

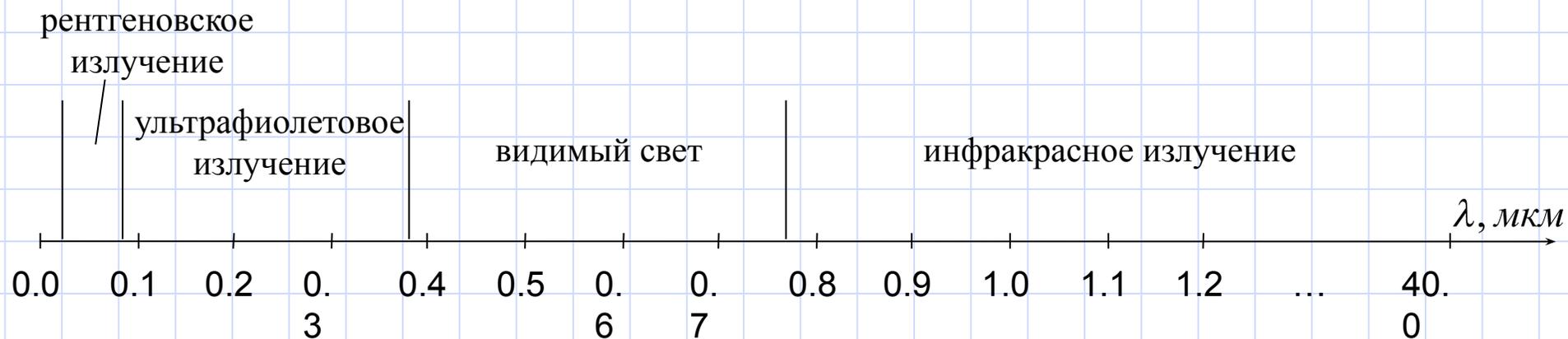
ФОТОНИКА

- **В4100, В4101** 12.04.02. - Прикладная оптика
 - **В4108** 12.04.02. - Оптико-электронные цифровые системы
 - **В4110** 12.04.03. - Компьютерная фотоника
 - **В4180** 16.04.01. - Световой дизайн
 - **В4190** 12.04.02. - Оптико-цифровые системы и технологии
-
- Лекции: 16 часов
 - Лабораторные работы: 32 часа
 - Самостоятельная работа студента: 60 часов
 - Форма контроля: экзамен

г.Санкт-Петербург

Основные свойства световых полей

- **Световое поле** – электромагнитное поле в оптическом диапазоне частот $10^{14} - 10^{15} \text{ Гц}$
- Особенности оптического диапазона:
 - в оптическом диапазоне выполняются законы геометрической оптики
 - в оптическом диапазоне свет слабо взаимодействует с веществом



ИЗЛУЧЕНИЕ vs. СВЕТ

ИЗЛУЧЕНИЕ — **электромагнитное, процесс образования свободного электромагнитного поля.** (Термин 'И.' применяют также для обозначения самого свободного, т. е. излученного, электромагнитного поля - см. Максвелла уравнения, *Электромагнитные волны* .) **Классическая физика рассматривает И. как испускание электромагнитных волн ускоренно движущимися электрическими зарядами** (в частности, переменными токами). Классическая теория объяснила очень многие характерные черты процессов И., однако она не смогла дать удовлетворительного описания ряда явлений, особенно теплового излучения тел и И. микросистем (атомов и молекул). Такое описание оказалось возможным лишь в рамках квантовой теории И., показавшей, что И. представляет собой рождение фотонов при изменении состояния квантовых систем (например, атомов). Квантовая теория, более глубоко проникнув в природу И., одновременно указала и границы применимости классической теории: последняя часто является очень хорошим приближением при описании И., оставаясь, например, теоретической базой радиотехники (см. Излучение и прием радиоволн). **[БСЭ]**

В физической оптике **под излучением понимается оптическое излучение, представляющее собой электромагнитное излучение с длинами волн в пределах примерно от 1 нм до 1 мм.** **[ГОСТ 7601-78. Физическая оптика. Термины, буквенные обозначения и определения основных величин]**

