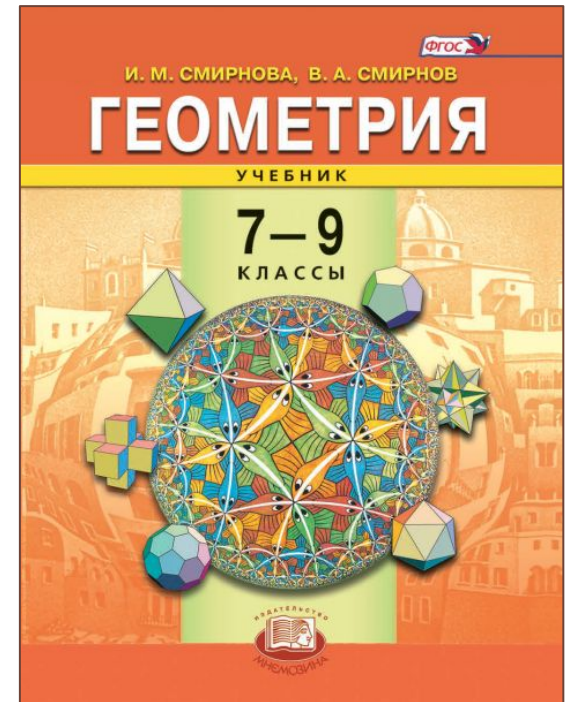




ЛОМАННЫЕ И МНОГОУГОЛЬНИКИ. 7 КЛАСС

Презентация к §6 учебника
«Геометрия. 7-9 классы»
И.М. Смирновой и В.А. Смирнова



ВЕДУЩИЙ: Смирнов Владимир Алексеевич, профессор, доктор физико-математических наук, заведующий кафедрой элементарной математики МПГУ, автор учебников по геометрии для 5-6 7-9 и 10-11 классов

E-mail: v-a-smirnov@mail.ru

Сайт: vasmirnov.ru

Авторский сайт: vasmirnov.ru

Этот сайт представляет современный учебно-методический комплект по геометрии для 5-11 классов

Авторы:

Смирнова Ирина Михайловна – доктор педагогических наук, профессор кафедры элементарной математики Московского педагогического государственного университета.

Смирнов Владимир Алексеевич – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой элементарной математики Московского педагогического государственного университета

[Учебно-методический комплект по геометрии](#)

[Программа и тематическое планирование по геометрии для 7-9 классов](#)

[Программа и тематическое планирование по геометрии для 10-11 классов](#)

[Программа по геометрии для 5-6 классов](#)

[Дидактические материалы](#)
[7-9 классы](#)
[7 класс \(новые\)](#)
[8 класс \(новые\)](#)
[9 класс \(новые\)](#)

Уроки геометрии с "Power Point"
[5-6 классы](#)
[7-9 классы](#)
[10-11 классы](#)

[Геометрия с "GeoGebra".](#)

[Элементарная математика для студентов педагогических вузов](#)

[Статьи и пособия о преподавании геометрии в школе](#)

Вопросы, отзывы и пожелания присылайте по адресу: v-a-smirnov@mail.ru



[Видеолекции и вебинары](#)

[Подготовка к ОГЭ](#)

[Подготовка к ЕГЭ](#)

ба. Ломаные

Определения ломаной в различных учебниках геометрии

Л.С. Атанасян и др.

39 Многоугольник

Рассмотрим фигуру, составленную из отрезков $AB, BC, CD, \dots, EF, FA$ так, что **смежные** отрезки (т. е. отрезки AB и BC, BC и CD, \dots, FA и AB) не лежат на одной прямой, а **несмежные** отрезки не имеют общих точек. Такая фигура называется **многоугольником** (рис. 150).

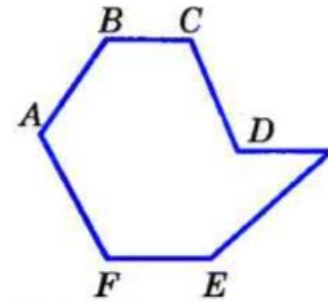


Рис. 150

А.В. Погорелов

114 Ломаная

Ломаной $A_1A_2A_3\dots A_n$ называется фигура, которая состоит из точек A_1, A_2, \dots, A_n и соединяющих их отрезков $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$. Точки A_1, A_2, \dots, A_n называются **вершинами** ломаной, а отрезки $A_1A_2, A_2A_3, \dots, A_{n-1}A_n$ — **звеньями** ломаной. Ломаная называется **простой**, если она не имеет самопересечений.

33. Ломаная линия. Линия, образуемая отрезками прямых, не лежащих на одной прямой и расположенных так, что конец первого служит началом второго, конец второго — началом третьего и т. д., называется **ломаной линией** (рис. 31 и 32).

А.П. Киселев

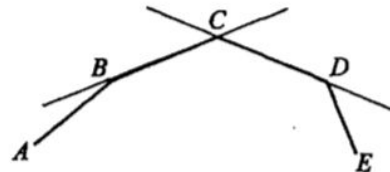


Рис. 31

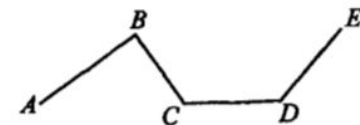
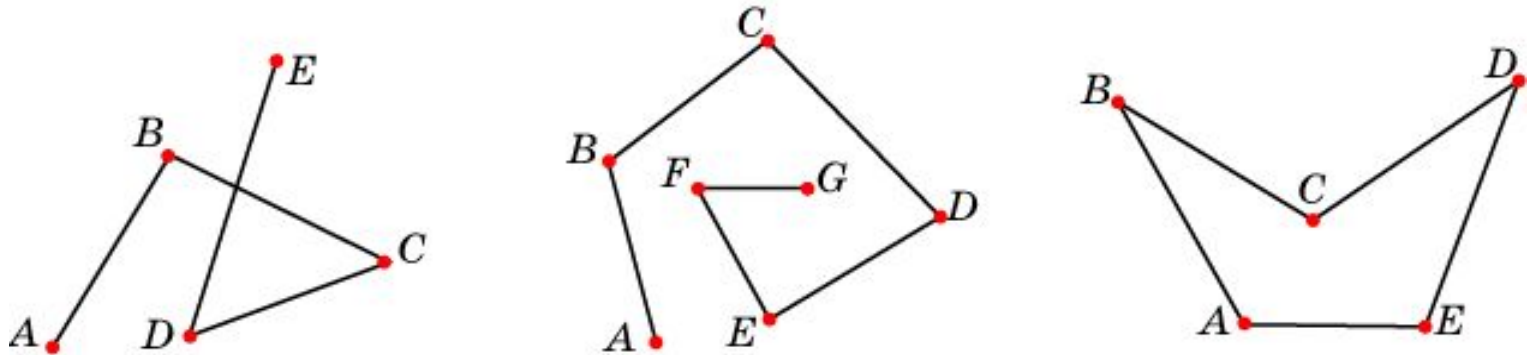


Рис. 32

Ломаные

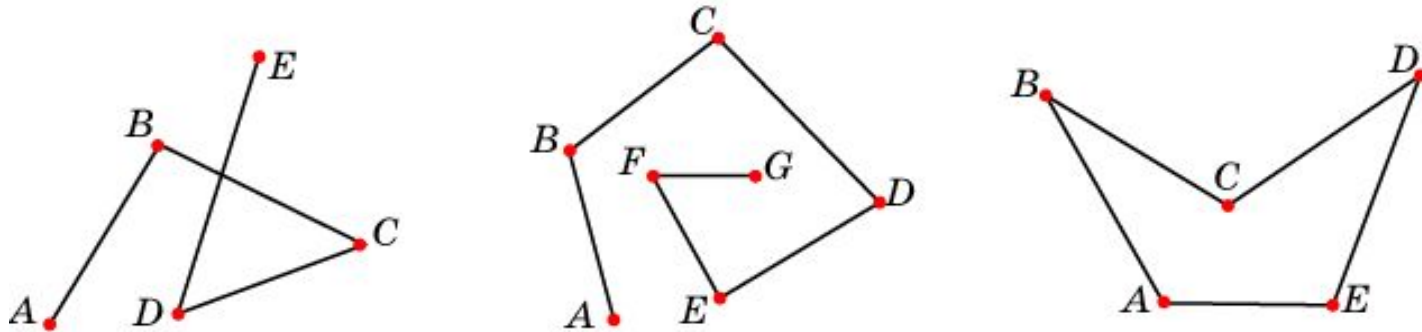
Фигура, образованная конечным набором отрезков, расположенных так, что конец первого является началом второго, конец второго – началом третьего и т. д., называется *ломаной линией* или просто *ломаной*. Отрезки называются *сторонами ломаной*, а их концы – *вершинами ломаной*.



Ломаная обозначается последовательным указанием её вершин. Например, ломаная $ABCDE$, ломаная $A_1A_2\dots A_n$.

Длиной ломаной называется сумма длин её сторон.

