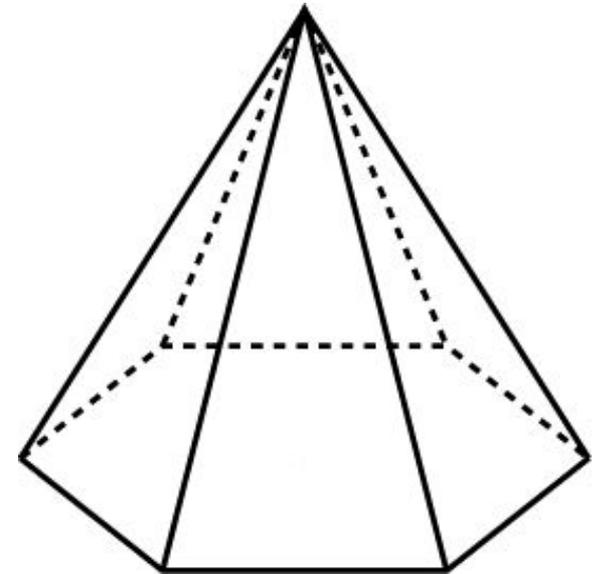
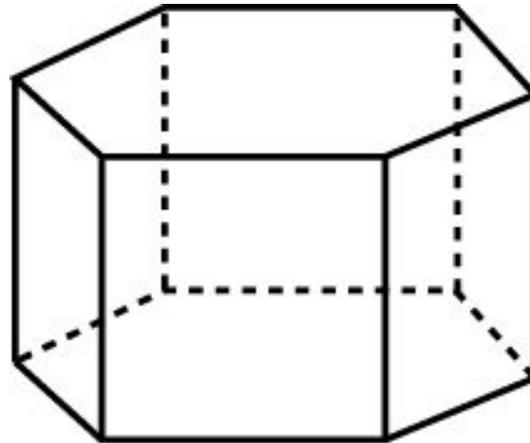
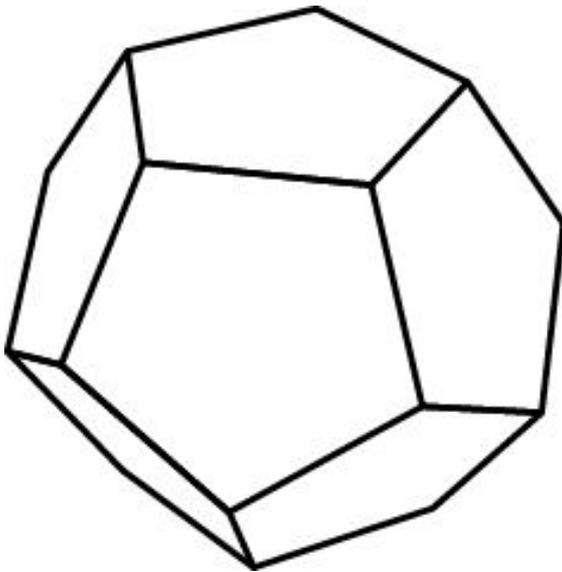


# ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ

Площадью поверхности многогранника по определению считается сумма площадей, входящих в эту поверхность многоугольников.

Площадь поверхности призмы состоит из площади боковой поверхности и площадей оснований.

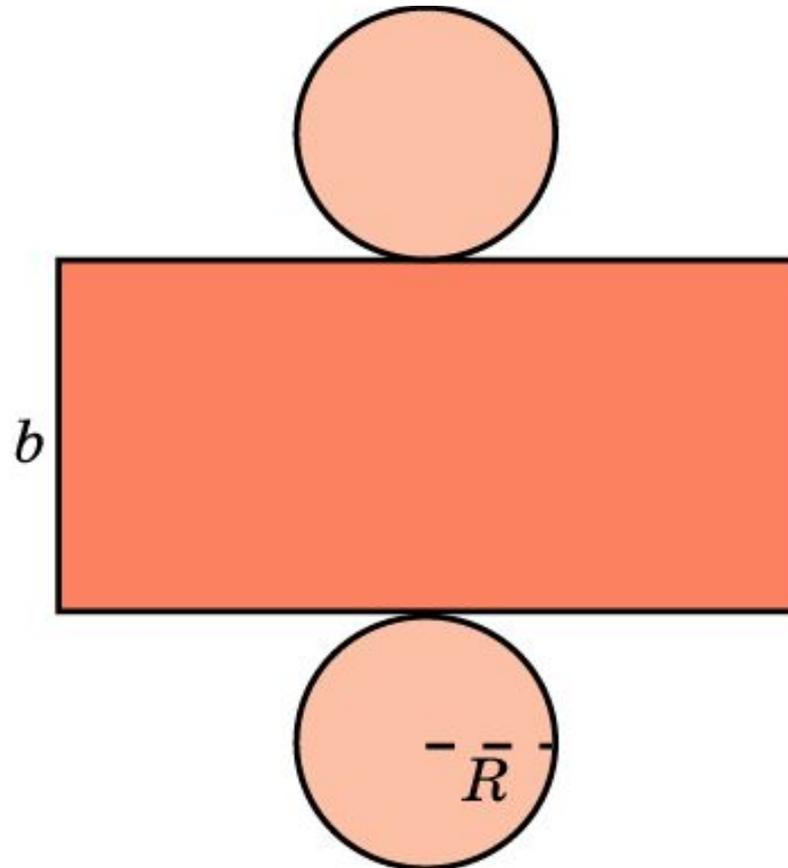
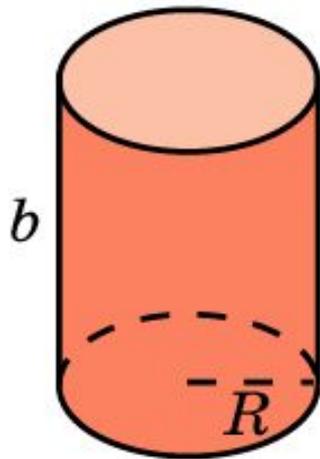
Площадь поверхности пирамиды состоит из площади боковой поверхности и площади основания.



# ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРА

**Теорема.** Площадь поверхности цилиндра, радиус основания которого равен  $R$  и образующая равна  $b$ , выражается формулой

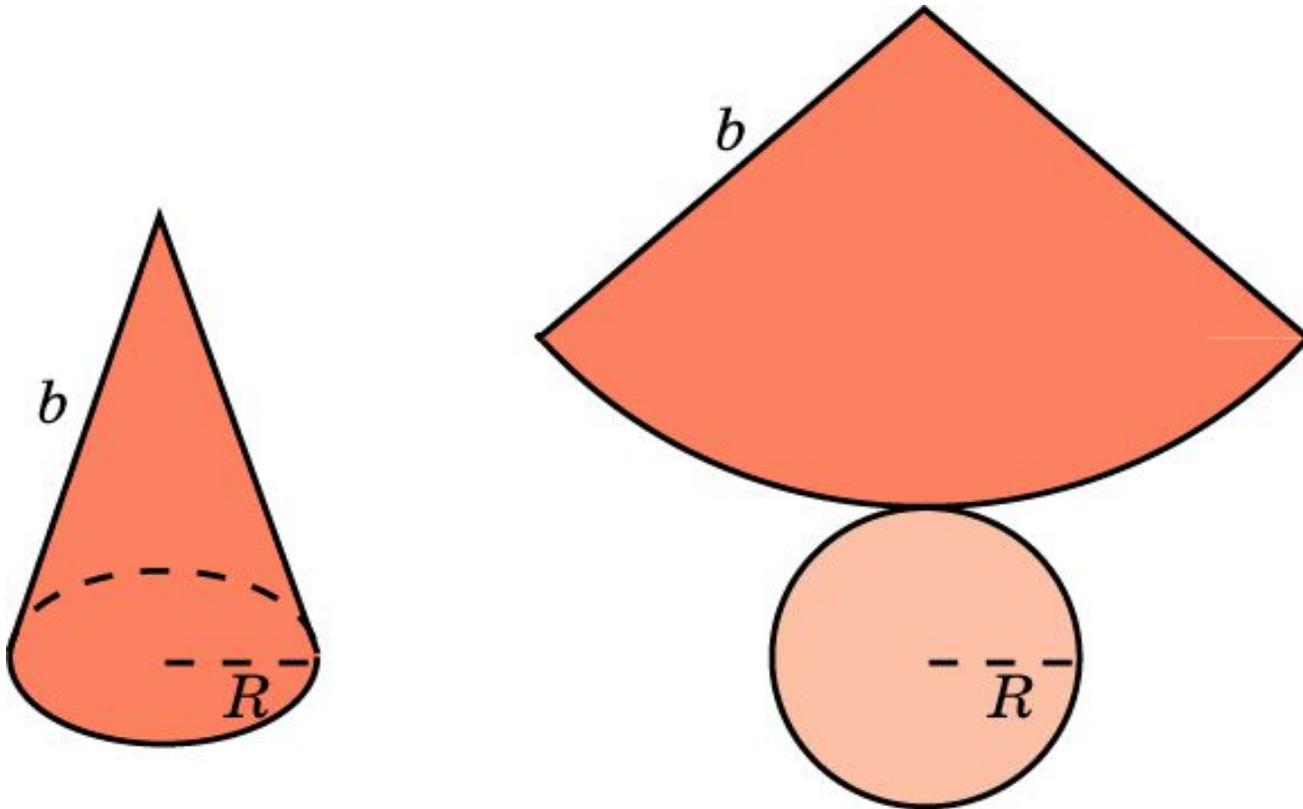
$$S = 2\pi R(R + b).$$



# ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ КОНУСА

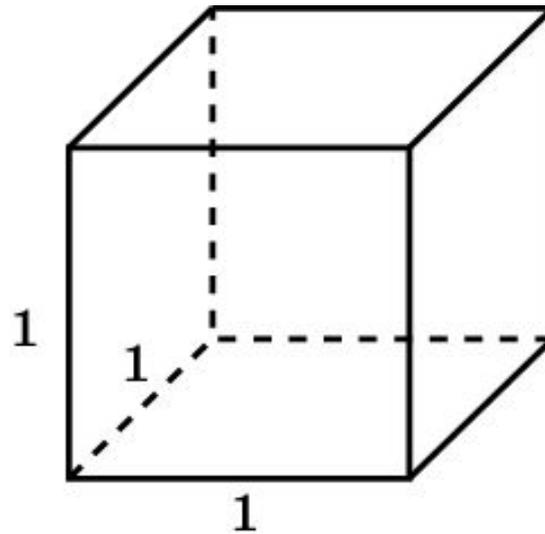
**Теорема.** Площадь поверхности конуса, радиус основания которого равен  $R$  и образующая равна  $b$ , выражается формулой

$$S = \pi R(R + b).$$



## Упражнение 1

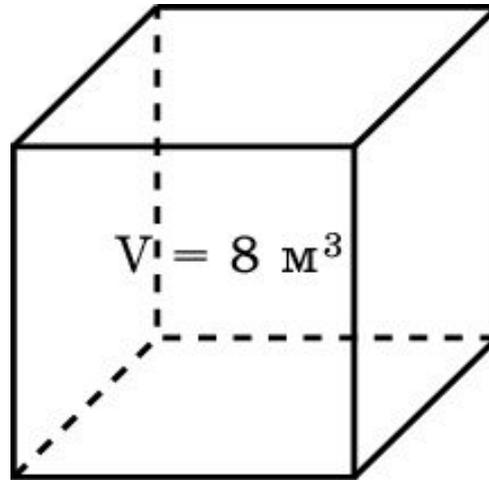
Чему равна площадь поверхности куба с ребром 1?



Ответ: 6.

## Упражнение 2

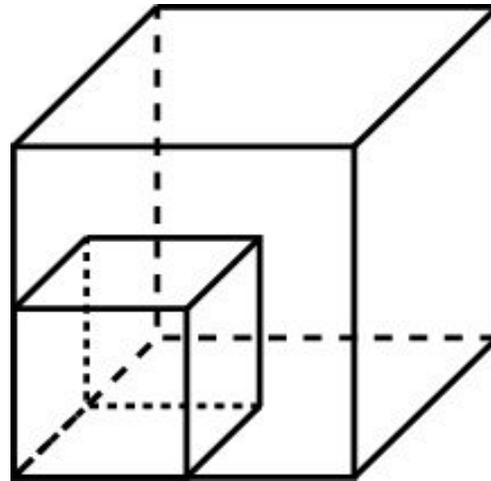
Объем куба равен  $8 \text{ м}^3$ . Найдите площадь его поверхности.