СВЕТ Светом следует называть только видимое излучение в пределах диапазона длин волн от 380-400 нм до 760-780 нм **[ГОСТ 7601-78. Физическая оптика. Термины, буквенные обозначения и определения основных величин]**

Параметры уравнений Максвелла

- Вектор электрической напряженности поля:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \quad [\mathbf{E}] = \text{вольт} / \text{м}$$

- Вектор магнитной напряженности поля:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) \quad [\mathbf{H}] = \text{А} / \text{м}$$

- где t – время, \mathbf{r} – радиус-вектор

- Электрическая индукция:

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}(\mathbf{r}, t) \quad [\mathbf{D}] = \text{кЛ} / \text{м}^2$$

- Магнитная индукция:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \quad [\mathbf{B}] = \text{вебер} / \text{м}^2$$

Параметры уравнений Максвелла

- Объемная плотность заряда:

$$\rho = \rho(\mathbf{r}, t) \quad [\rho] = \text{кл} / \text{м}^3$$

- Поверхностная плотность тока:

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \quad [\mathbf{J}] = \text{А} / \text{м}^2$$

- Электрическая и магнитная проницаемость среды:

$$\varepsilon = \varepsilon(\mathbf{r})$$

$$\mu = \mu(\mathbf{r})$$

Уравнения Максвелла

- Уравнения Максвелла:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \dot{\mathbf{D}} + \mathbf{J} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \quad (3) \quad \mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (4) \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (6)$$

- уравнения (5-6) – материальные уравнения

Уравнения Максвелла

- Уравнения Максвелла в классических обозначениях:

$$\mathbf{rot}\mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}} \quad (1)$$

$$\mathbf{rot}\mathbf{H} = \dot{\mathbf{D}} + \mathbf{J} \quad (2)$$

$$\mathit{div}\mathbf{D} = \rho \quad (3)$$

$$\mathit{div}\mathbf{B} = 0 \quad (4)$$

- Уравнения Максвелла для диэлектрической среды:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \dot{\mathbf{D}} \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (4)$$

Скорость света в среде

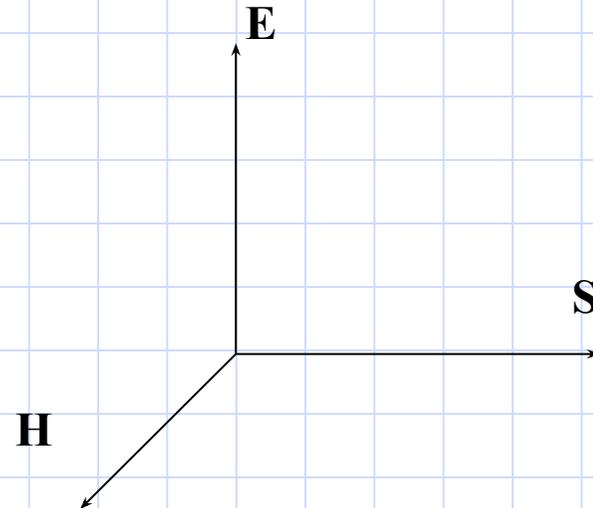
- Для вакуума из уравнений Максвелла можно получить:

$$\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0} = \frac{1}{c}$$

- где $c = 3 \cdot 10^8 \text{ км/с}$ – скорость распространения электромагнитного излучения в вакууме, ε_0 и μ_0 – электрическая и магнитная постоянные в вакууме
- Для линейных сред электрическая и магнитная постоянные не зависят от интенсивности света

Взаимное расположение векторов

- Вектор электрической напряженности (**E**) перпендикулярен вектору магнитной напряженности (**H**), и оба они перпендикулярны направлению распространения света (**S**)



Вывод волнового уравнения

- Уравнение для ротора электрического поля:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\dot{\mathbf{B}} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}$$

