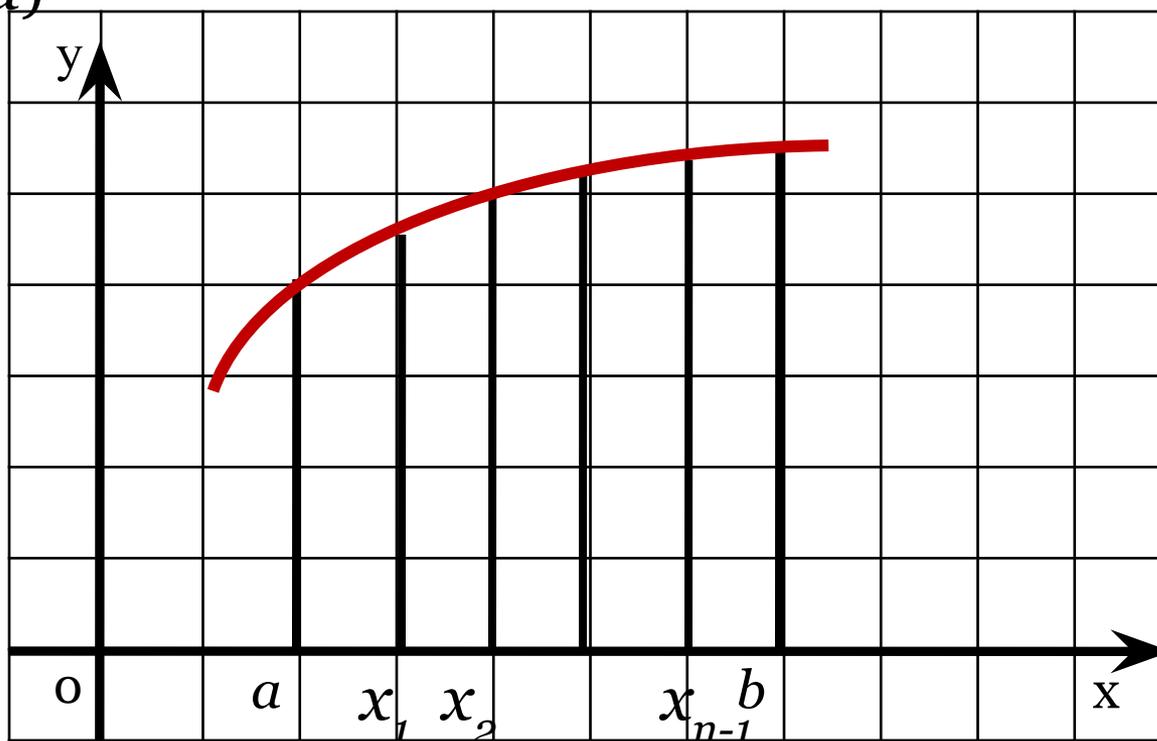


Определенный интеграл

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла

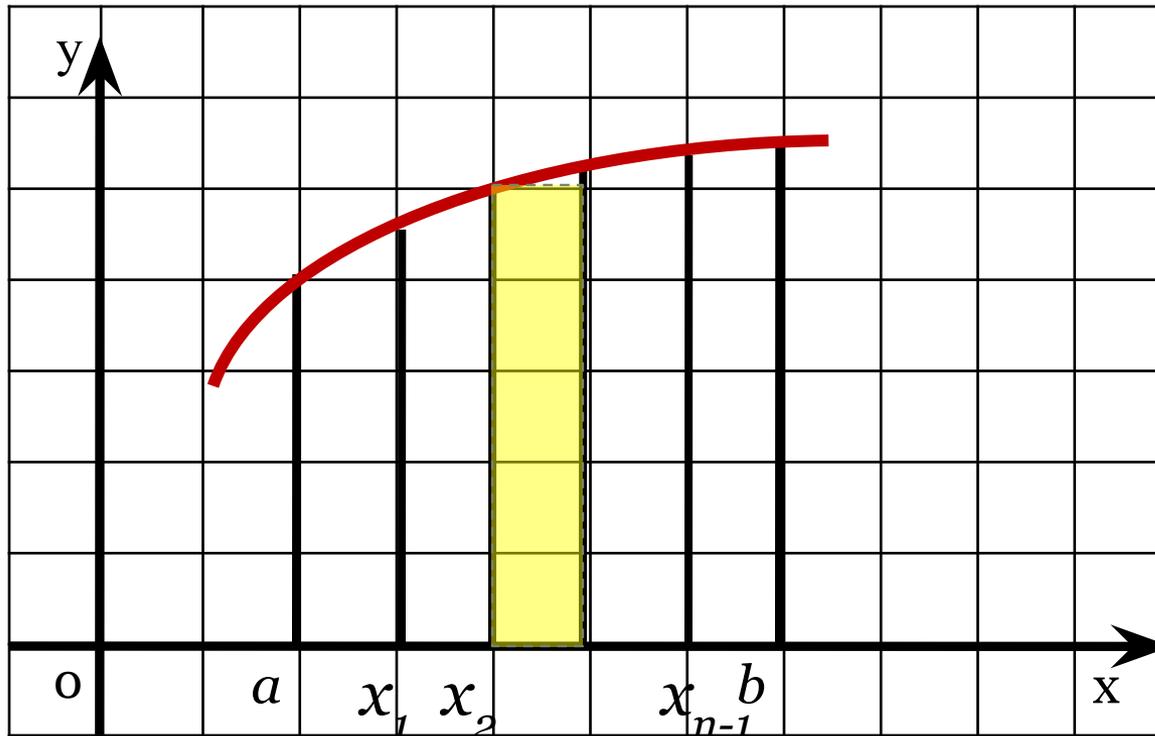
Задача 1. (о вычислении площади криволинейной трапеции)



Определенный интеграл



Разобьем отрезок $[a;b]$ на n равных частей. Площадь всей трапеции равна сумме площадей столбиков: для k -того имеем $S_k = f(x_k) \cdot \Delta x_k$.