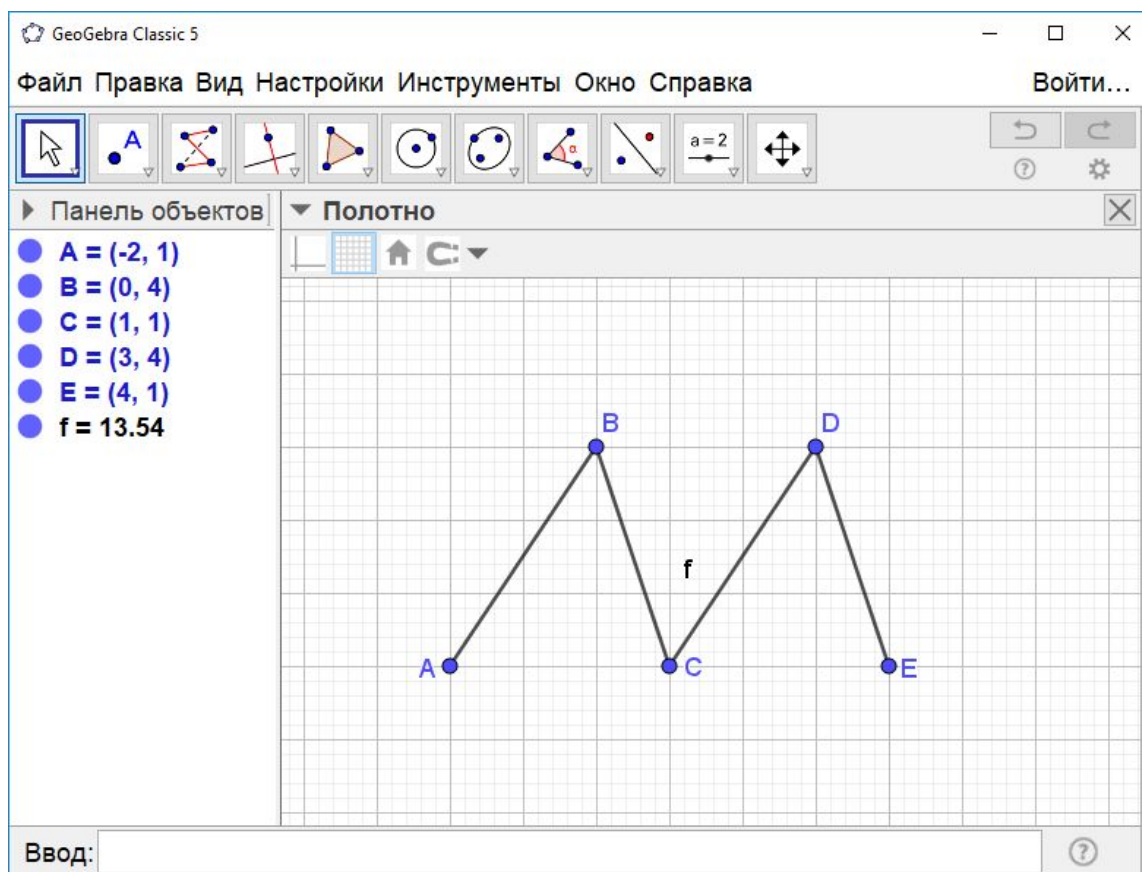
Ломаная называется *простой*, если она не имеет точек самопересечения.



Ломаная называется *замкнутой*, если начало первого отрезка ломаной совпадает с концом последнего. Замкнутую ломаную, у которой точками самопересечения являются только начальная и конечная точки, также называют простой.

Всякая простая замкнутая ломаная разбивает плоскость на две области – внутреннюю и внешнюю.

Для получения изображения ломаной в программе GeoGebra нужно сначала нажать левой кнопкой «мыши» на инструмент «Прямая» с изображением прямой. Дождаться, когда откроются дополнительные окошки и выбрать среди них окошко с инструментом «Ломаная». Затем левой кнопкой «мыши» нужно указать вершины ломаной в порядке их следования, а затем указать начальную точку. На экране появятся точки и ломаная. Положение, обозначения, размеры и цвет точек и луча можно изменять.



Используя инструмент «Расстояние или длина» можно найти длину ломаной. Для этого нужно нажать левой кнопкой «мыши» на окошко с изображением угла. В открывшихся окошках выбрать инструмент «Расстояние или длина». Затем нажать левой кнопкой «мыши» на ломаную. В результате на экране появится искомая длина.

The screenshot shows the GeoGebra Classic 5 interface. The top menu bar includes "Файл", "Правка", "Вид", "Настройки", "Инструменты", "Окно", and "Справка". The toolbar contains various geometric tools, with the "Distance or Length" tool (represented by a double-headed arrow) selected. The "Object Panel" on the left lists the following objects:

- A = (-2, 1)
- B = (0, 4)
- C = (1, 2)
- D = (2, 4)
- E = (4, 1)
- f = 11.68
- надпись1 = "Периметр"

The main workspace shows a coordinate grid with a broken line connecting points A, B, C, D, and E. The perimeter of this broken line is labeled as "Периметр f = 11.68". A tooltip for the selected tool reads: "Расстояние или длина. Укажите две точки, отрезок, многоугольник или ок". At the bottom, there is an input field labeled "Ввод:".

Вопрос 1

Что называется ломаной, сторонами и вершинами ломаной?

Ответ: Ломаной называется фигура, образованная конечным набором отрезков, расположенных так, что конец первого является началом второго, конец второго – началом третьего и т. д. Сами отрезки называются сторонами ломаной, а их концы – вершинами ломаной.

Вопрос 2

Как обозначается ломаная?

Ответ: Ломаная обозначается последовательным указанием ее вершин.

Вопрос 3

Что называется длиной ломаной?

Ответ: Длиной ломаной называется сумма длин ее сторон.

Вопрос 4

Какая ломаная называется простой?

Ответ: Ломаная называется простой, если она не имеет точек самопересечения

Вопрос 5

Какая ломаная называется замкнутой?

Ответ: Ломаная называется замкнутой, если начало первого отрезка ломаной совпадает с концом последнего.

Вопрос 6

Какая ломаная называется простой замкнутой?

Ответ: Простой замкнутой ломаной называется замкнута ломаную, у которой точками самопересечения являются только начальная и конечная точки.

Вопрос 7

На сколько частей разбивает плоскость простая замкнутая ломаная?

Ответ: Простая замкнутая ломаная разбивает плоскость на две области – внутреннюю и внешнюю.

Вопрос 8

Верно ли, что любая замкнутая ломаная разбивает плоскость на две области?

Ответ: Нет.

Упражнение 1

Простая незамкнутая ломаная имеет 10 вершин. Сколько у неё сторон?

Ответ: 9.

Упражнение 2

Простая замкнутая ломаная имеет 20 сторон. Сколько у неё вершин?

Ответ: 20.

Упражнение 3

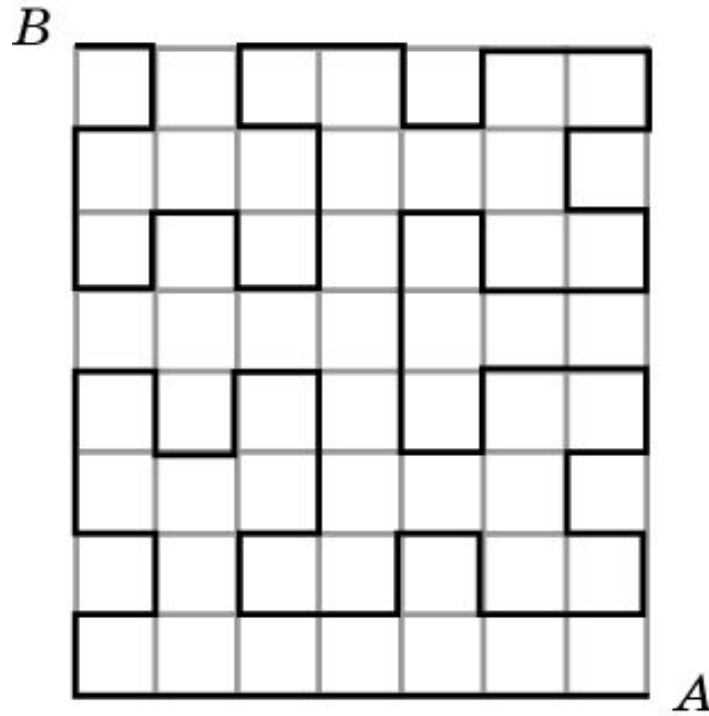
Укажите, какие фигуры, изображённые на рисунке, являются простыми ломаными.



Ответ: 1, 2, 3, 5, 7.

Упражнение 5

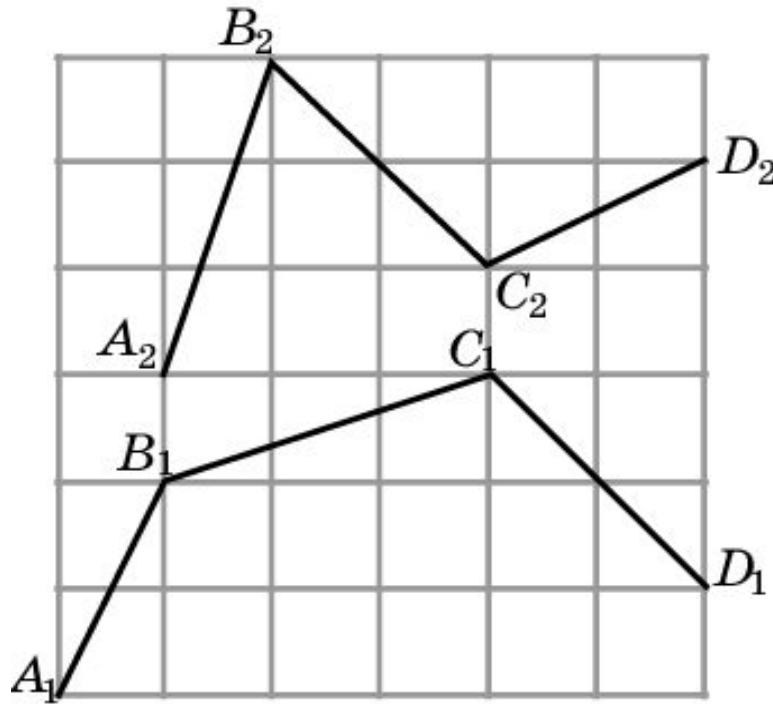
Найдите длину ломаной с концами A , B
(стороны квадратных клеток равны 1).



Ответ: 71.

