Лекция4

Закон сохранения энергии

Принцип относительности в механике

Потенциальная энергия

Потенциальная энергия –механическая энергия системы тел, определяемая их взаимным расположением и характером сил взаимодействия между ними.

Если на частицу действует консервативная сила $\vec{F}$, то каждой точке поля сил можно сопоставить значение некоторой функции координат U, которая называется ***потенциальной энергией*** частицы в поле данной консервативной силы. Если консервативная сила совершает работу dA, то происходит изменение взаимного расположения тел системы и потенциальная энергия U убывает на величину dA, то есть

$$dA = -dU$$

Если знать потенциальную энергию, можно вычислить работу, совершаемую силами поля над телом с массой m при перемещении его из положения 1 в положение 2.

Эта работа может быть выражена через разность значений потенциальной энергии в указанных точках:

$$\boxed{A = \int_1^2 \vec{F} d\vec{r} = U_1 - U_2 = -(U_2 - U_1) = -\Delta U}$$

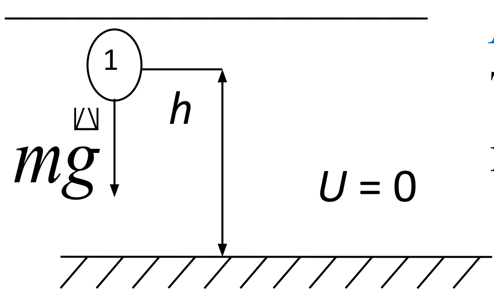
Полученное выражение означает, что ***работа консервативных сил равна убыли потенциальной энергии.***

Из определения следует, что ***потенциальная энергия известна с точностью до определенной постоянной.*** Так как определена только ее разность, то к выражению можно добавить или вычесть любую постоянную величину. При этом величина U, конечно, меняется, но работа консервативной силы останется одной и той же. Поэтому в каждом конкретном случае ***договариваются о начале отсчета потенциальной энергии: в какой именно точке следует считать*** $U = 0$ ***из соображения удобства.***

Конкретный вид функции U зависит от характера силового поля.

Рассмотрим примеры рассчета потенциальной энергии.

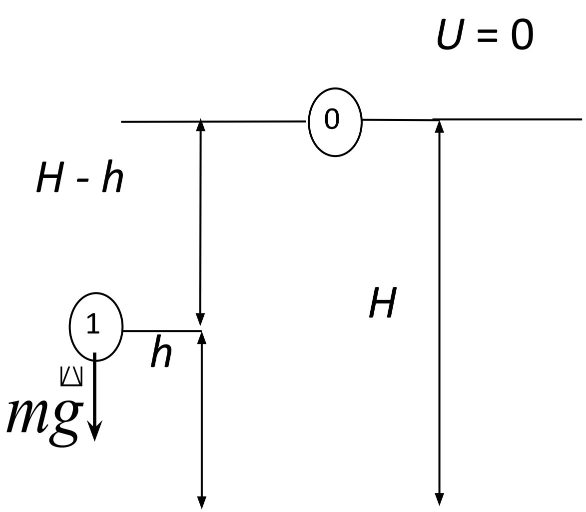
Пример 1. ***Потенциальная энергия в однородном поле сил тяжести.***



Нулевое значение U удобно выбрать при h =0.
Тогда потенциальная энергия в точке 1 вычисляется по формуле:

$$U_1 = A_{0-1} = mgh$$

Так как начало отсчета выбирается произвольно, то потенциальная



энергия может быть отрицательной.

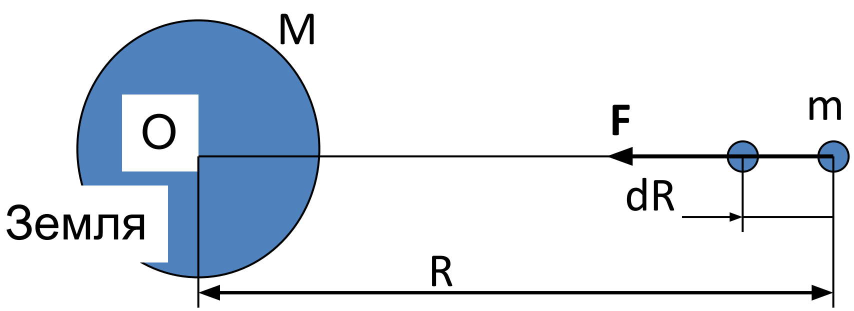
На приведенном рисунке U=0 на высоте H,

поэтому потенциальная энергия в точке 1

отрицательна:

$$U_1 = A_{0-1} = mg(-h) = -mgh$$

Пример 2. *Потенциальная энергия гравитационного притяжения.*



Работа, совершаемая силой тяготения по перемещению тела массой m из точки с радиусом R_1 до точки с радиусом R_2 была найдена ранее, она равна:

$$A_{12} = \int_{R_1}^{R_2} dA = -\int_{R_1}^{R_2} G\frac{mM}{R^2}dR = m\left(\frac{GM}{R_2} - \frac{GM}{R_1}\right)$$

