

Кому нужна математика?

Нелли Литвак
Профессор прикладной математики
Университет Твенте, Нидерланды

Математика Великая и Ужасная

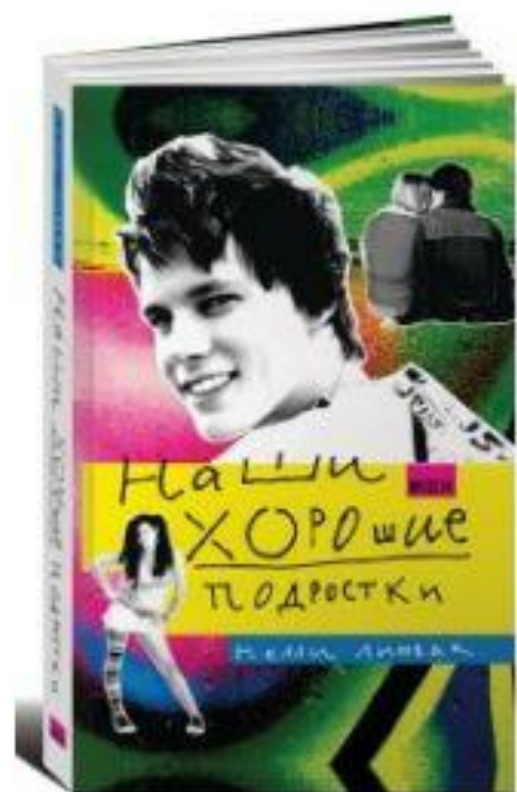
Нелли Литвак
Профессор прикладной математики
Университет Твенте, Нидерланды

- Физ-мат лицей №40, Нижний Новгород, 1989
- ВМК Нижегородского Госуниверситета, 1995
- Кандидат физ-мат наук, 1999
- Переехала работать в Нидерланды, 1999
- PhD в Техническом университете Эйнховен, 2002
- Университет Твенте, 2002-...

- Физ-мат лицей №40, Нижний Новгород, 1989
- ВМК Нижегородского Госуниверситета, 1995
- Кандидат физ-мат наук, 1999
- Переехала работать в Нидерланды, 1999
- PhD в Техническом университете Эйнховен, 2000
- Университет Твенте, 2002-...





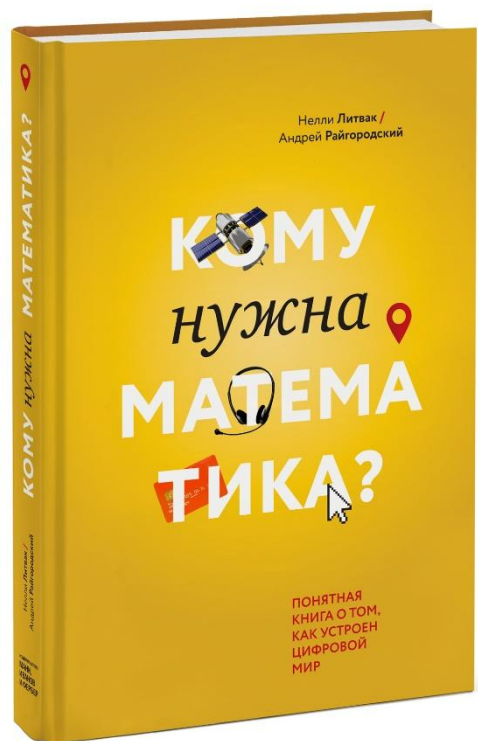


ozon.ru



ozon.ru





Кому нужна математика? Понятная книга о том, как устроен цифровой мир.

Нелли Литвак, Андрей Райгородский

МИФ 2017







«И что, кому-то еще нужна математика?»



«И что, кому-то еще нужна математика?»

«Зачем нам математика, когда компьютеры могут все посчитать!»

Oh well!!





«И что, кому-то еще нужна математика?»

«Зачем нам математика, когда компьютеры могут все посчитать!»

ПАРАДОКС:

- Мы живем в мире ЦИФРОВЫХ технологий
- Большинство не знает, какую роль в этом играет математика!

Oh well!!



Сегодня

- Приложения
- Математика для всех!

15 511 210 043 330 985 984 000 000

15 511 210 043 330 985 984 000 000

- современный процессор с тактовой частотой в 2ГГц (2 миллиарда операций в секунду)

15 511 210 043 330 985 984 000 000

- современный процессор с тактовой частотой в 2ГГц (2 миллиарда операций в секунду)
- чтобы выполнить такое количество операций, ему понадобится

245 миллионов лет!

- Один прибор, 25 заданий
- В каком порядке выгоднее всего выполнять задания?
- ``Выгода'' может зависеть от срока выполнения, времени в очереди, и так далее.
- Попробуем перебрать все способы?
- Сколько способов?
- Первое задание: 25 способов
- Первое и второе задание: $25 \times 24 = 600$ способов
- Всего

$$25 \times 24 \times 23 \times 22 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1 = 25!$$

- Один прибор, 25 заданий
- В каком порядке выгоднее всего выполнять задания?
- ``Выгода'' может зависеть от срока выполнения, времени в очереди, и так далее.
- Попробуем перебрать все способы?
- Сколько способов?
- Первое задание: 25 способов
- Первое и второе задание: $25 \times 24 = 600$ способов
- Всего

$$25 \times 24 \times 23 \times 22 \times \dots \times 3 \times 2 \times 1 = 25! =$$
$$= 15\ 511\ 210\ 043\ 330\ 985\ 984\ 000\ 000$$

ПРОКЛЯТИЕ РАЗМЕРНОСТИ!