Упражнение 6

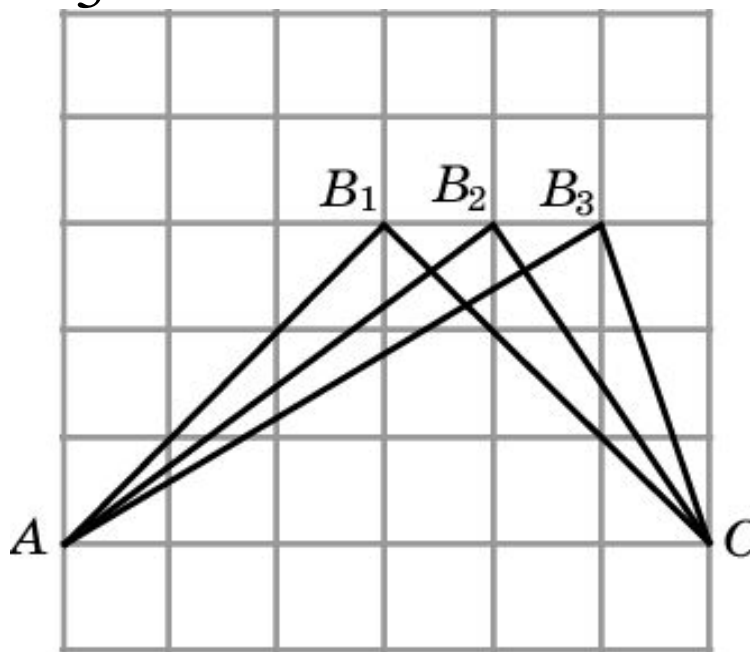
Сравните длины ломанных $A_1B_1C_1D_1$ и $A_2B_2C_2D_2$, не измеряя их.



Ответ: Длины равны.

Упражнение 7

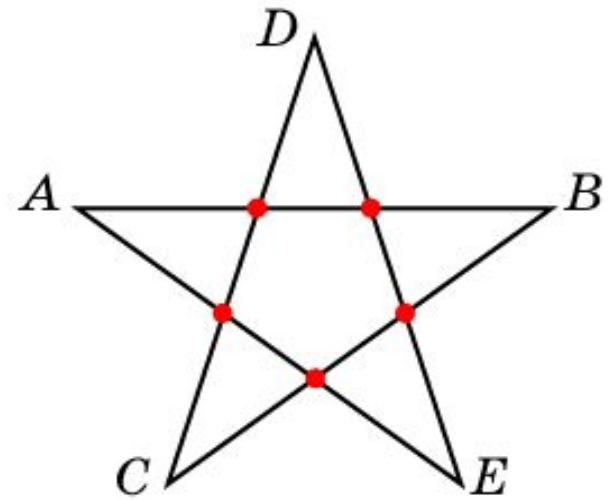
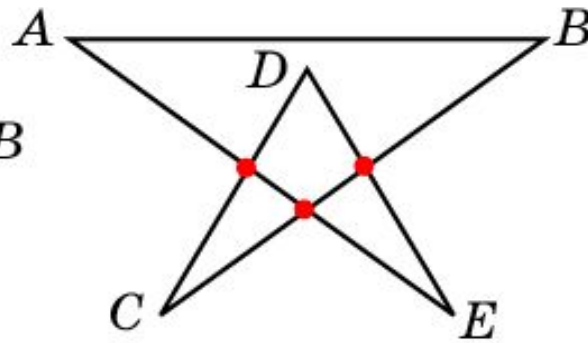
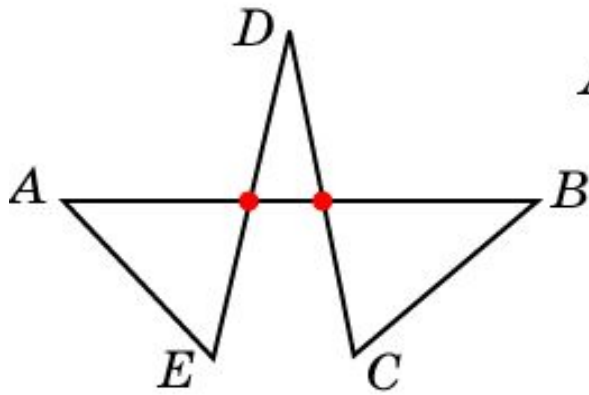
Сравните длины ломаных AB_1C , AB_2C и AB_3C , не измеряя их.



Ответ: $AB_1C < AB_2C < AB_3C$.

Упражнение 8

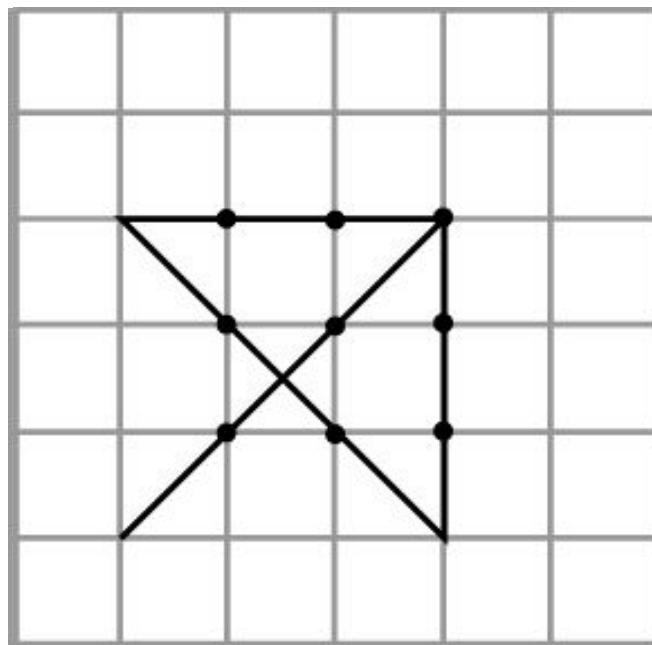
Изобразите пятистороннюю ломаную, которая имеет: а) две точки самопересечения; б) три точки самопересечения; в) пять точек самопересечения.



Ответ:

Упражнение 9

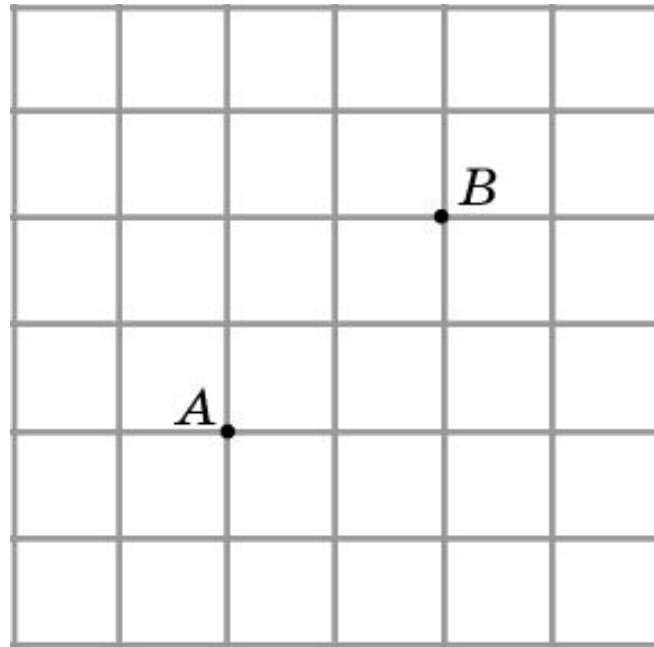
Изобразите четырёхстороннюю ломаную, проходящую через все данные точки.



Ответ:

Упражнение 11

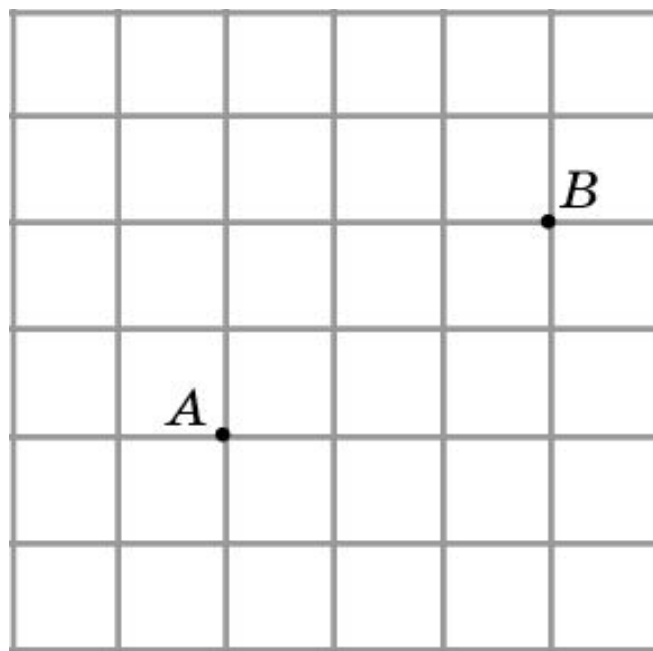
Сколько ломаных длины 4, проходящих по сторонам сетки, соединяет точки A и B ?



Ответ: 6.

Упражнение 12

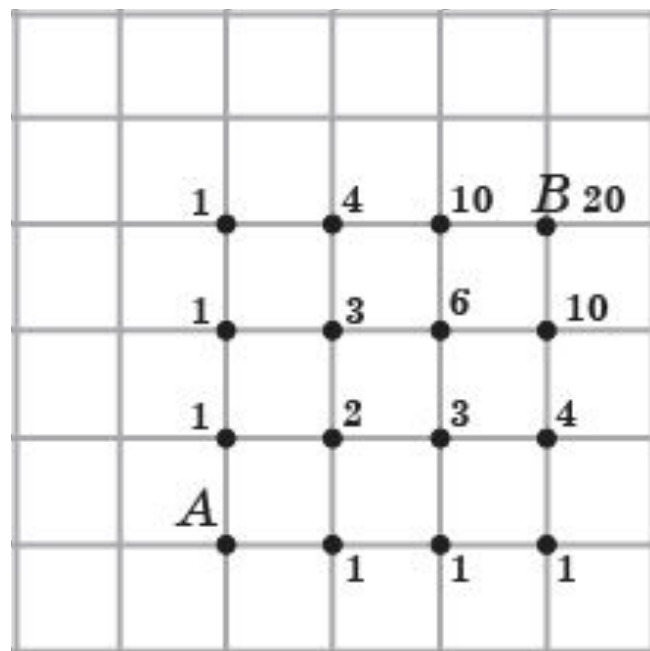
Сколько ломаных длины 5, проходящих по сторонам сетки, состоящей из единичных квадратов, соединяет точки A и B ?



Ответ: 10.

