Исследовательская работа по теме: «Решение уравнений 3-ей и 4-ой степени»

Выполнил:
ученик 9 класса
Кравченко Виталий
Руководитель:
учитель математики
Нечаева
Елена Николаевна

Основные методы решения уравнений высших порядков

1. Метод разложения на множители левой части уравнения.
2. Метод введения новой переменной.
3. Функционально-графический метод

Уравнения вида
$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, где $a \neq 0$,
называются уравнениями 3-ей степени

Формула Кардано

$$x^3 + px + q = 0$$

$$x = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

$$D = \left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3$$

Уравнение вида

$x^3 + px + q = 0$

называется приведённым кубическим уравнением

Известные формулы Кардано для решения уравнений этого типа очень сложны и почти не применяются на практике.

Решу уравнение
$x^3 -7x+6=0$ разными способами

1. Разложение на множители

$$x^3 -7x + 6 = 0$$

$$x^3 - x^2 + x^2 - x - 6x + 6 = 0$$

$$x^2 (x-1) + x(x-1) - 6(x-1) = 0$$

$$(x-1)(x^2 + x - 6) = 0$$

$x-1=0$ или $x^2 + x - 6 = 0$

$x_1 = 1$ $x_2 = -3$ $x_3 = 2$

Ответ: 1; 2; -3

2.Метод деления на многочлен

$x^3 - 7x + 6 = 0$ делители 6: ±1; ±2; ±3; ±6

$1^3 - 7 + 6 = 0$

$x^3 - 7x + 6 = (x-1)(x^2 + x - 6) = 0$

$$
\begin{array}{r|l}
x^3 - 0x^2 - 7x + 6 & x-1 \\ \cline{2-2}
x^3 - x^2 & x^2 + x - 6 \\ \cline{1-1}
x^2 - 7x & \\
x^2 - x & \\ \cline{1-1}
-6x + 6 & \\
-6x + 6 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

