# *Решение простейших тригонометрических неравенств*

Все сложные тригонометрические неравенства решаются

**Все простейшие тригонометрические неравенства решаются одним и тем же способом:**

простейшие тригонометрические неравенства.

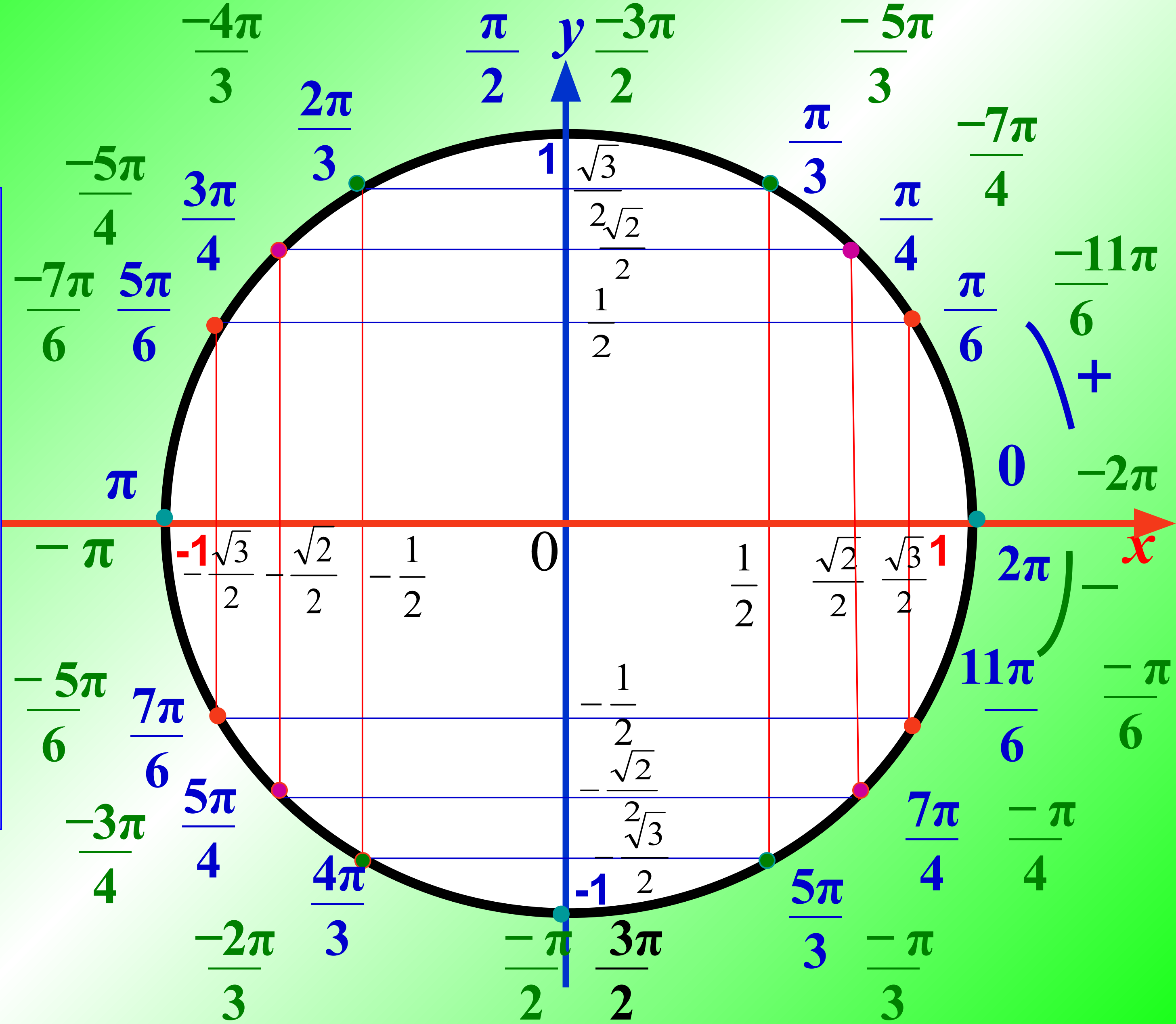
1. Выделяем на единичной окружности дугу, координаты точек которой удовлетворяют нашему неравенству.