Линейное программирование



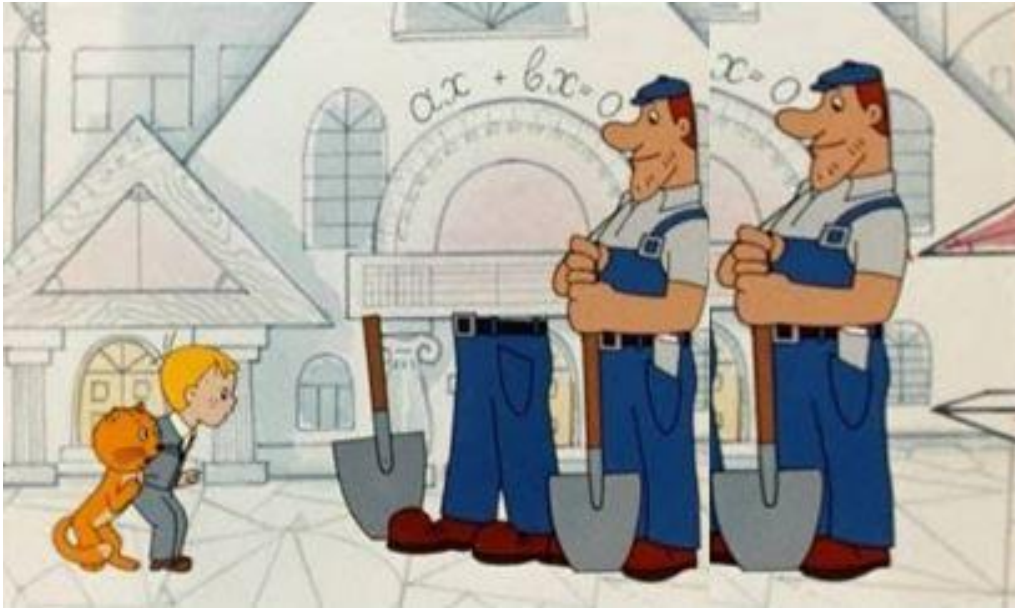
Леонид Витальевич
Канторович
1912-1986

Нобелевская премия 1975



Джордж
Данциг
1914-2005

Целочисленное линейное программирование



Задачу задали у нас.
Ее решал я целый час,
И вышло у меня в ответе:
Два землекопа и две трети.

Самуил Маршак. *«Про одного ученика и шесть единиц»*

Целочисленное линейное

программирование

Коммерческие пакеты: CPLEX (IBM), Gurobi

Закон Мура (Гордон Мур, один из основателей Intel):

Мощность процессоров удваивается каждые 18 месяцев

За 15 лет компьютеры ускорились примерно в **1000 раз**

Целочисленное линейное программирование

Коммерческие пакеты: CPLEX (IBM), Gurobi

Закон Мура (Гордон Мур, один из основателей Intel):

Мощность процессоров удваивается каждые 18 месяцев

За 15 лет компьютеры ускорились примерно в **1000 раз**

Роберт Биксби (2007):

За 15 лет (1991-2006) скорость алгоритмов для решения задач целочисленного линейного программирования увеличилась в **29 000 раз (!)**

К 2015 году ускорение в **450 миллиарда раз (!!)**

Студенческие проекты

- Расписание фестиваля хоров
- Статистические тесты для экзаменов в начальной школе

Железные дороги Нидерландов



15,8 миллиарда пассажиров в 2006
году

Железные дороги Нидерландов

- Пути, платформы прибытия, мосты
- Пересадки
- Количество и тип вагонов каждого состава
- Расписание кондукторов и машинистов.
- 5500 поездов в день!
- Новое расписание: 2006

Премия Франца Эдельмана, INFORMS, 2008 год

NRC Handelsblad: Ни одно проявление высшей математики не вызывало в обществе такую бурю эмоций.



Александр Схрейвер:

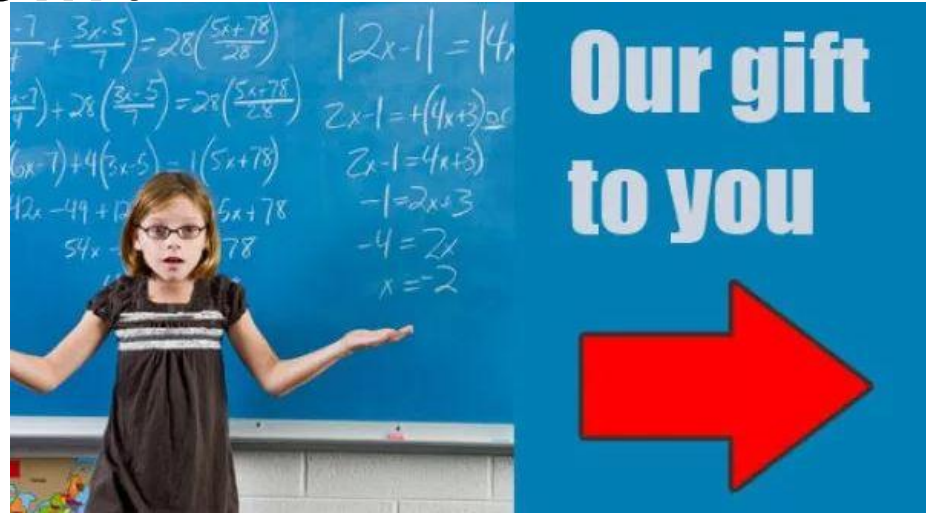
«Что определяет оптимальность? Комфорт пассажиров? Общий доход? Расписание персонала?

*Циркуляция материалов? Или пунктуальность?
[..]*

Как взвесить эти факторы по отношению друг к другу?»

«Математика железных дорог пока далека от совершенства.»

«Зачем мне знать, что такое логарифм?»»



- Джо Боулер «Математическое мышление»
скоро выйдет на русском языке в издательстве «МИФ»
- Джейсон Вилкес «Сожгите класс математики»
- «Гуманитарные мозги»? «Математический ген»?
- Ничего подобного нейрологи не обнаружили!

Математика -
великая и
ужасная!

Public Group

Discussion

Алла's post

Members

Events

Videos

Photos



Change Group Photo

Joined ▾

✓ Notifications

Share

⋮

Нелли Литвак
Алла Кечеджан



Математика - великая и ужасная!