- Векторно домножим это уравнение на ∇ :

$$\begin{aligned} \nabla \times \nabla \times \mathbf{E} &= -\mu \left(\nabla \times \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \right) = -\mu \left(\frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{H}) \right) = -\mu \left(\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \right) = \\ &= -\mu \left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} (\varepsilon \mathbf{E}) \right) = -\varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} \end{aligned}$$

- Воспользовавшись математическими тождествами, получим:

$$\nabla \cdot (\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} = -\varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

Волновое уравнение для электрической составляющей поля

- Электрическое поле в диэлектрической среде:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$$

- Электрическое поле в однородной среде:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$$

- Волновое уравнение для электрической составляющей поля:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}$$

или

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0$$

Волновое уравнение для электрической составляющей поля

- Векторное уравнение распадается на три скалярных:

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad \begin{cases} \nabla^2 E_x = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} \\ \nabla^2 E_y = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} \\ \nabla^2 E_z = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 E_z}{\partial t^2} \end{cases}$$

Волновое уравнение для магнитной составляющей поля

- Волновое уравнение для магнитной составляющей поля:

$$\nabla^2 \mathbf{H} = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2}$$

- Векторное уравнение распадается на три скалярных:

$$\mathbf{H} = \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix} \begin{cases} \nabla^2 H_x = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} \\ \nabla^2 H_y = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 H_y}{\partial t^2} \\ \nabla^2 H_z = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} \end{cases}$$

Волновое уравнение в общем виде

- Волновое уравнение в общем виде:

$$\nabla^2 V = \varepsilon \mu \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}$$

- где $V(x, y, z, t)$ – любая из составляющих электрического вектора (возмущение поля в точке пространства в какой-то момент времени),
- $\nabla^2 V$ – вторая производная возмущения по пространственным координатам,
- $\frac{\partial^2 V}{\partial t^2}$ – вторая производная возмущения по времени

Скорость света в среде

- Скорость распространения волны для диэлектриков связана с электрической и магнитной постоянной:

$$\varepsilon\mu = \frac{1}{v^2}$$

- или:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$$

- Отношение скорости света в вакууме к скорости света в среде называется **показателем преломления данной среды по отношению к вакууму**:

$$n = \frac{c}{v} = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}$$

Волновое уравнение для одной оси координат

- Общий вид волнового уравнения:

$$\nabla^2 V = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}$$

- Волновое уравнение для одной оси координат:

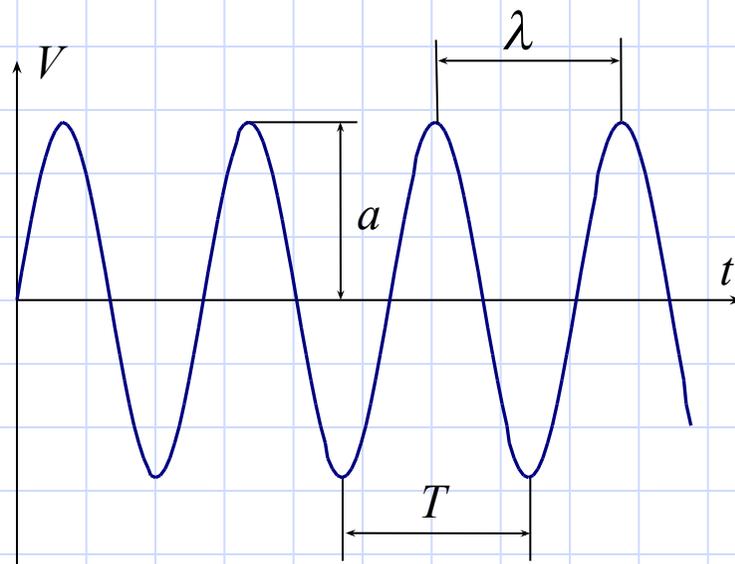
$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}$$

