Построение и анализ таблиц истинности логических выражений

Задание №2

Что нужно знать?

условные обозначения логических операций

- **¬ A,** не A (отрицание, инверсия)
- **A ∧ B,** A и B (логическое умножение, конъюнкция)
- **A ∨ B,** A или B (логическое сложение, дизъюнкция)
- **A → B** импликация (следование)
- **A ≡ B** эквивалентность (равносильность)

Что нужно знать?

- операцию «импликация» можно выразить через «ИЛИ» и «НЕ»:

$A \rightarrow B = \neg A \vee B$

- иногда для упрощения выражений полезны формулы де Моргана:

$\neg (A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$

$\neg (A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$

$$\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$$

$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$

Что нужно знать?

- если в выражении нет скобок, сначала выполняются все операции «НЕ», затем – «И», затем – «ИЛИ», «импликация», и самая последняя – «эквивалентность»
- таблица истинности выражения определяет его значения при всех возможных комбинациях исходных данных
- если известна только часть таблицы истинности, соответствующее логическое выражение однозначно определить нельзя, поскольку частичной таблице могут соответствовать несколько *разных* логических выражений (не совпадающих для других вариантов входных данных);

Что нужно знать?

- количество *разных* логических выражений, удовлетворяющих неполной таблице истинности, равно 2^k, где k – число *отсутствующих* строк;
-

  например, полная таблица истинности выражения с тремя переменными содержит 2^3=8 строчек, если заданы только 6 из них, то можно найти $2^{8-6}=2^2$=4 *разных* логических выражения, удовлетворяющие этим 6 строчкам (но отличающиеся в двух оставшихся)

Что нужно знать?

- логическая сумма A + B + C + … равна 0 (выражение ложно) тогда и только тогда, когда все слагаемые одновременно равны нулю, а в остальных случаях равна 1 (выражение истинно)
- логическое произведение A · B · C · … равно 1 (выражение истинно) тогда и только тогда, когда все сомножители одновременно равны единице, а в остальных случаях равно 0 (выражение ложно)

Что нужно знать?

- логическое следование (импликация) $A \to B$ равна 0 тогда и только тогда, когда из A (посылка) истинна, а B (следствие) ложно
- эквивалентность $A \equiv B$ равна 1 тогда и только тогда, когда оба значения одновременно равны 0 или одновременно равны 1

Пример 1

Р-01. *Дано логическое выражение, зависящее от 5 логических переменных:*

$$X_1 \land \neg X_2 \land X_3 \land \neg X_4 \land X_5$$

Сколько существует различных наборов значений переменных, при которых выражение ложно?

1) 1 2) 2 3) 31 4) 32

Решение:

1) перепишем выражение в других обозначениях:

$$X_1 \cdot \overline{X_2} \cdot X_3 \cdot \overline{X_4} \cdot X_5$$

2) таблица истинности для выражения с пятью переменными содержит $2^5 = 32$ строки (различные комбинации значений этих переменных)
3) логическое произведение истинно в том и только в том случае, когда все сомножители равны 1, поэтому только один из этих вариантов даст истинное значение выражения, а остальные 32 – 1 = 31 вариант дают ложное значение.
4) таким образом, правильный ответ – 3.

Пример 2

Р-02. *Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F:*

X	*Y*	*Z*	*F*
1	0	0	1
0	0	0	0
1	1	1	0

Какое выражение соответствует F?

1) $\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$ 2) $X \wedge Y \wedge Z$ 3) $X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$ 4) $X \vee \neg Y \vee \neg Z$

Решение:

1) перепишем ответы в других обозначениях:

   1) $\overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z}$ 2) $X \cdot Y \cdot Z$ 3) $X \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z}$ 4) $X + \overline{Y} + \overline{Z}$

2) в столбце F есть единственная единица для комбинации $X = 1, Y = Z = 0$, простейшая функция, истинная (только) для этого случая, имеет вид $X \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z}$, она есть среди приведенных ответов (ответ 3)

3) таким образом, правильный ответ – 3.

