

**Кристаллография
и основы кристаллохимии
Лекция №6.**

Тема 1. Закон постоянства углов

Тема 2. Методы проецирования кристаллов

Кристаллография и основы кристаллохимии

Лекция №6.

Закон постоянства углов: у различных кристаллов одного и того же вещества вне зависимости от размеров и формы отдельных граней величина углов между соответственными гранями при данных условиях является постоянной.

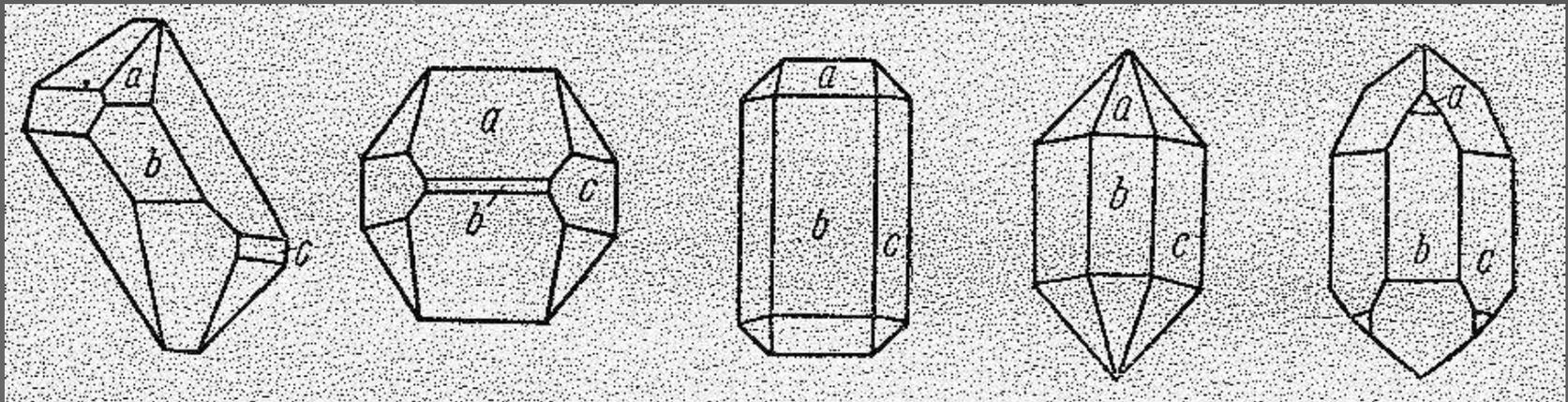
Закон постоянства углов объясняется тем, что все кристаллы одного и того же вещества одинаковы по внутреннему строению, т.е. имеют одну и ту же структуру.

Соответственные грани различных кристаллов данного вещества, отвечая одинаковым атомным сеткам в структуре, должны образовывать между собой и одинаковые углы. То же относится и к углам между ребрами, которые совпадают с атомными рядами в структуре.

На полиморфные разновидности, имеющие одинаковый состав при различных структурах, закон постоянства углов не распространяется!

Кристаллография и основы кристаллохимии

Лекция №6.



У всех этих кристаллов углы между соответственными гранями ab , ac , bc одинаковы

Кристаллография и основы кристаллохимии

Лекция №6.

Для того, чтобы получить полную информацию об огранке кристалла, необходимо не только найти и зафиксировать в пространстве элементы его симметрии, но и, используя основной закон постоянства углов, зафиксировать грани данного кристалла относительно его элементов симметрии.

Наибольшее распространение в кристаллографической практике получили следующие проекции кристаллов:

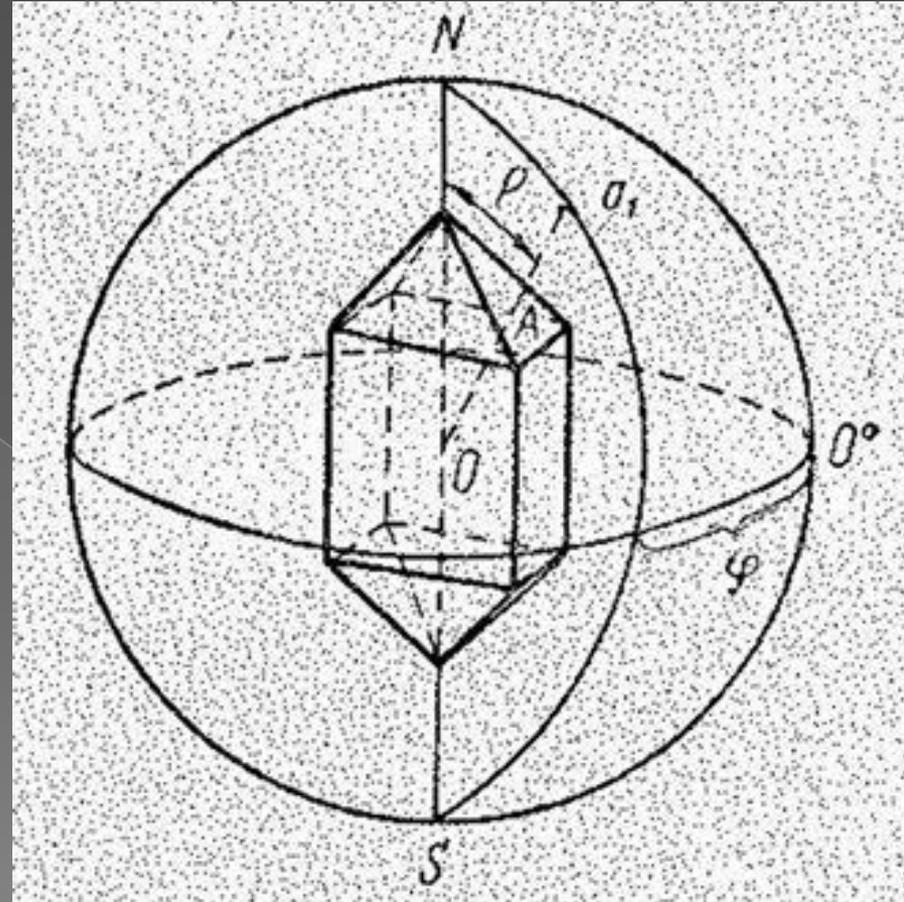
- 1) сферическая;
- 2) стереографическая;
- 3) гномостереографическая

Кристаллография и основы кристаллохимии

Лекция №6.

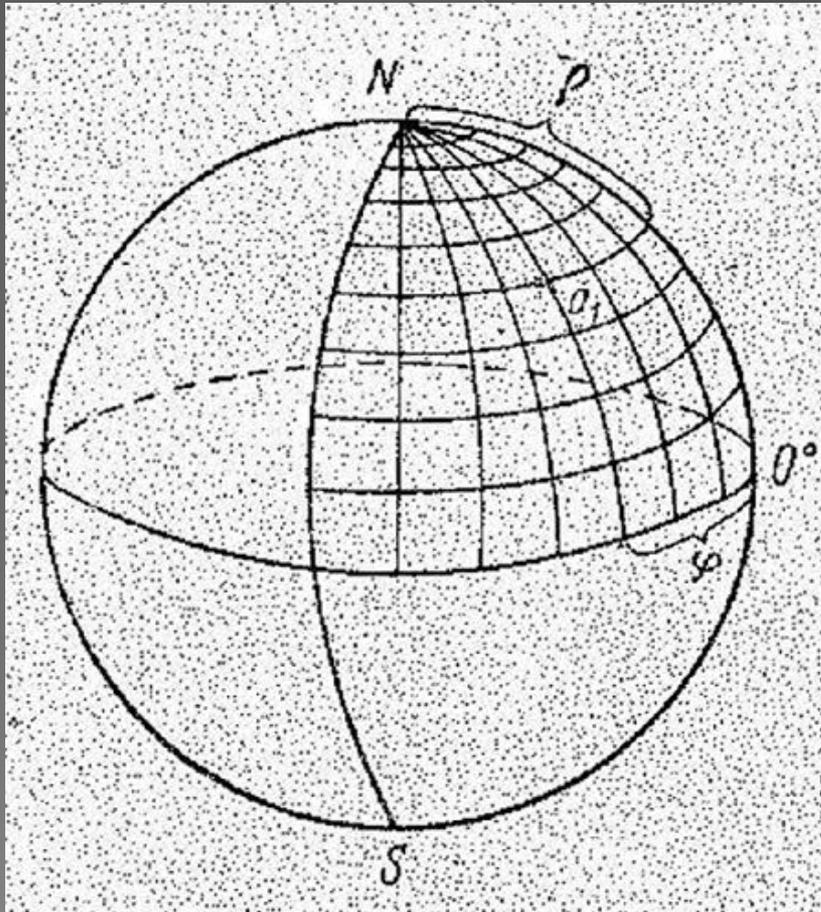
Главное достоинство метода сферических проекций состоит в том, что основная морфологическая характеристика кристалла (его угловые величины) выступают в неискаженном виде.

Для получения сферической проекции кристалла вокруг его центра тяжести (O) описывают сферу произвольного радиуса – *сферу проекций*. Любое направление, идущее из центра сферы, например, вектор OA пересечет ее в точке (a_1), называемой *полюсом направления* или *сферической проекцией вектора*. Полученная сферическая проекция позволяет зафиксировать направление в виде точки на сфере с помощью двух сферических координат φ и ρ , как это делается в географии с помощью координат: долготы и широты. Для этого, приняв определенную точку сферы за полюс (N), следует проградировать шар системой параллелей и меридианов (подобно градусной сетке на глобусе), посчитав один из меридианов нулевым.



