Логарифм.

Основное логарифмическое тождество.

Свойства логарифмов.

Логарифмом положительного числа b по основанию a (где a>0, a ≠ 1) называется показатель степени, в которую надо возвести a, чтобы получить b.

$$\log_a b$$

$$\log_{\square\square} \square\square = \square\square\ \square\ \ \square\square^{\square\square} = \square\square$$

$$\log_a b; a - основание$$

ДЕСЯТИЧНЫЙ ЛОГАРИФМ

Для логарифма с основанием 10 принято обозначения **lg**

$$\log_{10} b = \lg b$$

$$\log_a b; a - основание$$

НАТУРАЛЬНЫЙ ЛОГАРИФМ

Для логарифма с основанием **e** принято

обозначение **ln**

$$\log_e b = \ln b$$

Если $a>0$, $a \neq 1$, $b>0$,

основное логарифмическое тождество.

$$a^{\log_a b} = b$$

$a>0$, $a \neq 1$,- называется основанием логарифма

Например:

$$3^{\log_3 6} = 6$$

$$4^{\log_4 7} = 7$$

Свойства логарифмов

1. Логарифмы существуют только для положительных чисел, т. е.

$$\log_a N$$

(Где а>0, а ≠ 1) существует, если **N>0**

2. **При основании a>1**

А) логарифмы чисел N>1, положительны

$$\log_a N > 0$$

$$\log_2 8 > 0$$

При основании а>1

Б) логарифмы чисел $0<N<1$ отрицательны:

$$\log_a N < 0$$

$$\log_2 \frac{1}{4} < 0$$

3. **При основании 0<a<1 а)** логарифмы чисел N>1, отрицательны

$$\log_a N < 0$$

$$\log_{\frac{1}{2}} 8 < 0$$

При основании $0<a<1$

Б) логарифмы чисел $0<N<1$ положительны:

$$\log_a N > 0$$

$$\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} > 0$$

4. Равным положительным числам соответствуют и равные логарифмы,

т. е. если

$$\log_a N_1 = \log_a N_2$$

$$N_1 = N_2$$

5. Если **a>1**, то большему числу соответствует и больший логарифм, т. е. если

$$\log_a N_1 > \log_a N_2$$

$$N_1 > N_2$$

6. Если **$0<a<1$**, то большему числу соответствует меньший логарифм,

т. е.

$$\log_a N_1 < \log_a N_2$$

$$N_1 > N_2$$

7. Логарифм единицы по любому основанию **($a>0$, $a \neq 1$)** равен нулю, т. е.

$$\log_a 1 = 0$$

8. Логарифм самого основания равен единице, т. е.

$$\log_a a = 1$$

Теоремы логарифмирования

1. Логарифм **произведения** двух или нескольких положительных чисел равен **сумме** логарифмов сомножителей, т.е.

$$\log_a(N_1 \cdot N_2) = \log_a N_1 + \log_a N_2$$

$$a > 0; a \neq 1; N_1, N_2 > 0$$

2. Логарифм **частного** положительных чисел равен **разности** логарифмов делимого и делителя, т.е

$$\log_a \frac{N_1}{N_2} = \log_a N_1 - \log_a N_2$$

$$a > 0; a \neq 1; N_1, N_2 > 0$$

3. Логарифм **степени** положительного числа равен произведению степени на логарифм ее основания, т.е.

$$\log_a N^C = C \cdot \log_a N$$

$$a > 0; a \neq 1; N > 0$$

4. Формула перехода от основания ***b*** к основанию ***a*** имеет вид:

$$\log_b N = \frac{\log_a N}{\log_a b}$$

$$a, b > 0; a, b \neq 1; N > 0$$