2. Определяем **начальную точку** движения по этой дуге, исходя из того, что мы «умеем» двигаться только в положительном направлении, то есть против часовой стрелки **(от меньшего числа к большему)**

3. Двигаясь по выделенной дуге в положительном направлении, определяем **конечную точку** движения.

4. После того, как мы **определили начальную и конечную точку движения** по дуге, записываем решение неравенства и ответ.

**Числа на единичной окружности, которые могут участвовать в записи решения неравенства**



# Алгоритм решения неравенства $\sin x < a$ или $\sin x > a$

**Изобразить единичную окружность, отметить число $y = a$ ($\sin\alpha = y$)**

**Провести прямую $y = a$**

**Выделить дугу окружности, соответствующую знаку сравнения (обход - строго против часовой стрелки).**

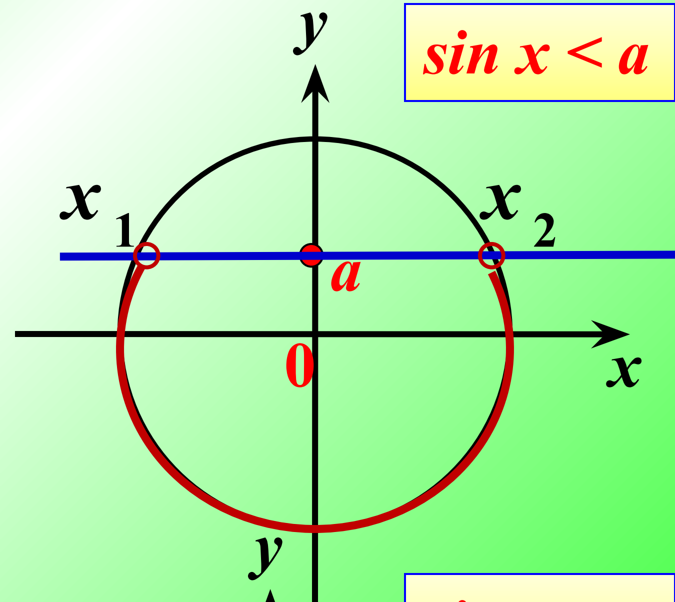
**Записать числовые значения граничных точек дуги. Учитывая, что начало дуги – меньшее значение.**

**Записать решение неравенства**

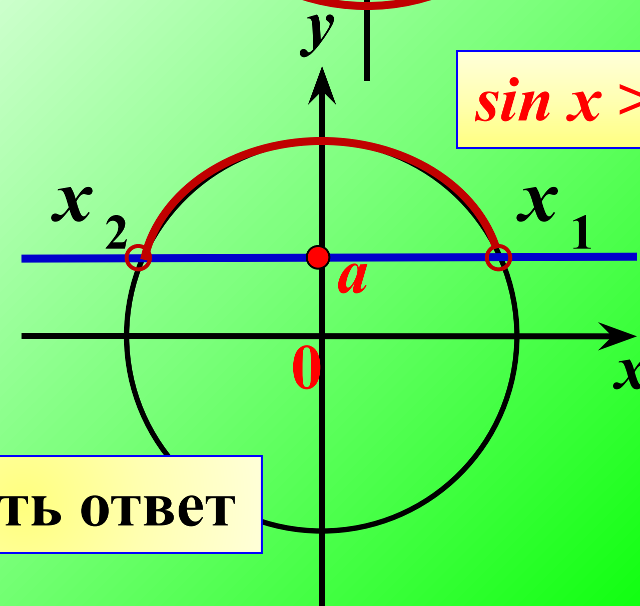
$x_1 + 2\pi n < x < x_2 + 2\pi n,\ n \in Z$