Нулевое значение потенциальной энергии выбирается при $R = \infty$

Тогда работа силы тяготения при перемещении тела из точки с радиусом R на бесконечность равна:

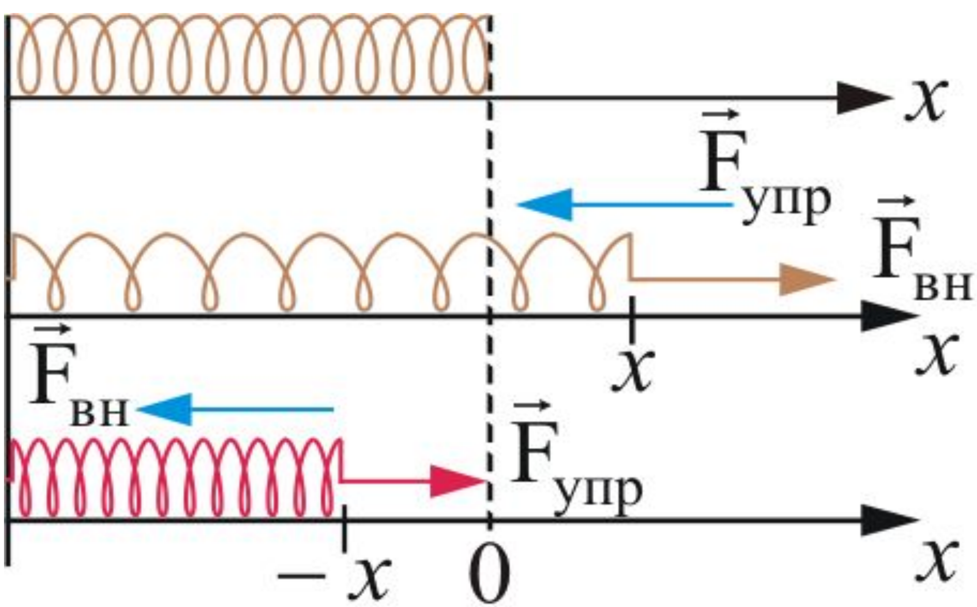
$$A_{10} = \int_{R}^{\infty} dA = -\int_{R}^{\infty} G\frac{mM}{R^2}dR = -G\frac{mM}{R}$$

Отсюда находим ***потенциальную энергию гравитационного притяжения:***

$$\boxed{U(R) = -G\frac{mM}{R}}$$

Пример 3. *Потенциальная энергия деформированного тела.*

Рассмотрим в качестве упруго деформированного тела пружину с коэффициентом жесткости k ; положение нерастянутого края пружины обозначим x = 0, тогда при удлинении его координата будет равна x. Соответствующее значение упругой силы:



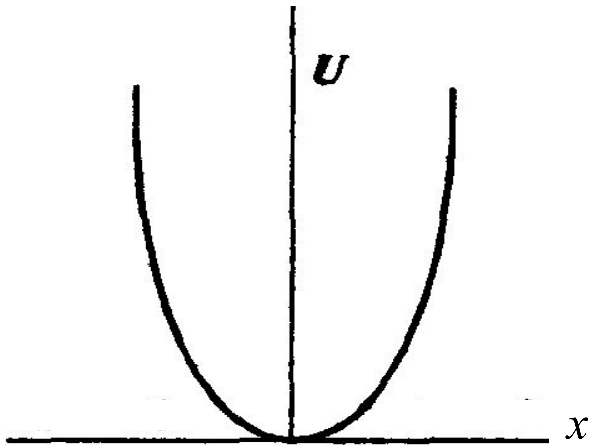
$$F_{УПР} = -kx$$

Нулевое значение потенциальной энергии U=0 выбираем при x = 0.

Тогда потенциальная энергия упругой деформации:

$$U(x) = A_{10} = -\int_x^0 kx\,dx = \frac{kx^2}{2}$$

График зависимости U от x показан на рисунке



<u>В заключение еще раз:</u> ***Потенциальная энергия системы является функцией состояния системы. Она зависит только от конфигурации системы и ее положения по отношению к внешним телам.***

Связь между потенциальной энергией и силой

Пространство, в котором действуют потенциальные силы, называется ***потенциальным полем***. Каждой точке потенциального поля соответствует некоторое значение силы **F**, действующей на тело, и некоторое значение потенциальной энергии **U**. Значит между **F** и **U** должна быть связь.