**Ответ:**  $24 \text{ м}^2$ .

## Упражнение 3

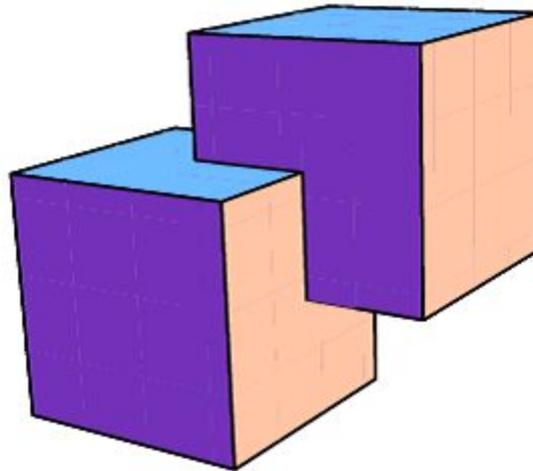
Как изменится площадь поверхности куба, если каждое его ребро увеличить в: а) 2 раза; б) 3 раза; в)  $n$  раз?



**Ответ:** Увеличится в: а) 4 раза; б) 9 раз; в)  $n^2$  раз.

## Упражнение 4

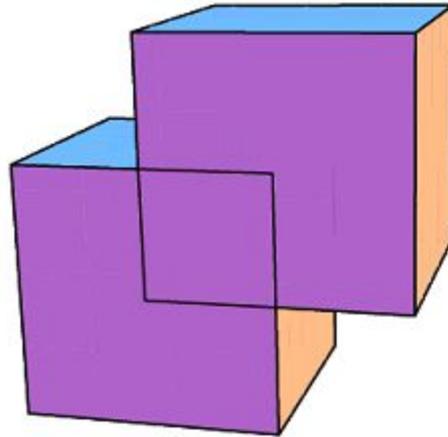
Найдите площадь поверхности многогранника, составленного из двух единичных кубов, вершина одного из которых расположена в центре другого, как показано на рисунке.



Ответ: 10,5.

## Упражнение 5

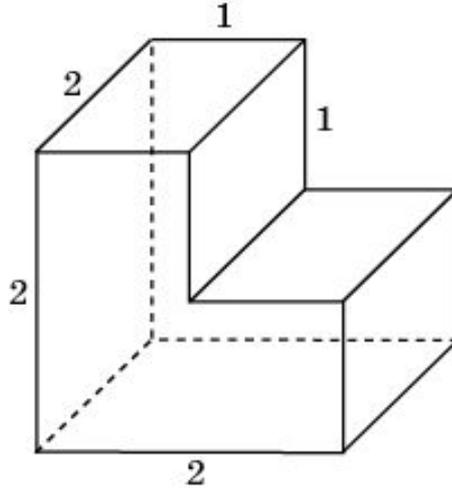
Найдите площадь поверхности многогранника, составленного из двух единичных кубов, две вершины одного из которых расположены в центрах граней другого.



Ответ: 9,5.

## Упражнение 6

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.

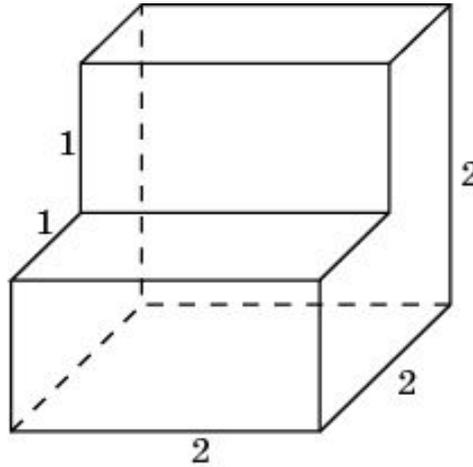


**Решение.** Поверхность многогранника состоит из двух квадратов площади 4, четырех прямоугольников площади 2 и двух невыпуклых шестиугольников площади 3. Следовательно, площадь поверхности многогранника равна 22.

**Ответ.** 22.

## Упражнение 7

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.

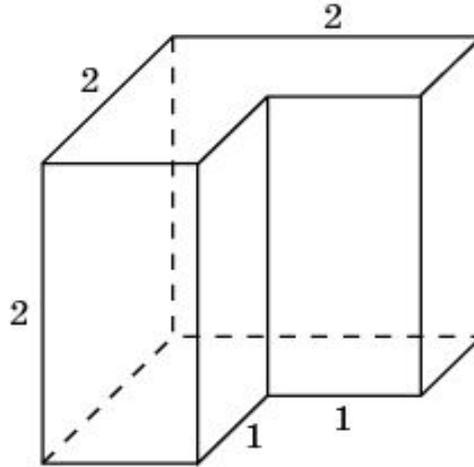


**Решение.** Поверхность многогранника состоит из двух квадратов площади 4, четырех прямоугольников площади 2, и двух невыпуклых шестиугольников площади 3. Следовательно, площадь поверхности многогранника равна 22.

**Ответ.** 22.

## Упражнение 8

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.

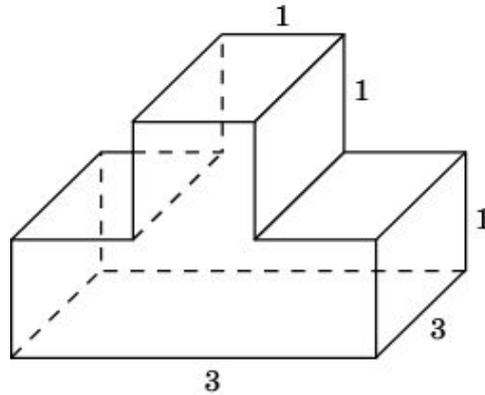


**Решение.** Поверхность многогранника состоит из двух квадратов площади 4, четырех прямоугольников площади 2 и двух невыпуклых шестиугольников площади 3. Следовательно, площадь поверхности многогранника равна 22.

**Ответ.** 22.

## Упражнение 9

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).