Кристаллография и основы кристаллохимии

Лекция №6.



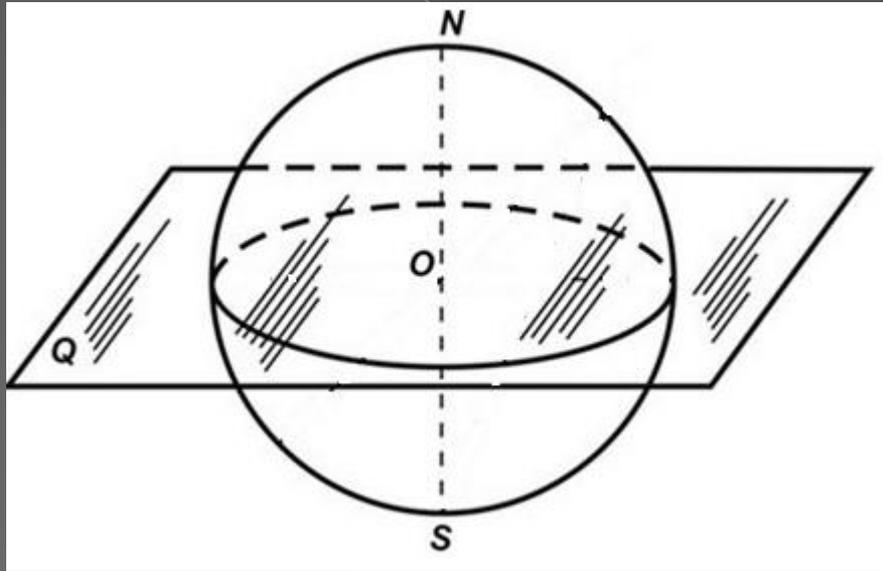
Долгота (координата φ) соответствует углу, измеряемому по часовой стрелке в градусах величиной экваториальной дуги между нулевым меридианом ($\varphi=0$) и меридианом, проходящим через сферическую проекцию вектора – точку a_1 .

Широта (координата ρ) называемая полярным расстоянием, отсчитывается от «северного полюса» сферы проекций N по меридиану, проходящему через точку a_1 , в направлении к «южному полюсу» S .

Очевидно, что координата φ изменяется в пределах $0^\circ < \varphi < 360^\circ$, а координата ρ в пределах $0^\circ < \rho < 180^\circ$. При этом на «северном полюсе» $\rho=0^\circ$, на экваторе $\rho=90^\circ$, на «южном полюсе» $\rho=180^\circ$.

Кристаллография и основы кристаллохимии

Лекция №6.



Примем некоторую точку O за *центр проекций*.

Произвольным радиусом опишем вокруг O сферу и получим *сферу проекций*.

Через ту же точку O проведем горизонтальную плоскость Q , являющуюся *плоскостью проекций*.

В результате пересечения сферической поверхности с горизонтальной плоскостью Q получили *основной круг проекций (экваториальную плоскость)*.

Вертикальный диаметр сферы NS , перпендикулярный к Q , называют *осью проекций*.

Одна из точек (южный полюс сферы проекций – S , либо северный полюс – N) является *точкой зрения*.

Кристаллография и основы кристаллохимии

Лекция №6.

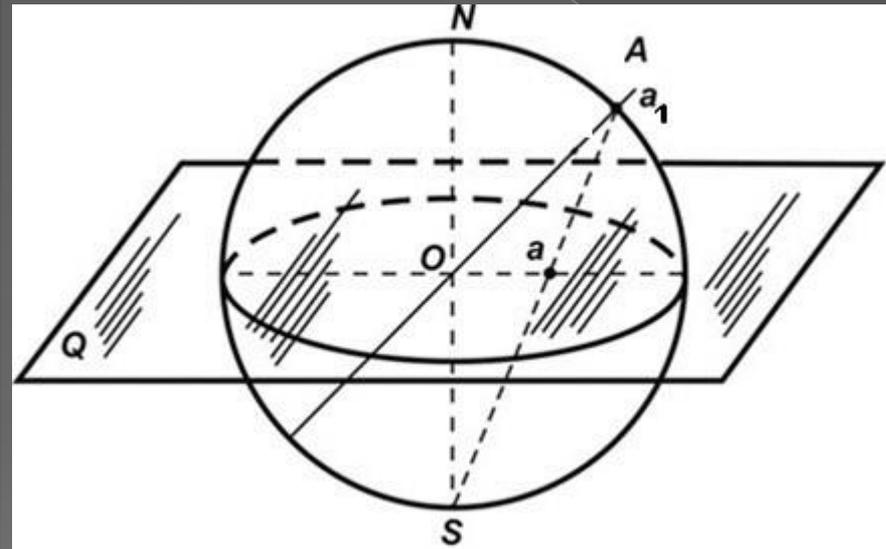
Если требуется изобразить *стереографическую проекцию* какого-либо направления или плоскости, то необходимо перенести их параллельно самим себе так, чтобы они прошли через центр проекций (точку O).