Работа консервативной силы: $\boxed{dA = \vec{F}d\vec{r} = -dU.}$

Где: $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$, $\quad d\vec{r} = dx\vec{i} + dy\vec{j} + dz\vec{k}.$

Тогда: $\vec{F}d\vec{r} = F_x dx + F_y dy + F_z dz = -dU.$

Если: $dy = dz = 0$, то для одномерного случая

$$\boxed{F_x \partial x = -\partial U.}$$

Откуда

$$\boxed{F_x = -\frac{\partial U}{\partial x}.}$$

По аналогии для двух остальных проекций силы **F** получаем:

$$F_y = -\frac{\partial U}{\partial y}, \qquad F_z = -\frac{\partial U}{\partial x}$$

Связь консервативной силы с потенциальной энергией принимает вид:

$$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k} = -\left(\frac{\partial U}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{k}\right)$$

Оператор в правой части этого выражения называют ***градиент*** или ***набла,*** (понятие векторного анализа):

$$\nabla = \mathrm{grad} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k}$$

Тогда окончательно получаем:

$$\boxed{\vec{F} = -\mathrm{grad}U}$$

Закон сохранения механической энергии

Закон сохранения энергии – ***результат обобщения многих экспериментальных данных.***

Идея этого закона принадлежит Ломоносову, изложившему закон сохранения материи и движения, а количественная формулировка закона сохранения энергии дана Ю. Майером и Г. Гельмгольцем.

Рассмотрим закон сохранения энергии

Рассмотрим ***систему материальных точек,*** на каждую из которых действуют:

1. ***внутренние консервативные силы,***
2. ***внешние консервативные силы,*** а также
3. ***внешние неконсервативные силы.***

Применяя к этой системе второй закон Ньютона можно заключить, что

приращение кинетической энергии системы dK, а также ***элементарное приращение потенциальной энергии dU этой системы,*** представляющие собой в сумме ***изменение полной механической энергии системы*** при переходе из одного состояния в другое, будет равно работе, совершенной в ходе такого перехода ***внешними неконсервативными силами.***

$$d(K+U)=dA_{внкс}$$

Если ***внешние неконсервативные силы отсутствуют,*** то:

$$d(K+U)=0$$

откуда:

$$K+U=E=const$$

т.е***. полная механическая энергия системы сохраняется постоянной***. Полученное выражение представляет собой ***закон сохранения механической энергии:***

<u>В системе тел, между которыми действуют только консервативные силы, полная механическая энергия сохраняется, т.е. не изменяется со временем.</u>

Итак, ***в консервативных системах полная механическая энергия остается постоянной***. ***Могут происходить лишь превращения кинетической энергии в потенциальную и обратно в эквивалентных количествах так, что полная энергия остается неизменной.***

Закон сохранения механической энергии связан с ***однородностью времени***.

Однородность времени проявляется в том, что физические законы инвариантны относительно выбора начала отсчета времени. Например, при свободном падении тела в поле сил тяжести его скорость и пройденный путь зависят лишь от начальной скорости и продолжительности свободного падения тела и не зависят от какого момента отсчитывается время.

<u>Общефизический закон сохранения энергии</u>

Существует еще один вид систем – ***диссипативные системы***, в которых ***механическая энергия*** постепенно ***уменьшается*** за счет преобразования в другие (немеханические) формы энергии. ***Этот процесс получил название <u>диссипации (или рассеяние) энергии</u>***. Строго говоря, все системы в природе являются диссипативными. Работа дисипативных сил всегда отрицательна, поэтому, из полученного ранее выражения

$$d(K+U) = dE = dA_{12}^{дисс} \leq 0$$

видно, что ***при наличии диссипативных сил полная механическая энергия уменьшается.***

Итак, ***в системе***, в которой действуют также ***неконсервативные силы***, (например, силы трения,) ***полная механическая энергия системы не сохраняется***. Следовательно, ***в этих случаях закон сохранения механической энергии не справедлив.***

Однако при «исчезновении» механической энергии всегда возникает эквивалентное количество энергии другого вида.