Public Group

Discussion

Алла's post

Members

Events

Videos

Photos



Change Group Photo

Joined ▾

Notifications

Share

⋮

Total Members

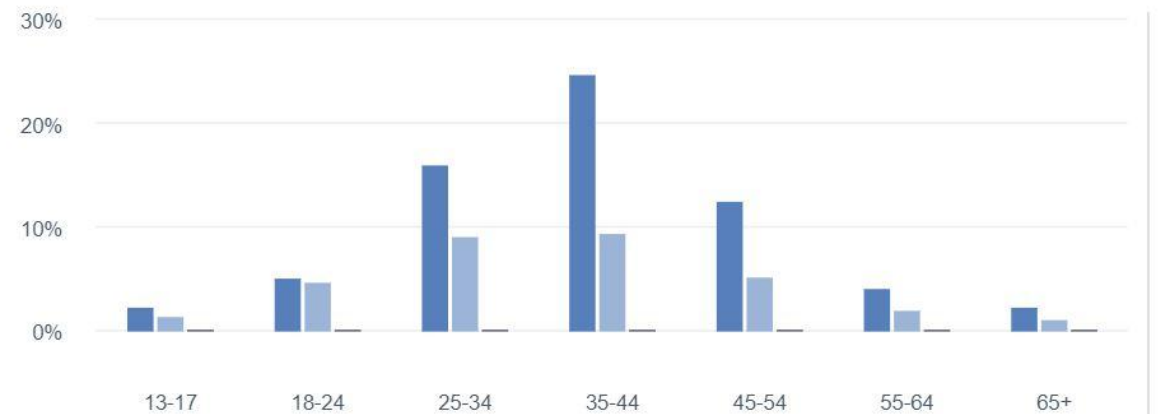
Oct 14, 2017 - Nov 10, 2017

4.1K Members



Age and Gender

67 % Women 32.9 % Men 0.1 % Custom



Зачем мне нужно знать, что такое логарифм

- Структурированное мышление
- Понимание процессов и связей в реальном мире
- Как компьютер запоминает и передает информацию?
- Почему расстояния между участниками социальной сети такие короткие? (точнее: сравнимы с логарифмом от числа участников)
- Почему если маленькая группа людей откажется от прививки, то это может привести к глобальной эпидемии?
- Как компьютер находит «похожие» товары и «похожих» пользователей?

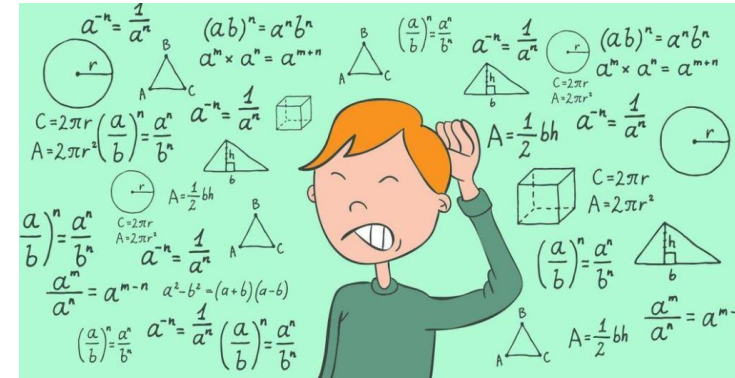


e-n-a-t-i-r-o-d

letter	% van alle letters
e	18,91
n	10,03
a	7,49
t	6,79
i	6,50
r	6,41
o	6,06
d	5,93

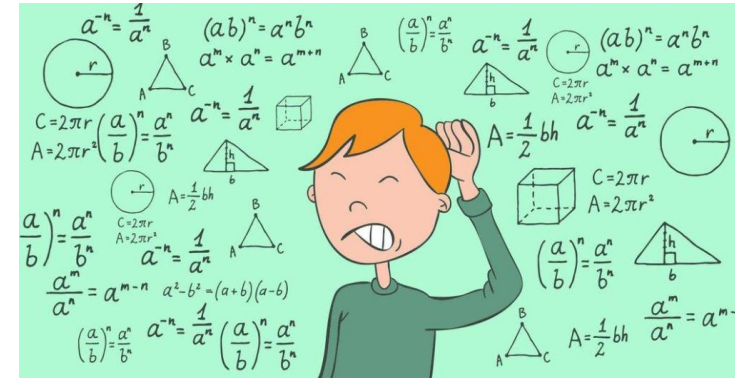
Школьная математика

- Индивидуальная работа
- Главное – без ошибок!
- Надо выучить много непонятных формул



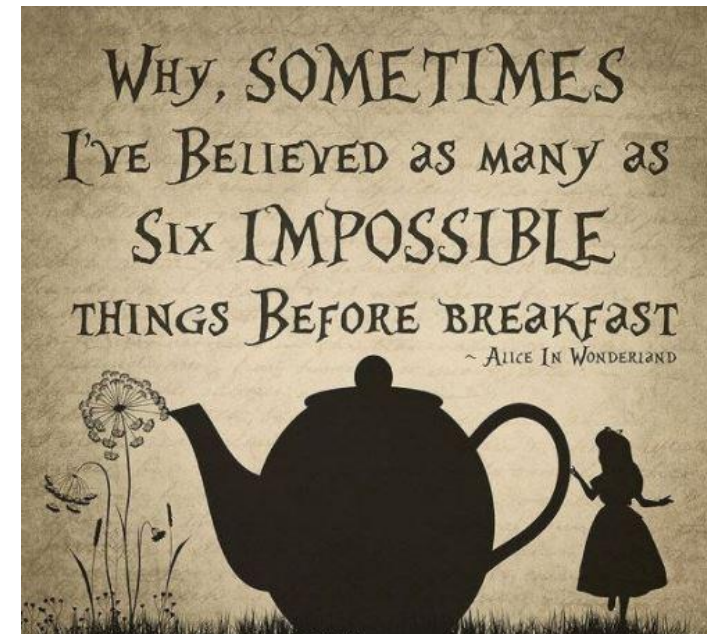
Школьная математика

- Индивидуальная работа
- Главное – без ошибок!
- Надо выучить много непонятных формул



Математика на самом деле

- Обсуждения и споры
- Огромное количество ошибок
- Креативный процесс



*«Я не возражаю против формул и фактов. Я жалею о
отсутствии математики на наших уроках математики.»*

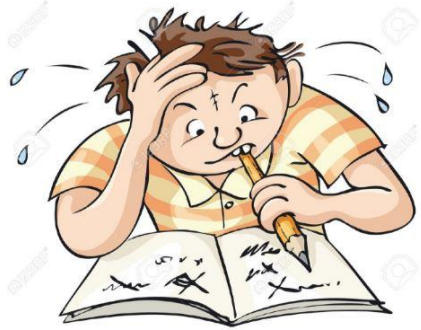
Пол Локхард, «Плач математика»

«Я не возражаю против формул и фактов. Я жалуюсь на отсутствие математики на наших уроках математики.»