Монохроматическое поле

- **Монохроматическое поле** – это поле, зависящее от времени по гармоническому закону:

$$V(\mathbf{r}, t) = a(\mathbf{r}) \cos(\omega t - \varphi_0(\mathbf{r}))$$

- где $a(\mathbf{r})$ – амплитуда возмущения (функция пространственных координат), ω – циклическая частота изменения поля во времени, $\varphi_0(\mathbf{r})$ – фаза поля (функция пространственных координат)



Монохроматическое поле

- Характеристики монохроматического поля:

- период колебаний T [с]

- частота:

$$\nu = \frac{1}{T} \quad [c^{-1}] = [Гц]$$

- циклическая частота:

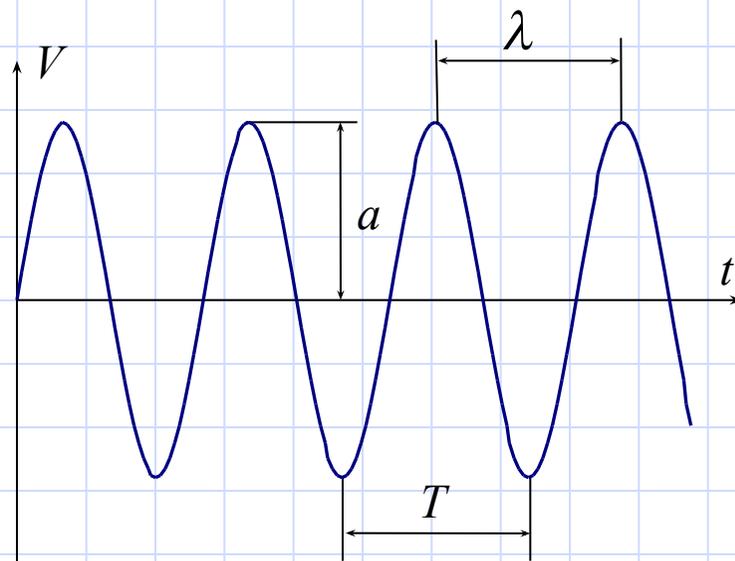
$$\omega = 2\pi\nu \quad \left[\frac{рад}{с} \right]$$

- длина волны (пространственный период):

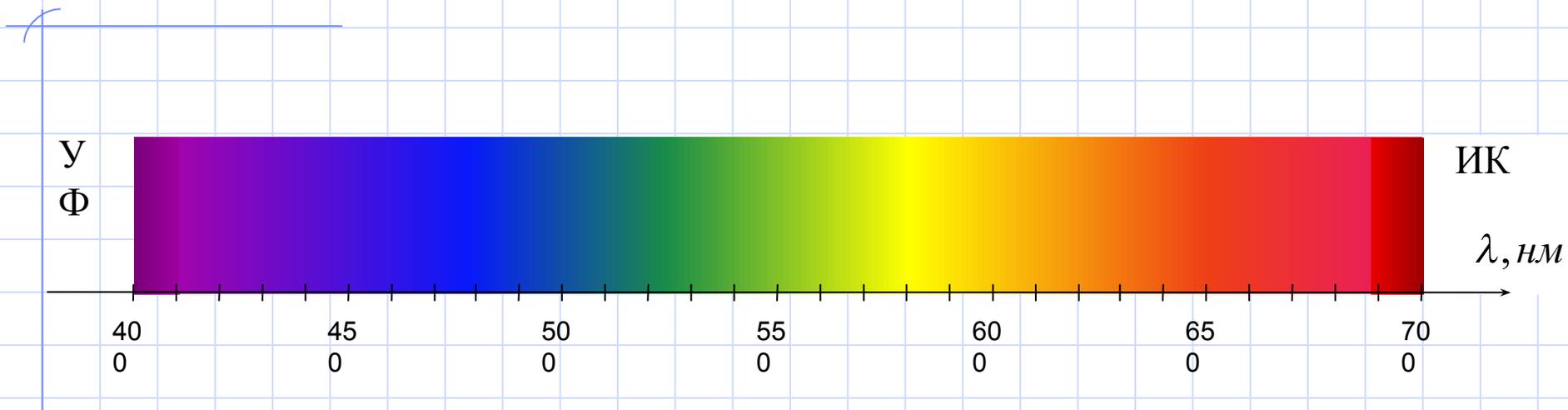
$$\lambda = \nu \cdot T = \frac{\nu}{\nu} = \frac{\nu}{\omega} \cdot 2\pi \quad [мм], [мкм], [нм]$$