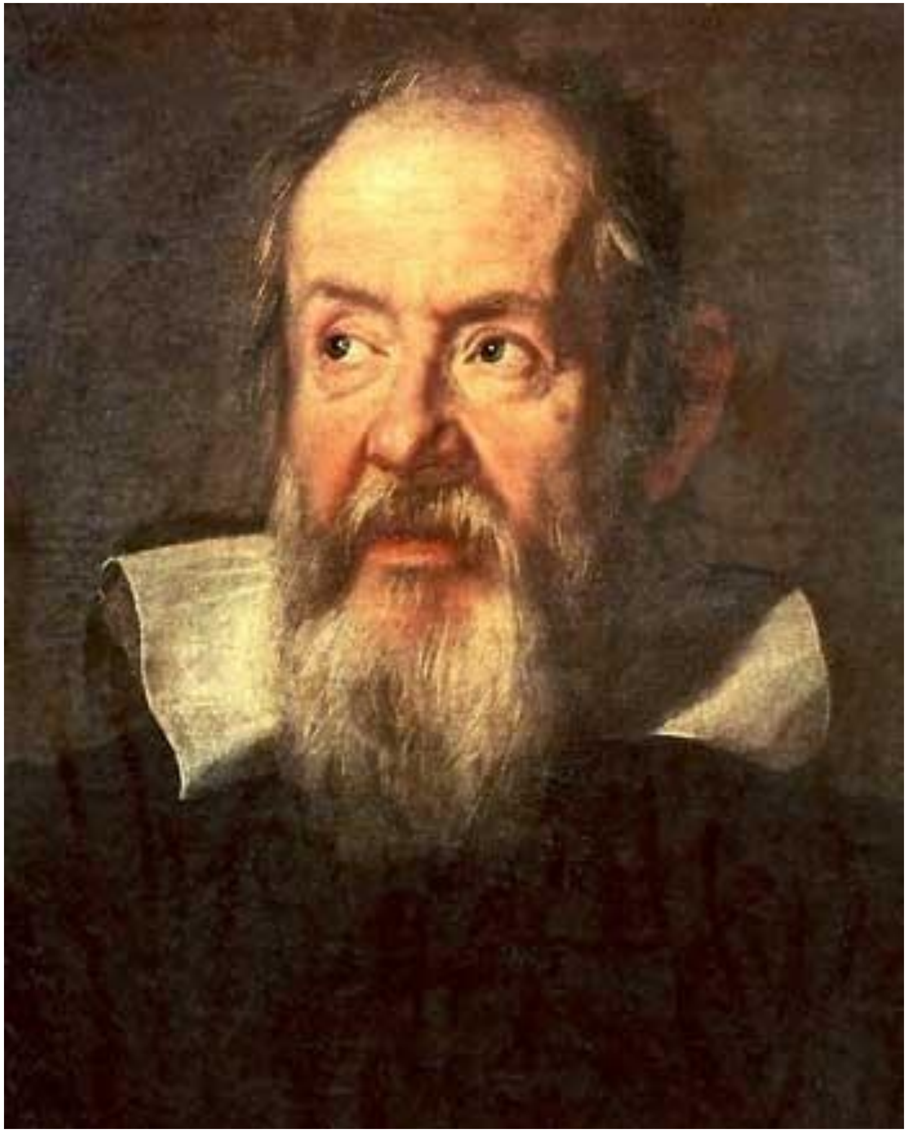
Таким образом, **энергия никогда не исчезает и не появляется вновь, она лишь превращается из одного вида в другой.**

В этом и заключается ***сущность*** ***общефизического закона сохранения и превращения энергии*** – сущность ***неуничтожимости*** материи и ее движения.

Этот закон выражает количественную и качественную сторону ***взаимного превращения различных форм движения друг в друга.***

Закон сохранения и превращения энергии – ***фундаментальный*** закон природы, он справедлив как для систем ***макроскопических тел***, так и для систем ***микротел***.

Галилео Галилей
(Galileo Galilei)



15 февраля 1564

8 января 1642

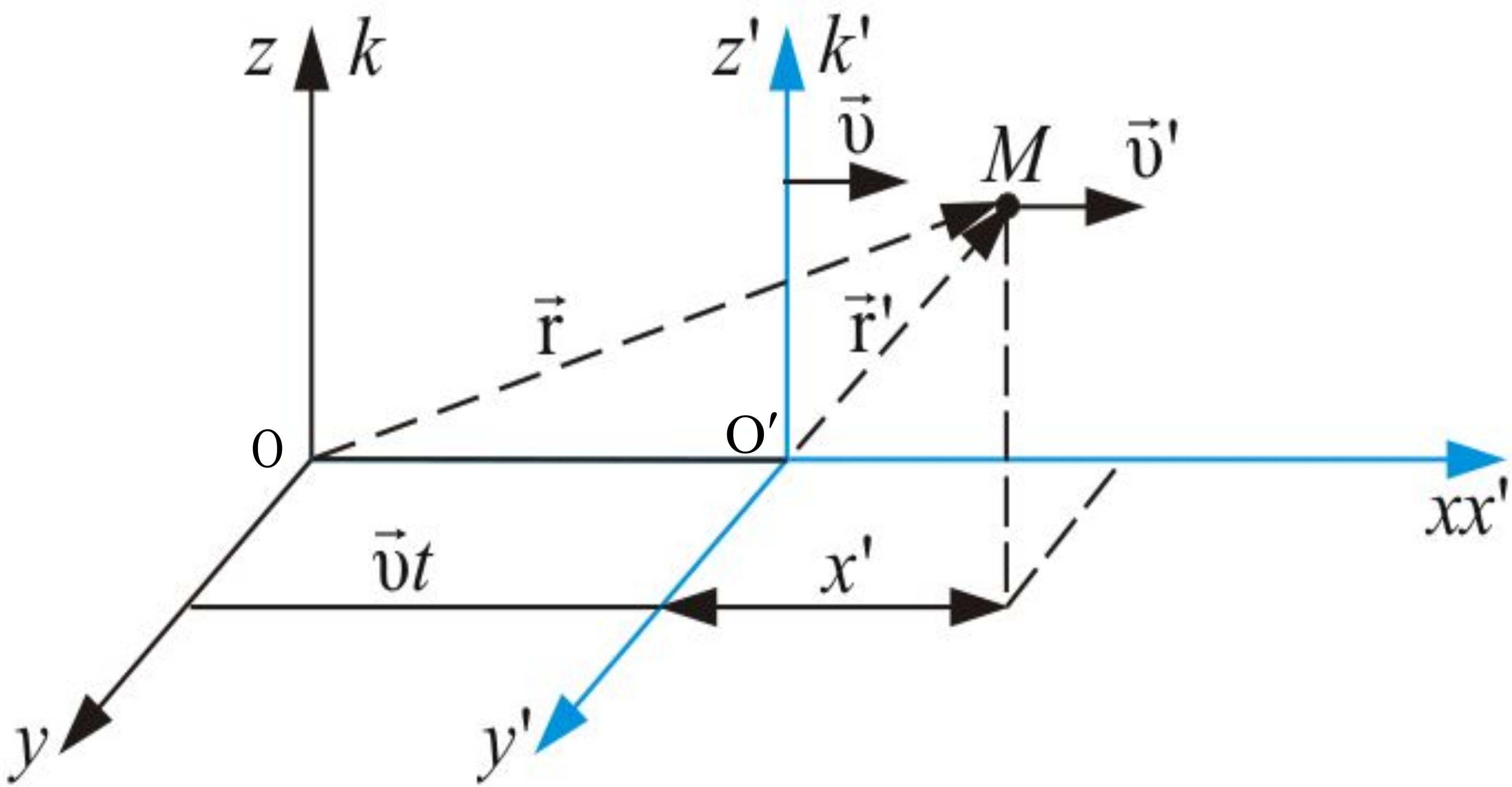
астроном, философ и физик.