Пол Локхард, «Плач математика»

Интересно, почему есть понятие «школьная» и «высшая» математика, но нет понятия «высшей» литературы, биологии и даже физики!





**СТАРАЙСЯ
БОЛЬШЕ!!!**

- Главное в математике это ПОНЯТЬ
- Упражнения нужны чтобы закрепить ПОНИМАНИЕ
- ❖ Математика – очень поступательная наука
- ❖ Математические концепции быстро забываются
- Упражняться не поняв БЕСПОЛЕЗНО!

Математические способности

- **В школе:** думать быстро, хорошая память
 - **В науке:** особо не важно ни то, ни другое!
 - *«Математика – это наука о понимании»* Билл Терстон
-
- Математика – это чистая логика, наука объяснения
 - Понять логику в состоянии абсолютно ВСЕ!
 - Способности = интерес

Ошибки

- Джо Боулер: Ошибки полезны!
- Когда человек делает ошибку, появляются новые связи в мозге
- Новые связи появляются даже если человек не осознал и не исправил ошибку!
- Когда человек дает правильный ответ, этого не происходит!

Ошибки

- Джо Боулер: Ошибки полезны!
- Когда человек делает ошибку, появляются новые связи в мозге
- Новые связи появляются даже если человек не осознал и не исправил ошибку!
- Когда человек дает правильный ответ, этого не происходит!

~~НЕТ, НЕ
ПРАВИЛЬНО!!!~~

**ОБЪЯСНИ,
ПОЧЕМУ?**

Великая и ужасная математика...



- Учебники математики надо писать в соавторстве с «гуманитариями»
- Математики не понимают, что тут может быть непонятного!
- «Технический снобизм»
- Совсем не всем нужно становиться математиками
- Понять основы настоящей живой математики может **КАЖДЫЙ!**

Математические способности

- Математика – это чистая логика
- Понять логику в состоянии абсолютно ВСЕ!
- Математические способности = скорость и легкость усвоения

Способности

- Математические
- Гуманитарные
- Технические
- Естественнонаучные
- Обществознание
- Экономика
- Спортивные
- Художественные
- Музыкальные
- Журналистские
- Педагогические
- Креативность
- Актерские
- Танцы
- Золотые руки
- Кулинария
- Садоводство
- Мода
- Бизнес
- Организаторские
- Лидерские
- Социальные
- Юмор



- Арьен Любах,
Нидерланды
- Журналист, писатель

Папа Любах: Арьен, я надеюсь, что хоть этот диплом ты получишь.

На твоих шутках не проживешь!


Арьен (19 лет): Папа, я могу год прожить только на этой шутке.



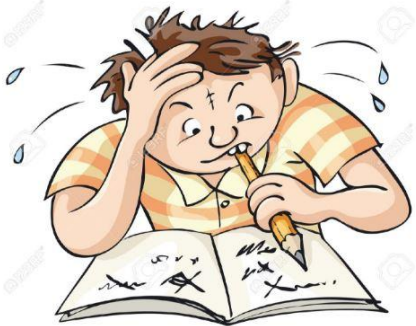
- Малала Юсуфзай, Пакистан
- Дата рождения: 12-07-1997
- Нобелевская премия Мира 2014

- Математические ✓
- Гуманитарные ✓
- Технические
- Естественнонаучные
- Обществознание
- Экономика

- Спортивные
- Художественные
- Музыкальные
- Журналистские
- Педагогические ✓
- Актерские
- Танцевальные
- Креативность ✓
- Золотые руки
- Кулинария
- Садоводство
- Мода

- Бизнес
- Организаторские
- Лидерские ✓ 
- Социальные ✓
- Юмор

СТАРАЙСЯ БОЛЬШЕ!!!



- Математические
- Гуманитарные
- Технические
- Естественнонаучные
- Обществознание
- Экономика

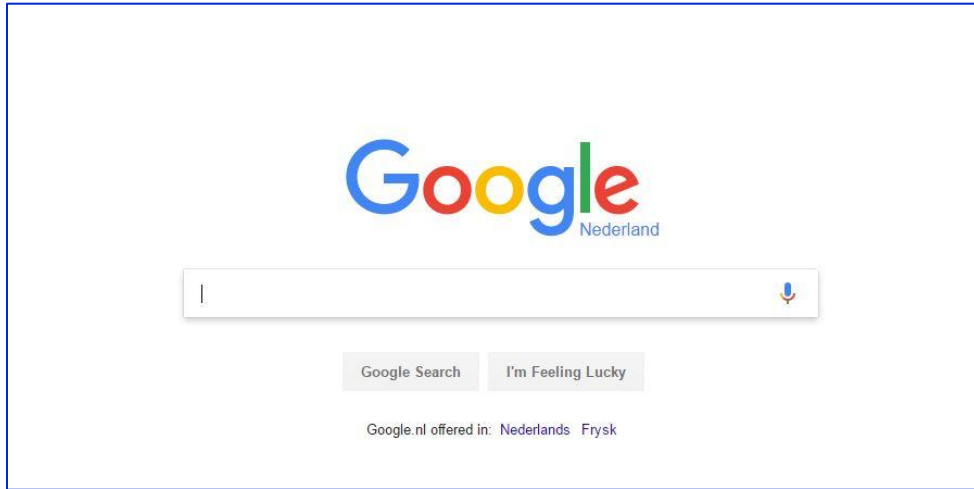
- Спортивные
- Художественные
- Музыкальные
- Журналистские
- Педагогические
- Актерские
- Танцевальные
- Креативность
- Золотые руки
- Кулинария
- Садоводство
- Мода