**Записать ответ**

$\sin x < a$



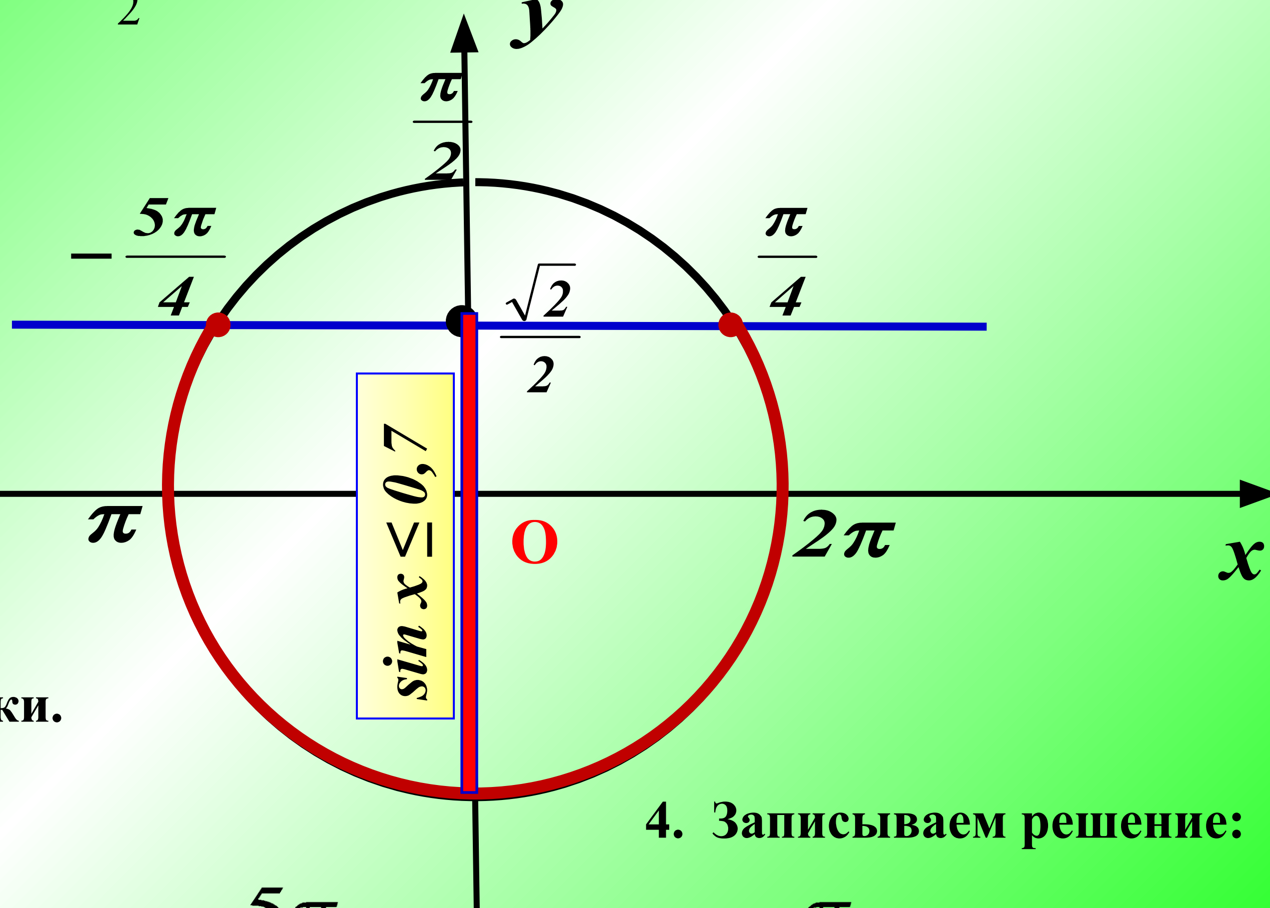

$\sin x > a$



1. На оси **Oy** отмечаем значение $\dfrac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}7$

и проводим прямую $y = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$$\sin x \le \frac{\sqrt{2}}{2}$$