Пример 3

Р-03. *Символом F обозначено одно из указанных ниже логических выражений от трех аргументов: X, Y, Z. Дан фрагмент таблицы истинности выражения F. Какое выражение соответствует F?*

X	Y	Z	F
1	0	0	1
0	0	0	1
1	1	1	0

1) $\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$ 2) $X \wedge Y \wedge Z$ 3) $X \vee Y \vee Z$ 4) $\neg X \vee \neg Y \vee \neg Z$

Решение:

таким образом, правильный ответ – 4 ; частичная таблица истинности для всех выражений имеет следующий вид:

X	Y	Z	F	$\overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z}$	$X \cdot Y \cdot Z$	$X + Y + Z$	$\overline{X} + \overline{Y} + \overline{Z}$
1	0	0	1	0 ×	0 ×	1	1
0	0	0	1	–	–	0 ×	1
1	1	1	0	–	–	–	0

(красный крестик показывает, что значение функции не совпадает с F, а знак «–» означает, что вычислять оставшиеся значения не обязательно).

Пример 4

Дан фрагмент таблицы истинности выражения F.

Какое выражение соответствует F?

1) **(x1 ∨ x2) ∧ ¬x3 ∧ x4 ∧ ¬x5 ∧ x6 ∧ ¬x7**
2) **(x1 ∧ x2) ∨ ¬x3 ∨ x4 ∨ ¬x5 ∨ x6 ∨ x7**
3) **(x1 ∧ ¬x2) ∧ x3 ∧ ¬x4 ∧ ¬x5 ∧ x6 ∧ ¬x7**
4) **(¬x1 ∧ ¬x2) ∧ x3 ∧ ¬x4 ∧ x5 ∧ ¬x6 ∧ x7**

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	F
0	1	0	1	1	1	0	0
1	1	0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0	1	0

Решение:

1) в последнем столбце таблицы всего одна единица, поэтому стоит попробовать использовать функцию, состоящую из цепочки операций «И» (ответы 1, 3 или 4);
2) для этой «единичной» строчки получаем, что инверсия (операция «НЕ») должна быть применена к переменным x_3, x_5 и x_7, которые равны нулю:

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	F
1	1	0	1	0	1	0	1

таким образом, остается только вариант ответа 1 (в ответах 3 и 4 переменная x_3 указана без инверсии)

3) проверяем скобку **(x1 ∨ x2)** : в данном случае она равна 1, что соответствует условию
4) ответ: 1.

Пример 5

Р-05. *Дано логическое выражение, зависящее от 5 логических переменных:*

$$z1 \land \neg z2 \land \neg z3 \land \neg z4 \land z5$$

Сколько существует различных наборов значений переменных, при которых выражение ложно?

1) 1 2) 2 3) 31 4) 32

Решение:

1) задано выражение с пятью переменными, которые могут принимать $2^5 = 32$ различных комбинаций значений
2) операция $\land$ – это логическое умножение, поэтому заданное выражение истинно только тогда, когда все сомножитель истинны, то есть в одном единственном случае
3) тогда остается 32 – 1 = 31 вариант, когда выражение ложно
4) ответ: 3.

Пример 6

(http://ege.yandex.ru) *Дан фрагмент таблицы истинности выражения F.*

Одно из приведенных ниже выражений истинно при любых значениях переменных *x1, x2,x3, x4, x5*. Укажите это выражение.

1) **F(x1,x2,x3,x4,x5)→x1**
2) **F(x1,x2,x3,x4,x5)→x2**
3) **F(x1,x2,x3,x4,x5)→x3**
4) **F(x1,x2,x3,x4,x5)→x4**

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	F
1	1	1	0	0	1
1	1	0	1	1	0
0	0	1	1	1	1

Решение:

1) во всех заданных вариантах ответа записана импликация, она ложна только тогда, когда левая часть (значение функции F) истинна, а правая – ложна.
2) выражение 1 ложно для набора переменных в третьей строке таблицы истинности, где $F(...) = 1$ и $x_1 = 0$, оно не подходит
3) выражение 2 ложно для набора переменных в третьей строке таблицы истинности, где $F(...) = 1$ и $x_2 = 0$, оно не подходит
4) выражение 3 истинно для всех наборов переменных, заданных в таблице истинности
5) выражение 4 ложно для набора переменных в первой строке таблицы истинности, где $F(...) = 1$ и $x_4 = 0$, оно не подходит
6) ответ: 3.

Пример 7

Дан фрагмент таблицы истинности выражения F.

Какое выражение соответствует F?

