

Планиметрия

Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция. Понятия и основные свойства

ГЕОМЕТРИЯ

Учитель математики
МБОУ «Верейская СОШ»
Сыч Екатерина
Сергеевна

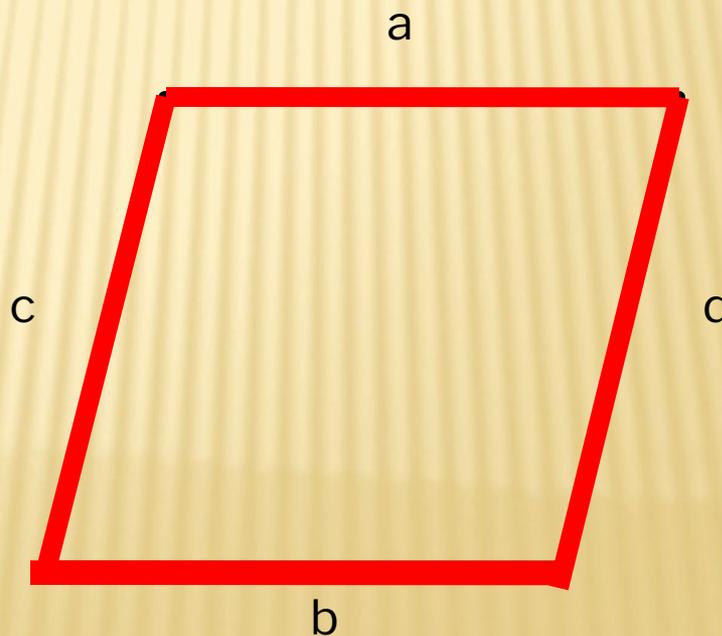
ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

- Параллелограмм - это четырехугольник у которого противоположные стороны попарно параллельны (лежат на параллельных прямых).

$a \parallel b$

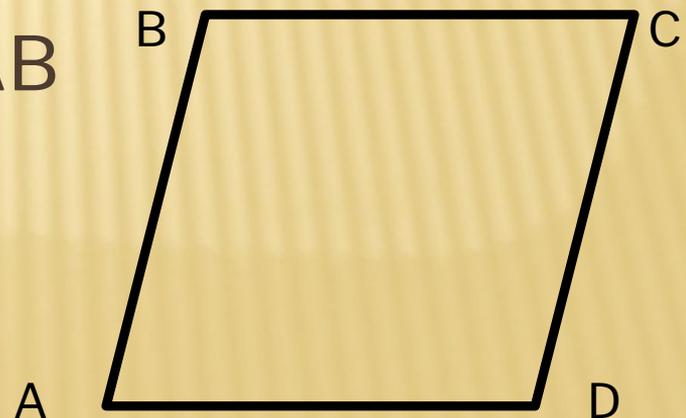
$c \parallel d$



ПАРАЛЛЕЛОГРАММ. СВОЙСТВА

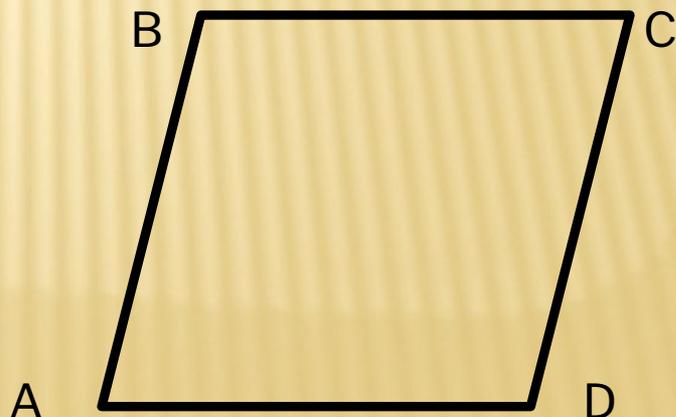
ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

- Противоположные стороны параллелограмма имеют одинаковую длину:
 $AB = CD, BC = AD$
- Противоположные стороны параллелограмма параллельны:
 $AB \parallel CD, BC \parallel AD$
- Противоположные углы параллелограмма одинаковые:
 $\angle ABC = \angle CDA, \angle BCD = \angle DAB$



ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

- Сумма углов параллелограмма равна 360° :
 $\angle ABC + \angle BCD + \angle CDA + \angle DAB = 360^\circ$
- Сумма углов параллелограмма прилежающих к любой стороне равна 180° :
 $\angle ABC + \angle BCD = \angle BCD + \angle CDA = \angle CDA + \angle DAB = \angle DAB + \angle DAB = 180^\circ$

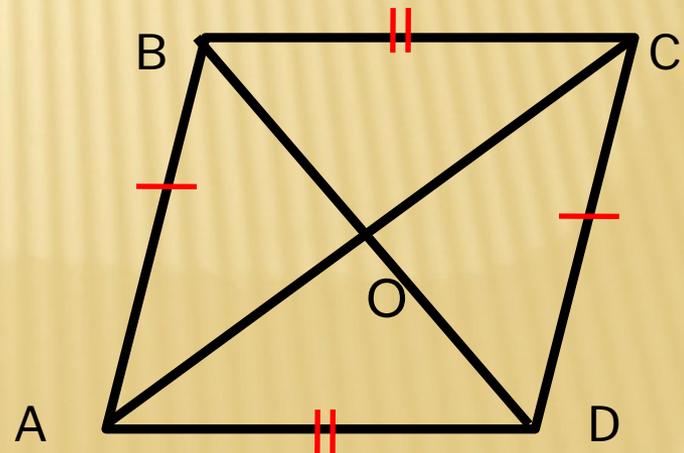


ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

- Каждая диагональ делит параллелограмма на два равных треугольника
- Две диагональ делят параллелограмм на две пары равных треугольников
- Диагонали параллелограмма пересекаются и точкой пересечения делят друг друга пополам:

$$AO = CO = \frac{d_1}{2}$$

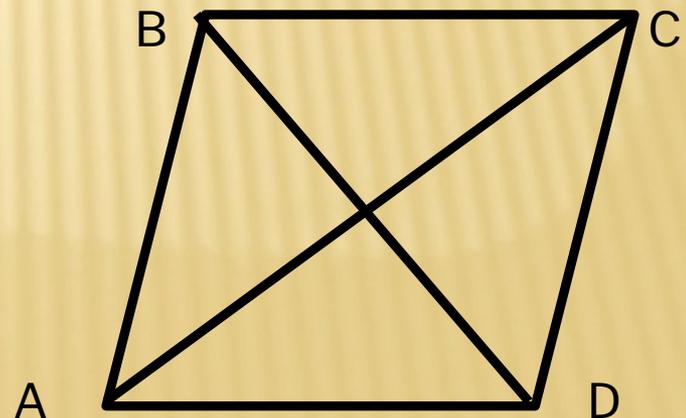
$$BO = DO = \frac{d_2}{2}$$



ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

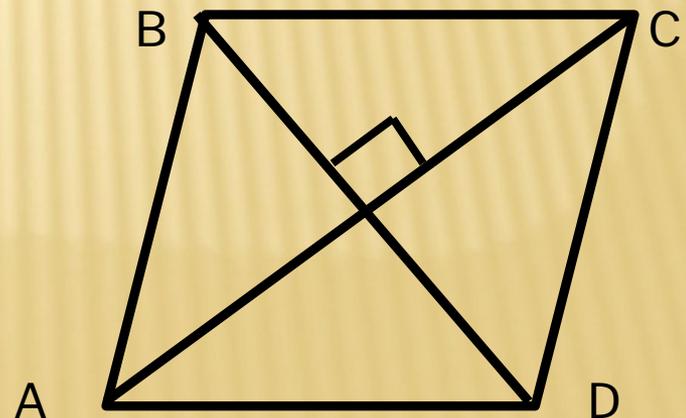
- Точка пересечения диагоналей называется центром симметрии параллелограмма
- Сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов его сторон:

$$AC^2 + BD^2 = 2AB^2 + 2BC^2$$



ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

- Биссектрисы противоположных углов параллелограмма всегда параллельны
- Биссектрисы соседних углов параллелограмма всегда пересекаются под прямым углом (90°)



ПАРАЛЛЕЛОГРАММ. ПРИЗНАКИ

ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИК БУДЕТ ПАРАЛЛЕЛОГРАММОМ,
ЕСЛИ ВЫПОЛНЯЕТСЯ ХОТЯ БЫ ОДНО ИЗ СЛЕДУЮЩИХ
УСЛОВИЙ:

- Четырехугольник имеет две пары параллельных сторон:

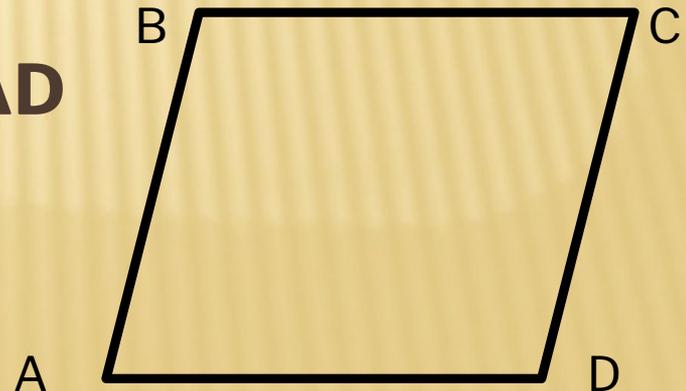
$$AB \parallel CD, BC \parallel AD$$

- Четырехугольник имеет пару параллельных и равных сторон:

$$AB \parallel CD, AB = CD \text{ (или } BC \parallel AD, BC = AD)$$

- В четырехугольнике противоположные стороны попарно равны:

$$AB = CD, BC = AD$$



ПАРАЛЛЕЛОГРАММ. ПРИЗНАКИ

- В четырехугольнике противоположные углы попарно равны:

$$\angle DAB = \angle BCD, \angle ABC = \angle CDA$$

- В четырехугольнике диагонали точкой пересечения делятся пополам:

$$AO = OC, BO = OD$$

- Сумма углов четырехугольника прилежающих к любой стороне равна 180° :

$$\angle ABC + \angle BCD = \angle BCD + \angle CDA = \angle CDA + \angle DAB = \angle DAB + \angle DAB = 180^\circ$$

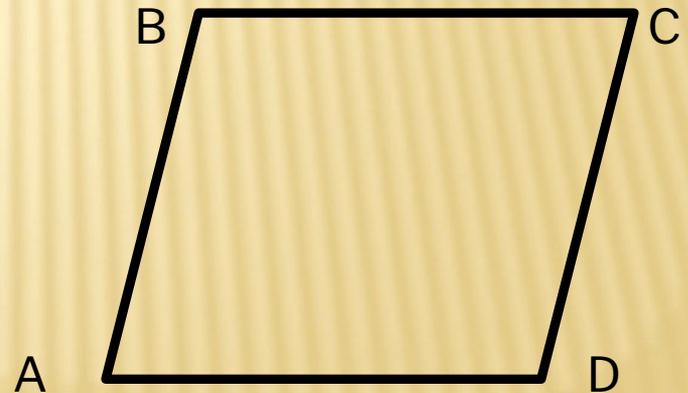
- В четырехугольнике сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов его сторон:

$$AC^2 + BD^2 = AB^2 + BC^2 + CD^2 + AD^2$$

ПЕРИМЕТР ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

ПЕРИМЕТР ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

- Периметром параллелограмма называется сумма длин всех сторон параллелограмма.



ПЕРИМЕТР ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

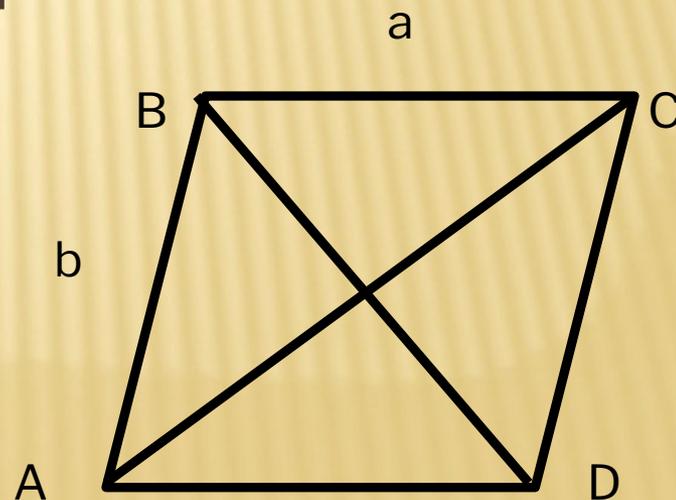
- Нахождение периметра параллелограмма через стороны:

$$P = 2a + 2b = 2(a + b)$$

- Формула периметра параллелограмма через одну сторону и две диагонали:

$$P = 2a + \sqrt{2d_1^2 + 2d_2^2 - 4a^2}$$

$$P = 2b + \sqrt{2d_1^2 + 2d_2^2 - 4b^2}$$



ПЕРИМЕТР ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

- Формула периметра параллелограмма через одну сторону, высоту и синус угла:

$$P = 2\left(b + \frac{h_b}{\sin \alpha}\right)$$

$$P = 2\left(a + \frac{h_a}{\sin \alpha}\right)$$

ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

- **Площадью параллелограмма** называется пространство ограниченный сторонами параллелограмма, т.е. в пределах периметра параллелограмма.
- **Формула площади параллелограмма** через сторону и высоту, проведенную к этой стороне:

$$S = a \cdot h_a$$

$$S = b \cdot h_b$$

ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

- Формула площади параллелограмма через две стороны и синус угла между ними:

$$S = ab \sin \alpha$$

$$S = ab \sin \beta$$

- Формула площади параллелограмма через две диагонали и $S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \gamma$ между ними:

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \gamma$$

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \delta$$

ДЛИНА ДИАГОНАЛИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

- Формулы диагоналей параллелограмма через стороны и косинус угла β (по теореме косинусов)

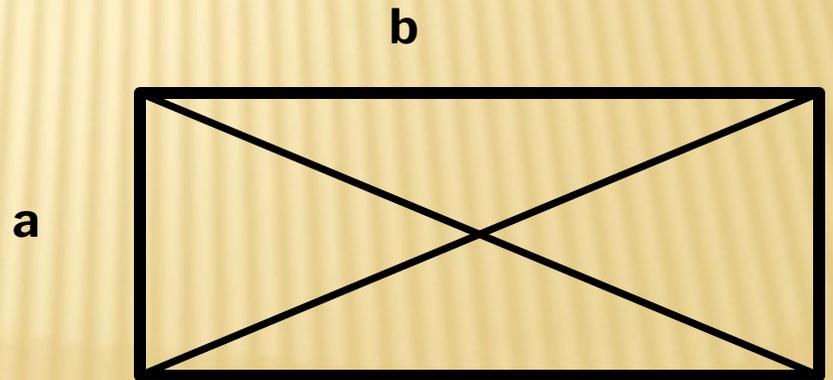
$$d_1 = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\beta}$$
$$d_2 = \sqrt{a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos\beta}$$

- Формула диагонали параллелограмма через две стороны и известную другую диагональ:

$$d_1 = \sqrt{2a^2 + 2b^2 - d_2^2}$$
$$d_2 = \sqrt{2a^2 + 2b^2 - d_1^2}$$

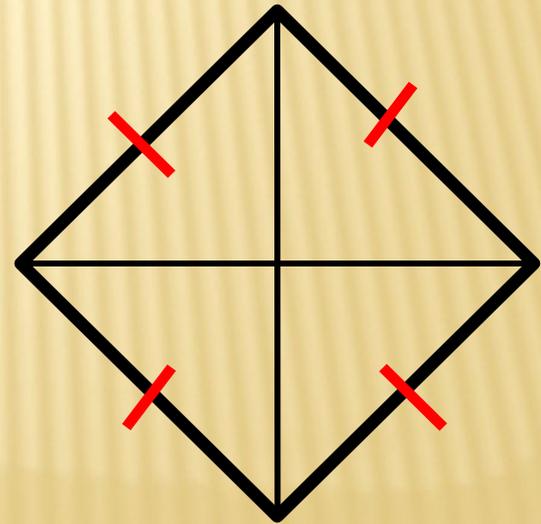
ПРЯМОУГОЛЬНИК

- Имеет все свойства параллелограмма
- Диагонали прямоугольника равны
- $S = a * b$, где a и b - смежные стороны прямоугольника