важнейшие роботы

улучшение телескопа разнообразие астрономических наблюдений первый закон движения

Принцип относительности Галилея.

Рассмотрим две инерциальные системы отсчета k и k′. Система k′ движется относительно k со скоростью $\upsilon = \text{const}$ *(*$\upsilon \ll c$*) вдоль оси x. Точка M движется в двух системах отсчета:*



Запишем движение точки M в этих двух системах, задав это движение радиус-векторами $\vec{r}$ *и* $\vec{r}\,'$ *соответственно в системе k и k':*

$$\vec{r} = \vec{r}\,' + \vec{r}_0$$

$\vec{r}_0$ *- радиус-вектор, определяющий положение точки* O' *системы* k' *в системе отсчёта k.*

К моменту времени t (t=t'): $\vec{r}_0 = \vec{\upsilon} \cdot t$

Спроецировав на координатные оси, запишем в скалярной форме:

$$\left.\begin{aligned} x &= x' + \upsilon t \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= t' \end{aligned}\right\}$$

\- *преобразования Галилея*

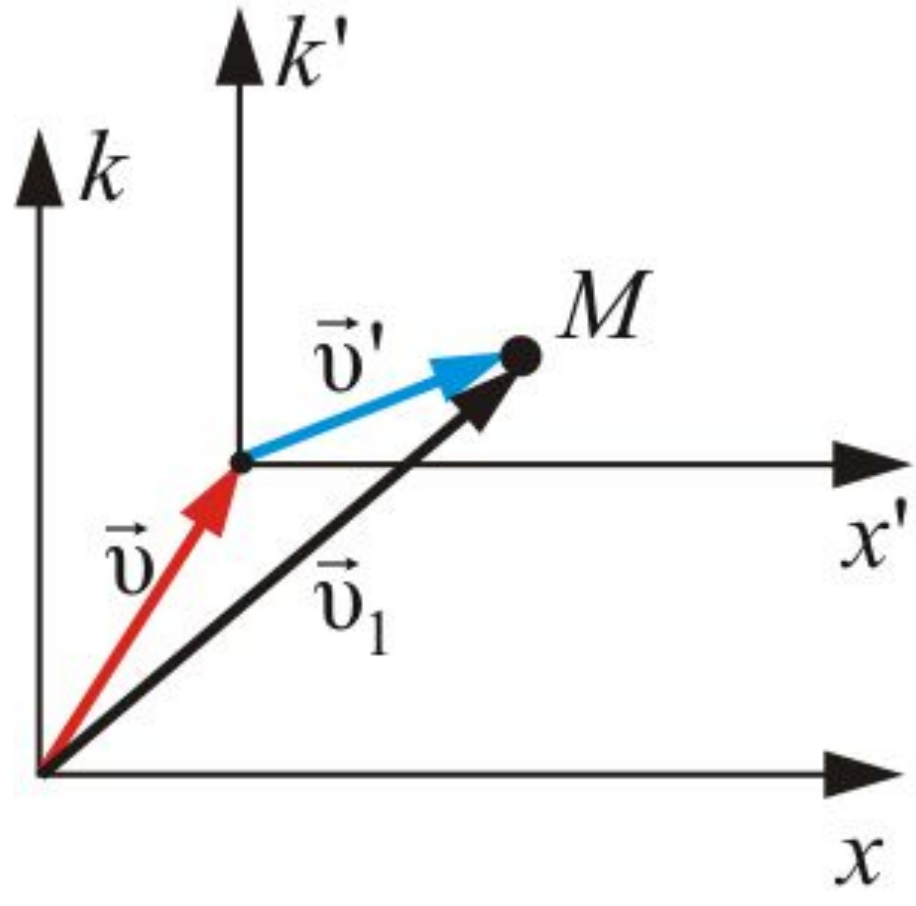
Продифференцируем это выражение по времени, получим: ***закон сложения скоростей*** *в классической механике (нерелятивистской механике):*

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}\,'}{dt} + \vec{\upsilon}$$

или

$$\boxed{\vec{\upsilon}_1 = \vec{\upsilon}\,' + \vec{\upsilon}}$$

Скорость движения точки M (сигнала) в системе k’ $\vec{\upsilon}\,'$ и $\vec{\upsilon}_1$ в системе k различны.