1) **(x1 ∧ x2) ∨ (x3 ∧ x4) ∨ (x5 ∧ x6)**
2) **(x1 ∧ x3) ∨ (x3 ∧ x5) ∨ (x5 ∧ x1)**
3) **(x2 ∧ x4) ∨ (x4 ∧ x6) ∨ (x6 ∧ x2)**
4) **(x1 ∧ x4) ∨ (x2 ∧ x5) ∨ (x3 ∧ x6)**

x1	*x2*	*x3*	*x4*	*x5*	*x6*	*F*
0	1	0	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0

Решение:

1) во-первых, обратим внимание, что в столбце F – все нули, то есть, при всех рассмотренных наборах x1, …, x6 функция ложна
2) перепишем предложенные варианты в более простых обозначениях:
   $x_1 \cdot x_2 + x_3 \cdot x_4 + x_5 \cdot x_6$
   $x_1 \cdot x_3 + x_3 \cdot x_5 + x_5 \cdot x_1$
   $x_2 \cdot x_4 + x_4 \cdot x_5 + x_6 \cdot x_2$
   $x_1 \cdot x_4 + x_2 \cdot x_5 + x_3 \cdot x_6$
3) это суммы произведений, поэтому для того, чтобы функция была равна 0, необходимо, чтобы все произведения были равны 0
4) по таблице смотрим, какие произведения равны 1:
   1-я строка: $x_2 \cdot x_5$, $x_2 \cdot x_6$ и $x_5 \cdot x_6$
   2-я строка: $x_3 \cdot x_6$
   3-я строка: $x_2 \cdot x_4$, $x_2 \cdot x_6$ и $x_4 \cdot x_6$
5) таким образом, нужно выбрать функцию, где эти произведения не встречаются; отметим их:
   $x_1 \cdot x_2 + x_3 \cdot x_4 + x_5 \cdot x_6$
   $x_1 \cdot x_3 + x_3 \cdot x_5 + x_5 \cdot x_1$
   $x_2 \cdot x_4 + x_4 \cdot x_5 + x_6 \cdot x_2$
   $x_1 \cdot x_4 + x_2 \cdot x_5 + x_3 \cdot x_6$
6) единственная функция, где нет ни одного «запрещённого» произведения – это функция 2
7) Ответ: 2.

Пример 8

Дан фрагмент таблицы истинности выражения F. Какое выражение соответствует F?

1) **(x2 → x1) ∧ ¬x3 ∧ x4 ∧ ¬x5 ∧ x6 ∧ ¬x7 ∧ x8**
2) **(x2 → x1) ∨ ¬x3 ∨ x4 ∨ ¬x5 ∨ x6 ∨ ¬x7 ∨ x8**
3) **¬(x2 → x1) ∧ x3 ∧ ¬x4 ∧ x5 ∧ ¬x6 ∧ x7 ∧ ¬x8**
4) **(x2 → x1) ∨ x3 ∨ ¬x4 ∨ x5 ∨ ¬x6 ∨ x7 ∨ ¬x8**

x1	*x2*	*x3*	*x4*	*x5*	*x6*	*x7*	*x8*	*F*
1	0	1	0	1	1	1	0	0
0	1	0	1	1	0	0	1	0
0	1	1	0	1	0	1	0	1

Решение:

1) перепишем выражение в более простой форме, заменив «И» (∧) на умножение и «ИЛИ» (∨) на сложение:

$$(x_2 \to x_1)\cdot \bar{x}_3 \cdot x_4 \cdot \bar{x}_5 \cdot x_6 \cdot \bar{x}_7 \cdot x_8$$

$$(x_2 \to x_1) + \bar{x}_3 + x_4 + \bar{x}_5 + x_6 + \bar{x}_7 + x_8$$

$$\overline{(x_2 \to x_1)}\cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot x_5 \cdot \bar{x}_6 \cdot x_7 \cdot \bar{x}_8$$

$$(x_2 \to x_1) + x_3 + \bar{x}_4 + x_5 + \bar{x}_6 + x_7 + \bar{x}_8$$

2) в этом задании среди значений функции только одна единица, как у операции «И», это намекает на то, что нужно искать правильный ответ среди вариантов, содержащих «И», «НЕ» и импликацию (это варианты 1 и 3)
3) действительно, вариант 2 исключён, потому что при x_4=1 во второй строке получаем 1, а не 0
4) аналогично, вариант 4 исключён, потому что при x_5=1 в первой строке получаем 1, а не 0
5) итак, остаются варианты 1 и 3; вариант 1 не подходит, потому что при x_6=0 в третьей строке получаем 0, а не 1
6) проверяем подробно вариант 3, он подходит во всех строчках
7) Ответ: 3.