- Бизнес
- Организаторские
- Лидерские
- Социальные
- Юмор

Интерне

т

Интернет



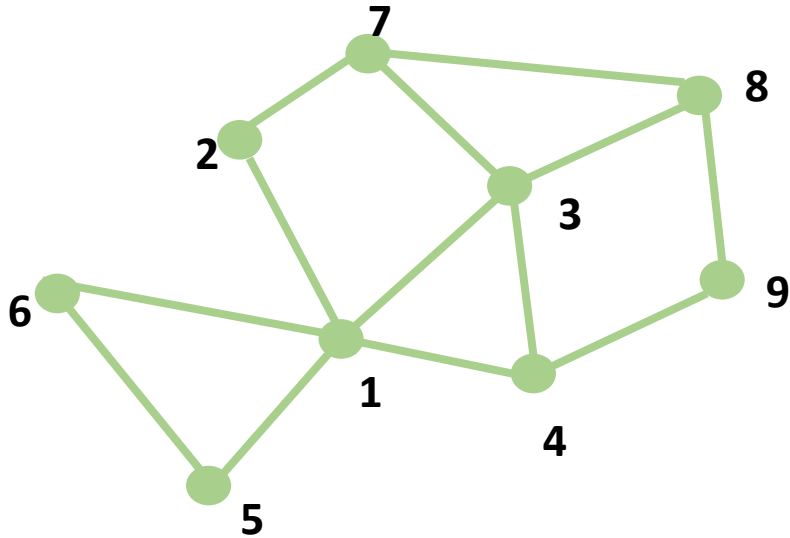
Интернет



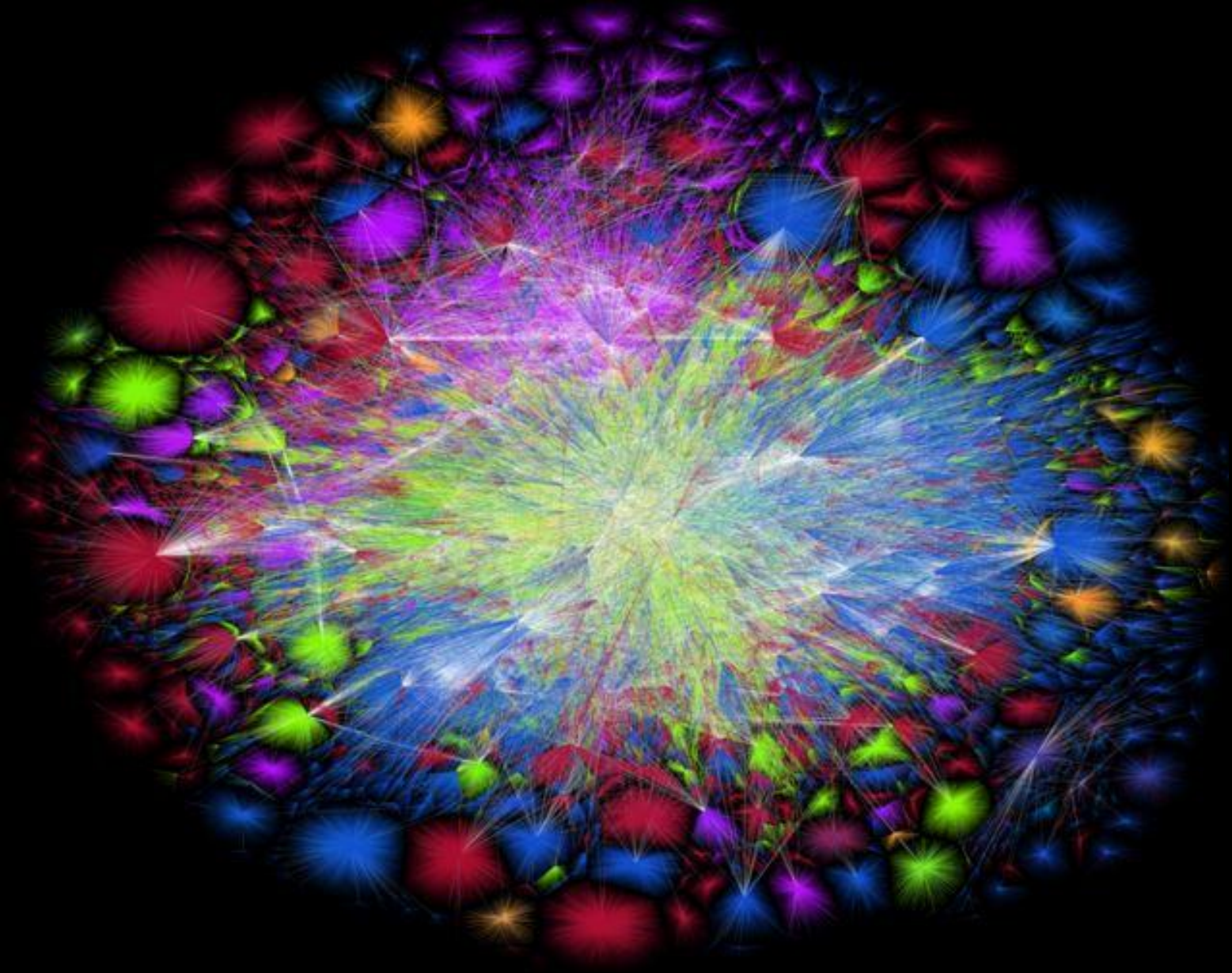
Сохранится ли связь в
Интернете?

Интернет как граф

- Серверы/компьютеры = узлы (вершины)
- Каналы связи / кабели = линии (ребра)