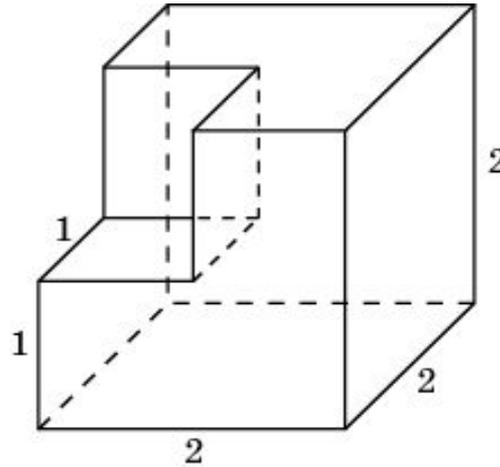


**Решение.** Поверхность многогранника состоит из квадрата площади 9, семи прямоугольников площади которых равны 3, и двух невыпуклых восьмиугольников площади которых равны 4. Следовательно, площадь поверхности многогранника равна 38.

**Ответ.** 38.

## Упражнение 10

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.

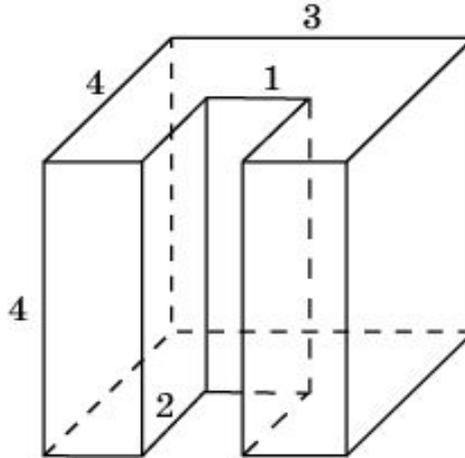


**Решение.** Поверхность многогранника состоит из трех квадратов площади 4, трех квадратов площади 1 и трех невыпуклых шестиугольников площади 3. Следовательно, площадь поверхности многогранника равна 24.

**Ответ.** 24.

## Упражнение 11

Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.

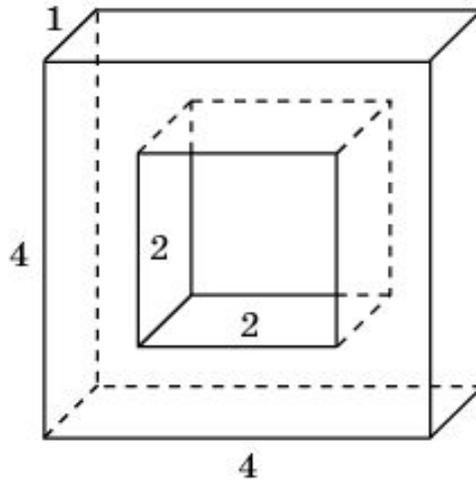


**Решение.** Поверхность многогранника состоит из двух квадратов площади 16, прямоугольника площади 12, трех прямоугольников площади 4, двух прямоугольников площади 8, и двух невыпуклых восьмиугольников площади 10. Следовательно, площадь поверхности многогранника равна 92.

**Ответ.** 92.

## Упражнение 12

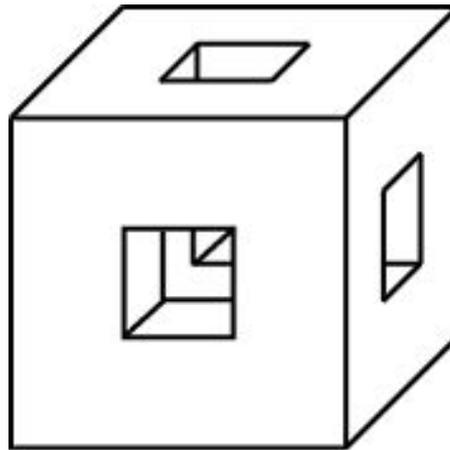
Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



Ответ. 48.

## Упражнение 13

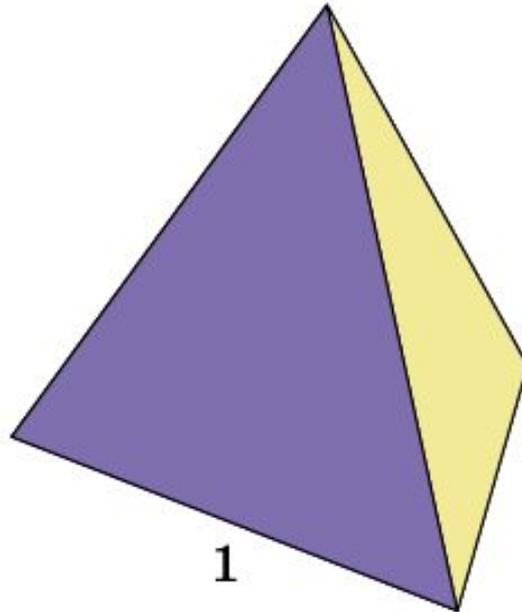
В каждой грани куба с ребром 6 см проделали сквозное квадратное отверстие со стороной квадрата 2 см. Найдите площадь поверхности оставшейся части.



Ответ. 288.

## Упражнение 14

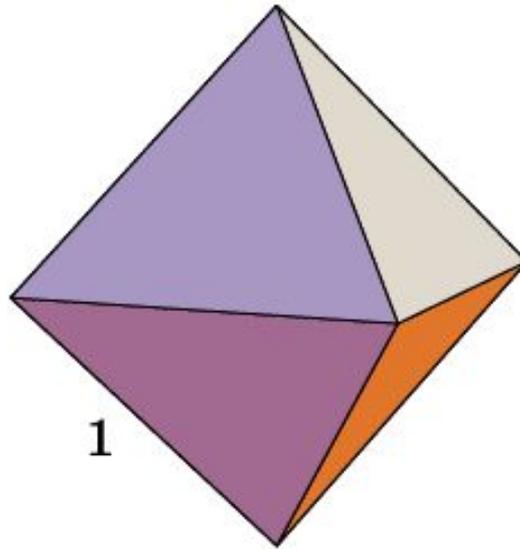
Чему равна площадь поверхности правильного тетраэдра с ребром 1?



Ответ:  $\sqrt{3}$ .