- волновое число:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{\nu}$$



Спектр видимого излучения



Монохроматическое поле

- Постоянные характеристики:

- частота
- циклическая частота
- период колебаний

- Переменные характеристики:

- дисперсия показателя преломления

- Длина волны и волновое число в некоторой среде:

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} \quad k = k_0 n$$

- где λ_0 – длина волны в вакууме, $k_0 = \frac{\omega}{c}$ – волновое число в вакууме

Монохроматическое поле

- Волновое возмущение:

$$V(\mathbf{r}, t) = a(\mathbf{r}) \cos k_0 [ct - E(\mathbf{r})]$$

- где $E(\mathbf{r})$ – это эйконал поля:

$$E = \frac{\varphi_0}{k_0} = \frac{\varphi_0}{2\pi} \lambda_0 \quad [\text{нм}]$$

Монохроматическое поле

- Оптическая длина луча nl – это произведение показателя преломления n на геометрическую длину пути l
- Приращение эйконала равно оптической длине луча:

$$\Delta E = nl$$

- если фаза изменяется на 2π , то эйконал изменяется на λ_0 :

$$\Delta\varphi = 2\pi \Rightarrow \Delta E = \lambda_0$$

- если фаза изменяется на π , то эйконал изменяется на $\frac{\lambda_0}{2}$:

$$\Delta\varphi = \pi \Rightarrow \Delta E = \frac{\lambda_0}{2}$$

- если фаза изменяется на $\frac{\pi}{2}$, то эйконал изменяется на $\frac{\lambda_0}{4}$:

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \Delta E = \frac{\lambda_0}{4}$$

Комплексная амплитуда

- Экспоненциальное представление комплексных чисел:

$$e^{i\varphi} = \cos \varphi + i \sin \varphi$$

- где $\cos \varphi$ – действительная часть, $\sin \varphi$ – мнимая часть

- **Монохроматическое поле** – это действительная часть от функции:

$$V(\mathbf{r}, t) = \operatorname{Re} \left\{ a(\mathbf{r}) \cdot e^{-k_0[ct - E(\mathbf{r})]} \right\} = \operatorname{Re} \left\{ a(\mathbf{r}) \cdot e^{ik_0 E(\mathbf{r})} \cdot e^{-ik_0 ct} \right\}$$

- где $a(\mathbf{r}) \cdot e^{ik_0 E(\mathbf{r})}$ зависит только от пространственных координат,
 $e^{-ik_0 ct}$ зависит только от времени

Комплексная амплитуда

- Комплексная амплитуда поля:

$$U(\mathbf{r}) = a(\mathbf{r}) \cdot e^{ik_0 E(\mathbf{r})}$$

- где $a(\mathbf{r}) = |U(\mathbf{r})|$ – вещественная амплитуда
- **Однородная волна** – волна, у которой вещественная амплитуда не зависит от пространственных координат
- Эйконал поля:
$$E(\mathbf{r}) = \frac{1}{k_0} \arg[U(\mathbf{r})]$$
 - где $\arg[U(\mathbf{r})] = \varphi_0(\mathbf{r})$ – фаза поля

Комплексная амплитуда

- При сложении полей их комплексные амплитуды складываются, а временной экспоненциальный множитель можно вынести за скобки и не учитывать :

$$U_{\Sigma} = U_1 + U_2$$

- где $V_1(\mathbf{r}, t) = U_1(\mathbf{r}) \cdot e^{-ik_0ct}$ – поле 1, $V_2(\mathbf{r}, t) = U_2(\mathbf{r}) \cdot e^{-ik_0ct}$ – поле 2