Упражнение 13

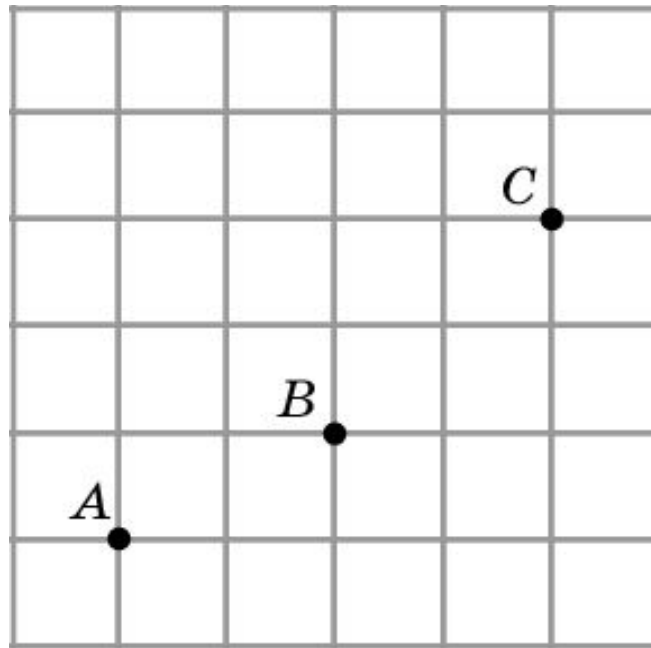
Сколько ломаных длины 6, проходящих по сторонам сетки, состоящей из единичных квадратов, соединяет точки A и B ?



Ответ: 20.

Упражнение 14

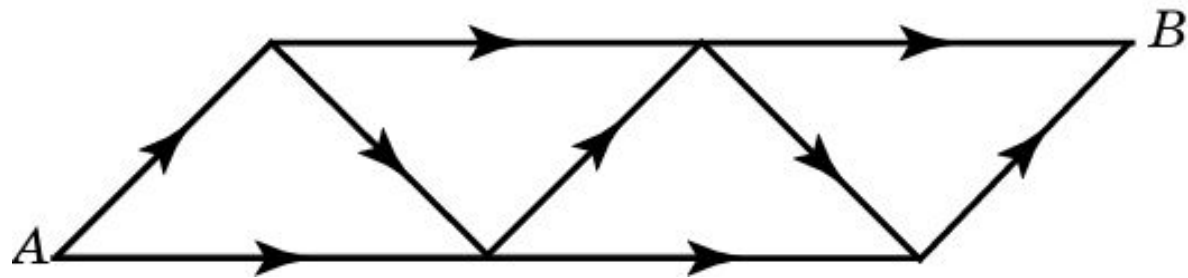
Сколько ломаных длины 6, проходящих по сторонам сетки, соединяет точки A , B и C ?



Ответ: 18.

Упражнение 15

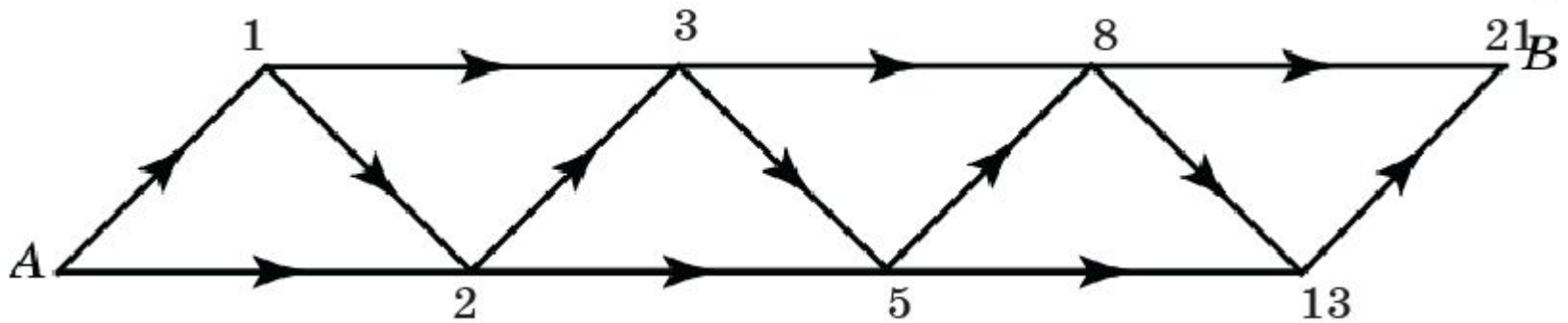
Сколько имеется путей из A и B по отрезкам, изображенным на рисунке, в направлениях указанных стрелками?



Ответ: 8.

Упражнение 16

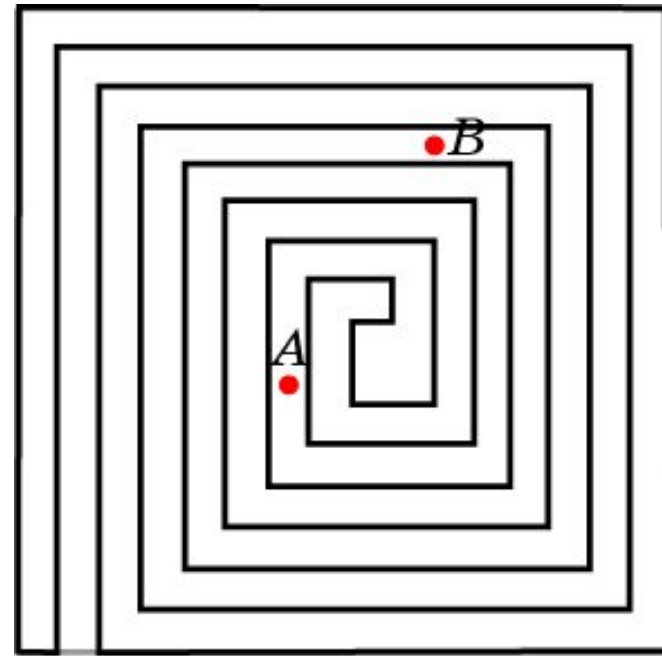
Сколько имеется путей из A и B по отрезкам, изображенным на рисунке, в направлениях указанных стрелками?



Ответ: 21.

Упражнение 17

Проверьте, что линия, изображенная на рисунке, является простой замкнутой ломаной. Выясните, какая из данных точек лежит: а) внутри; б) вне этой ломаной.

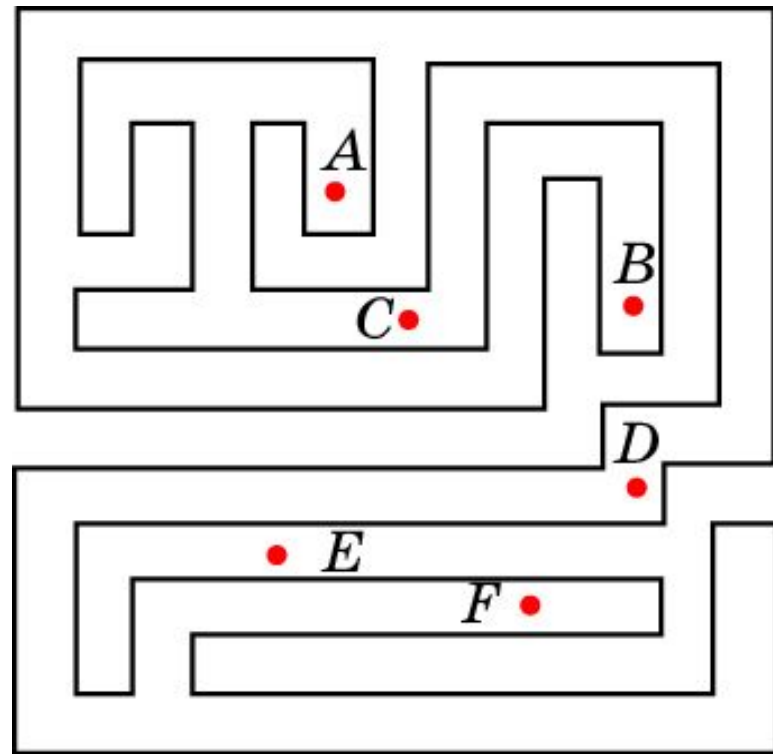


Ответ: а) *A*;

б) *B*.

Упражнение 18

Проверьте, что линия, изображенная на рисунке, является простой замкнутой ломаной. Выясните, какие из данных точек лежат: а) внутри; б) вне этой ломаной.

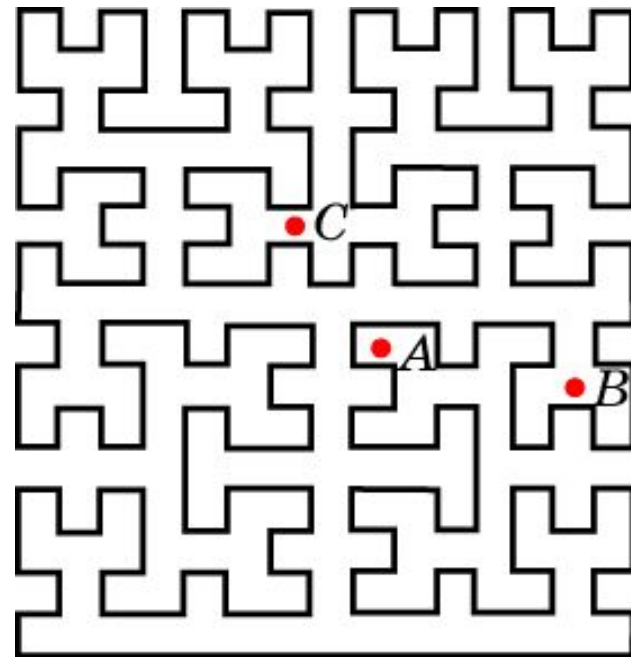


Ответ: а) B , D и F ;

б) A , C и E .

Упражнение 19

Проверьте, что линия, изображенная на рисунке, является простой замкнутой ломаной. Выясните, какие из данных точек лежат: а) внутренней области; б) внешней области.



Ответ: а) *B*;

б) *A, C*.