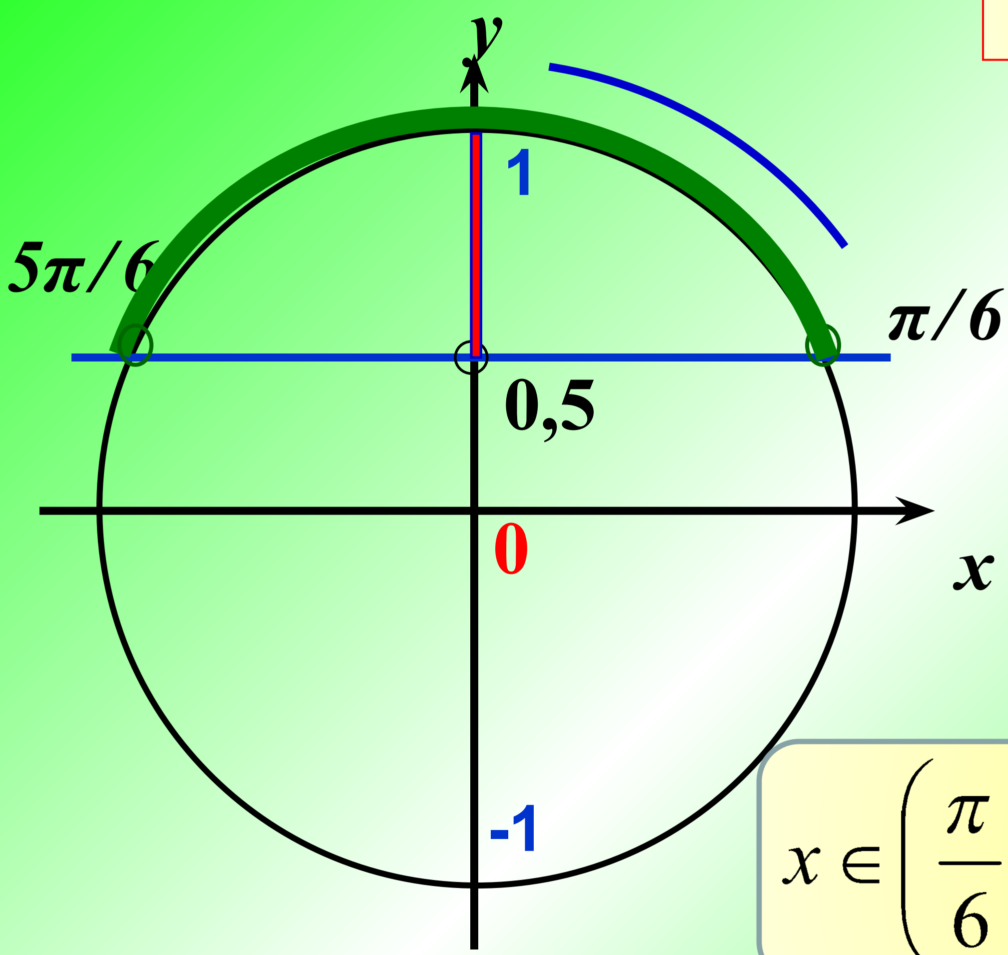

2. Выделяем нижнюю часть окружности (обход - строго против часовой стрелки).

3. Подписываем полученные точки. Обязательно учитываем, что начало дуги – меньшее значение

4. Записываем решение:

$$-\frac{5\pi}{4} + 2\pi k \le x \le \frac{\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in Z$$