## Упражнение 15

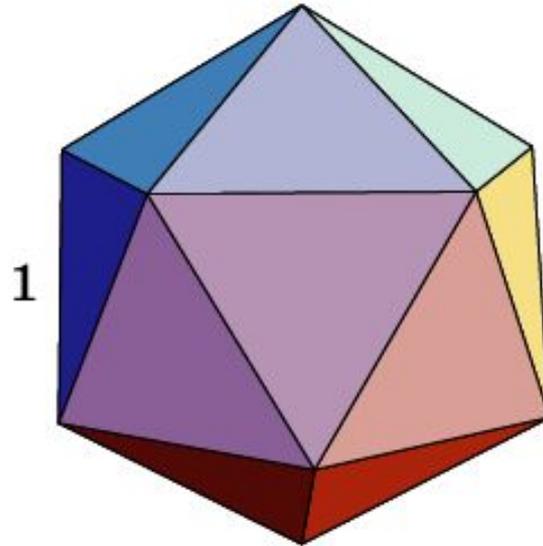
Чему равна площадь поверхности октаэдра с ребром 1?



Ответ:  $2\sqrt{3}$ .

## Упражнение 16

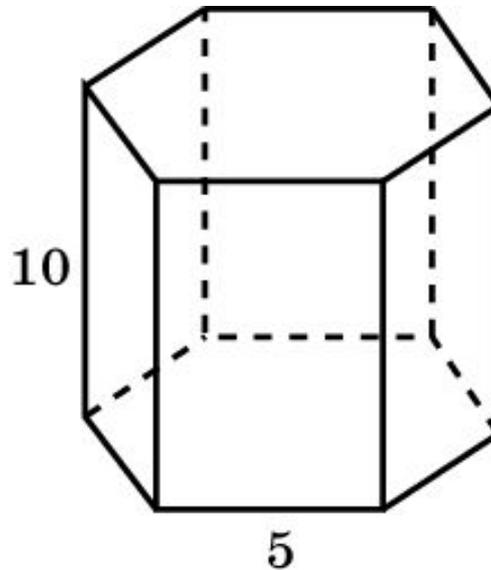
Чему равна площадь поверхности икосаэдра с ребром 1?



Ответ:  $5\sqrt{3}$ .

## Упражнение 17

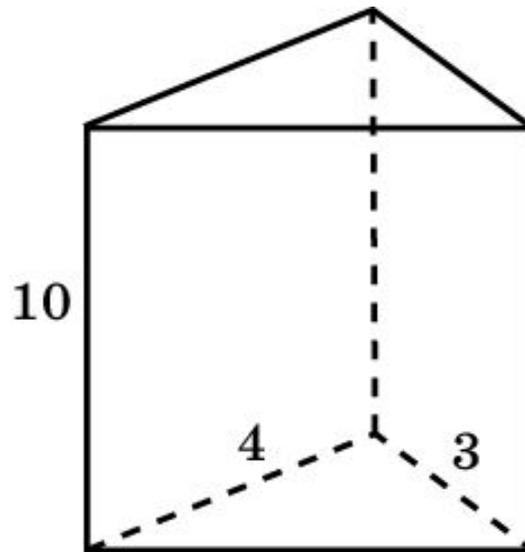
Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, сторона основания которой равна 5 см, а высота 10 см.



**Ответ:**  $300 \text{ см}^2$ .

## Упражнение 18

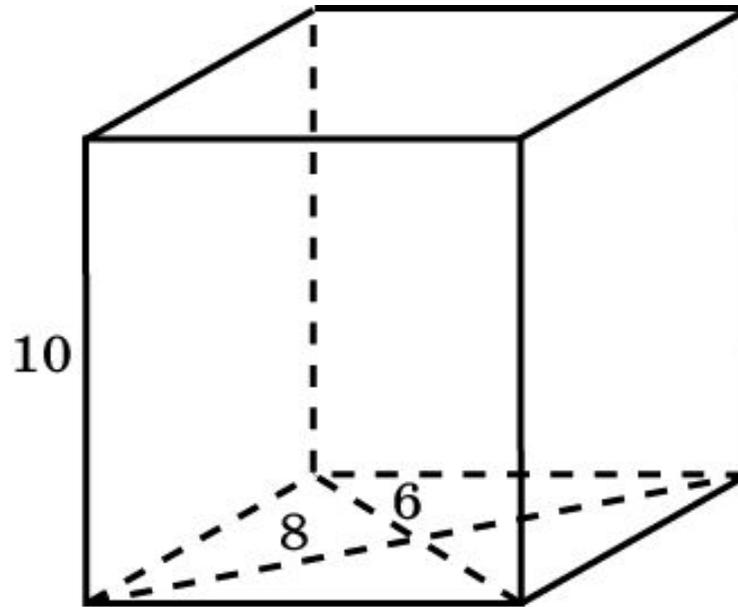
Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 3 см и 4 см, высота призмы равна 10 см. Найдите площадь поверхности данной призмы.



**Ответ:**  $132 \text{ см}^2$ .

## Упражнение 19

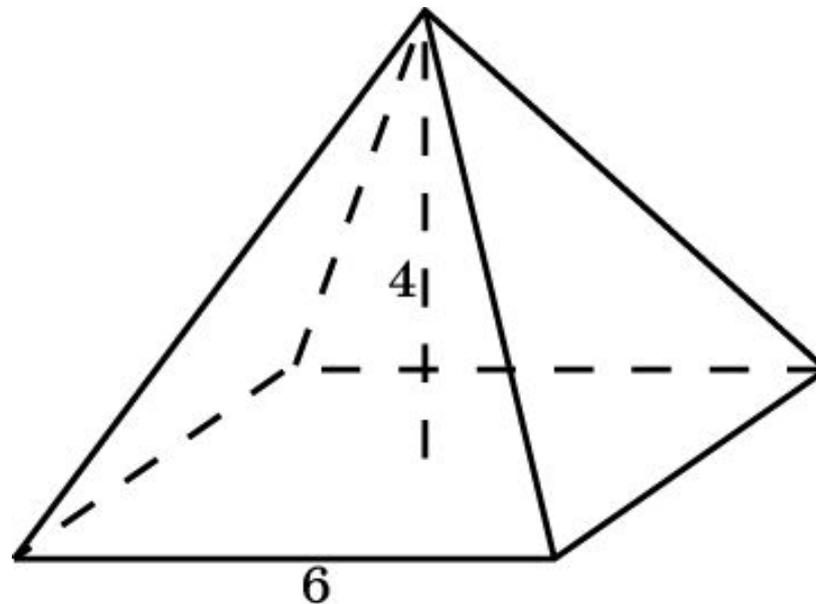
Найдите площадь поверхности прямой призмы, в основании которой лежит ромб с диагоналями 6 см и 8 см и боковым ребром 10 см.