Уравнение Гельмгольца

- Уравнение Гельмгольца:

$$\boxed{(\nabla^2 + k^2) \cdot U = 0}$$

или

$$\boxed{\nabla^2 U + n^2 k_0^2 U = 0}$$

Интенсивность поля

- Поле меняется во времени с частотой:

$$\nu \approx 10^{15} \text{сек}^{-1} \quad T = 10^{-15} \text{сек}$$

- Время инерции приемника излучения:

$$\Delta\tau \gg 10^{-15} \text{сек}$$

- Регистрируется усредненная во времени величина – **интенсивность поля**

- Интенсивность равна квадрату модуля комплексной амплитуды:

$$I = |U|^2 = UU^*$$

Наблюдаемые величины при сложении полей

- Суммарная интенсивность при сложении двух полей:

$$I = |U_{\Sigma}|^2 = U_{\Sigma} U_{\Sigma}^* = (U_1 + U_2)(U_1^* + U_2^*) = U_1 U_1^* + U_2 U_2^* + U_1 U_2^* + U_2 U_1^* = \\ = a_1^2 + a_2^2 + a_1 a_2 e^{i(\varphi_1 - \varphi_2)} + a_1 a_2 e^{-i(\varphi_1 - \varphi_2)} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos(\Delta\varphi) = I_{\Sigma}$$

- где $U_1 = a_1 e^{i\varphi_1}$ – поле 1, $U_2 = a_2 e^{i\varphi_2}$ – поле 2

- Уравнение интерферограммы:

$$I_{\Sigma} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cdot \cos(\Delta\varphi)$$

- где $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{2\pi\Delta E}{\lambda_0}$ – разность фаз поля

- **интерференция** – явление, возникающее при сложении двух полей
- **интерферограмма** – картина, наблюдаемая при интерференции

Сложение когерентных полей

- **Разность фаз (эйконалов) двух когерентных полей остается постоянной за время инерции приемника**
 - суммарная интенсивность определяется уравнением интерферограммы
 - картина распределения интенсивности представляет собой чередование темных и светлых полос
- Регистрируемая картина взаимодействия двух полей, одно из которых референтное, называется **голограммой**
 - **голограмма** – это запись полной информации о поле, то есть его комплексной амплитуды
 - референтное (эталонное) поле – имеет известную картину фаз

Сложение некогерентных полей

- **Некогерентные поля** – разность фаз меняется случайным образом много раз за время регистрации
- При регистрации суммарной интенсивности ее значения по времени усредняются:

$$\overline{I_{\Sigma}} = \overline{I_1} + \overline{I_2} + 2\sqrt{\overline{I_1 I_2}} \cdot \overline{\cos(\Delta\varphi)}$$

- I_1, I_2 постоянны, $\overline{\cos(\Delta\varphi)} = 0$

- Сложение двух некогерентных полей:

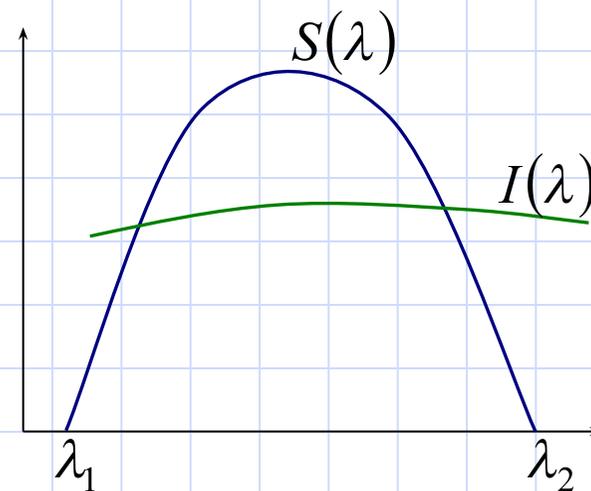
$$I_{\Sigma} = I_1 + I_2$$

Квазимонохроматическое и полихроматическое поле

- Квазимонохроматическое поле – поле, близкое к полной монохроматичности
- Полихроматическое поле $U(\mathbf{r}, t)$ – сумма (суперпозиция) монохроматических составляющих
- Интенсивность полихроматического поля:

$$I = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} I(\lambda) \cdot S(\lambda) \cdot d\lambda$$