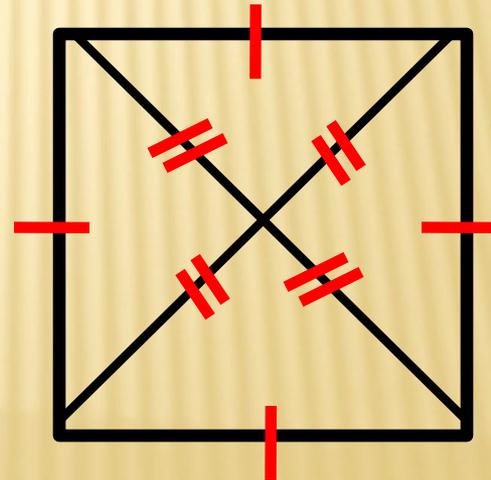
РОМБ

- Имеет все свойства параллелограмма
- Все стороны ромба равны
- Диагонали ромба перпендикулярны и делят его углы пополам



КВАДРАТ

- Имеет все свойства параллелограмма
- Стороны квадрата равны
- Диагонали квадрата перпендикулярны и равны

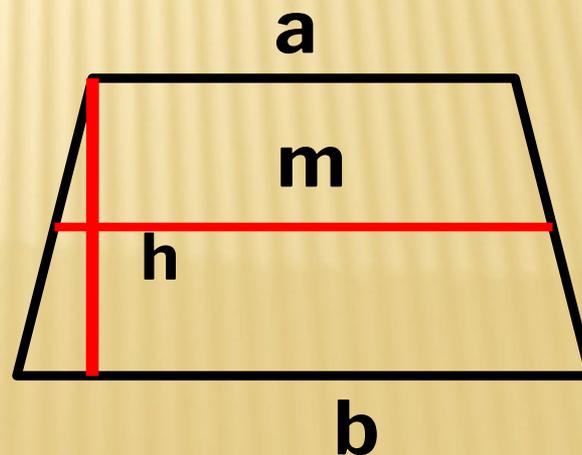


ТРАПЕЦИЯ

- Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.

$$S = \frac{a + b}{2} \cdot h$$

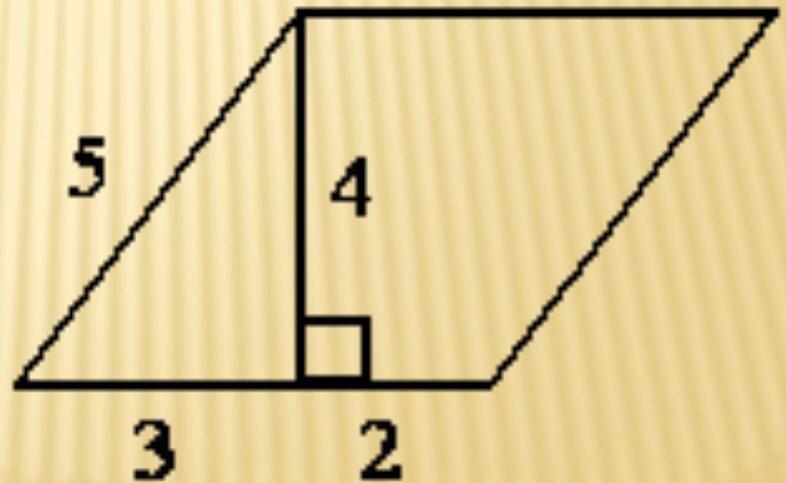
где a и b – основания трапеции, h – высота