$\sin x > 0{,}5$



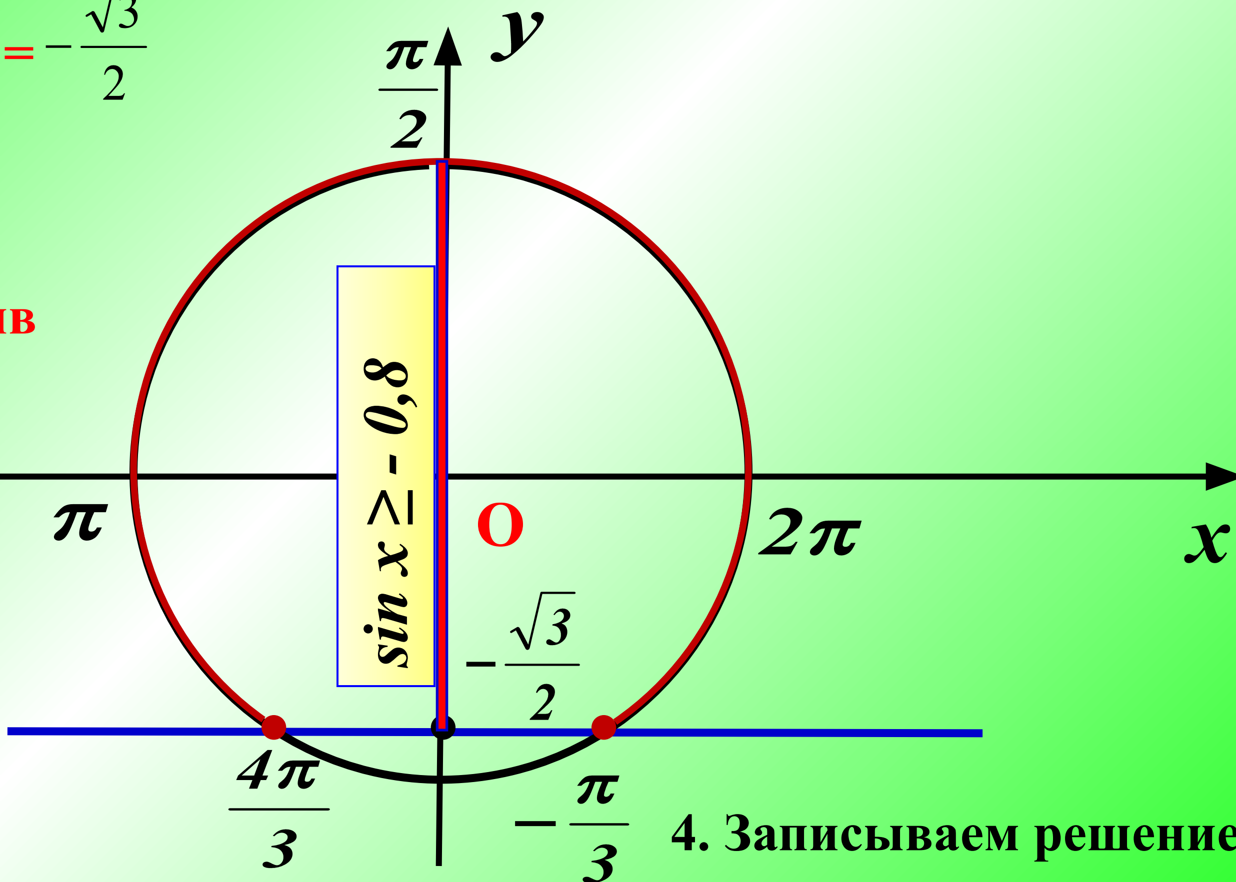

$$x \in \left( \frac{\pi}{6} + 2\pi n;\ \ \frac{5\pi}{6} + 2\pi n \right),\quad n \in Z$$

1. На **Oy** отмечаем значение $-\frac{\sqrt{3}}{2} \approx -0{,}8$

$$\sin x \geq -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

и проводим прямую $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. Выделяем верхнюю часть окружности (обход - строго против часовой стрелки).



