

# Нейросетевые технологии в обработке и защите данных

**Обработка данных искусственными  
нейронными сетями (ИНС).**

**Лекция 5. Алгоритмы обучения  
искусственных нейронных сетей**

Нейронные искусственные сети,  
успешно применяемые для  
решения задач классификации,  
прогнозирования и управления,  
обеспечивают предельное  
распараллеливание алгоритмов,  
соответствующих нейросетевой  
технологии обработки данных.

**Нейрокомпьютеры** как новый класс устройств вычислительной техники являются модельным отображением особенностей, присущих процессам переработки информации в живых организмах, таким как самоорганизация, обучение, адаптация.

Возможности нейронных сетей, недоступные для традиционной математики, позволяют создавать системы для решения задач управления, распознавания образов, диагностики заболеваний, автоматического анализа документов и многих других приложений.

# ОДНОСЛОЙНЫЕ НЕЙРОННЫЕ СЕТИ

Нейронная сеть представляет собой совокупность формальных нейронов, связанных определенным образом друг с другом и с внешней средой.

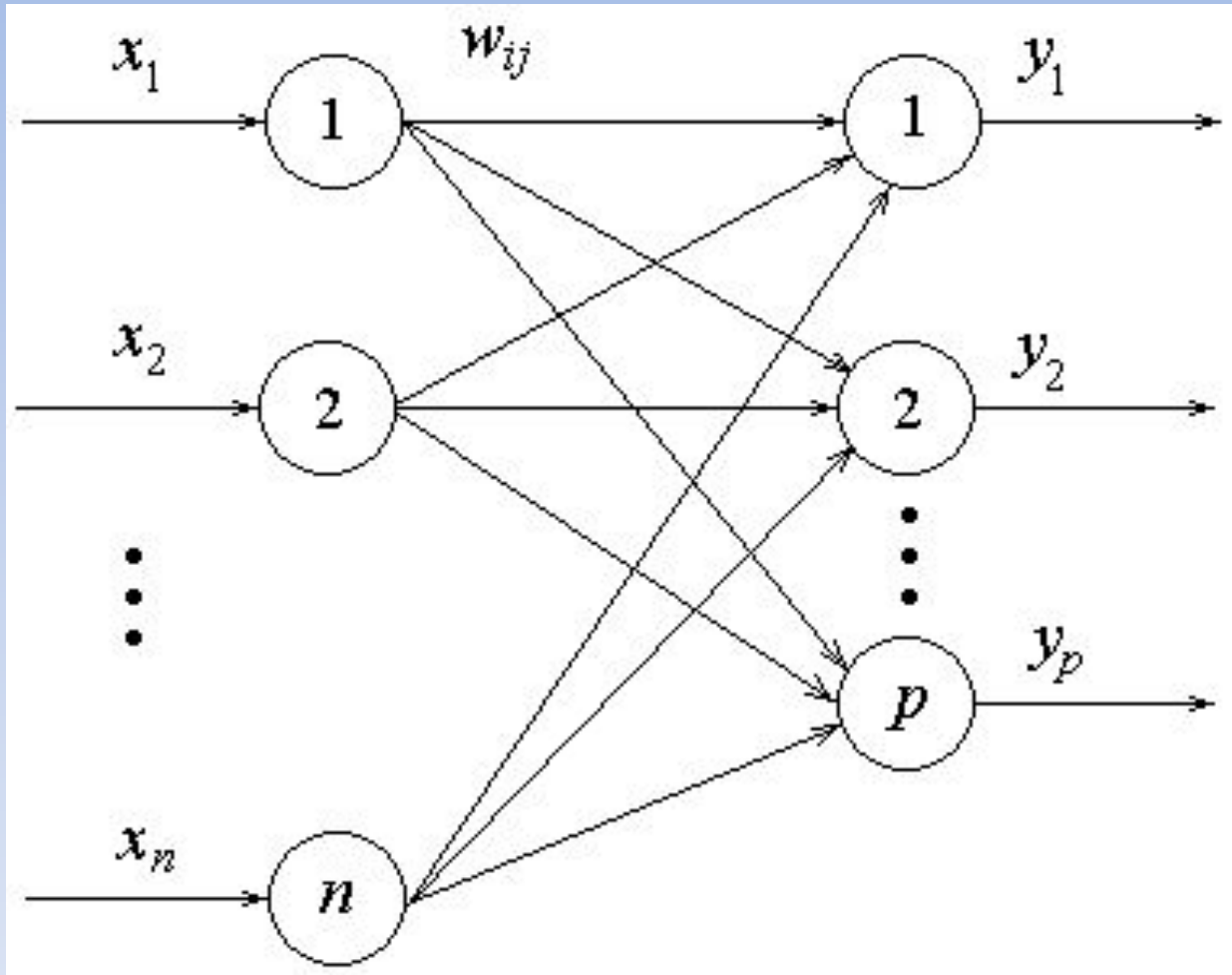
Вектор входного сигнала, кодирующий входное воздействие или образ внешней среды, подается на сеть при активации входных нейронных элементов. Веса связей нейронных элементов представляют в виде матрицы  $W$ , для которой  $w_{ij}$  – вес связи  $j$ -го нейрона с  $i$ -ым. В процессе функционирования сети входной вектор преобразуется в выходной.