ЗАДАЧИ

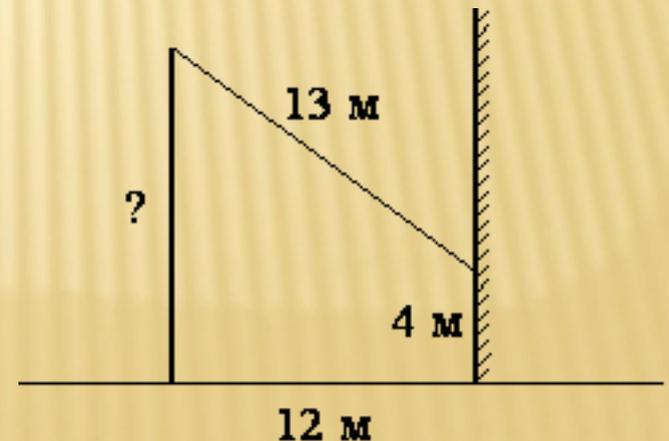
ЗАДАЧИ

- Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



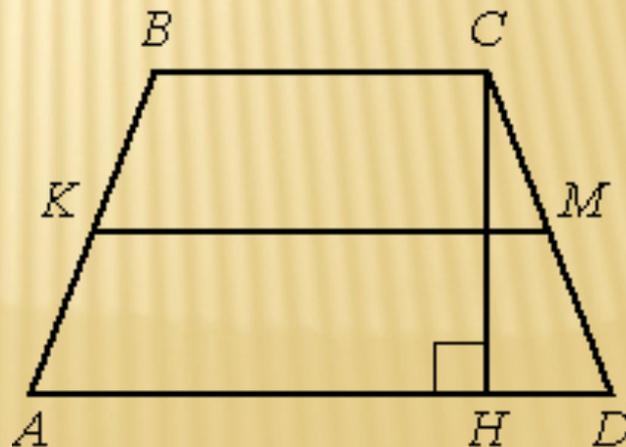
ЗАДАЧИ

- От столба к дому натянут провод длиной 13 м, который закреплён на стене дома на высоте 4 м от земли (см. рисунок). Вычислите высоту столба, если расстояние от дома до столба равно 12 м. Ответ дайте в метрах.



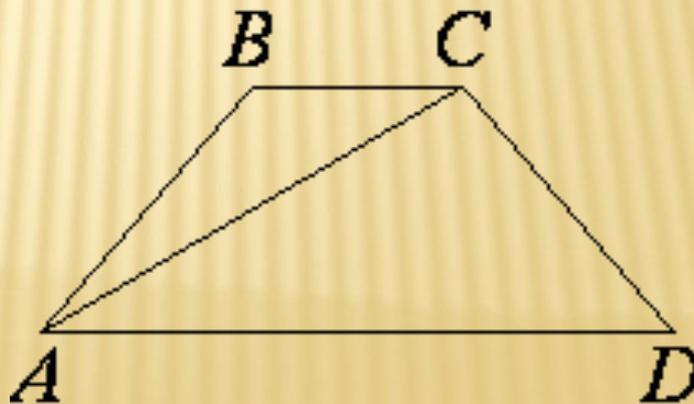
ЗАДАЧИ

- В трапеции $ABCD$ боковые стороны AB и CD равны, CH — высота, проведённая к большему основанию AD . Найдите длину отрезка HD , если средняя линия KM трапеции равна 16, а меньшее основание BC равно 6



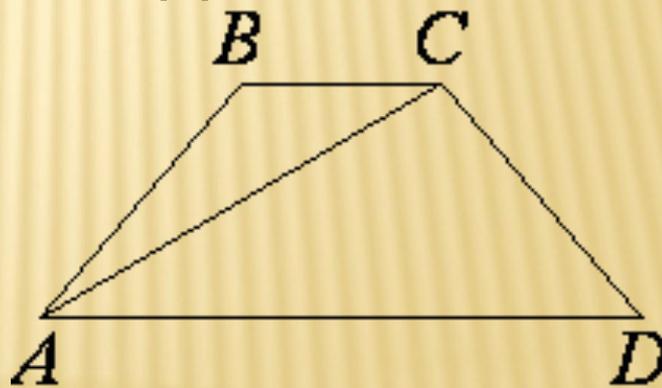
ЗАДАЧИ

- Найдите меньший угол равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием BC и боковой стороной CD углы, равные 30° и 105° соответственно. Ответ дайте в градусах.



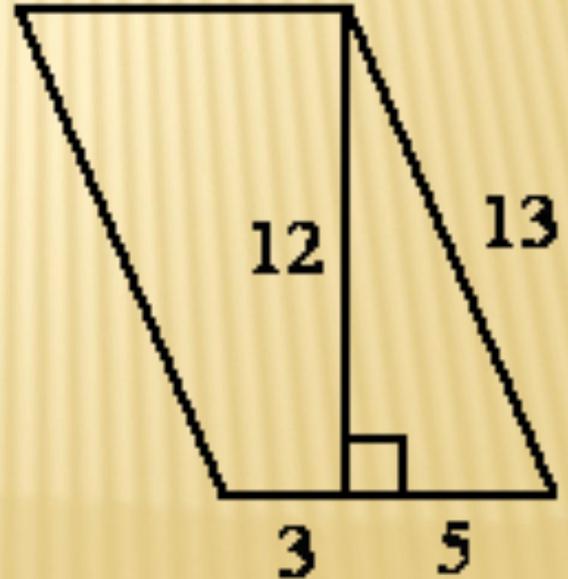
ЗАДАЧИ

- Найдите больший угол равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной AB углы, равные 30° и 45° соответственно. Ответ дайте в градусах.