Упражнение 20*

Может ли прямая, не проходящая через вершины простой замкнутой ломаной, пересекать её стороны в нечетном числе точек?

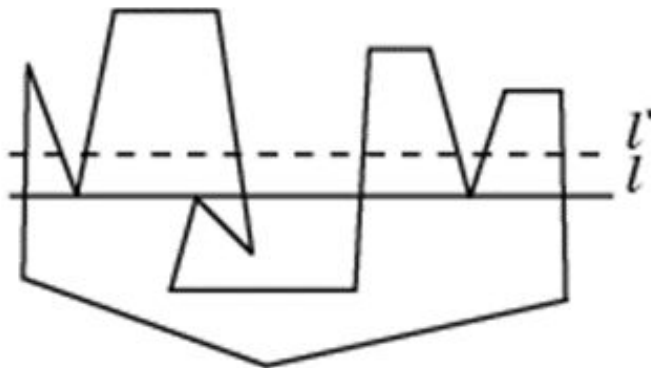


Ответ: Нет. Пусть все точки пересечения принадлежат отрезку AB прямой l , A, B – точки внешней области. Двигаясь по этой прямой из точки A в точку B , и пересекая ломаную, мы переходим из внешней области во внутреннюю.

Так как точка B находится во внешней области, то, двигаясь дальше по внутренней области, мы должны будем пересечь ломаную и перейти во внешнюю область. Вход во внутреннюю область и выход из неё дают пару точек. При дальнейшем движении по прямой к точке B всё повторяется. Таким образом, все точки пересечения разбиваются на пары. Следовательно, число этих точек должно быть чётно.

Упражнение 21*

Прямая l имеет с простой замкнутой ломаной 7 общих точек. Докажите, что существует прямая l' , пересекающая эту ломаную более чем в 7 точках.

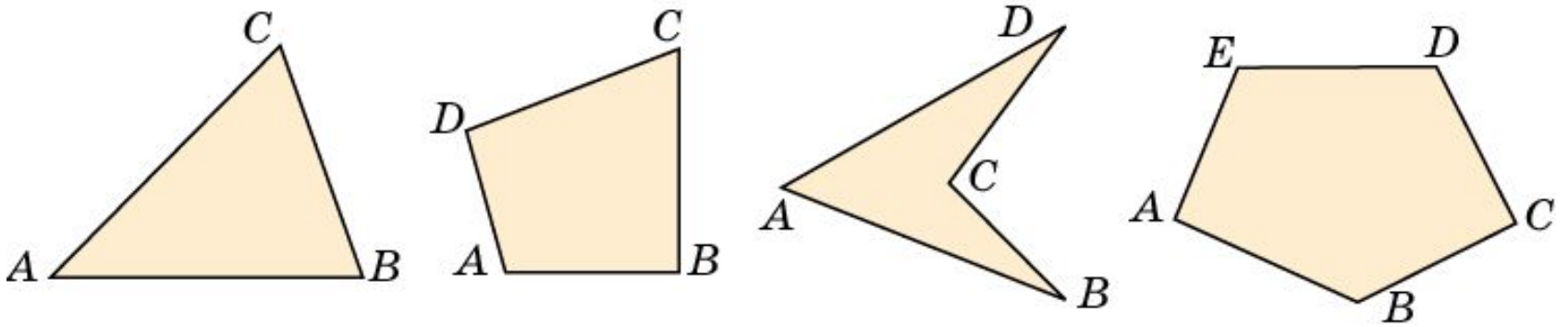


Решение. В силу предыдущей задачи, прямая l должна пройти через нечетное число вершин ломаной, которые не считаются точками пересечения. Тогда в одной из полуплоскостей, ограниченных данной прямой, число углов с вершинами в этих точках, образованных сторонами ломаной, будет больше чем в другой. Немного сдвинем эту прямую, в полуплоскости, в которой число таких углов больше. При этом число общих точек прямой и ломаной увеличится.

66. Многоугольники

Многоугольники

Многоугольником называется ... фигура, образованная простой замкнутой ломаной и ... ограниченной ею внутренней областью.



Вершины ломаной называются ... **вершинами** многоугольника.

Стороны ломаной называются ... **сторонами** многоугольника.

Углы, образованные соседними сторонами называются ...

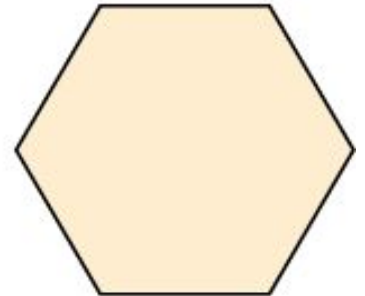
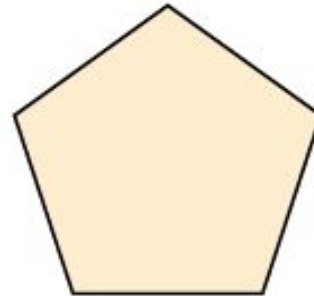
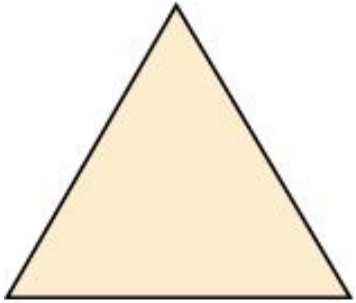
углами многоугольника.

Многоугольник обозначается ...

последовательным указанием его вершин.

Правильные многоугольники

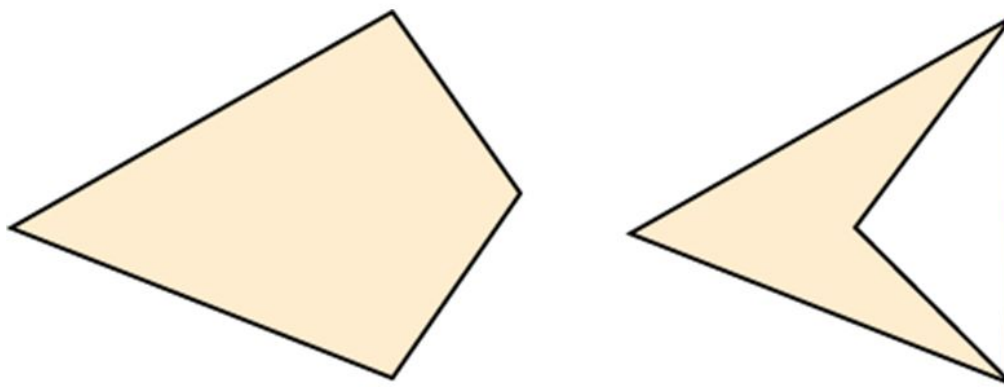
Многоугольник называется **правильным**, если ...
у него все стороны равны и все углы равны.



Выпуклые многоугольники

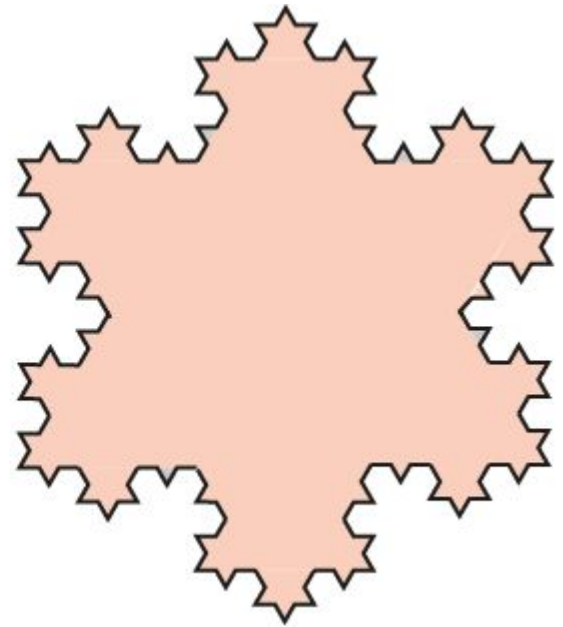
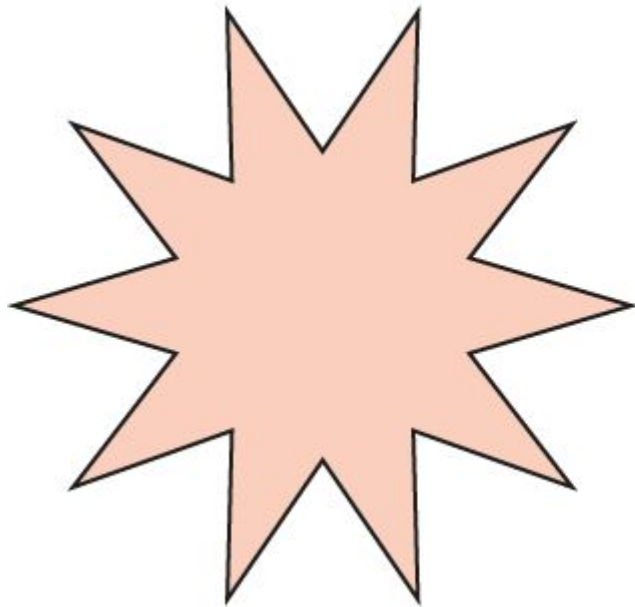
Многоугольник называется **выпуклым**, если ... вместе с любыми двумя своими точками он содержит и соединяющий их отрезок.

На рисунках приведены примеры выпуклого и невыпуклого четырехугольника.