Рассмотрим получение стереографической проекции направления OA . Продолжим данное направление до пересечения с поверхностью сферы проекций (точка a_1).

Соединим точку a_1 с южным полюсом сферы проекций (точкой зрения S).

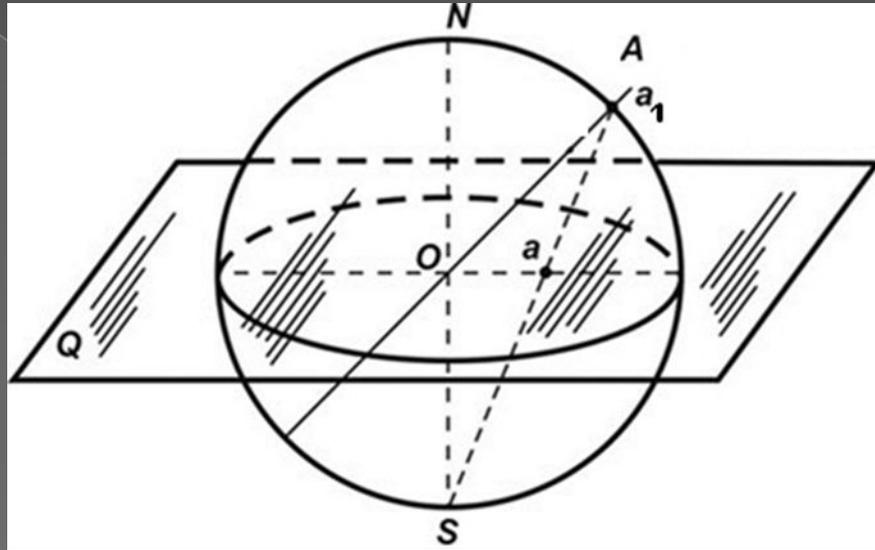
Точка a – точка пересечения отрезка Sa_1 с плоскостью проекции Q – является стереографической проекцией направления OA .

Стереографические проекции направлений изображаются точками.



Кристаллография и основы кристаллохимии

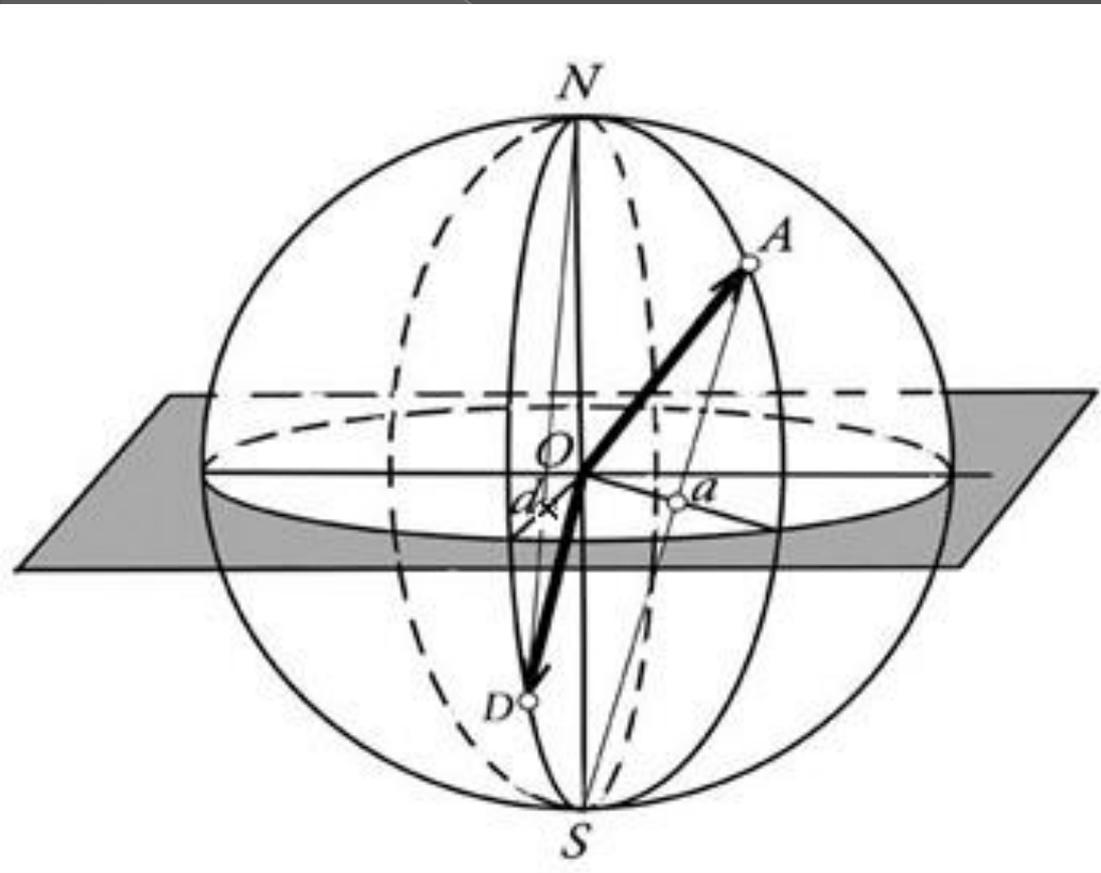
Лекция №6.



