда. Если разрядов в соответствующем двоичном числе не хватает, то мы дополняем двоичное число слева

9	F
1001	1111

ми» нулями до

3.

$$9F_{16} = 10011111_2 = 1 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 +$$

Задача 2.

Для числа 252_8 будем действовать так же, но каждому разряду восьмеричной, будет соответствовать 3 разряда двоичной

2	5	2
010	101	010

Дополнили до 3-х разрядов «незначащим» нулём

$$252_8 = 010101010_2 = 0*2^8 + 1*2^7 + 0*2^6 + 1*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 0*2^0 = 0 + 128 + 0 + 32 + 0 + 8 + 0 + 2 + 0 = 170_{10}$$

$$252_8 = 2*8^2 + 5*8^1 + 2*8^0 = 128 + 40 + 2 = 170_{10} \text{ совпало!}$$

$170_{10} > 170_{10}$ – НЕВЕРНО! Пункт в) не подходит.

Среди а), б) и в) неравенств только одно верное.

Примечание.

Переведём число: 10101101101_2 в восьмеричную и шестнадцатиричную системы.

$0101.0110.1101_2$ - разделим число по 4 разряда справа налево точками

0101	0110	1101
5	6	D

Вначале не хватило
– дополнили
нулями.

«Незначащие» нули

Затем переводим двоичные числа по таблице

Получаем шестнадцатиричное число $56D_{16}$

Для восьмеричной системы отделяем по 3 разряда:

010	101	101	101
2	5	5	5

Получим восьмеричное
число 2555_8

Вопросы

Сколько «значащих» и «незначащих» нулей в двоичной записи числа 237_8 ?

$237_8 = 010.011.111$ – два «значащих», один незначащий.

Как определить по сколько знаков отделять при переводе из двоичной системы в восьмеричную, шестнадцатиричную?

$8=2^3$ по 3 знака, $16=2^4$ по 4 знака

По сколько знаков нужно отделять в 4-ричной системе?

$4=2^2$ по 2 знака

Сколько разрядов имеет число 3456_{10} в восьмеричной, двоичной, шестнадцатиричной системах?

$3456_{10} = 6600_8 = D80_{16} = 110110000000_2$, соответственно 4, 3 и 12 разрядов.

Для каких систем счисления справедливо равенство $10*10=100$?

Для десятичной и двоичной.