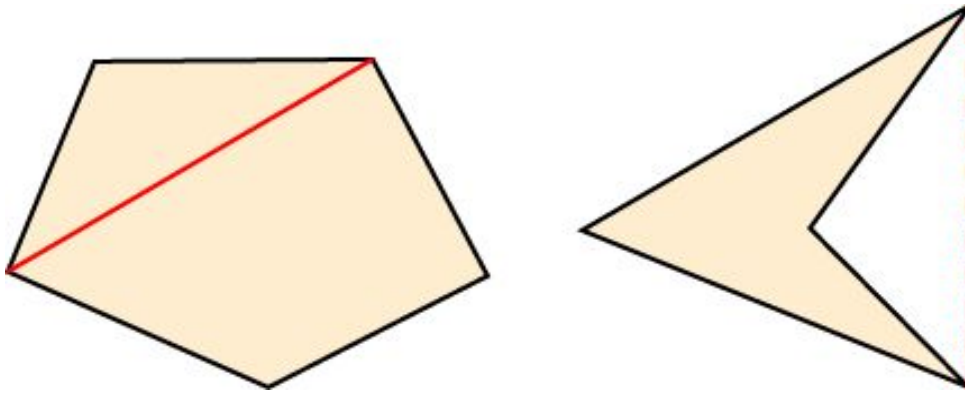
Невыпуклые многоугольники

Многоугольники могут иметь и более сложную форму. Примеры таких многоугольников показаны на рисунках.



Диагональ многоугольника

Диагональю многоугольника называется ...



отрезок, соединяющий его несоседние вершины.

Выпуклый многоугольник содержит все свои диагонали. Невыпуклый многоугольник может не содержать некоторые свои диагонали.

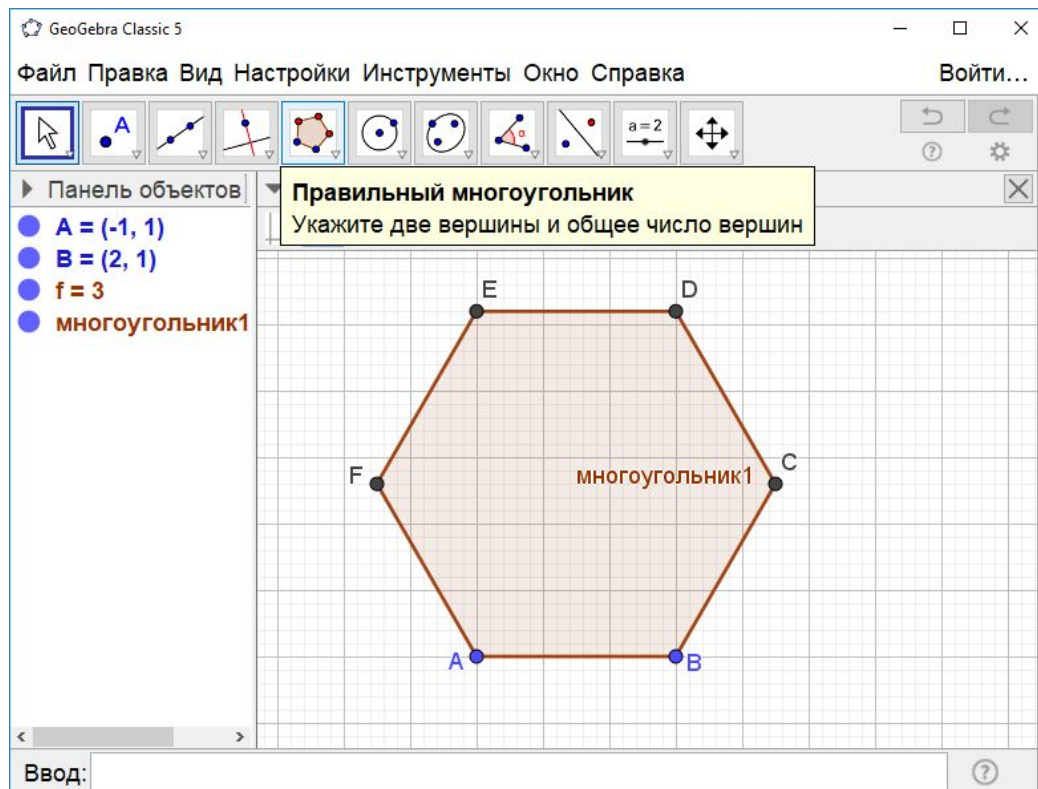
Для получения изображения многоугольника в программе GeoGebra нужно левой кнопкой «мыши» выбрать инструмент «Многоугольник» с изображением треугольника. Затем левой кнопкой «мыши» нужно указать по очереди вершины многоугольника, а затем снова указать первую вершину. На экране появятся вершины и сам многоугольник. Положение, обозначения, размеры и цвет вершин и сторон многоугольника можно изменять.

The screenshot shows the GeoGebra Classic 5 interface. The title bar reads "GeoGebra Classic 5". The menu bar includes "Файл", "Правка", "Вид", "Настройки", "Инструменты", "Окно", and "Справка". The toolbar contains various geometric tools, with the "Polygon" tool (represented by a triangle) selected. The "Object Panel" on the left lists the following objects:

- A = (-1, 1)
- B = (3, 1)
- C = (4, 4)
- D = (1, 5)
- E = (-2, 4)
- e = 3.16
- d = 3.16
- c = 3.16
- b = 3.16
- a = 4
- многоугольник1

The main workspace displays a pentagon with vertices A, B, C, D, and E. The sides are labeled a, b, c, d, and e. The side lengths are shown as a = 4, and b = c = d = e = 3.16. The text "Многоугольник" is highlighted in the top toolbar, and a tooltip below it reads: "Укажите по очереди все вершины многоугольника, а затем снова ук". At the bottom, there is an input field labeled "Ввод:".

Для получения изображения правильного многоугольника нужно сначала нажать левой кнопкой «мыши» на инструмент «многоугольник» с изображением треугольника. Дождаться, когда откроются дополнительные окошки и выбрать среди них окошко с инструментом «Правильный многоугольник». Затем левой кнопкой мыши нужно указать по очереди две вершины многоугольника, а затем в открывшемся окне указать число сторон. На экране появятся вершины и сам правильный многоугольник. Положение, обозначения, размеры и цвет вершин и сторон многоугольника можно изменять.



Вопрос 1

Какая фигура называется многоугольником? Что называется: вершинами; сторонами; углами многоугольника?

Ответ: Фигура, образованная простой замкнутой ломаной и ограниченной ею внутренней областью, называется многоугольником. Вершины ломаной называются вершинами многоугольника, стороны ломаной - сторонами многоугольника, а углы, образованные соседними сторонами, - углами многоугольника.

Вопрос 2

Какой многоугольник называется n -угольником?

Ответ: n – угольником называется многоугольник, у которого n углов.

Вопрос 3

Какой многоугольник называется
правильным?

Ответ: Многоугольник называется
правильным, если у него все стороны равны и все
углы равны.

Вопрос 4

Какой многоугольник называется выпуклым?

Ответ: Многоугольник называется выпуклым, если вместе с любыми двумя своими точками он содержит и соединяющий их отрезок.

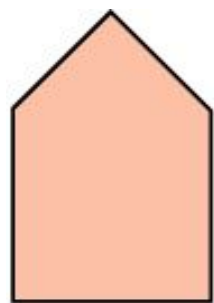
Вопрос 5

Что называется диагональю
многоугольника?

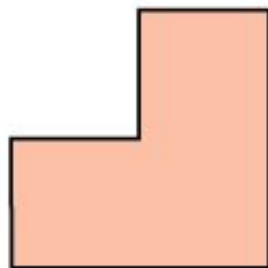
Ответ: Диагональю многоугольника
называется отрезок, соединяющий его
несоседние вершины.

Упражнение 1

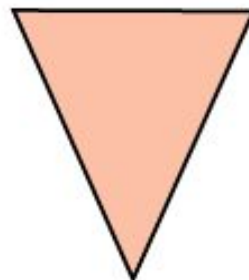
Укажите, какие из представленных на рисунке фигур являются: а) выпуклыми многоугольниками; б) невыпуклыми многоугольниками.



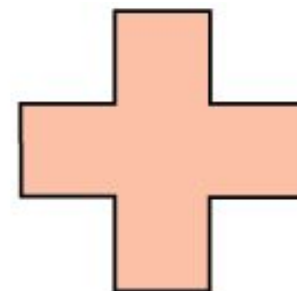
1)



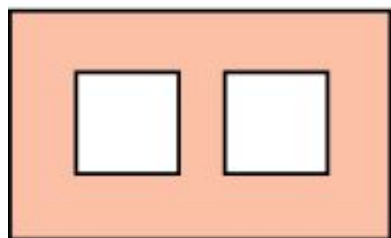
2)



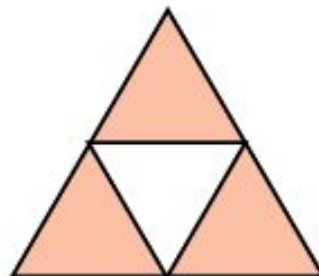
3)



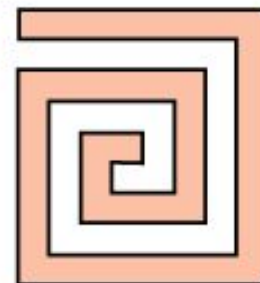
4)



5)



6)



7)

Ответ: а) 1, 3; б) 2, 4, 7.

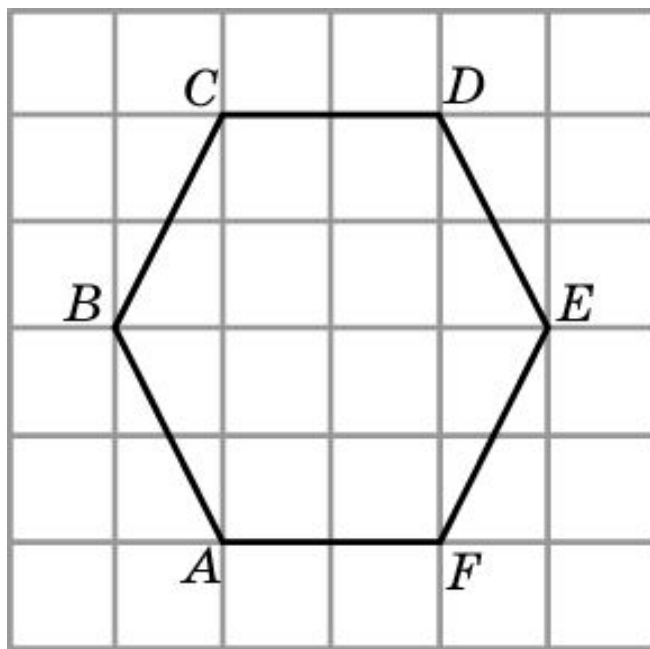
Упражнение 2

Какая имеется зависимость между числом вершин, числом углов и числом сторон многоугольника?