Ускорение в системе отсчета k

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}_1}{dt} = \frac{d(\vec{\upsilon}' + \vec{\upsilon})}{dt} = \frac{d\vec{\upsilon}'}{dt} = \vec{a}',$$

Получили **инвариантность ускорения** *(одинаковость во всех инерциальных системах отсчёта- ИСО)*

Изучение медленных $(\upsilon << c)$ *механических движений показало, что*

$$m = m', \quad \vec{F} = \vec{F}'.$$

Таким образом, **масса и сила также являются инвариантами** *при переходе из одной ИСО в другую.*

Уравнения движения частицы имеют одинаковый вид во всех ИСО:

$$m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \vec{F} \quad \text{и} \quad m'\frac{d^2\vec{r}'}{dt'^2} = \vec{F}'$$

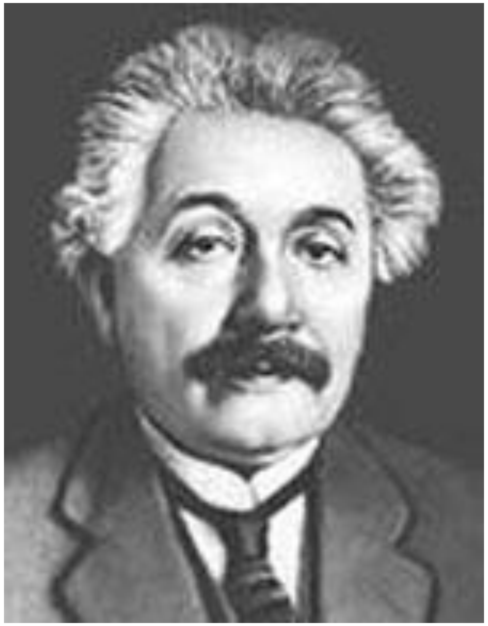
*Обобщение полученных выше результатов формулируется в виде **принципа относительности Галилея** (Г. Галилей, 1636 г.): **законы механики одинаковы во всех инерциальных системах отсчёта, поэтому никакими механическими опытами внутри ИСО, изолированных от внешних воздействий, невозможно обнаружить её движение с постоянной скоростью. К этому принципу Г. Галилей пришёл на основе опыта и мысленных экспериментов.** Принцип относительности Галилея утверждает **равноправие всех ИСО***

Основные постулаты СТО (специальной теории относительности)

Первый ***постулат теории относительности.***
Все законы природы одинаковы в инерциальных системах отсчета.

Второй ***постулат теории относительности.***
Скорость света $c=3\cdot10^8$ м/с **в вакууме одинакова во всех инерциальных системах отсчета** ***и является*** **макси-мальной** ***для любого физического взаимодействия (сигнала).***

.



Альберт Эйнштейн 1879-1955

Второй постулат связан с поведением пространства и времени. Они уже зависят друг от друга и образуют единое пространство-время с координатами $\{ct, x, y, z\}$ **. *Это четырехмерное пространство.* *Квадрат расстояния между двумя точками в таком пространстве***

$$\Delta S^2 = (ct)^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2$$

называется интервалом и является <u>инвариантом</u> при переходе от одной ИСО к другой.

Введем некоторые обозначения:

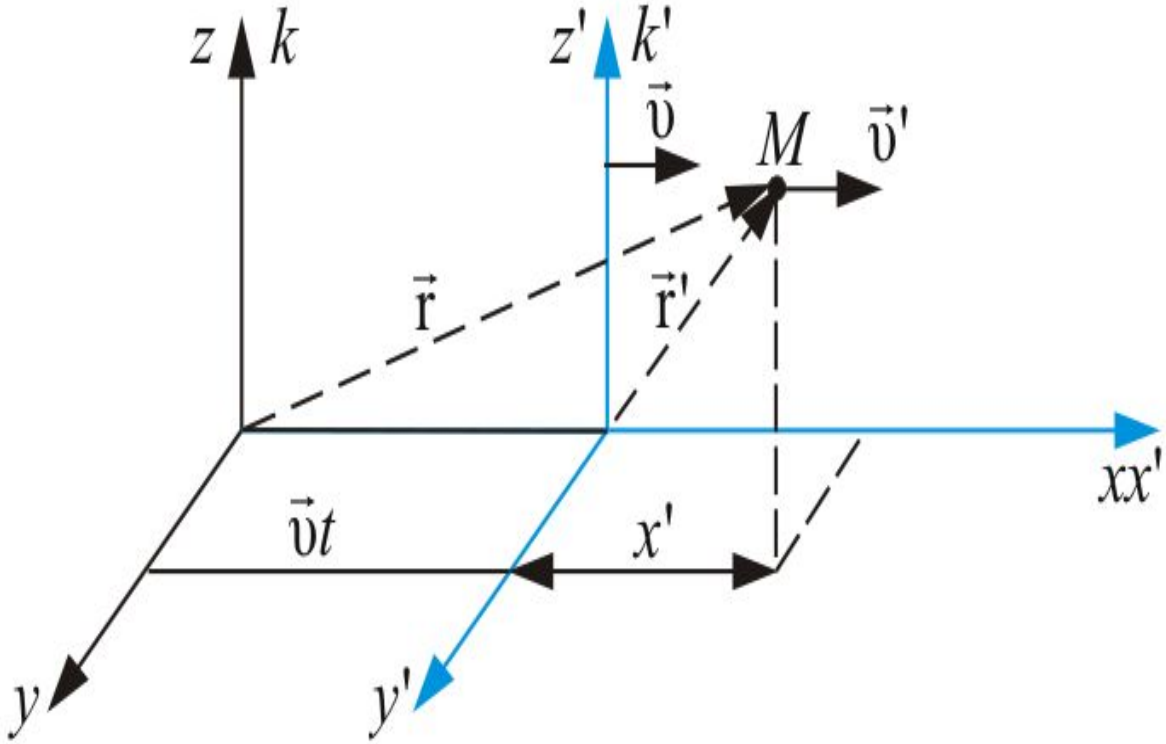
$$\beta = \frac{V}{c}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

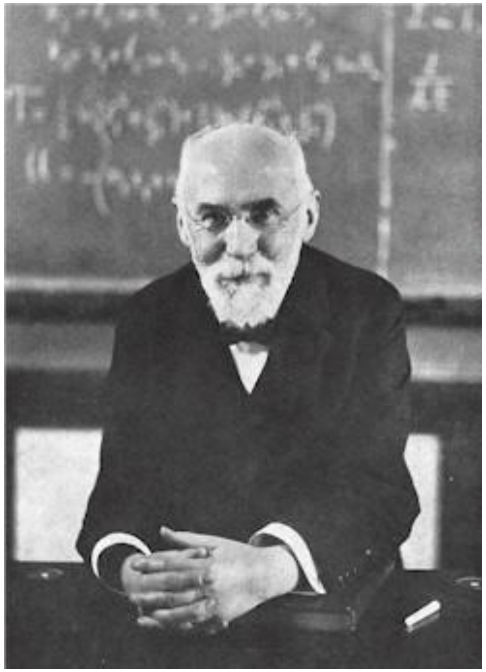
- релятивистский фактор.

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛОРЕНЦА

Для систем отсчёта k и k' преобразования Лоренца имеют вид при $(V \sim c)$:

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1-\beta^2}}; \quad y' = y; \quad z' = z; \quad t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$





При V<<c (т.е β<<1 ***) приведенные формулы переходят в формулы преобразований Галилея (принцип соответствия):***

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1-\beta^2}} \approx (x - Vt)(1 + \frac{1}{2}\beta^2) \approx (x - Vt)$$

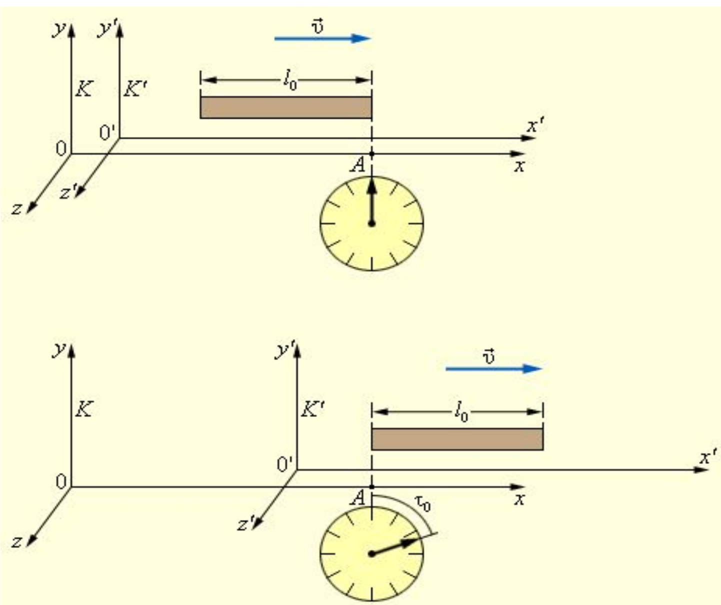
$$t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1-\beta^2}} \approx t$$

Далее рассмотрим следствия из преобразований Лоренца.