- где $I(\lambda)$ – распределение интенсивности монохроматической составляющей по длинам волн, $S(\lambda)$ – весовая спектральная функция, λ_1, λ_2 – реальные границы диапазона излучения

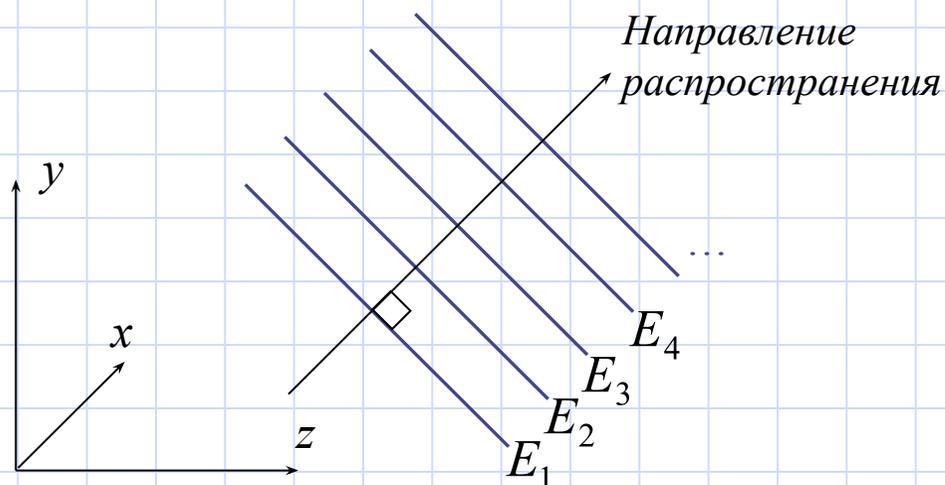


Плоские волны

- **Плоские волны** имеют плоские волновые фронты
- **Волновой фронт** – это поверхность в пространстве, на которой эйконал поля (или фаза) имеет одинаковые значения:

$$E(\mathbf{r}) = \text{const}$$

- направление распространения света перпендикулярно волновым фронтам



Направление волнового фронта

- Векторы, показывающие направление волнового фронта:

- \mathbf{S} – единичный вектор направления (орт) $\|\mathbf{S}\| = 1$

- \mathbf{k} – волновой вектор

$$\|\mathbf{k}\| = k = \frac{2\pi}{\lambda} = \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \right) \cdot n$$

- ♦ где k – волновое число

- \mathbf{q} – оптический лучевой вектор $\|\mathbf{q}\| = n$

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_x \\ q_y \\ q_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n \cos \alpha_x \\ n \cos \alpha_y \\ n \cos \alpha_z \end{pmatrix}$$

- ♦ где X, Y, Z – направляющие косинусы,

– пространственные частоты плоской волны

$$q_x \quad q_y$$

Плоские волны

- Уравнение плоской волны:

$$U(\mathbf{r}) = U_0 \cdot e^{ik_0 E(\mathbf{r})}$$

- Эйконал плоской волны:

$$E(\mathbf{r}) = (\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) = xX + yY + zZ$$

- при таком описании эйконала волновой фронт плоский и перпендикулярен оптическому лучевому вектору

Сферические волны

- **Сферические волны** имеют волновой фронт в виде концентрических сфер
- **Уравнение сферической волны:**

$$U(\mathbf{r}) = \frac{U_0}{\|\mathbf{r}\|} \cdot e^{ik_0 E(\mathbf{r})}$$

- **Уравнение эйконала сферической волны:**

$$E(\mathbf{r}) = n \cdot \mathbf{r}$$

- где $\|\mathbf{r}\| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ – длина радиус-вектора точки в пространстве