Ответ: Число вершин равно числу углов и равно числу сторон.

Упражнение 3

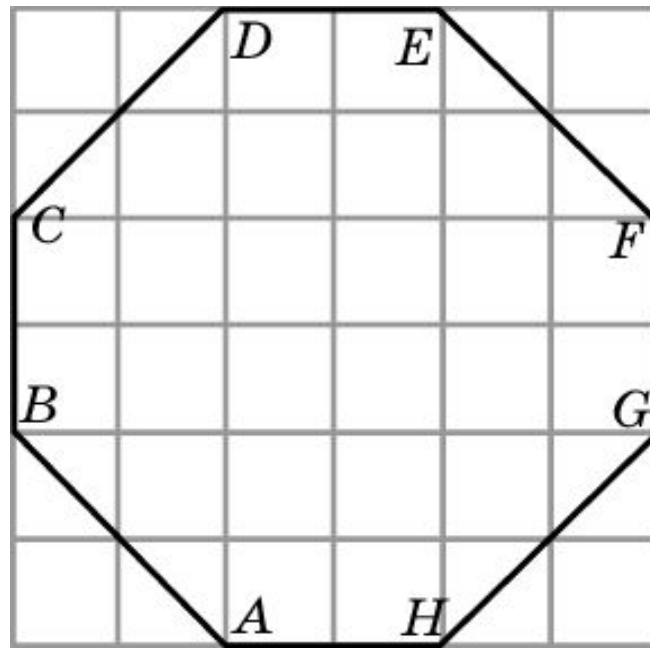
Нарисуйте шестиугольник, изображенный на рисунке. Является ли он правильным?



Ответ: Нет.

Упражнение 4

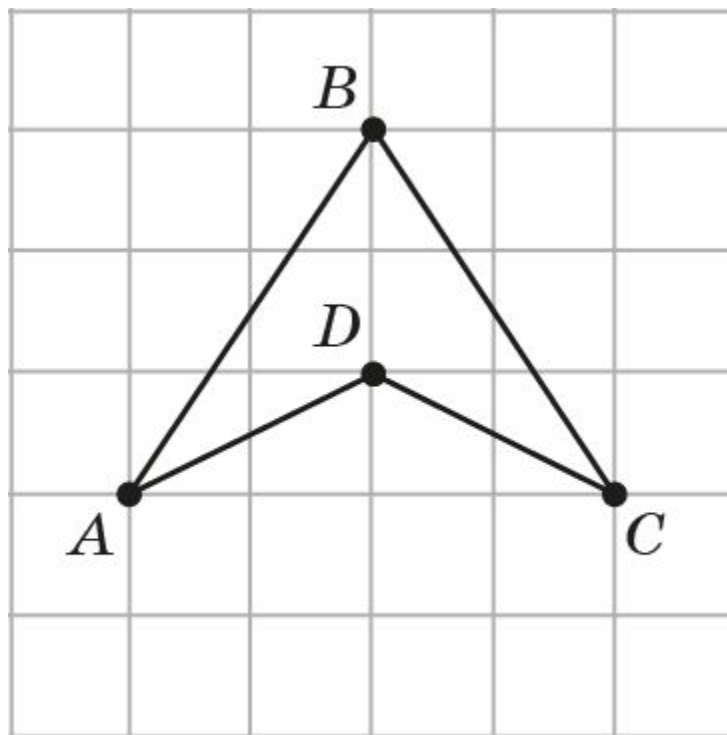
Нарисуйте восьмиугольник, изображенный на рисунке. Является ли он правильным?



Ответ: Нет.

Упражнение 5

На клетчатой бумаге изобразите какой-нибудь четырёхугольник, вершинами которого являются точки A , B , C и D . Сколько таких четырёхугольников?



Ответ: 3.

Упражнение 6

Сколько диагоналей имеет:

а) треугольник? 0;

б) четырехугольник? 2;

в) пятиугольник? 5;

г) шестиугольник? 9;

д) n-угольник? $\frac{n(n-3)}{2}$.

Упражнение 7

Может ли многоугольник иметь ровно:

а) 10 диагоналей? **нет;**

б) 20 диагоналей? **да;**

в)* 30 диагоналей? **нет.**

Упражнение 8

Существует ли многоугольник, число диагоналей которого равно числу его сторон?

Ответ: Да, пятиугольник.

Упражнение 9

Выпуклый многоугольник имеет 35 диагоналей.
Сколько у него сторон?

Ответ: 10.

Упражнение 10

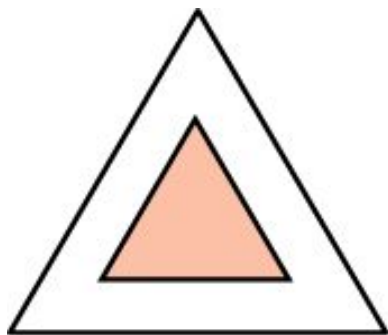
На сколько треугольников делится выпуклый: а) 4-угольник; б) 5-угольник; в) 6-угольник; г)* n -угольник своими диагоналями, проведёнными из одной вершины?

Ответ: а) 2; б) 3; в) 4; г) $n-2$.

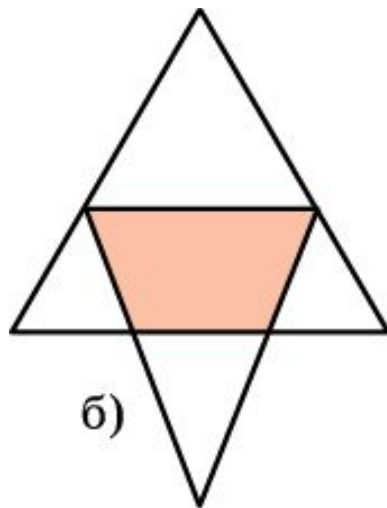
Упражнение 11

Приведите пример, когда общей частью (пересечением) двух треугольников является: а) треугольник; б) четырёхугольник; в) пятиугольник; г) шестиугольник.

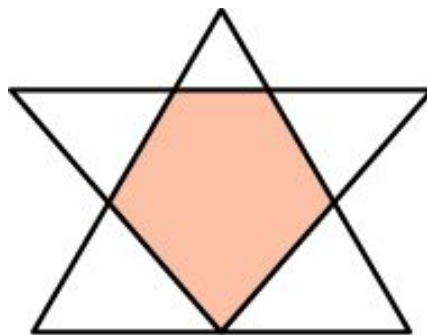
Ответ:



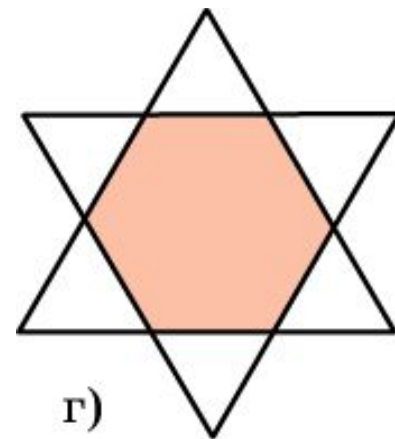
а)



б)



в)



г)

Упражнение 12

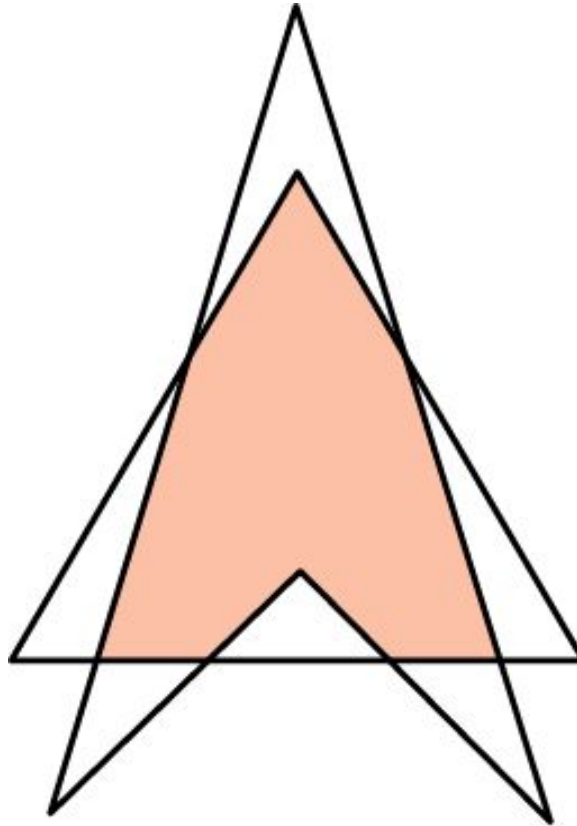
Может ли пересечением двух треугольников быть семиугольник?

Ответ: Нет.

Упражнение 13*

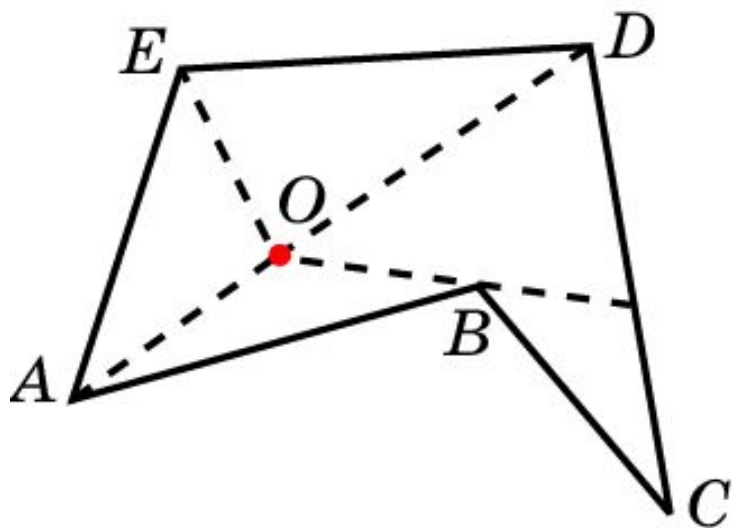
Приведите пример, когда общей частью (пересечением) треугольника и четырёхугольника является восьмиугольник.