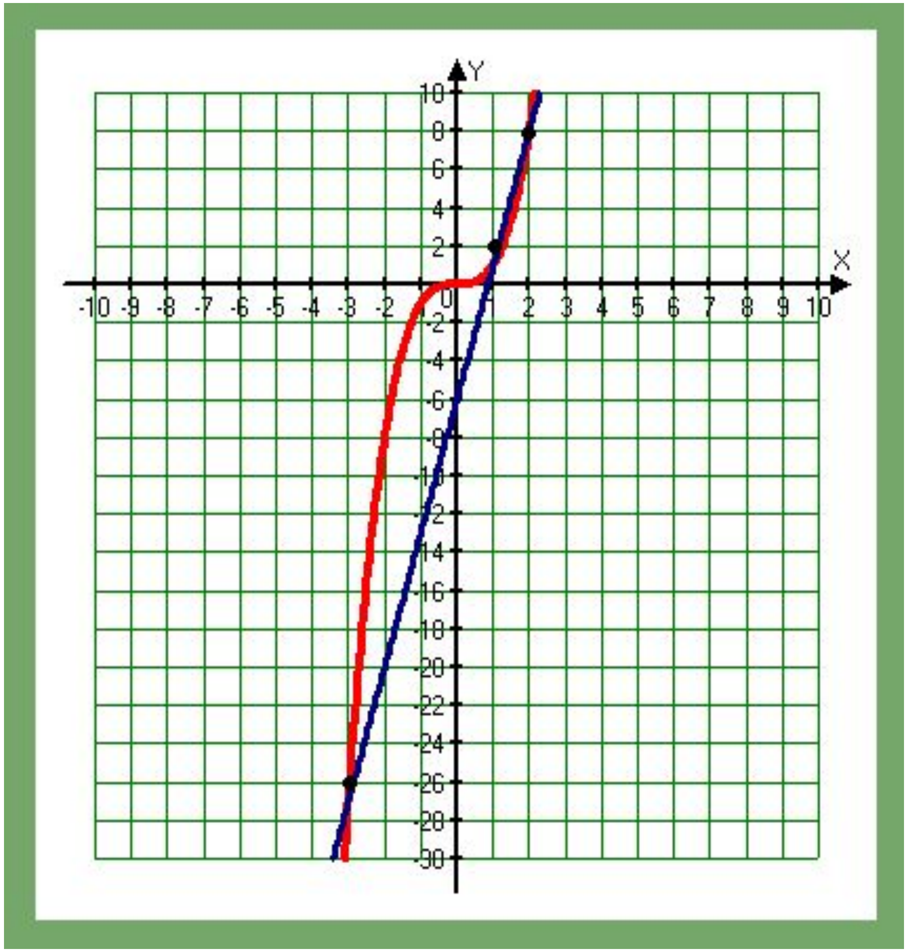
$x - 1 = 0$ или $x^2 + x - 6 = 0$

$x_1 = 1$ $x_2 = -3$ $x_3 = 2$

Ответ: 1; 2; -3

3.Функционально-графический метод $x^3 - 7x + 6 = 0$

- $y = x^3$ и $y = 7x - 6$



Ответ:1;2;-3

Уравнение четвертой степени общего вида

$ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e = 0$ **где $a \neq 0$**

1.Разложение на множители

$$x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$x^4 + 2x^3 + 5x^2 + 10x - 6x - 12 = 0$$

$$(x^4 + 2x^3) + (5x^2 + 10x) - (6x + 12) = 0$$

$$x^3 (x+2) + 5x (x+2) - 6 (x+2) = 0$$

$$(x + 2) (x^3 + 5x - 6) = 0$$

$$(x + 2)(x - 1)(x^2 + x + 6) = 0$$

$x_1 = -2$, $x_2 = 1$.

Ответ: -2 ; 1

2.Деление на многочлен

$$X^4 - X^3 - 13X - 15 = 0$$

-1 делитель числа -15 **(1+1+13-15=0)**

$$X^4 - X^3 - 13X - 15 = (X+1)(X-3)(X^2+X+5) = 0$$

$X+1=0$ **или** $X-3=0$ **или** $X^2+X+5=0$ (Д<0)

$X_1=-1$ $X_2=3$

Ответ: -1; 3

$$\begin{array}{l|l}
x^4-x^3-13x-15 & x+1 \\ \hline
-\underline{x^4+x^3} & x^3-2x^2+2x-15 \\
\quad -2x^3-13x-15 & \\
\quad -\underline{-2x^3-2x^2} & \\
\qquad\quad 2x^2-13x-15 & \\
\qquad\quad -\underline{2x^2+2x} & \\
\qquad\qquad -15x-15 & \\
\qquad\qquad -\underline{-15x-15} & \\
\qquad\qquad\qquad 0. &
\end{array}$$

$x^3-2x^2+2x-15$ на двучлен $x-3$:

$$\begin{array}{l|l}
x^3-2x^2+2x-15 & x-3 \\ \hline
-\underline{x^3-3x^2} & x^2+x+5 \\
\quad x^2+2x-15 & \\
\quad -\underline{x^2-3x} & \\
\qquad\quad 5x-15 & \\
\qquad\quad -\underline{5x-15} & \\
\qquad\qquad 0 &
\end{array}$$

Биквадратное уравнение вида $ax^4 + bx^2 + c = 0$.

3.Метод: введение новой переменной

$x^4 + 5x^2 - 36 = 0.$

Замена $y = x^2$.

$У^2 + 5У - 36 = 0$

$У_1 * У_2 = -36 = -9*4$

$У_1 + У_1 = -5 = -9+4$

$У_1 = -9$

$У_2 = 4$

$X^2 = -9$ $x^2 = 4$

Корней нет $x_1 = 2$ $x_2 = -2$

Ответ: 2; -2

Задание:Решите уравнение

$X^3+2X^2-5X-6=0$

Делители -6: ±1; ±2; ±3; ±6

-1 корень уравнения (-1+2+5-6=0)

$X^3+2X^2-5X-6=(X+1)(X^2+X-6)=0$

$X+1=0$ или $X^2+X-6=0$

$X_1=-1$ $X_2=-3$ $X_3=2$

Ответ: -1; -3; 2