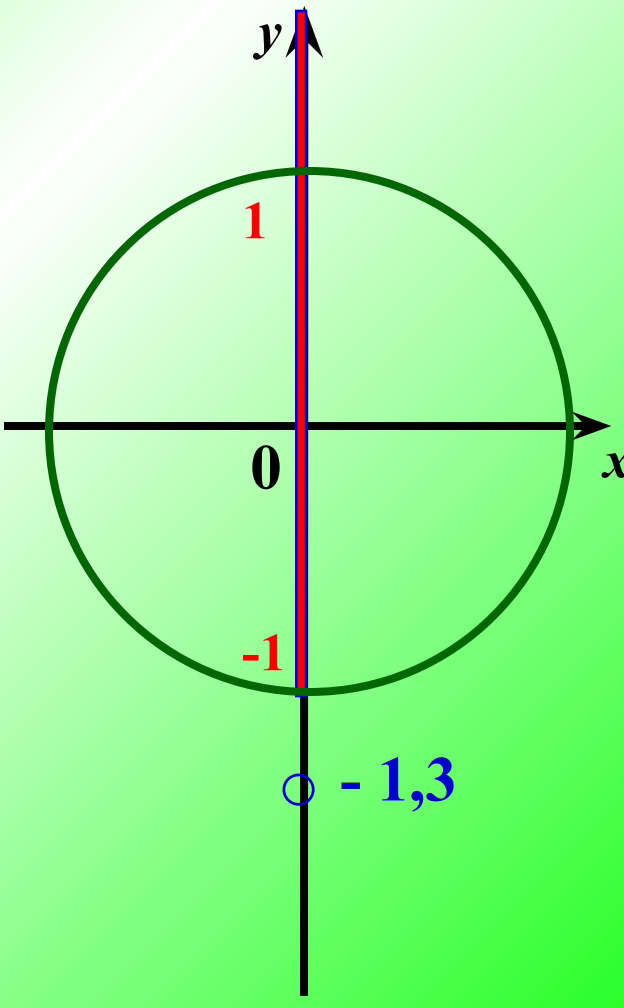

3. Подписываем полученные точки. Обязательно учитываем, что начало дуги – меньшее значение.

4. Записываем решение:

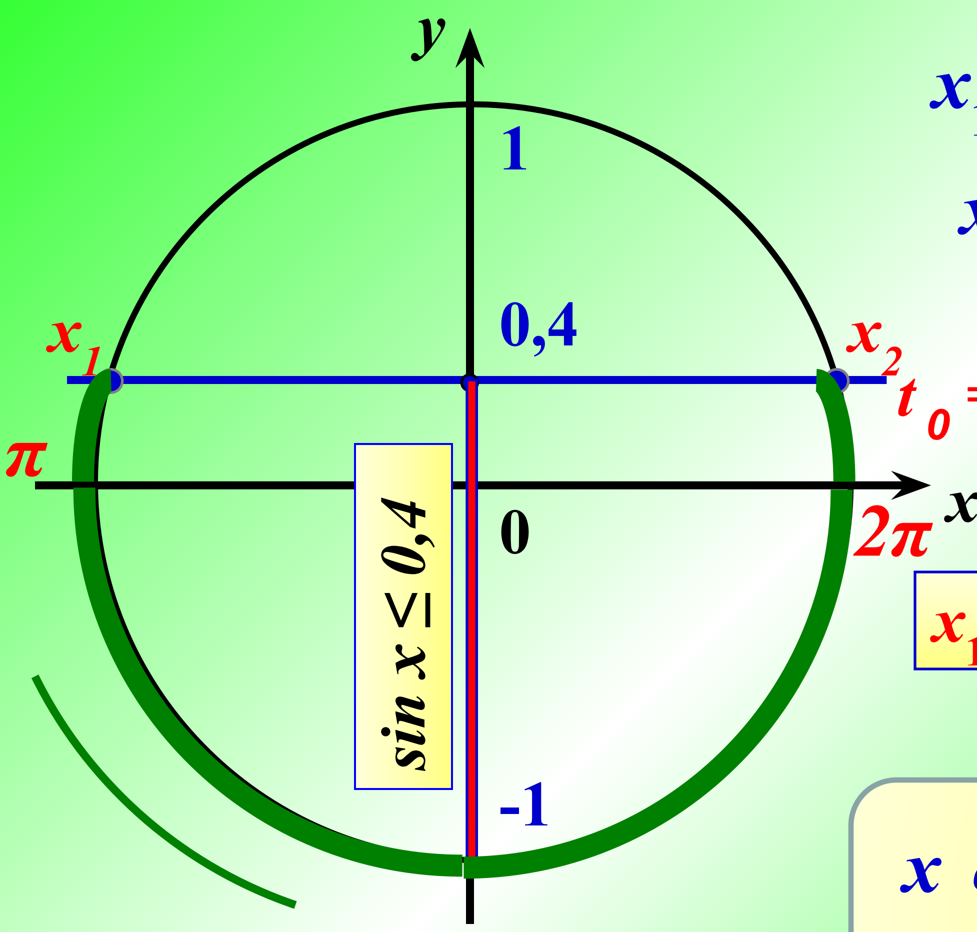
$$-\frac{\pi}{3} + 2\pi k \leq x \leq \frac{4\pi}{3} + 2\pi k,\, k \in Z$$