# ОДНОСЛОЙНЫЕ НЕЙРОННЫЕ СЕТИ

Обучающие правила определяют изменения связей и весов в ответ на входное воздействие.

Слоем нейронной сети называется множество нейронных элементов, на которые в каждый такт времени параллельно поступает информация от других нейронных элементов сети. Однослойные сети включают один слой элементов, осуществляющий обработку входной информации

# Топология однослойной сети



Каждый нейрон распределительного слоя имеет синаптические связи со всеми нейронами обрабатывающего слоя. Выходное значение  $j$ -го нейрона обрабатывающего слоя сети можно представить как:

$$Y_j = F(s_j) = F\left(\sum_{i=1}^n w_{ij} x_i - S_{0j}\right)$$

где  $S_{0j}$  – смещение  $j$ -го нейронного элемента выходного слоя,  $w_{ij}$  – сила связи между  $j$ -ым нейроном распределительного слоя и  $i$ -ым нейроном обрабатывающего слоя.

# Нейросетевые модели логических операций

Логические операции определяются сетью с двумя нейронами на входе и одним нейроном выходного слоя

Взвешенная сумма в этом случае равна:

$$w_{11} \cdot x_1 + w_{21} \cdot x_2 - S_0 = 0$$

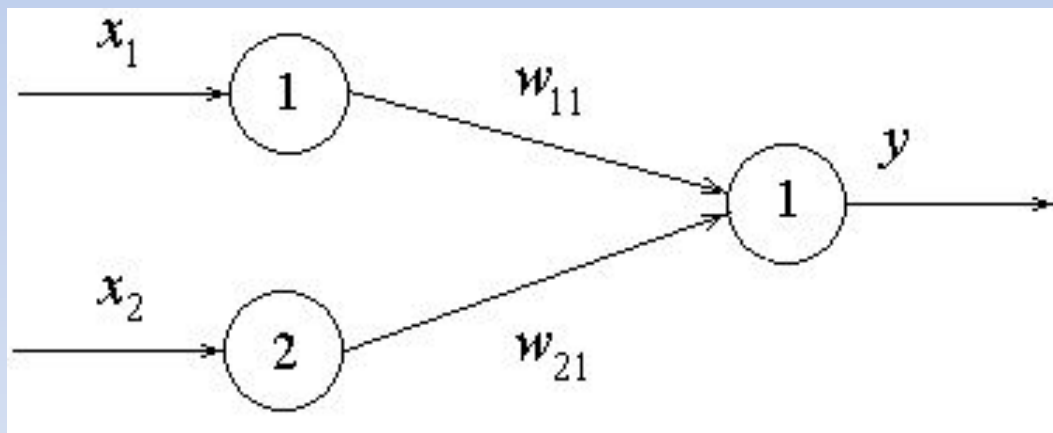
а выходное значение нейронной сети

$$Y = \begin{cases} 0, & S \leq 0 \\ 1, & S > 0 \end{cases}$$



# Сеть с одним ВЫХОДНЫМ нейроном

Такая сеть линейно разделяет входное пространство сигналов на два класса и может быть использована для решения задач классификации образов