**Ответ:**  $248 \text{ см}^2$ .

## Упражнение 20

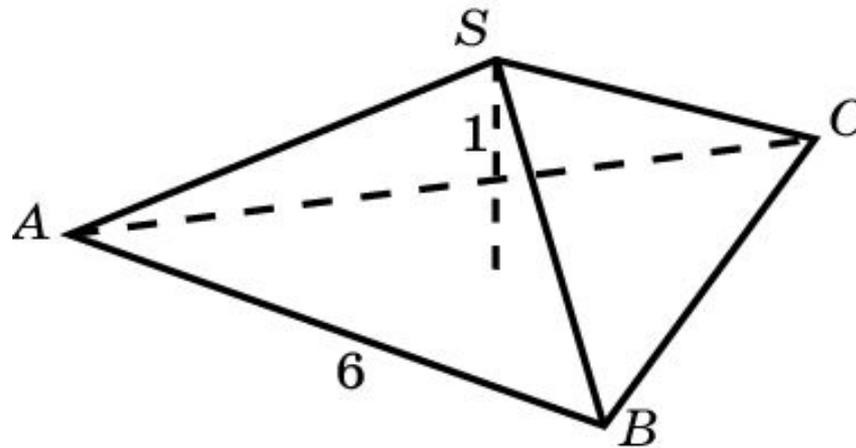
Найдите площадь боковой поверхности правильной четырёхугольной пирамиды, сторона основания которой равна 6 см и высота 4 см.



**Ответ:**  $60 \text{ см}^2$ .

## Упражнение 21

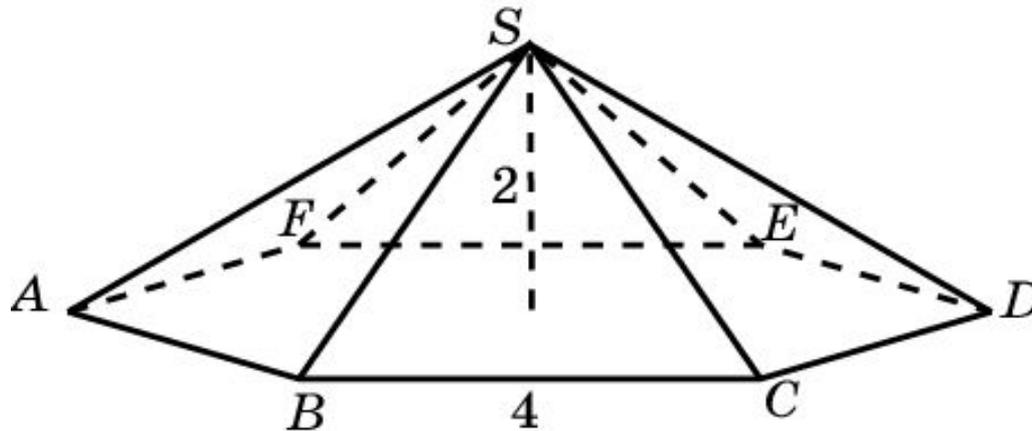
Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной пирамиды со стороной основания 6 см и высотой 1 см.



**Ответ:**  $8 \text{ см}^2$ .

## Упражнение 22

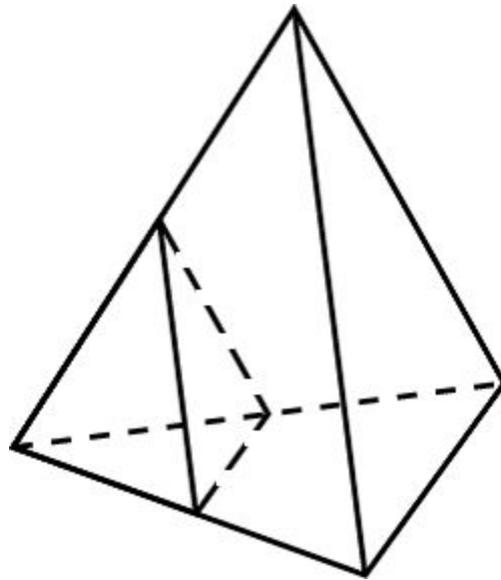
Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной пирамиды со стороной основания 4 см и высотой 2 см.



Ответ:  $48 \text{ см}^2$ .

## Упражнение 23

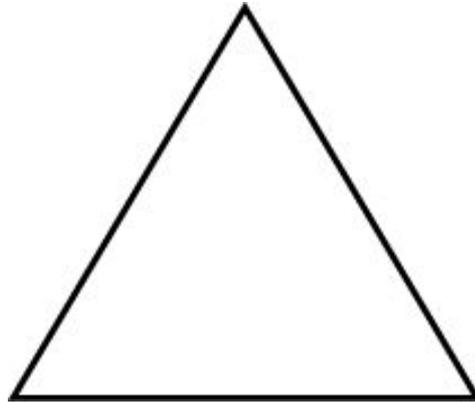
Как изменятся площади боковой и полной поверхностей пирамиды, если все её рёбра: а) увеличить в 2 раза; б) уменьшить в 5 раз?