Сокращение длины

Рассмотрим стержень, расположенный вдоль оси x' и покоящийся относительно системы K'. Длина его в этой системе равна $l' = x_2' - x_1'.$

Для определения длины стержня в системе K нужно отметить координаты концов стержня в один и тот же момент времени t.



$$x_1' = \frac{x_1 - Vt}{\sqrt{1 - V^2/c^2}};\ x_2' = \frac{x_2 - Vt}{\sqrt{1 - V^2/c^2}} \Rightarrow$$

$$x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}.$$

$$x_2 - x_1 \equiv l;$$

$$\boxed{l = l'\sqrt{1 - V^2/c^2}.}$$

Итак, длина стержня l в системе k меньше длины l' в системе k'

Замедление времени

Пусть в одной и той же точке $x'_1 = x'_2 = x'$ системы K' происходят два события в моменты времени t'_1 и t'_2. Этим событиям соответствуют в системе K моменты времени t_1 и t_2:

$$t_1 = \frac{t'_1 + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1-V^2/c^2}};\; t_2 = \frac{t'_2 + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1-V^2/c^2}} \Rightarrow \quad t_2 - t_1 = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1-V^2/c^2}}.$$

$$t_2 - t_1 \equiv \Delta t; \qquad t'_2 - t'_1 \equiv \Delta\tau$$ - *это собственное время*

$$\boxed{\Delta\tau = \Delta t\sqrt{1-\beta^2}}$$

Собственное время всегда меньше времени, отсчитываемого по часам в системе ***К****. С точки зрения наблюдателя в системе* ***К*** *часы в системе* K' *отстают. Но дело, конечно, не в часах. Замедляются все процессы во всех телах, находящихся в* K' .

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ И СЛОЖЕНИЕ СКОРОСТЕЙ

$$x' = \frac{x - Vt}{\sqrt{1-\beta^2}};dx' = \frac{dx - Vdt}{\sqrt{1-\beta^2}};t' = \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1-\beta^2}}\cdot dt' = \frac{dt - \frac{V}{c^2}dx}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

$$\boxed{\upsilon_x{}' = \frac{dx'}{dt'} = \frac{\upsilon_x - V}{1 - \frac{V\upsilon_x}{c^2}};}$$

Пусть $\upsilon_x = c$ *, тогда* $\upsilon_x' = \dfrac{c - V}{1 - \dfrac{Vc}{c^2}} = c - inv$

Скорость света одинакова во всех системах

Общефизический принцип относительности

Принцип относительности в трактовке Эйнштейна:

"Законы природы, по которым изменяются состояния физических систем, не зависят от того, к какой из инерциальных систем отсчёта относятся эти изменения".

В релятивистской механике ***импульс*** *частицы:*

$$\vec{p} = \frac{m\vec{V}}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}$$

где для сохранения классической формулы $\vec{p} = m\vec{V}$ *вводят понятие* ***релятивистской массы*** *:*

$$m = \frac{m_o}{\sqrt{1 - V^2/c^2}};$$

m_o *- масса покоя (при V= 0)*

Релятивистская энергия *частицы в отсутствие действия внешних физических полей:*

$$\boxed{E = \frac{m_o c^2}{\sqrt{1 - V^2/c^2}}}.$$

Связь между импульсом и энергией :

$$E^2 = E_0^2 + p^2 c^2$$ ***- формула Эйнштейна***

$\boxed{E_0 = m_o c^2}$ *- энергия покоя частицы (V= 0)*

Кинетическая энергия частицы K определяется выражением:

$$K = E - E_0 = \sqrt{E_0^2 + p^2 c^2} - E_0$$

В области малых скоростей кинетическая энергия:

$$\boxed{K \approx \frac{p^2 c^2}{2E_0} = \frac{p^2}{2m} = \frac{mV^2}{2}} \qquad V << c \qquad pc << E_0$$

РЕЛЯТИВИСТСКИЕ ИНВАРИАНТЫ

Скорость света в вакууме - с

Интервал

$$\Delta S^2 = (ct)^2 - \Delta x^2 - \Delta y^2 - \Delta z^2 = (ct)^2 - (\Delta l)^2$$

Собственное время $\Delta\tau = \dfrac{\Delta S}{c}$***, но*** $\Delta S, c - inv$,

следовательно, $\Delta\tau - inv$

Выражение, связывающее энергию и импульс

$$\frac{E^2}{c^2} - p^2 = m_o{}^2 c^2 - inv$$

Последнее выражение легко получить из четырех вектора

$$\left\{\frac{E}{c}, p_x, p_y, p_z\right\}, \left(\frac{E}{c}\right)^2 - p_x{}^2 - p_y{}^2 - p_z{}^2 = m_o{}^2 c^2 = inv$$

Принцип соответствия

Суть этого принципа в том, что любая новая теория, претендующая на более глубокое описание физической действительности и на более широкую область применимости, чем старая теория, должна включать в себя эту старую теорию как предельный случай. В полном согласии с принципом соответствия ***преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея, а релятивистский закон динамики переходит в классический закон Ньютона.***