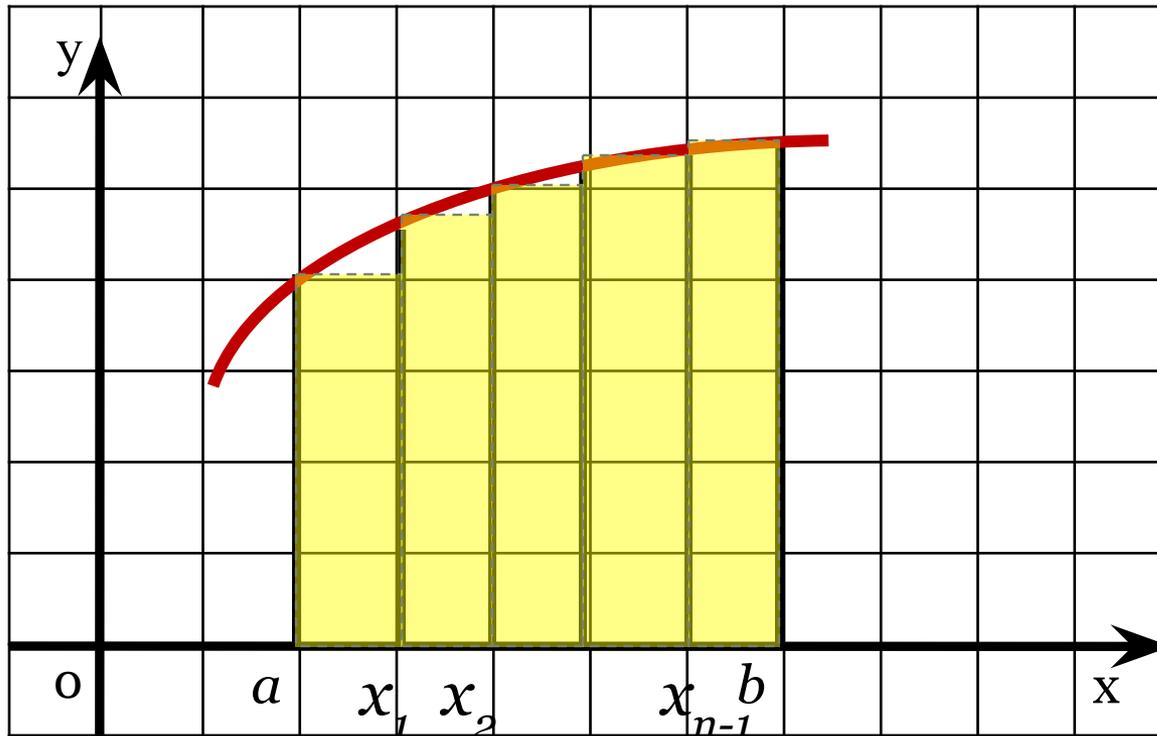


Определенный интеграл



По определению полагают, что искомая площадь криволинейной трапеции равна пределу последовательности (S_n)

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$$



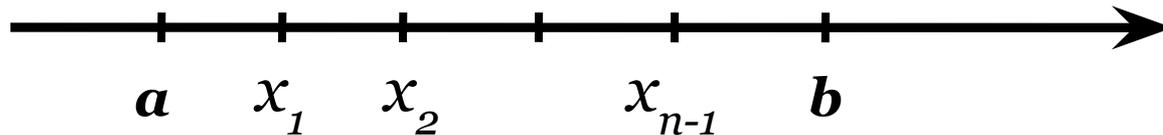
Определенный интеграл



Задача 2. (о вычислении массы стержня)

Дан прямолинейный неоднородный стержень $[a;b]$, плотность в точке x вычисляется по формуле $\rho=\rho(x)$. Найти массу стержня.

Решение: Масса однородного тела вычисляется по формуле $m=\rho V$. Для неоднородного стержня разобьем отрезок $[a;b]$ на n равных частей.



Плотность в точке x_k и в промежутке $[x_k;x_{k+1}]$ постоянна $\rho=\rho(x_k)$.
Масса этого участка $m_k = \rho(x_k) \cdot \Delta x_k$.

$$m = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$$

Определенный интеграл



Задача 3. (о перемещении точки)

По прямой движется материальная точка. Зависимость скорости от времени выражается формулой $v=v(t)$. Найти перемещение точки за промежуток времени $[a;b]$.

Решение: В случае равномерного движения $S=Vt$. Для неравномерного движения разобьем отрезок $[a;b]$ на n равных частей и используем те же идеи, что и в предыдущих задачах.

Скорость в точке x_k и в промежутке времени $\Delta t=[x_k;x_{k+1}]$ постоянна $v=v(x_k)$. Путь на этом участке $S_k = v(x_k) \cdot \Delta t$.

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} S_n$$

Определенный интеграл



Подведем итоги:

Решение трех различных задач из различных областей науки и техники приводится к одной и той же математической модели. Данную математическую модель надо изучить, т.е.:

- 1) присвоить ей новый термин;*
- 2) ввести для нее обозначение;*
- 3) научиться с ней работать.*