Московский инженерно-физический институт (государственный университет)
Физико-технический факультет

Лекция 11

Методы моментов.
Метод сферических гармоник.
Уравнение переноса в Р1-приближении.
Диффузионное приближение.
Границы применимости диффузионного приближения в задачах расчета защит.

Методы моментов

Методы моментов или полиномиальные методы основаны на представлении угловой зависимости потока нейтронов в виде ряда по полной системе ортогональных функций.

Эти разложения ограничиваются конечным числом членов, что позволяет получить решаемую систему уравнений.

При этом пространственное представление зависимости потока нейтронов обычно получают с помощью введения дискретной пространственной сетки, в узлах которой вычисляются значения потока.

Метод сферических гармоник

Угловая зависимость потока нейтронов Φ(x, μ) представляется в виде ряда по полиномам Лежандра $P_m(\mu)$ в плоской геометрии и по сферическим гармоникам в общем случае

$$\Phi(x,\mu) \approx \sum_{m=0}^{M} \frac{2m+1}{2} \cdot \varphi_m(x) \cdot P_m(\mu)$$

Свойства сферических гармоник:

1) они образуют полную систему функций
2) они обладают свойством ортогональности
3) использование разложения индикатрисы рассеяния по полиномам Лежандра приводит к упрощению решаемой системы уравнений

$$\sigma_s(x,\mu_0) \approx \sum_{m=0}^{M} \frac{2m+1}{4\pi} \cdot \sigma_{mS}(x) \cdot P_m(\mu_0)$$

Уравнение переноса в P1-приближении

P_1-приближение уравнения переноса означает слабую зависимость потока нейтронов от угловой переменной. В плоской геометрии:

$$\Phi(x,\mu) \approx \varphi_0(x) + 3\mu \cdot \varphi_1(x)$$

коэффициенты разложения имеют физический смысл:

$\varphi_0(x)$ – интегрального по углам потока нейтронов, $\varphi_1(x)$ – тока нейтронов

Свойство нормировки полиномов Лежандра:

$$\frac{1}{2}\int_{-1}^{1} d\mu \cdot P_m(\mu) = \begin{cases} 1, m = 0 \\ 0, m \neq 0 \end{cases}$$

Свойство ортогональности полиномов Лежандра:

$$\frac{1}{2}\int_{-1}^{1} d\mu \cdot P_m(\mu) \cdot P_k(\mu) = \begin{cases} \dfrac{1}{2m+1}, m = k \\ 0, m \neq k \end{cases}$$

Уравнение переноса сводится к системе:

$$\frac{d}{dx}\varphi_1(x) + \Sigma_0(x) \cdot \varphi_0(x) = Q_0(x)$$

$$\frac{d}{dx}\varphi_0(x) + 3\Sigma_1(x) \cdot \varphi_1(x) = 3Q_1(x)$$

Диффузионное приближение

Используемые приближения:

1) Слабая зависимость потока нейтронов от угловой переменной:

Ф(x) и J(x) – поток и ток нейтронов

2) Отсутствие зависимости источника нейтронов от угловой переменной:

- закон Фика

- уравнение диффузии

Границы применимости диффузионного приближения в задачах расчета защит

Решение уравнения диффузии, получаемого с учетом приближений слабой зависимости потока нейтронов от угловой переменной и отсутствием зависимости источника нейтронов от угловой переменной, дает хорошие результаты в областях рассматриваемой системы удаленных от границ системы и границ раздела областей с резко различными свойствами.

Эти ограничения в задачах расчета защит не всегда выполняются.