Пример 9

Александра заполняла таблицу истинности для выражения F. Она успела заполнить лишь небольшой фрагмент таблицы:

x1	*x2*	*x3*	*x4*	*x5*	*x6*	*x7*	*x8*	*F*
	0						1	1
1			0					0
			1				1	0

Каким выражением может быть F?

1) **¬x1 ∧ x2 ∨ x2 ∧ ¬x3 ∧ ¬x4 ∨ x2 ∧ ¬x5 ∨ x5 ∧ x6 ∧ ¬x7 ∧ ¬x8**
2) **(x1 ∧ ¬x2 ∨ ¬x3 ∨ x4) ∧ (x5 ∨ x6 ∨ ¬x7 ∨ x8)**
3) **x1 ∧ ¬x8 ∨ ¬x3 ∧ x4 ∧ x5 ∨ ¬x6 ∧ ¬x7 ∧ x8**
4) **x1 ∧ ¬x4 ∨ x2 ∧ x3 ∧ ¬x4 ∨ ¬x5 ∨ ¬x6 ∨ ¬x7 ∨ ¬x8**

Решение:

1) перепишем выражения в более простой форме, заменив «И» (∧) на умножение и «ИЛИ» (∨) на сложение:
   1) $\overline{x}_1 \cdot x_2 + x_2 \cdot \overline{x}_3 \cdot \overline{x}_4 + x_2 \cdot \overline{x}_5 + x_5 \cdot x_6 \cdot \overline{x}_7 \cdot \overline{x}_8$
   2) $(x_1 \cdot \overline{x}_2 + \overline{x}_3 + x_4) \cdot (x_5 + x_6 + \overline{x}_7 + x_8)$
   3) $x_1 \cdot \overline{x}_8 + \overline{x}_3 \cdot x_4 \cdot x_5 + \overline{x}_6 \cdot \overline{x}_7 \cdot x_8$
   4) $x_1 \cdot \overline{x}_4 + x_2 \cdot x_3 \cdot \overline{x}_4 + \overline{x}_5 + \overline{x}_6 + \overline{x}_7 + \overline{x}_8$
2) среди заданных вариантов ответа нет «чистых» конъюнкций и дизъюнкций, поэтому мы должны проверить возможные значения всех выражений для каждой строки таблицы
3) подставим в эти выражения известные значения переменных из первой строчке таблицы, $x_2 = 0$ и $x_8 = 1$:
   1) $\overline{x}_1 \cdot 0 + 0 \cdot x_3 \cdot \overline{x}_4 + 0 \cdot \overline{x}_5 + x_5 \cdot x_6 \cdot \overline{x}_7 \cdot 0 = 0$
   2) $(x_1 \cdot 1 + \overline{x}_3 + x_4) \cdot (x_5 + x_6 + \overline{x}_7 + 1) = x_1 + \overline{x}_3 + x_4$
   3) $x_1 \cdot 0 + \overline{x}_3 \cdot x_4 \cdot x_5 + \overline{x}_6 \cdot \overline{x}_7 \cdot 1 = \overline{x}_3 \cdot x_4 \cdot x_5 + \overline{x}_6 \cdot \overline{x}_7$
   4) $x_1 \cdot \overline{x}_4 + 0 \cdot x_3 \cdot \overline{x}_4 + \overline{x}_5 + \overline{x}_6 + \overline{x}_7 + 0 = x_1 \cdot \overline{x}_4 + \overline{x}_5 + \overline{x}_6 + \overline{x}_7$
4) видим, что первое выражение при $x_2 = 0$ и $x_8 = 1$ всегда равно нулю, поэтому вариант 1 не подходит; остальные выражения вычислимы, то есть, могут быть равны как 0, так и 1

Пример 9

Александра заполняла таблицу истинности для выражения F. Она успела заполнить лишь небольшой фрагмент таблицы:

x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	F
							1	1
1			0					0
			1				1	0

Каким выражением может быть F?

