Государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Нижегородский государственный инженерно-экономический университет»

Справочный материал к практике 21 по дисциплине «Математика» для студентов направления подготовки 09.03.02 «Информационные системы и технологии»

Решение задач линейного программирования (симплекс-метод)

Составитель:
ст. преподаватель кафедры «Физико-математические науки» Черемухин А. Д.

Пример 1. Решите задачу линейного программирования

$$Z = x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 \to \max$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_4 = 6, \; x_i \geq 0 \end{cases}$$

Часть 0. Проверяем условия того, что задача записана в канонической форме (все ограничения – равенства, на все переменные наложено условие неотрицательно, правые части всех ограничений неотрицательны)

Все условия выполнены

Часть 1. Нахождение начального опорного решения

Запишем все коэффициенты системы уравнений в матрицу

	Переменная				
Уравнение	1	2	3	4	Результат
1	-1	2	1	0	2
2	3	-2	0	1	6

Часть 1. Нахождение начального опорного решения

Базисное решение находится согласно методу Жордана-Гаусса $\theta_{0k} = \min\limits_{i} \left\{ \frac{b_i}{a_{ik}} \right\} = \frac{b_l}{a_{lk}}$ при $a_{ik} > 0$.
Или выбираем в качестве базисных переменных уже разрешенные неизвестные
Посчитаем коэффициенты и найдем минимальные

Уравнение	Переменная				Результат	Коэффициенты			
	1	2	3	4		1	2	3	4
1	-1	2	1	0	2	-	***1***	2	-
2	3	-2	0	1	6	***2***	-	-	6

Согласно таблице, в качестве базисных переменных можно взять первую и вторую переменную.
Однако разрешенными неизвестными являются третье и четвертое. Можно взять и ту, и ту пару.

Возьмем в качестве неизвестных третью и четвертую переменную

Часть 2. Проверка оптимальности полученного решения

Запишем расширенную табличку

Коэффициенты целевой функции			1	-1	3	-1	
Номер базисной переменной	Коэффициенты ц.ф. при б.п.	Уравнение	Переменная				Результат
			1	2	3	4	
3	3	1	-1	2	1	0	2
4	-1	2	3	-2	0	1	6
Оценки			-7	7	0	0	

Оценки рассчитываются как произведение элементов столбца «коэффициенты целевой функции при базовых переменных» на коэффициенты переменной минус соответствующий коэффициент целевой функции

Условие оптимальности – если в задаче на максимум все оценки в переменных, кроме базисных, положительны, а в задаче на минимум – все оценки отрицательны

В нашей задаче базисное решение неоптимально

Часть 3. Найдем новое решение

Выбор новой переменной определяется максимумом (минимумом) оценок переменной для задач на минимум (максимум). Уравнение определяется с помощью расчета коэффициентов для новых переменных

Коэффициенты целевой функции			1	-1	3	-1		
Номер базисной переменной	Коэффициенты ц.ф. при б.п.	Уравнение	Переменная				Результат	Коэффициент
			1	**2**	**3**	**4**		
3	3	**1**	-1	2	1	0	2	-
4	-1	**2**	3	-2	0	1	6	2
Оценки			-7	7	0	0		

Соответственно, получается, во втором уравнении базовой переменной должна быть переменная № 1, а не № 4. Сделаем первую переменную разрешенной

было	-1	2	1	0	стало	0	4/3	1	1/3
	3	-2	0	1		1	-2/3	0	1/3

Часть 4(2). Проверка оптимальности полученного решения

Коэффициенты целевой функции			1	-1	3	-1	
Номер базисной переменной	Коэффициенты ц.ф. при б.п.	**Уравнение**	**Переменная**				**Результат**
			1	**2**	**3**	**4**	
3	3	**1**	0	4/3	1	1/3	2
1	1	**2**	1	-2/3	0	1/3	6
Оценки			0	13/3	0	7/3	

Решение оптимально – вектор X(2;0;4;0)

Если все оценки оптимальны, но оценка какого-то коэффициента равна 0, то система имеет бесконечно большое количество решений

Если не получается посчитать оценки коэффициентов и найти новое решение, то система не имеет решений.