Ответ:

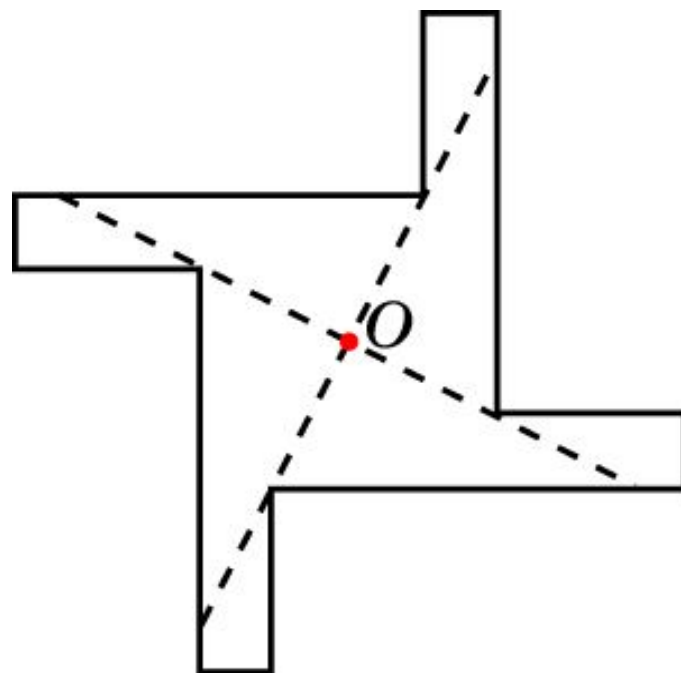


Упражнение 14*

На рисунке изображен многоугольник $ABCDE$. Из точки O видны полностью стороны AB , DE и AE и лишь частично сторона CD . Нарисуйте какой-нибудь многоугольник и точку O внутри него так, чтобы ни одна из сторон не была видна из неё полностью.

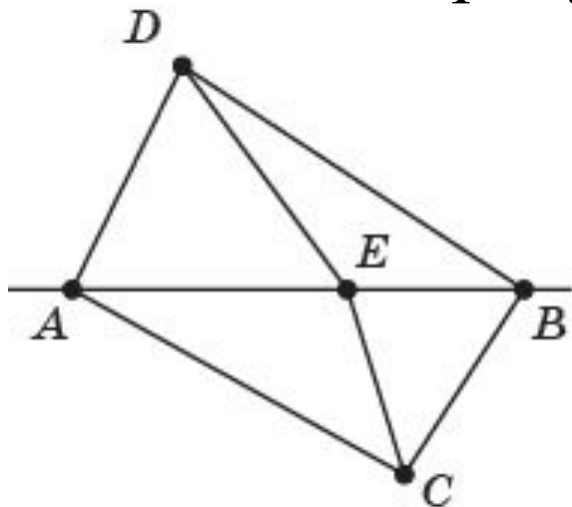


Ответ:



Упражнение 15*

Докажите, что выпуклый многоугольник лежит в одной полуплоскости относительно каждой прямой, содержащей его сторону.



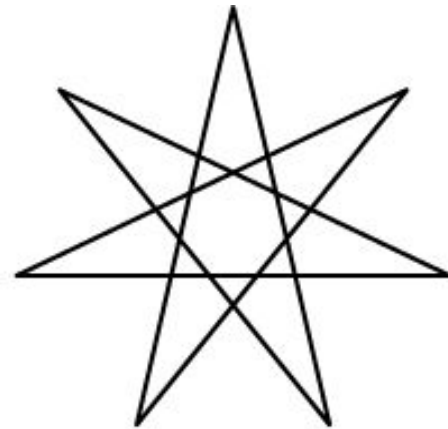
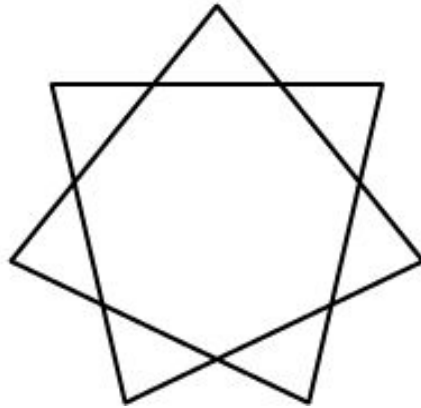
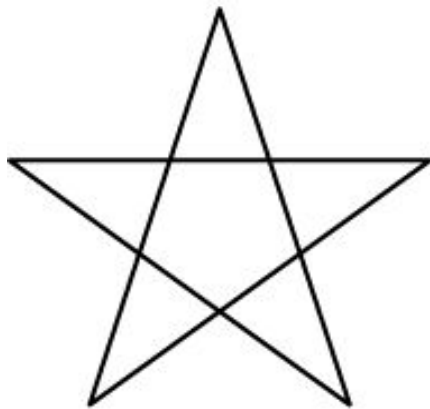
Доказательство. Предположим, что в выпуклом многоугольнике найдутся точки C и D , лежащие по разные стороны от прямой, содержащей сторону AB выпуклого многоугольника.

Тогда для любой точки E отрезка AB отрезки CE и DE должны содержаться в данном многоугольнике. Значит, отрезок AB лежит во внутренней области, следовательно, не может быть стороной многоугольника.

Звёздчатые многоугольники

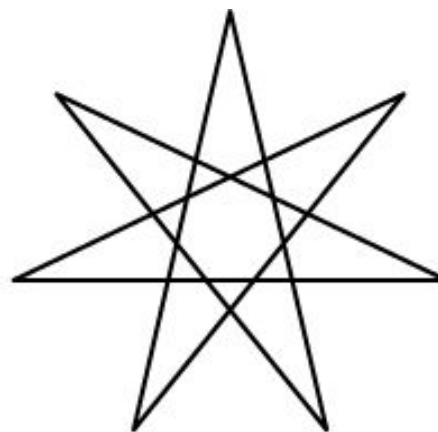
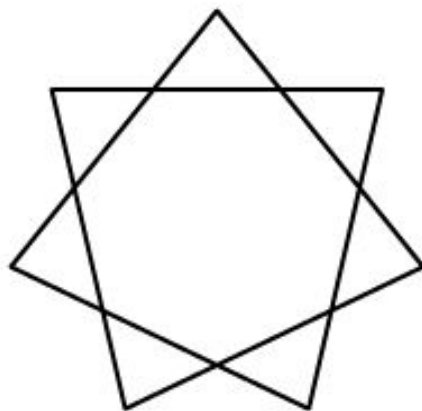
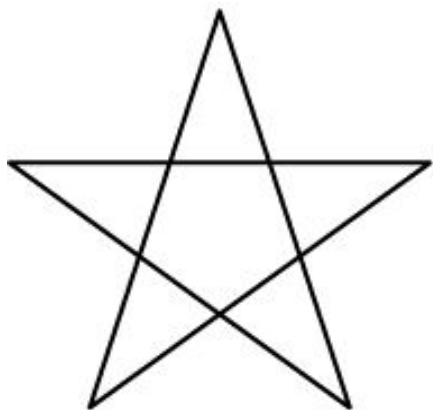
Иногда многоугольником называется замкнутая ломаная, у которой возможны точки самопересечения.

К числу таких многоугольников относятся правильные звёздчатые многоугольники, у которых все стороны равны и все углы равны.



Упражнение 16

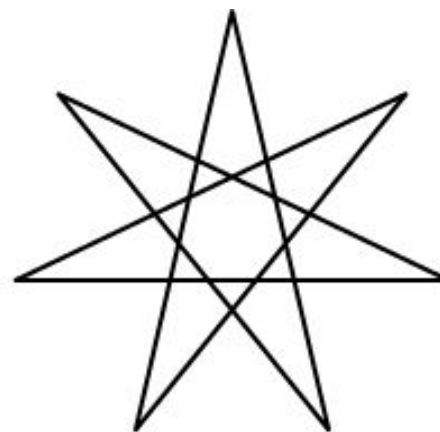
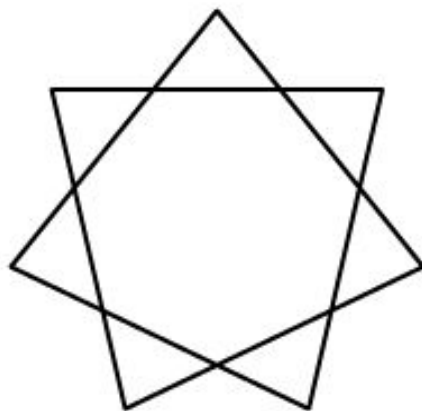
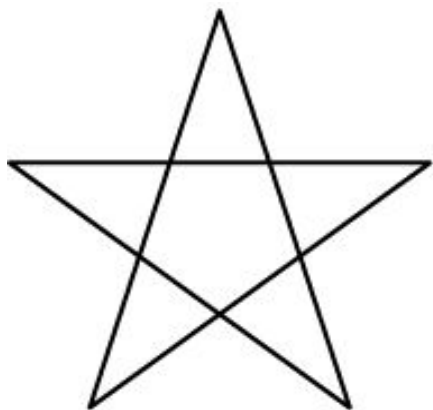
Сколько сторон имеют звёздчатые многоугольники, изображённые на рисунке?



Ответ: 5; 7; 7.

Упражнение 17

На сколько частей разбивают плоскость правильные звёздчатые многоугольники, изображённые на рисунке?



Ответ: 7; 9; 16.



Контактная информация

Издательство «Мнемозина»:

105043, Москва, ул. 6-я Парковая, д. 29 Б

Тел.: 8 (499) 367–67–81

E-mail: ioc@mnemozina.ru

Сайт: mnemozina.ru

Интернет-магазин: shop.mnemozina.ru

Торговый дом:

E-mail: td@mnemozina.ru

Тел.: 8 (495) 644–20–26

Электронные формы учебников и пособий представлены на сайте «Школа в кармане»:

<http://pocketschool.ru>