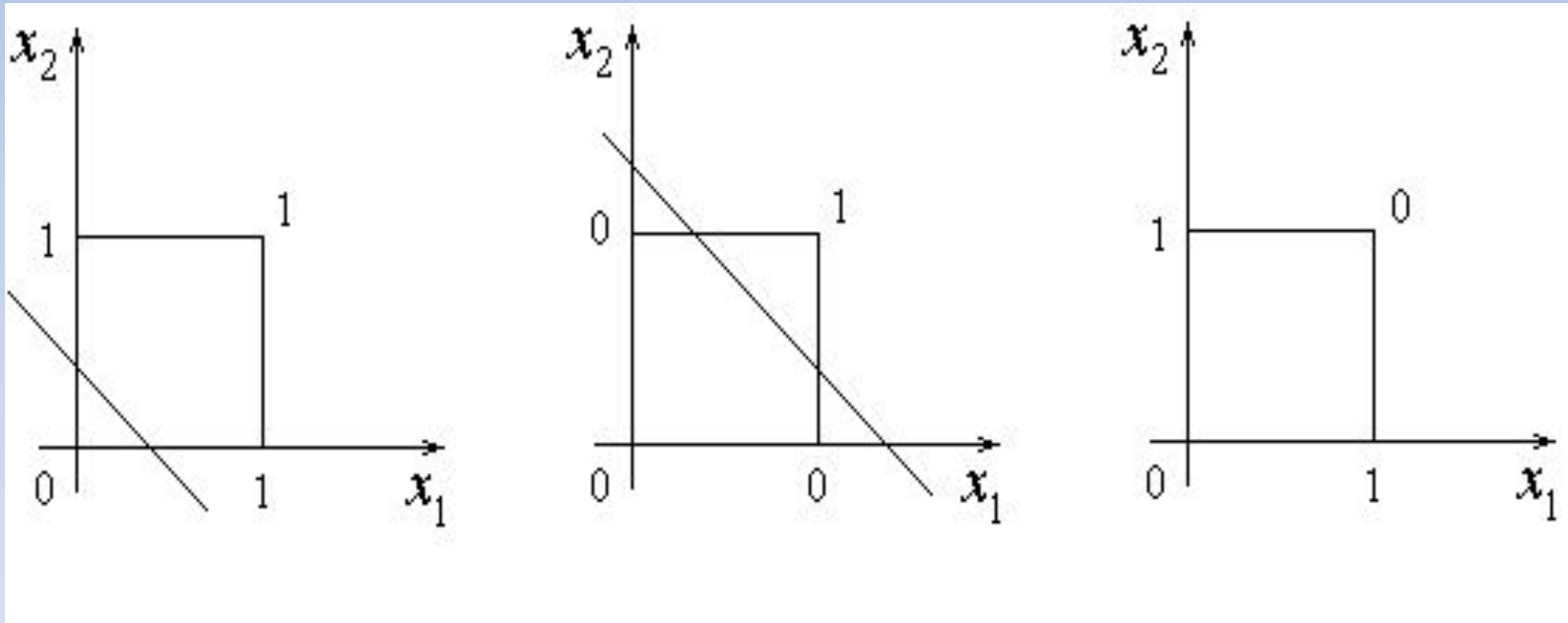


Уравнение разделяющей линии имеет вид:

или  $w_{11} \cdot x_1 + w_{21} \cdot x_2 - S_0 = 0$

$$x_2 = \frac{S_0}{w_{21}} - \frac{w_{11}}{w_{21}} \cdot x_1.$$

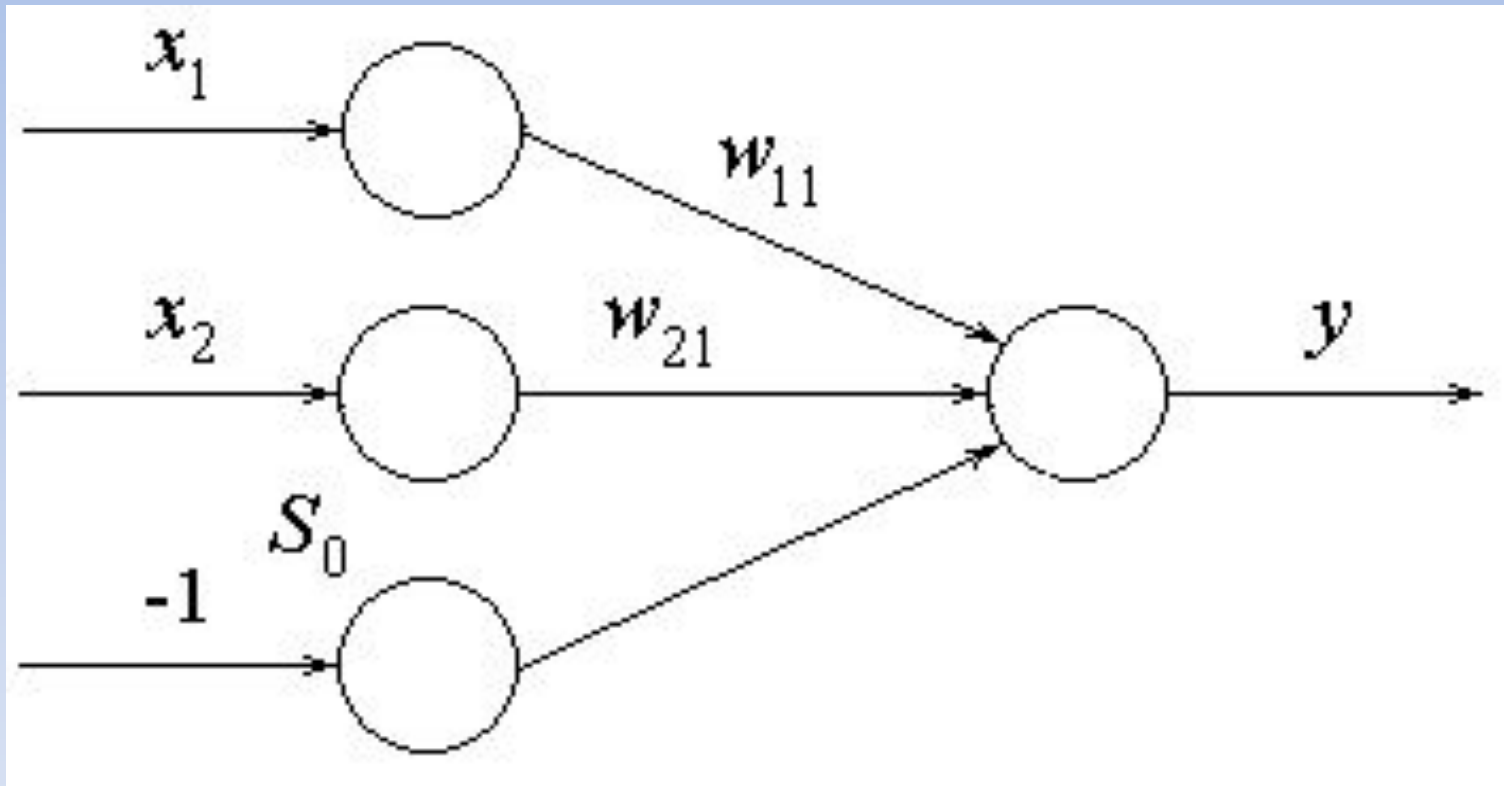
# Графическая интерпретация множества решений логических операций ИЛИ, И, «исключающее ИЛИ»



Множество решений сети нельзя разделить на два класса для операции «исключающее ИЛИ».