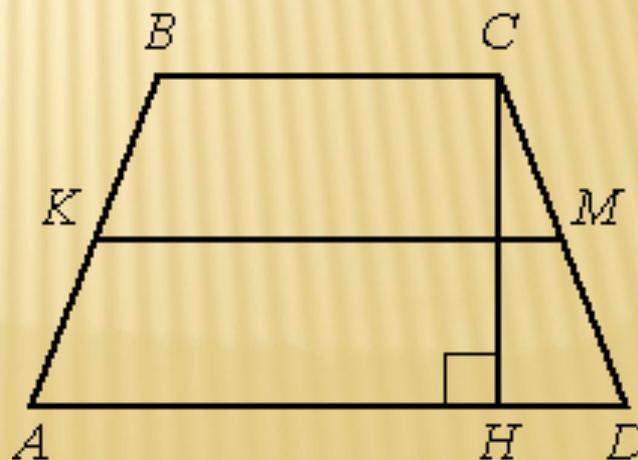
ЗАДАЧИ

- Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.



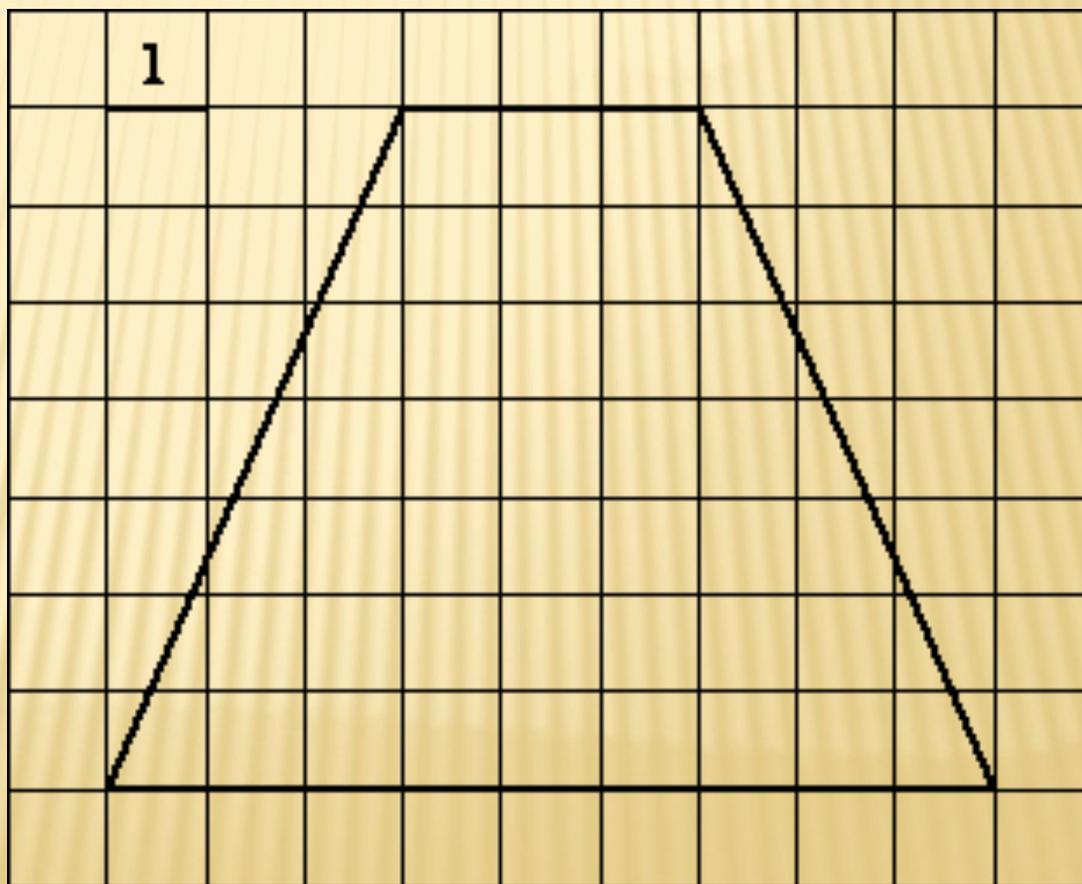
ЗАДАЧИ

- В трапеции $ABCD$ боковые стороны AB и CD равны, CH — высота, проведённая к большему основанию AD . Найдите длину отрезка HD , если средняя линия KM трапеции равна 10, а меньшее основание BC равно 4.