**Ответ:** а) Увеличатся в 4 раза; б) уменьшатся в 25 раз.

## Упражнение 24

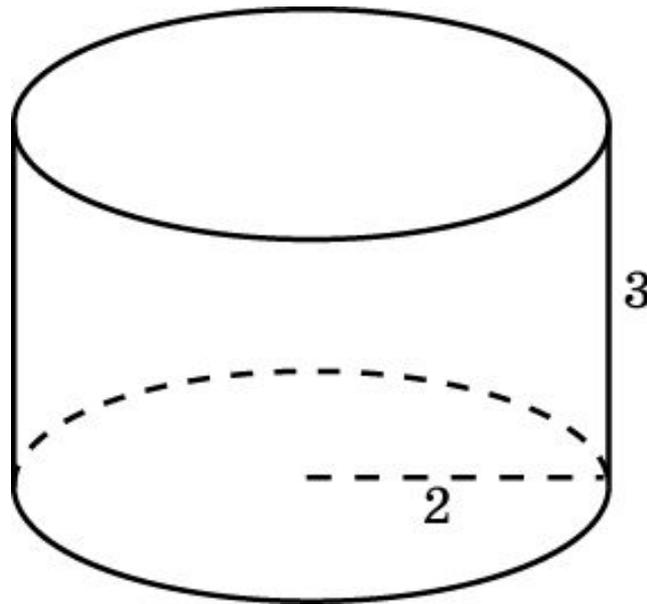
Развёртка поверхности правильной треугольной пирамиды представляет собой равносторонний треугольник, площадь которого равна  $80 \text{ см}^2$ . Найдите площадь грани пирамиды.



**Ответ:**  $20 \text{ см}^2$ .

## Упражнение 25

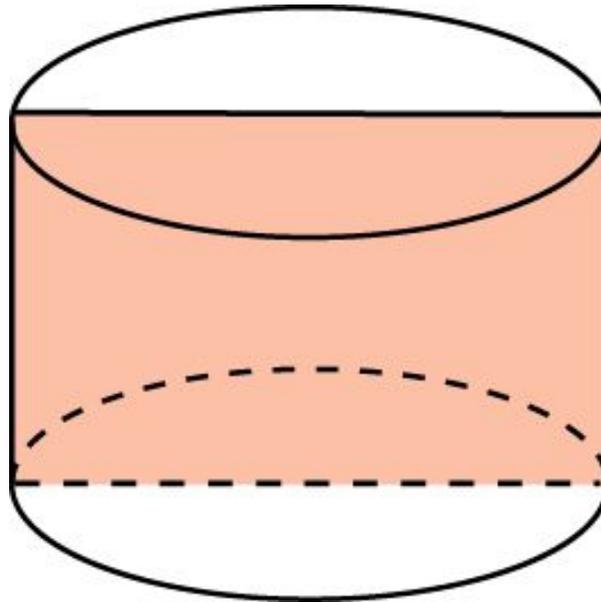
Радиус основания цилиндра равен 2 м, высота - 3 м.  
Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.



**Ответ:**  $12\pi \text{ м}^2$ .

## Упражнение 26

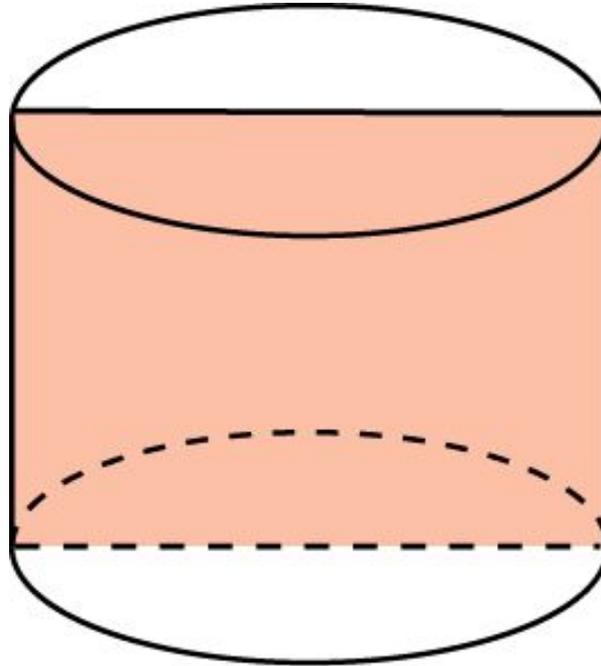
Площадь осевого сечения цилиндра равна  $4 \text{ м}^2$ .  
Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.



Ответ:  $4\pi \text{ м}^2$ .

## Упражнение 27

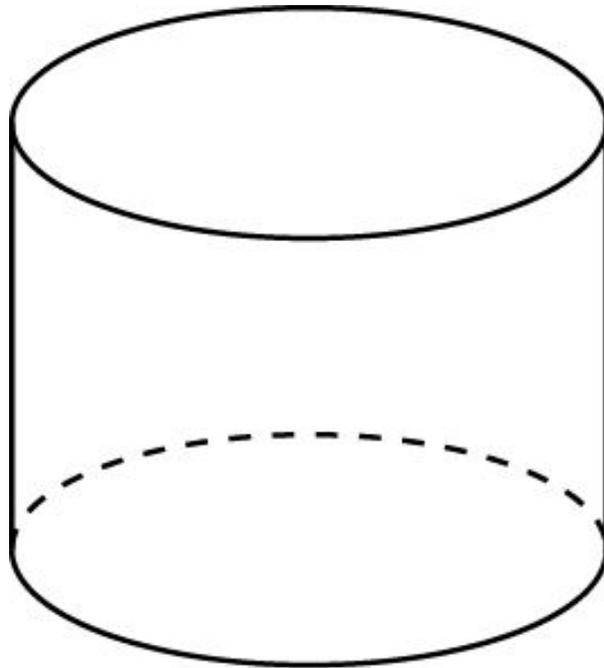
Осевое сечение цилиндра - квадрат. Площадь основания равна 1. Найдите площадь поверхности цилиндра.



Ответ: 6.

## Упражнение 28

Площадь боковой поверхности и объем цилиндра выражаются одним и тем же числом. Найдите диаметр основания цилиндра.



Ответ: 4.

## Упражнение 29

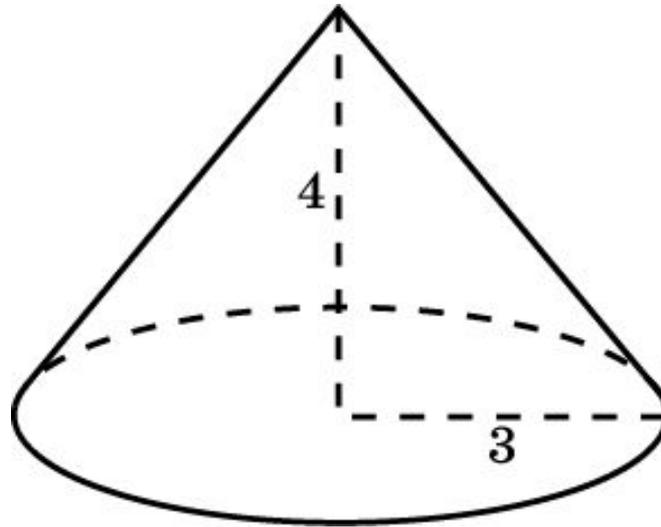
Два цилиндра образованы вращением одного и того же прямоугольника вокруг его неравных сторон. Равны ли у этих цилиндров площади: а) боковых; б) полных поверхностей?