Нетрудно убедиться в том, что вертикальный вектор SON попадет при стереографическом проецировании в центр круга проекций, горизонтальные векторы будут лежать в плоскости чертежа, т.е. являться диаметрами круга, а наклонные (например, вектор OA) окажутся внутри него.

Кристаллография и основы кристаллохимии

Лекция №6.

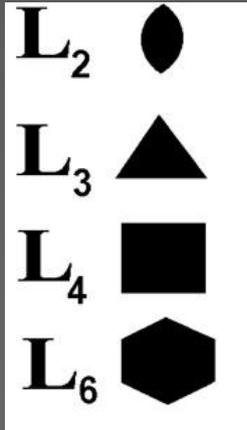


Точку на поверхности сферы необходимо соединить с точкой зрения, которая располагается на одном из полюсов сферы проекций следующим образом: с точкой *S*, если сферическая проекция направления находится в северном полушарии, т.е. $0^\circ < \rho < 90^\circ$ (точка *A* на рисунке) или с точкой *N*, если направление проецируется в южном полушарии, т.е. $90^\circ < \rho < 180^\circ$ (точка *D* на рисунке).

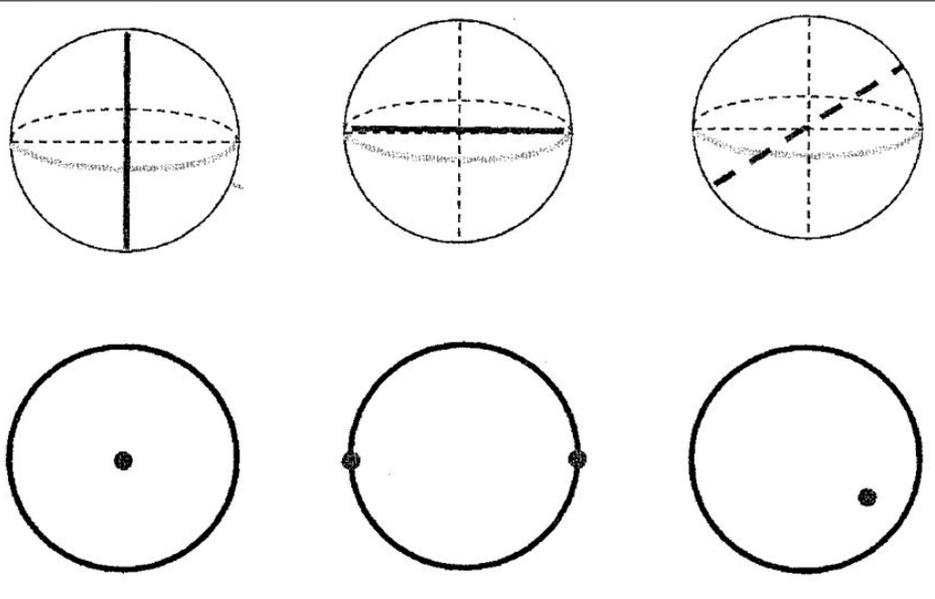
Точка отмечается на чертеже кружком, если сферическая проекция направления лежит на верхней полусфере, или крестиком, если сферическая проекция расположена на нижней полусфере

Кристаллография и основы кристаллохимии

Лекция №6.



Поскольку направления – это кристаллографические оси симметрии разных порядков, то их выходы на проекции обозначаются соответствующими многоугольниками.