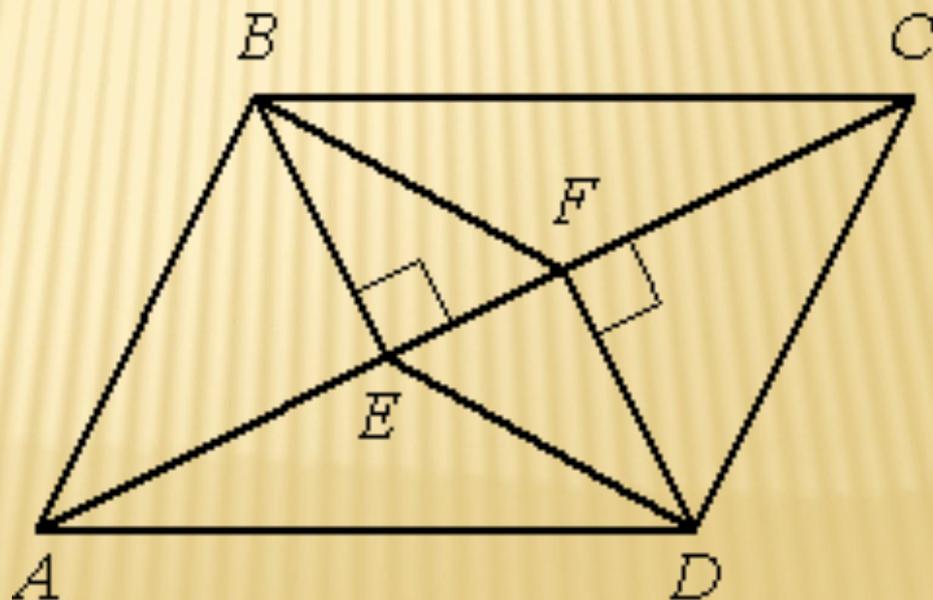
ЗАДАЧИ

- Найдите площадь трапеции, изображённой на рисунке.



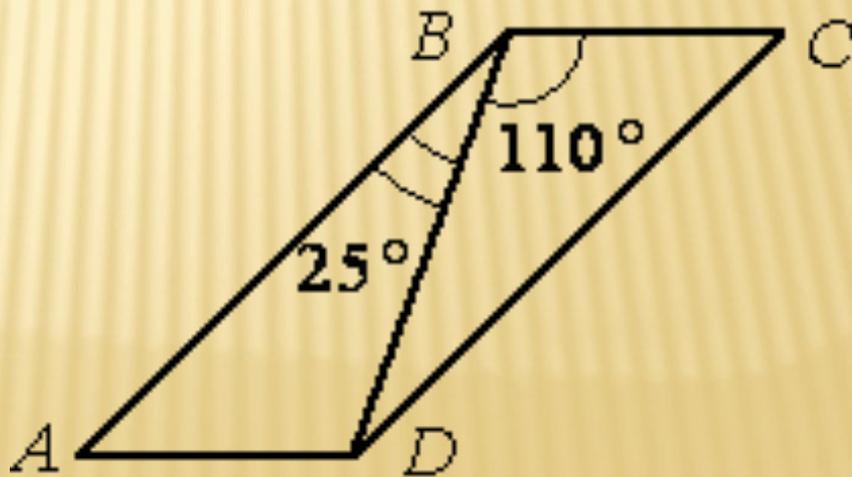
ЗАДАЧИ

- В параллелограмме $ABCD$ проведены перпендикуляры BE и DF к диагонали AC (см. рисунок). Докажите, что отрезки BF и DE равны.



ЗАДАЧИ

- Диагональ BD параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 25° и 110° . Найдите меньший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



**СПАСИБО ЗА
ВНИМАНИЕ!**