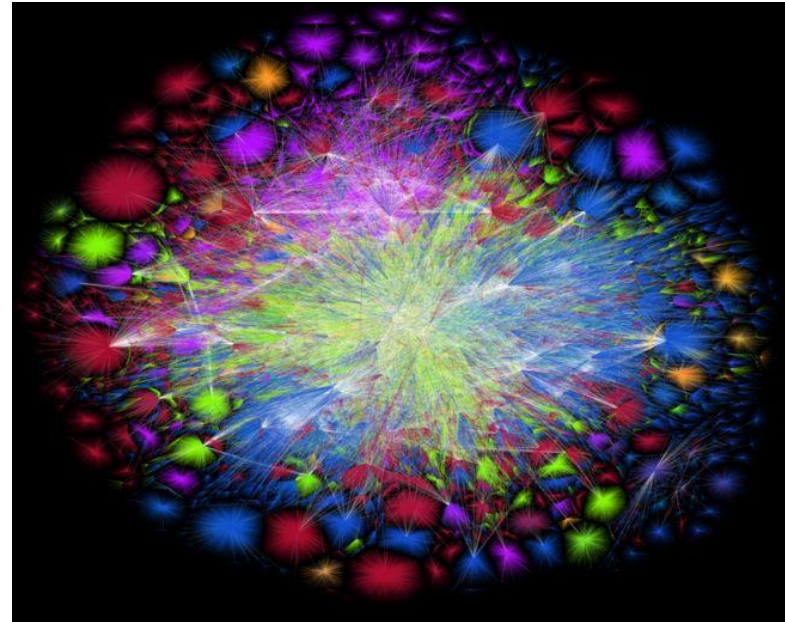
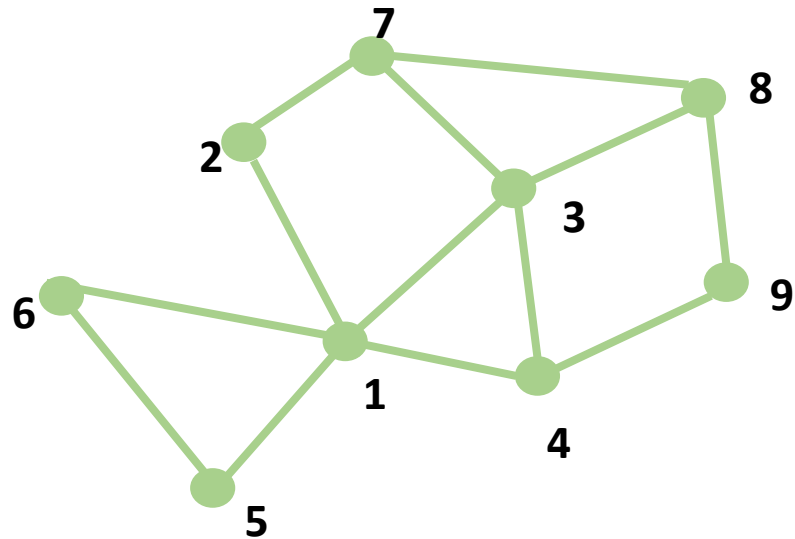
- Как выглядит Интернет как граф?



Barrett Lyon www.opte.org

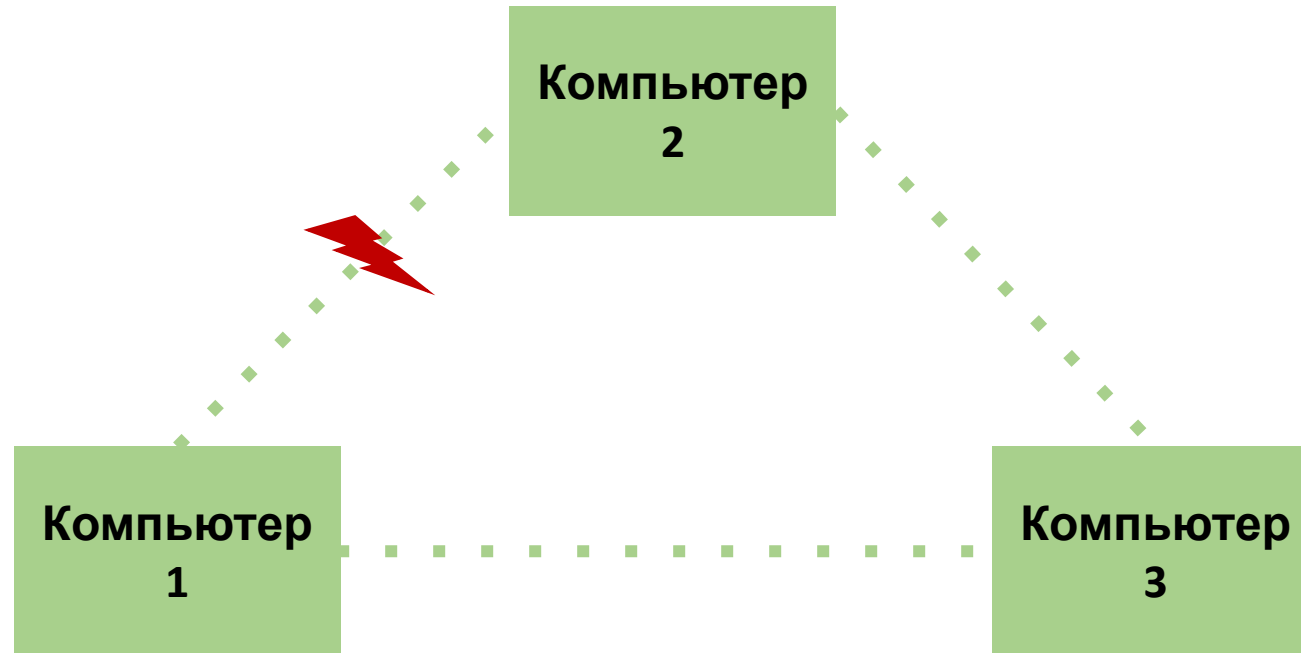
- **Связный граф:**

Мы можем дойти по линиям с одного узла на другой.



- Останется ли Интернет связным графом, если есть помехи, перегрузки, атаки?

Мини-Интернет



- Канал доступен с вероятностью p , $0 < p < 1$
- Помеха в канале с вероятностью $1-p$

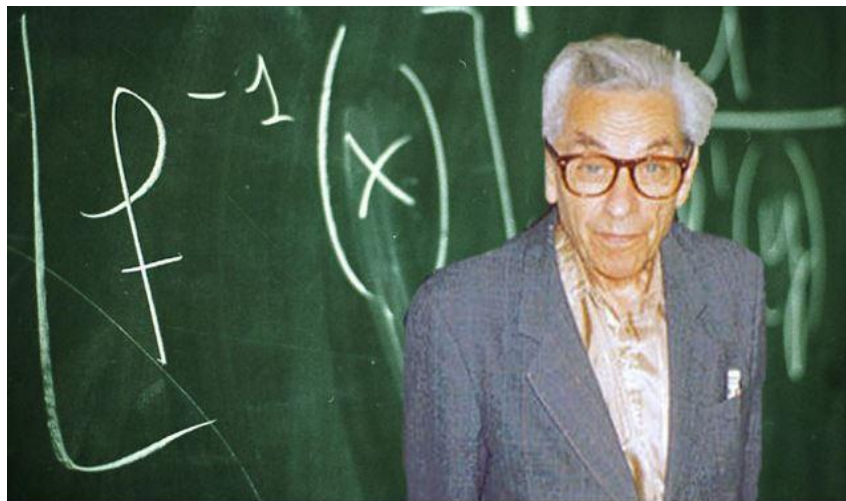
Вероятность потери связи



$$3p(1-p)^2 + (1-p)^3$$

- Если $(1-p)$ мало, то $(1-p) > 3p(1-p)^2 + (1-p)^3$
- Сеть более надежна, чем один канал!
- **Что если сеть очень большая?**

Пол Эрдеш (1913-1996)



- около 1500 статей
- 509 соавторов

«... Его не соблазняли посты и деньги. Большинство из нас окружили себя множеством земных благ и обязательств. Каждая встреча с ним напоминала мне, что это все-таки возможно, вот так идти за своей мечтой, не обращая никакого внимания на мелочи жизни...».