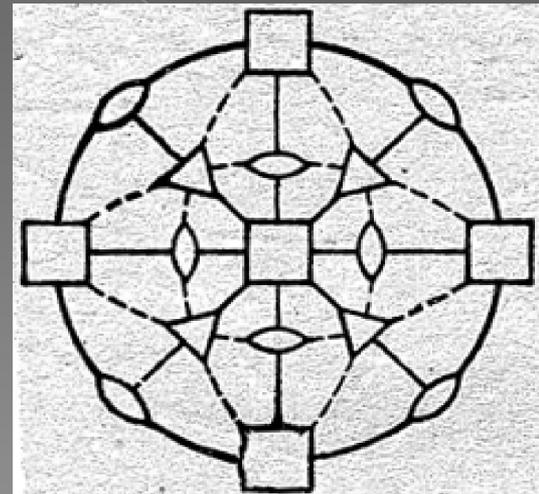
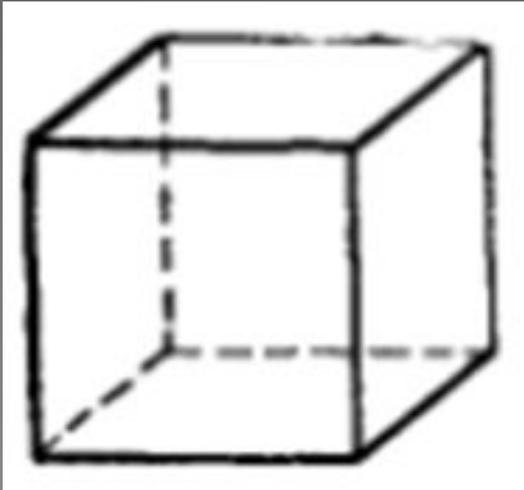
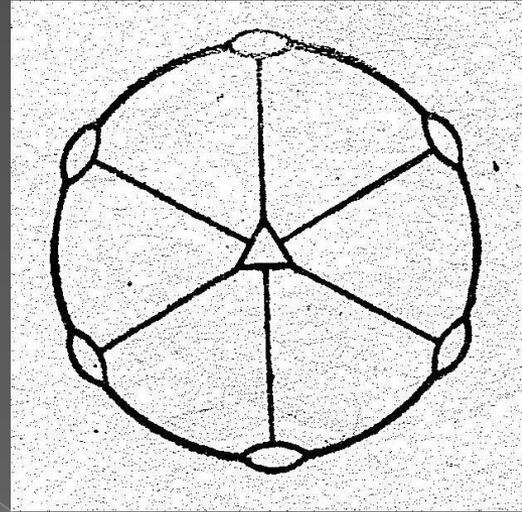
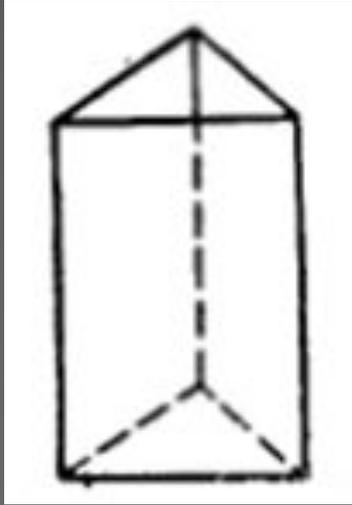


Вертикальные оси изображаются в центре круга проекций соответствующими многоугольниками;

горизонтальные оси, совпадая с плоскостью чертежа, дают два выхода на круге проекций в виде соответствующих многоугольников;

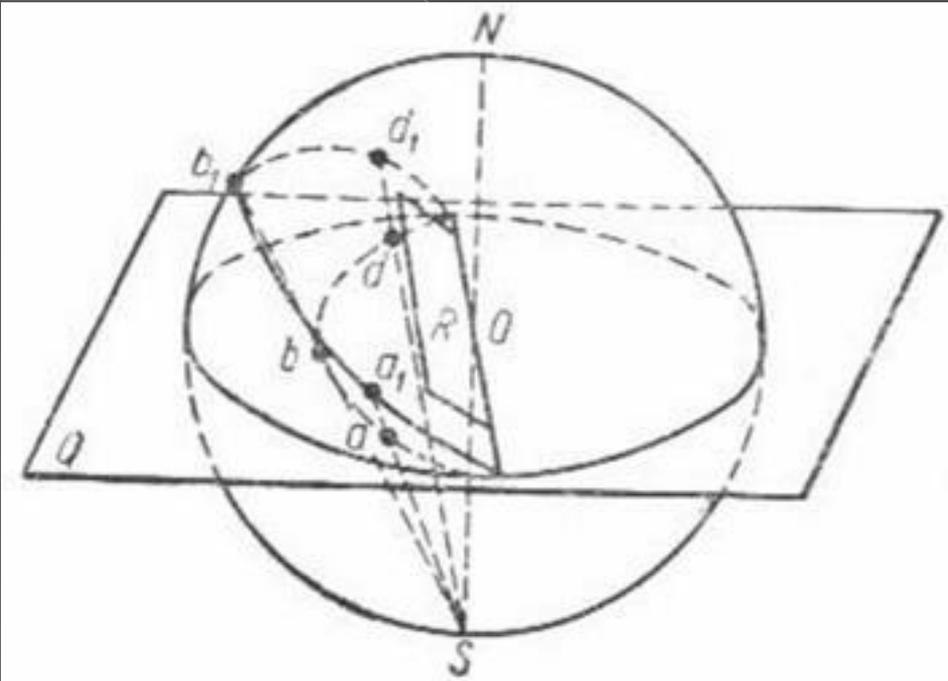
косые оси проектируются внутри круга соответствующими многоугольниками.