**Ответ:** а) Да; б) нет.

## Упражнение 30

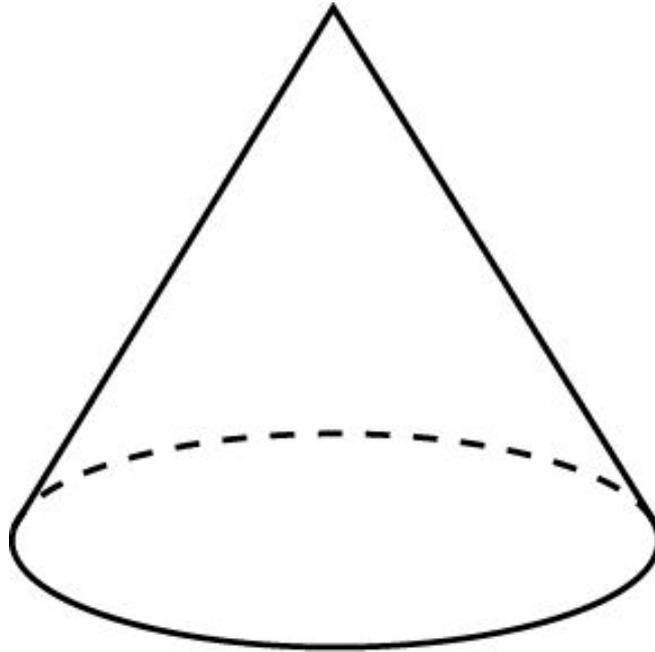
Радиус основания конуса равен 3 м, высота - 4 м.  
Найдите площадь поверхности конуса.



Ответ:  $24\pi\text{ м}^2$ .

## Упражнение 31

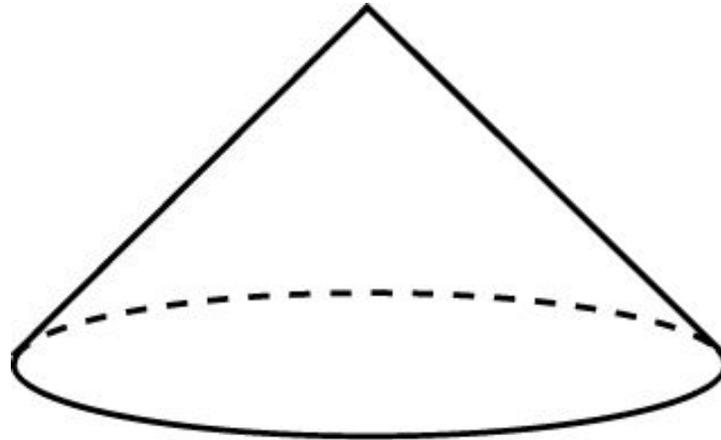
Площадь боковой поверхности конуса в два раза больше площади основания. Найдите угол между образующей конуса и плоскостью основания.



Ответ:  $60^\circ$ .

## Упражнение 32

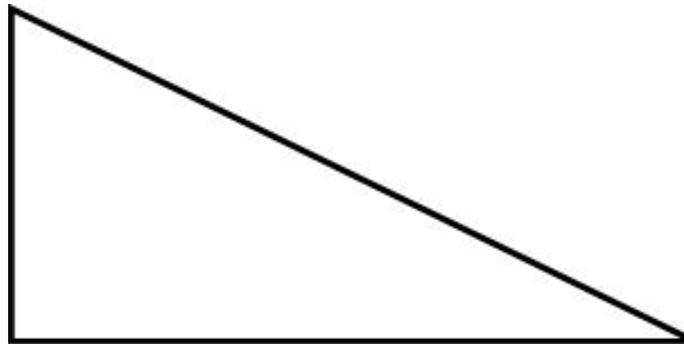
Образующая конуса равна 4 дм, а угол при вершине осевого сечения равен  $90^\circ$ . Вычислите площадь боковой поверхности конуса.



**Ответ:**  $8\sqrt{2}\pi$  дм<sup>2</sup>.

## Упражнение 33

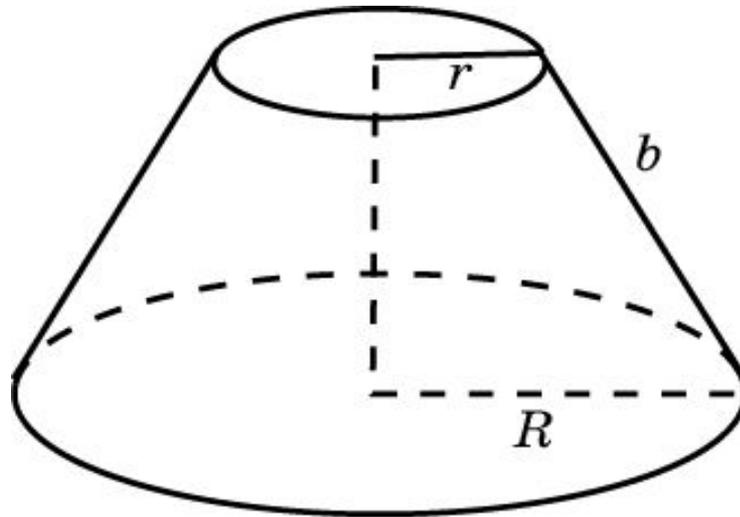
Два конуса образованы вращением одного и того же прямоугольного треугольника вокруг его неравных катетов. Равны ли у этих конусов площади: а) боковых; б) полных поверхностей?



**Ответ:** а), б) Нет.

## Упражнение 34

Найдите площадь боковой поверхности усеченного конуса, если радиусы его оснований равны  $R$  и  $r$ , а образующая равна  $b$ .



Ответ:  $\pi(R + r)b$ .