Фэн Чжун, Университет Калифорнии в Сан Диего

Случайный граф Эрдеша-Реньи (1959)

- n узлов (точек, вершин)
- Линия (ребро) между двумя узлами с вероятностью p
- Независимо от других линий
- Математический подход: $p=p(n)$
- **Теорема (Эрдеш-Реньи).**
 - Если $p > \ln(n)/n$, то с большой вероятностью сеть **связная**
 - Если $p < \ln(n)/n$, то с большой вероятностью **связность потеряна**
 - Если $p = \ln(n)/n$, то **связность потеряна с вероятностью около e^{-1}**

Фазовый переход



Лед превращается в
воду
при температуре 0°C

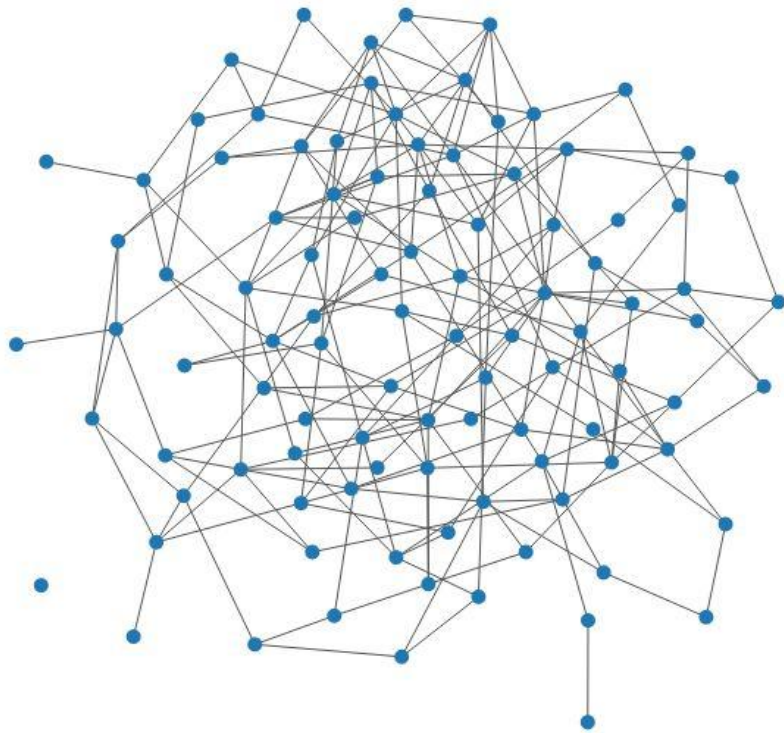
Фазовый переход

- **Теорема (Эрдеш-Реньи).**

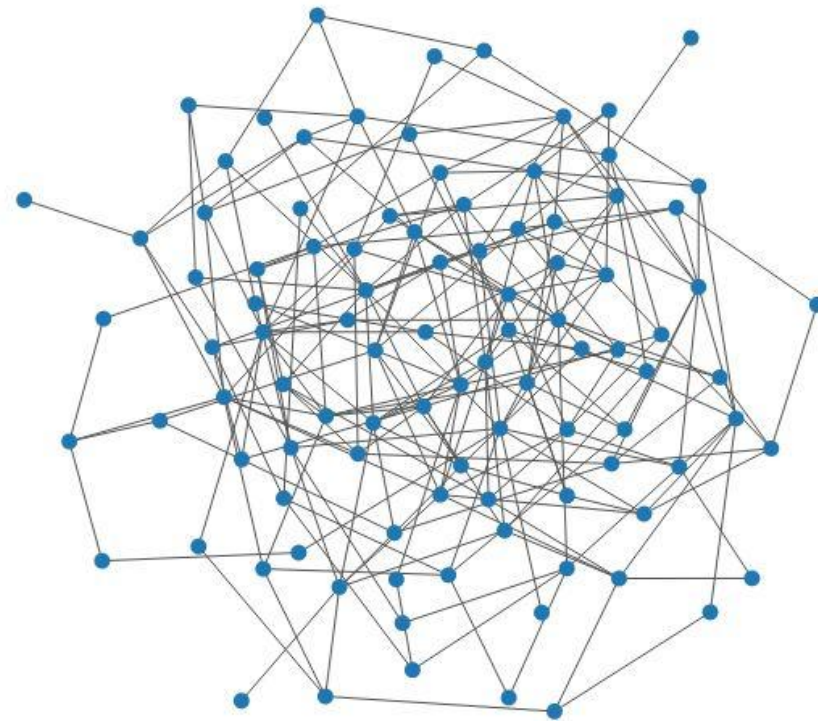
- Если $p > \ln(n)/n$, то с большой вероятностью сеть **связная**
 - Если $p < \ln(n)/n$, то с большой вероятностью **связность потеряна**
 - Если $p = \ln(n)/n$, то **связность потеряна с вероятностью около e^{-1}**
-
- Критическая вероятность $p = \ln(n)/n$
 - Уменьшается когда n увеличивается
 - Мы снова видим, что большие сети более устойчивы!

Пример

- $n=100$, $\ln(n)/n \approx 0.046$



$p=0.04$



$p=0.05$

Откуда берется фазовый переход?