1) **¬x1 ∧ x2 ∨ x2 ∧ ¬x3 ∧ ¬x4 ∨ x2 ∧ ¬x5 ∨ x5 ∧ x6 ∧ ¬x7 ∧ ¬x8**
2) **(x1 ∧ ¬x2 ∨ ¬x3 ∨ x4) ∧ (x5 ∨ x6 ∨ ¬x7 ∨ x8)**
3) **x1 ∧ ¬x8 ∨ ¬x3 ∧ x4 ∧ x5 ∨ ¬x6 ∧ ¬x7 ∧ x8**
4) **x1 ∧ ¬x4 ∨ x2 ∧ x3 ∧ ¬x4 ∨ ¬x5 ∨ ¬x6 ∨ ¬x7 ∨ ¬x8**

Решение:

5) подставляем в оставшиеся три выражения известные данные из второй строчки таблицы, $x_1 = 1$ и $x_4 = 0$:

   2) $(1 \cdot \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + 0) \cdot (x_5 + x_6 + \bar{x}_7 + x_8) = (\bar{x}_2 + \bar{x}_3) \cdot (x_5 + x_6 + \bar{x}_7 + x_8)$

   3) $1 \cdot \bar{x}_8 + \bar{x}_3 \cdot 0 \cdot x_5 + \bar{x}_6 \cdot \bar{x}_7 \cdot x_8 = \bar{x}_8 + \bar{x}_6 \cdot \bar{x}_7 \cdot x_8$

   4) $1 \cdot 1 + x_2 \cdot x_3 \cdot 1 + \bar{x}_5 + \bar{x}_6 + \bar{x}_7 + \bar{x}_8 = 1$

6) видим, что выражение 4 при этих данных всегда равно 1, поэтому получить F=0, как задано в таблице, невозможно; этот вариант не подходит
7) остаются выражения 2 и 3; подставляем в них известные данные из третьей строчки таблицы, $x_4 = 1$ и $x_8 = 1$:

   2) $(x_1 \cdot \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + 1) \cdot (x_5 + x_6 + \bar{x}_7 + 1) = 1$

   3) $x_1 \cdot 0 + \bar{x}_3 \cdot 1 \cdot x_5 + \bar{x}_6 \cdot \bar{x}_7 \cdot 1 = \bar{x}_3 \cdot x_5 + \bar{x}_6 \cdot \bar{x}_7$

8) Выражение 2 в этом случае всегда равно 1, поэтому оно не подходит (по таблице истинности оно должно быть равно 0); выражение 3 вычислимо, это и есть правильный ответ
9) Ответ: 3.

Пример 10

Александра заполняла таблицу истинности для выражения F. Она успела заполнить лишь небольшой фрагмент таблицы:

Каким выражением может быть F?

1) **x1 ∧ ¬x2 ∧ x3 ∧ ¬x4 ∧ x5 ∧ x6 ∧ ¬x7 ∧ ¬x8**
2) **x1 ∨ x2 ∨ x3 ∨ ¬x4 ∨ ¬x5 ∨ ¬x6 ∨ ¬x7 ∨ ¬x8**
3) **x1 ∧ ¬x2 ∧ ¬x3 ∧ x4 ∧ x5 ∧ ¬x6 ∧ ¬x7 ∧ x8**
4) **x1 ∨ ¬x2 ∨ x3 ∨ ¬x4 ∨ ¬x5 ∨ ¬x6 ∨ ¬x7 ∨ ¬x8**

x1	*x2*	*x3*	*x4*	*x5*	*x6*	*x7*	*x8*	*F*
	0						1	1
1			0					0
			1				1	0

Решение:

1) перепишем выражения в более простой форме, заменив «И» (∧) на умножение и «ИЛИ» (∨) на сложение:

   1) $x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_3 \cdot \bar{x}_4 \cdot x_5 \cdot x_6 \cdot \bar{x}_7 \cdot \bar{x}_8$

   2) $x_1 + x_2 + x_3 + \bar{x}_4 + \bar{x}_5 + \bar{x}_6 + \bar{x}_7 + \bar{x}_8$

   3) $x_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 \cdot x_4 \cdot x_5 \cdot \bar{x}_6 \cdot \bar{x}_7 \cdot x_8$

   4) $x_1 + \bar{x}_2 + x_3 + \bar{x}_4 + \bar{x}_5 + \bar{x}_6 + \bar{x}_7 + \bar{x}_8$