Если размерность входного сигнала  $n=3$ , то разделяющей поверхностью является плоскость, при  $n>3$  разделяющей поверхностью является гиперплоскость. Обучение сети можно производить путем настройки весовых коэффициентов и смещений, если порог или смещение нейрона изобразить как синаптическую связь с весовым коэффициентом, равным значению

# Представление смещения в виде синаптической связи



Так как входное значение, подаваемое на дополнительный нейрон, равно  $-1$ , то взвешенная сумма определяется как:

$$S = w_{11} \cdot x_1 + w_{21} \cdot x_2 - S_0$$

После такого преобразования и биполярной кодировки двоичных сигналов разделяющими прямыми будут линии:

$$x_1 + x_2 = +1 \quad \text{для «логического И»,}$$

$$x_1 + x_2 = -1 \quad \text{для «логического ИЛИ»}$$

# ПРАВИЛА ОБУЧЕНИЯ ХЕББА

Правила обучения Хебба относятся к ассоциативным обучающим правилам. Согласно правилу Хебба обучение сети происходит в результате усиления силы связи между одновременно активными элементами, его можно определить так:

$$w_{ij}(t+1) = w_{ij}(t) + x_i \cdot y_j,$$

где  $t$  – время,  $x_i$ ,  $y_j$  – соответственно выходные значения  $i$ -го и  $j$ -го нейронов. В начальный момент предполагается, что  $w_{ij}(0)=0$  для всех  $i$  и  $j$ .

# Пример

Требуется реализовать обучение нейронной сети по правилу Хебба с учителем для операции «логическое И», используя биполярную кодировку двоичных сигналов.

Общее количество входных образов, подаваемых на нейронную сеть,  $L=4$ . Правило Хебба в случае сети с тремя нейронами на входе и одним на выходе реализуется по формулам:

Обучение с учителем для «логического И» соответствует данным, приведенным в таблице.



# Результаты обучения сети по правилу Хебба

$X_1$	$X_2$	$X_3=S_0$	$Y$	$W_{11}$	$W_{21}$	$S_0$
-1	-1	-1	-1	1	1	1
1	-1	-1	-1	0	2	2
-1	1	-1	-1	1	1	3
1	1	-1	1	2	2	2

# Правило Хебба

Эта таблица формируется по строкам. Считая  $S_0(0)=0$ , начальные,  $w_{11}^{(0)} = 0$   
 $w_{21}^{(0)} = 0$ , для четырех входных образов получаем последовательно следующие значения, для первого:

$$w_{11}^{(1)} = w_{11}^{(0)} + x_1 \cdot y = 0 + (-1) \cdot (-1) = 1,$$

$$w_{21}^{(1)} = w_{21}^{(0)} + x_2 \cdot y = 0 + (-1) \cdot (-1) = 1,$$

$$S_0(1) = S_0(0) - y = 0 - (-1) = 1;$$

для второго

$$w_{11}^{(2)} = w_{11}^{(1)} + x_1 \cdot y = 1 + 1 \cdot (-1) = 0,$$

$$w_{21}^{(2)} = w_{21}^{(1)} + x_2 \cdot y = 1 + (-1) \cdot (-1) = 2,$$

$$S_0(2) = S_0(1) - y = 1 - (-1) = 2;$$

для третьего

$$w_{11}^{(3)} = w_{11}^{(2)} + x_1 \cdot y = 0 + (-1) \cdot (-1) = 1,$$

$$w_{21}^{(3)} = w_{21}^{(2)} + x_2 \cdot y = 2 + 1 \cdot (-1) = 1,$$

$$S_0(3) = S_0(2) - y = 2 - (-1) = 3;$$

и для четвертого образа

$$w_{11}^{(4)} = w_{11}^{(3)} + x_1 \cdot y = 1 + 1 \cdot 1 = 2,$$

$$w_{21}^{(4)} = w_{21}^{(3)} + x_2 \cdot y = 1 + 1 \cdot 1 = 2,$$

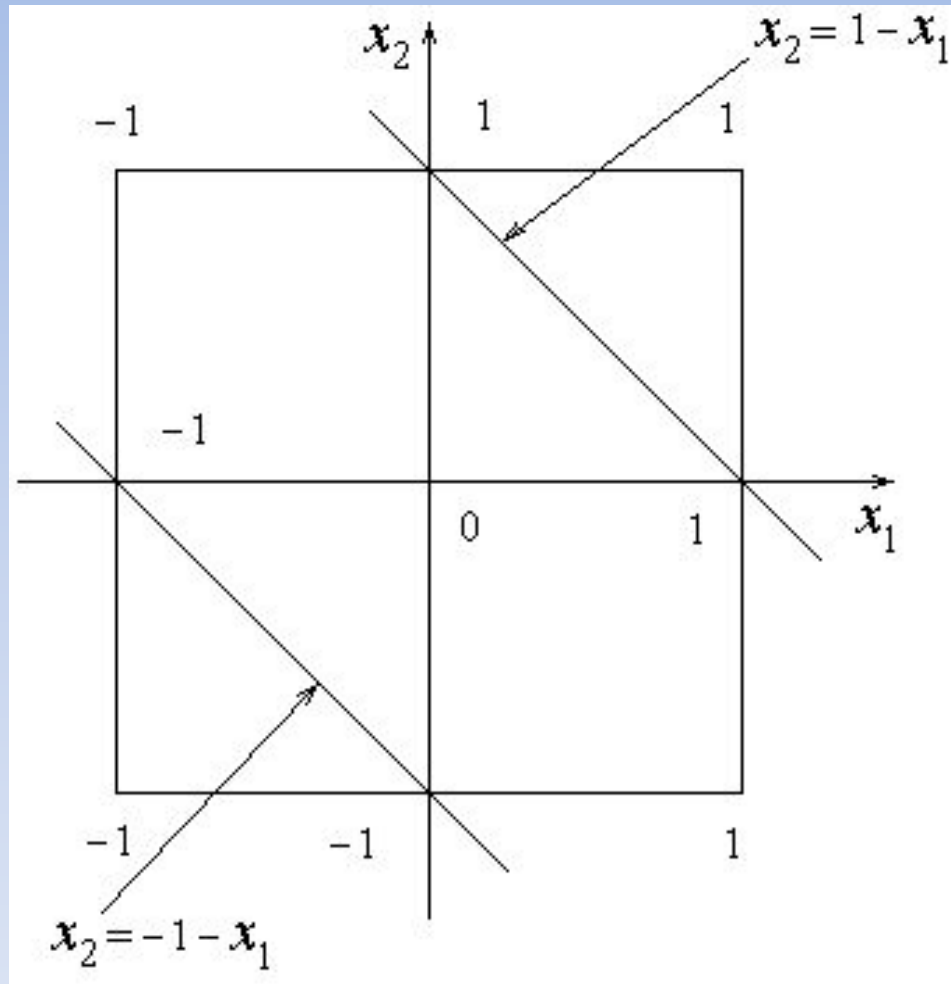
$$S_0(4) = S_0(3) - y = 3 - 1 = 2.$$

Таким образом, в результате обучения получается уравнение разделяющей линии для операции «логическое И», представленной ранее :

$$2 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 - 2 = 0$$

или  $x_2 = 1 - x_1$  .

# Разделяющие линии



# Исключающее ИЛИ

Для решения задачи «исключающего ИЛИ» можно использовать сеть второго порядка, включающую произведение переменных, тогда взвешенная сумма :

$$S = 2 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 - 4 \cdot x_1 \cdot x_2 - 1$$

# Правила обучения по Хеббу

Правило обучения по Хеббу в общем случае задается формулой:

$$w_{ij}(t+1) = w_{ij}(t) + \eta \cdot x_i \cdot y_j$$
$$i=1,2,\dots,L, \quad j=1,2,\dots,p,$$

где  $\eta$  – коэффициент обучения или темп обучения, в нейроимитаторе NNT это правило реализует процедура настройки learnh. Правило Хебба с модификацией весов определяется по формуле:  $w_{ij}(t+1) = w_{ij}(t) + \eta \cdot x_i \cdot y_j - \alpha \cdot \Delta w_{ij}(t)$ , где  $\alpha$  – коэффициент убывания или возрастания веса.

# ПРАВИЛА ОБУЧЕНИЯ ПЕРСЕПТРОНА

Персептрон – нейронная сеть прямой передачи сигнала с бинарными входами и бинарной пороговой функцией активации.

Правило обучения Розенблатта в общем случае является вариантом правил обучения Хебба, формирующих симметричную матрицу связей, и в тех же обозначениях имеет вид:

$$w_{ij}(t + 1) = w_{ij}(t) + \eta \cdot (t_i - y_j) \cdot x_i$$

где  $\eta$  – коэффициент обучения,  $0 < \eta < 1$ ,  
 $t_j$  – эталонные или целевые значения.