- Наиболее вероятный способ нарушить связь в сети: один из узлов потерял все каналы связи
 - Оторвать целую группу узлов от сети гораздо сложнее!
- $P(\text{один из узлов потерял все каналы связи}) = (1 - p(n))^{n-1}$
- В среднем, число таких узлов = $n (1 - p(n))^{n-1}$
- Теперь подставим $p(n) = c \ln(n)/n$

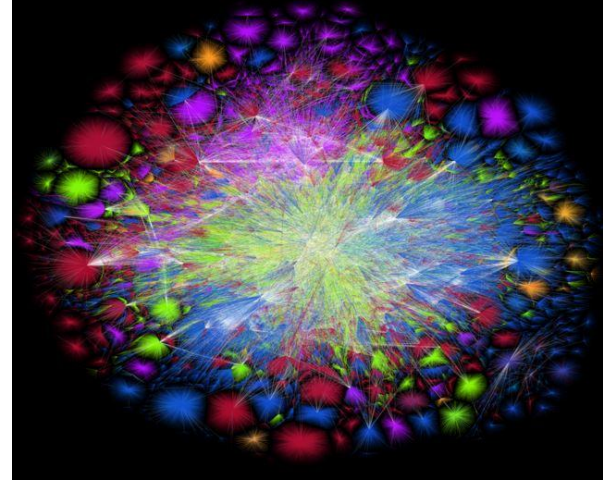
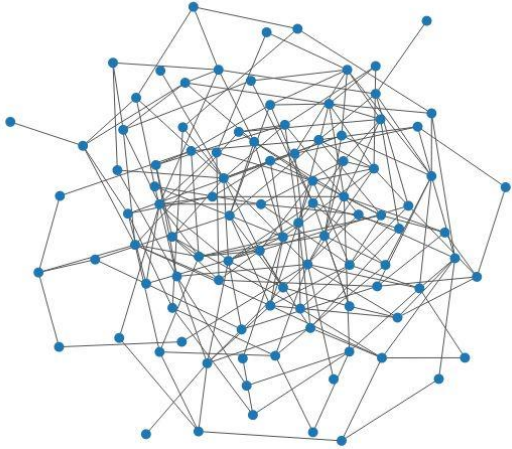
$$\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(1 - \frac{c \ln(n)}{n} \right)^{n-1} = \lim_{n \rightarrow \infty} n e^{-c \ln(n)} = \lim_{n \rightarrow \infty} n^{1-c}.$$

- Если $c < 1$ то среднее количество изолированных узлов стремится к бесконечности
- Если $c > 1$ то среднее количество изолированных узлов стремится к нулю
- Количество изолированных узлов очень близко к своему среднему значению
- Если $c = 1$, то количество изолированных узлов – это случайная величина, распределенная по закону Пуассона $\text{Poisson}(1)$, и тогда $P(0 \text{ изолированных}$

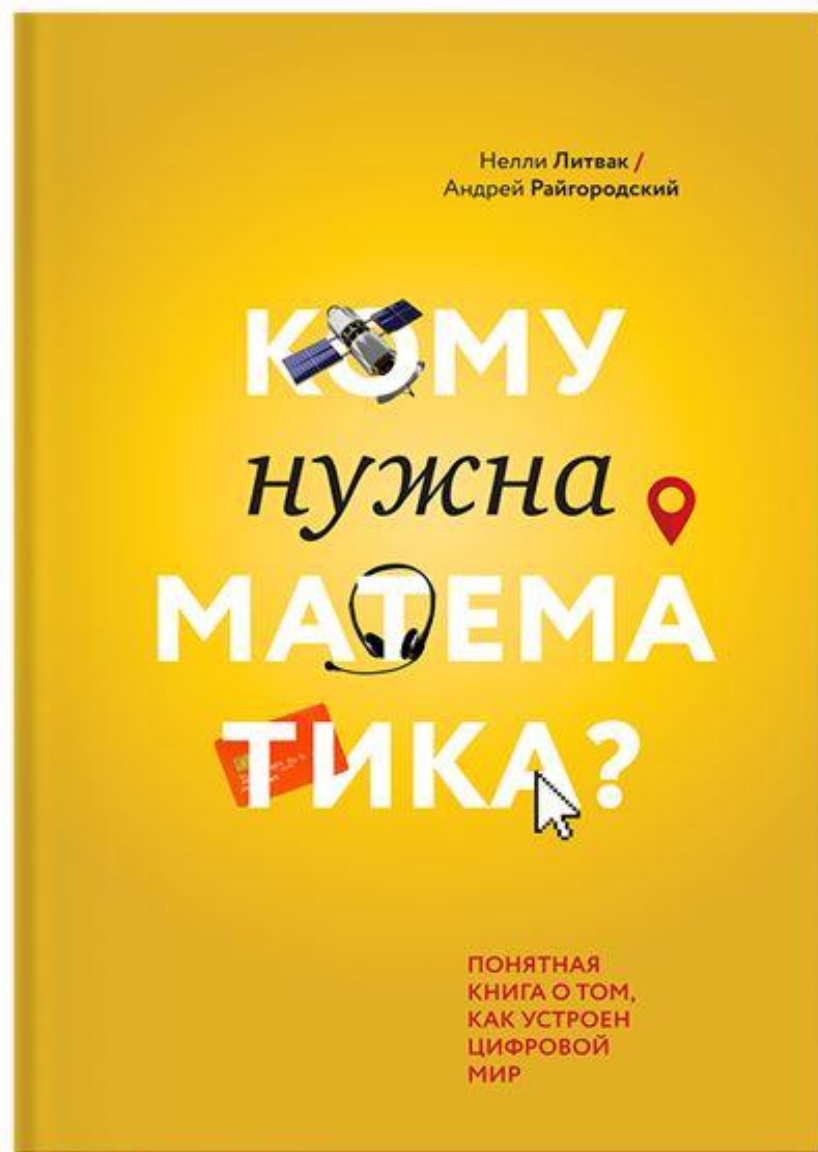
Что мы знаем про устойчивость

Интернета

- Модель Эрдеша-Реньи далека от реальности



- Место нахождения, хабы, опорная сеть, допустимый траффик
- Исследования продолжаются
- Но мы уже много поняли про устойчивость Интернета:
 - Большие сети более устойчивы
 - Фазовый переход



Кому нужна математика?



[добавить
в вишлист](#)

Понятная книга о том, как устроен цифровой мир

[Нелли Литвак и Андрей Райгородский](#)

*Математика
в современной
жизни*

*Для новичков
и профессионалов*

*От успешных
математиков*