2) в последнем столбце в таблице видим одну единицу и два нуля, поэтому это не может быть дизъюнкция, которая даёт ноль только при одном наборе значений переменных; таким образом, варианты 2 и 4 заведомо неверные, нужно сделать выбор между ответами 1 и 3
3) рассматриваем «особую» строчку таблице, в которой функция равна 1;
4) поскольку мы говорим о конъюнкции, переменная x_2 должна входить в неё с инверсией (это выполняется для обоих оставшихся вариантов), а переменная x_8 – без инверсии; последнее из этих двух условий верно только для варианта 3, это и есть правильный ответ.
5) Ответ: 3.

Пример 11

Александра заполняла таблицу истинности для выражения F. Она успела заполнить лишь небольшой фрагмент таблицы:

Каким выражением может быть F?

1) **x1 ∧ ¬x2 ∧ x3 ∧ ¬x4 ∧ x5 ∧ x6 ∧ ¬x7 ∧ ¬x8**
2) **x1 ∨ x2 ∨ x3 ∨ ¬x4 ∨ ¬x5 ∨ ¬x6 ∨ ¬x7 ∨ ¬x8**
3) **¬x1 ∧ x2 ∧ ¬x3 ∧ x4 ∧ x5 ∧ ¬x6 ∧ ¬x7 ∧ ¬x8**
4) **x1 ∨ ¬x2 ∨ x3 ∨ ¬x4 ∨ ¬x5 ∨ ¬x6 ∨ ¬x7 ∨ ¬x8**

x1	*x2*	*x3*	*x4*	*x5*	*x6*	*x7*	*x8*	*F*
	0						1	0
1			0					1
			1				1	1

Решение:

- в последнем столбце таблицы истинности видим две единицы, откуда сразу следует, что это не может быть цепочка операций «И» (конъюнкций), которая даёт только одну единицу; поэтому ответы 1 и 3 заведомо неверные
- анализируем первую строку таблицы истинности; мы знаем в ней только два значения $x_2 = 0$ и $x_8 = 1$
- для того, чтобы в результате в первой строке получить 0, необходимо, чтобы переменная x_8 входила в сумму с инверсией (тогда из 1 получится 0!), это условие выполняется для обоих оставшихся вариантов, 2 и 4
- кроме того, переменная x_2 должна входить в выражение без инверсии (иначе соответствующее слагаемое в первой строке равно 1, и это даст в результате 1); этому условию не удовлетворяет выражение 4; остается один возможный вариант – выражение 2

Ответ: 2.

Пример 12

Дан фрагмент таблицы истинности для выражения F:

Укажите максимально возможное число различных строк полной таблицы истинности этого выражения, в которых значение x1 не совпадает с F.

x1	*x2*	*x3*	*x4*	*x5*	*F*
0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1

Решение:

- полная таблица истинности выражения с пятью переменными содержит 2^5 = 32 строки
- в приведённой части таблицы в двух строках значение *x1* совпадает с *F*, а в одной – не совпадает
- во всех оставшихся (неизвестных) 32 – 3 = 29 строках значения *x1* и *F* могут не совпадать
- всего несовпадающих строк может быть 1 + 29 = 30.

Ответ: 30.

Пример 13

Каждое логическое выражение A и B зависит от одного и того же набора из 5 переменных. В таблицах истинности каждого из этих выражений в столбце значений стоит ровно по 4 единицы. Каково минимально возможное число единиц в столбце значений таблицы истинности выражения $A \vee \neg B$?

Решение:

- полная таблица истинности каждого выражения с пятью переменными содержит $2^5 = 32$ строки
- в каждой таблице по 4 единицы и по 28 (= 32 – 4) нуля
- выражение $A \vee \neg B$ равно нулю тогда и только тогда, когда A = 0 или B = 1
- минимальное количество единиц в таблице истинности выражения $A \vee \neg B$ будет тогда, когда там будет наибольшее число нулей, то есть в наибольшем количество строк одновременно A = 0 и B = 1
- по условию A = 0 в 28 строках, и B = 1 в 4 строках, поэтому выражение $A \vee \neg B$ может быть равно нулю не более чем в 4 строках, оставшиеся 32 – 4 = 28 могут быть равны 1

Ответ: 28.