Кристаллография
и основы кристаллохимии
Лекция №6.



Кристаллография и основы кристаллохимии

Лекция №6.



Найдем теперь стереографическую проекцию некоторой плоскости R .

Переносим плоскость R параллельно самой себе в центр проекций и продолжаем её до пересечения с поверхностью сферы проекций. В результате пересечения получаем на сфере дугу $a_1b_1d_1$.

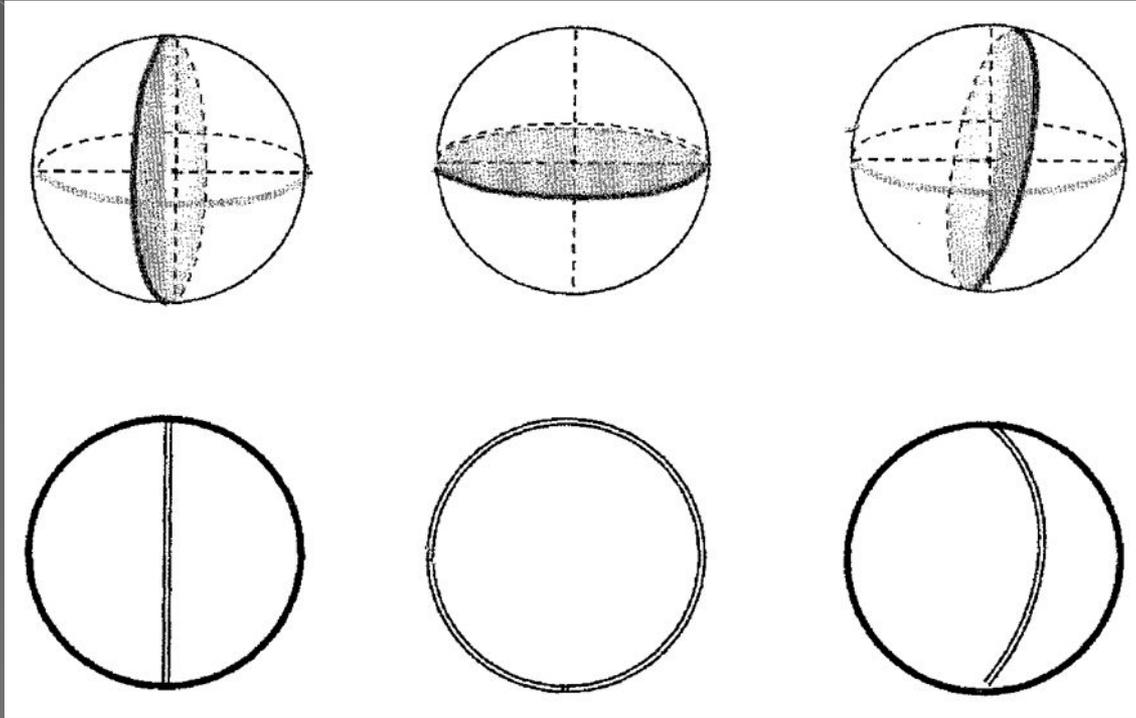
Все точки этой дуги соединим с точкой зрения S (получим Sa_1, Sb_1, Sd_1).

Результат пересечения Sa_1, Sb_1, Sd_1 с плоскостью проекций Q соответствует стереографической проекции заданной плоскости R (abd).

Стереографические проекции плоскостей изображаются круговыми дугами.

Кристаллография и основы кристаллохимии

Лекция №6.



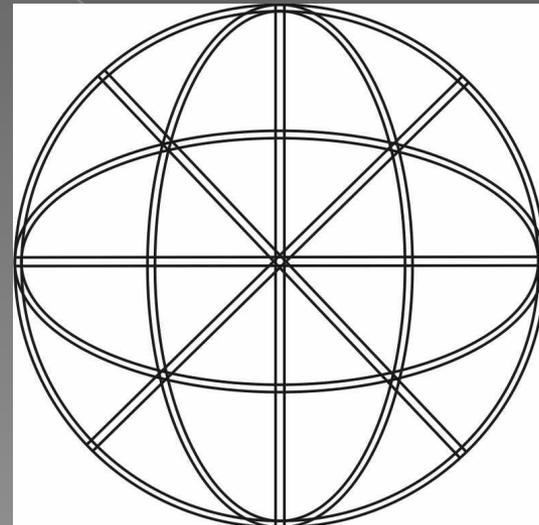
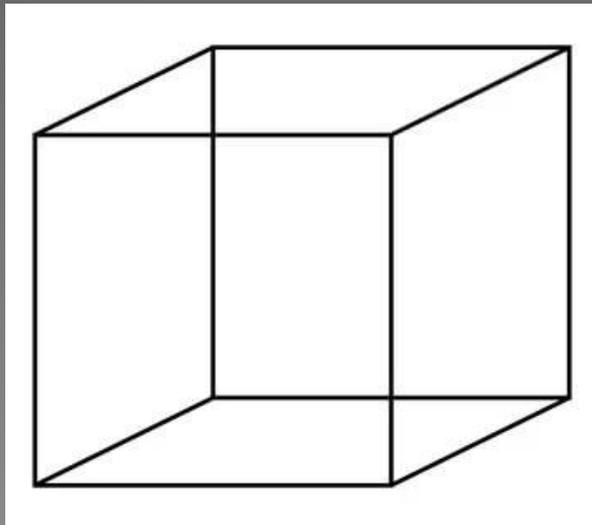
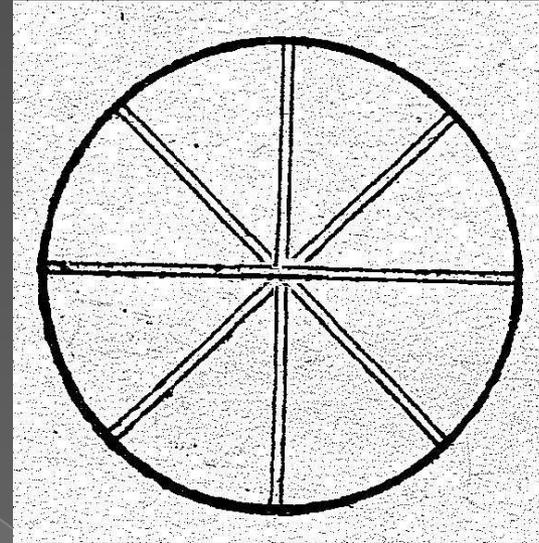
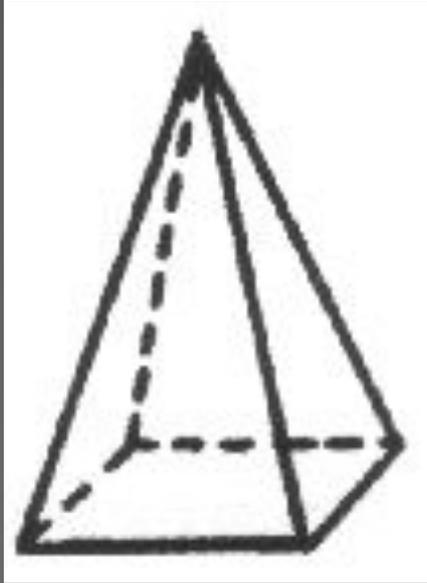
Вертикальная плоскость симметрии (проходящая через ось проекций) проектируется в виде прямой линии, отвечающей одному из диаметров круга проекций.

Горизонтальная плоскость, совпадая с плоскостью чертежа, представляется кругом проекций.

Проекция косой плоскости соответствует круговой дуге.

Кристаллография и основы кристаллохимии

Лекция №6.



Кристаллография и основы кристаллохимии Лекция №6.

Грани кристалла при его проецировании обычно заменяют нормальными (перпендикулярами), опущенными на них из центра тяжести кристалла. Проекции граней в этом случае носят название *гномостереографических проекций*, которые накладываются на стереографические проекции элементов симметрии кристаллов.

Такое проецирование граней, основанное на законе постоянства углов, позволяет зафиксировать не только положение каждой грани (ее нормали) сферическими координатами φ и ρ , но и расположение граней кристалла относительно его элементов симметрии.

Действительно, при росте кристалла грани передвигаются параллельно самим себе. При этом меняется размер растущей грани. Постоянным при росте остается лишь направление ее роста, т.е. направление нормали к грани. Нормаль к грани фиксирует ее при построении гномостереографической проекции.

Кристаллография и основы кристаллохимии

Лекция №6.

В итоге гномостереографической проекцией каждой грани окажется точка. Однако для того чтобы отличить грани верхней полусферы от граней нижней полусферы, верхние грани, для которых $\rho < 90^\circ$ принято изображать кружками (о), нижние же, с $\rho > 90^\circ$ соответственно крестиками (х).

При этом горизонтальные грани (нормали к ним вертикальны!) проецируются в центр круга проекций ($\rho=0^\circ$ и 180°), вертикальные грани (нормали к ним горизонтальны!) на окружность, проекции наклонных граней располагаются внутри круга. Нетрудно понять, что чем грань ближе к вертикальной ($\rho \rightarrow 90^\circ$), тем точка (проекция грани) оказывается ближе к окружности; и наоборот, чем грань более полого ($\rho \rightarrow 0^\circ$), тем ее проекция окажется ближе к центру круга.

Следует также отметить, что вертикальные грани (они ни верхние, ни нижние!) обозначаются только кружками. Кроме того, если проекции верхней и нижней граней оказываются в одной точке, то каждая из них обозначается соответствующим значком: верхняя кружком, нижняя крестиком.

Кристаллография
и основы кристаллохимии
Лекция №6.