$\sin x > -1{,}3$

$x \in R$



# $\sin x \le 0{,}4$




$x_1 = \pi - \arcsin 0{,}4$

$x_2 = 2\pi + \arcsin 0{,}4$

$t_0 = \arcsin 0{,}4$

$x_1 + 2\pi k \le x \le x_2 + 2\pi k,\ k \in Z$

$x \in [\pi - \arcsin 0{,}4 + 2\pi k;$
$2\pi + \arcsin 0{,}4 + 2\pi k],\ k \in Z$

# Алгоритм решения неравенства $\cos x > a$ или $\cos x < a$

**Изобразить единичную окружность, отметить число $x = a$ ($\cos\alpha = x$)**

**Провести прямую $x = a$**

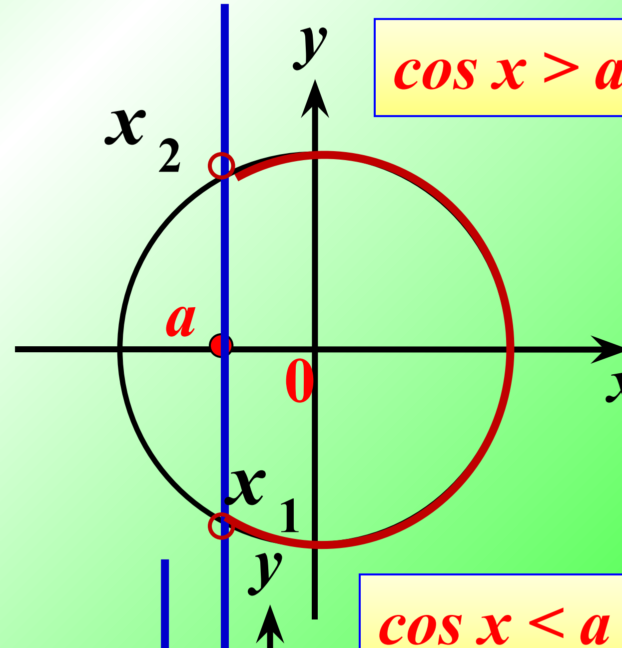
**Выделить дугу окружности, соответствующую знаку сравнения (обход - строго против часовой стрелки).**

**Записать числовые значения граничных точек дуги. Учитывая, что начало дуги – меньшее значение.**

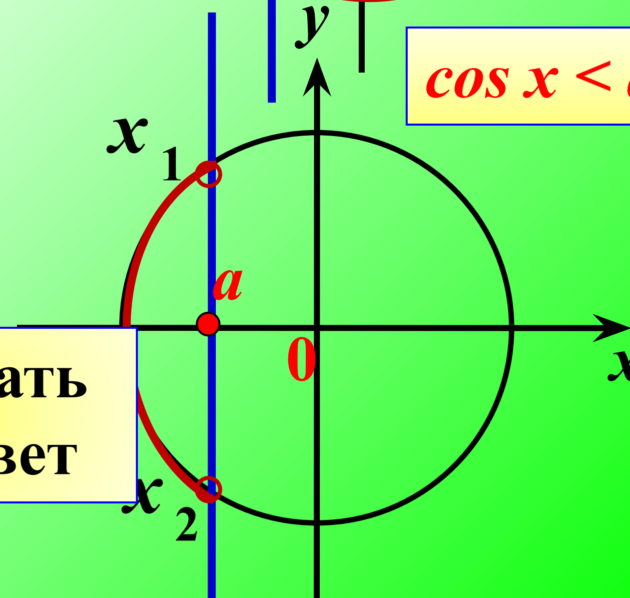
**Записать решение неравенства**

$x_1 + 2\pi n < x < x_2 + 2\pi n,\ n \in Z$

$\cos x > a$




$\cos x < a$

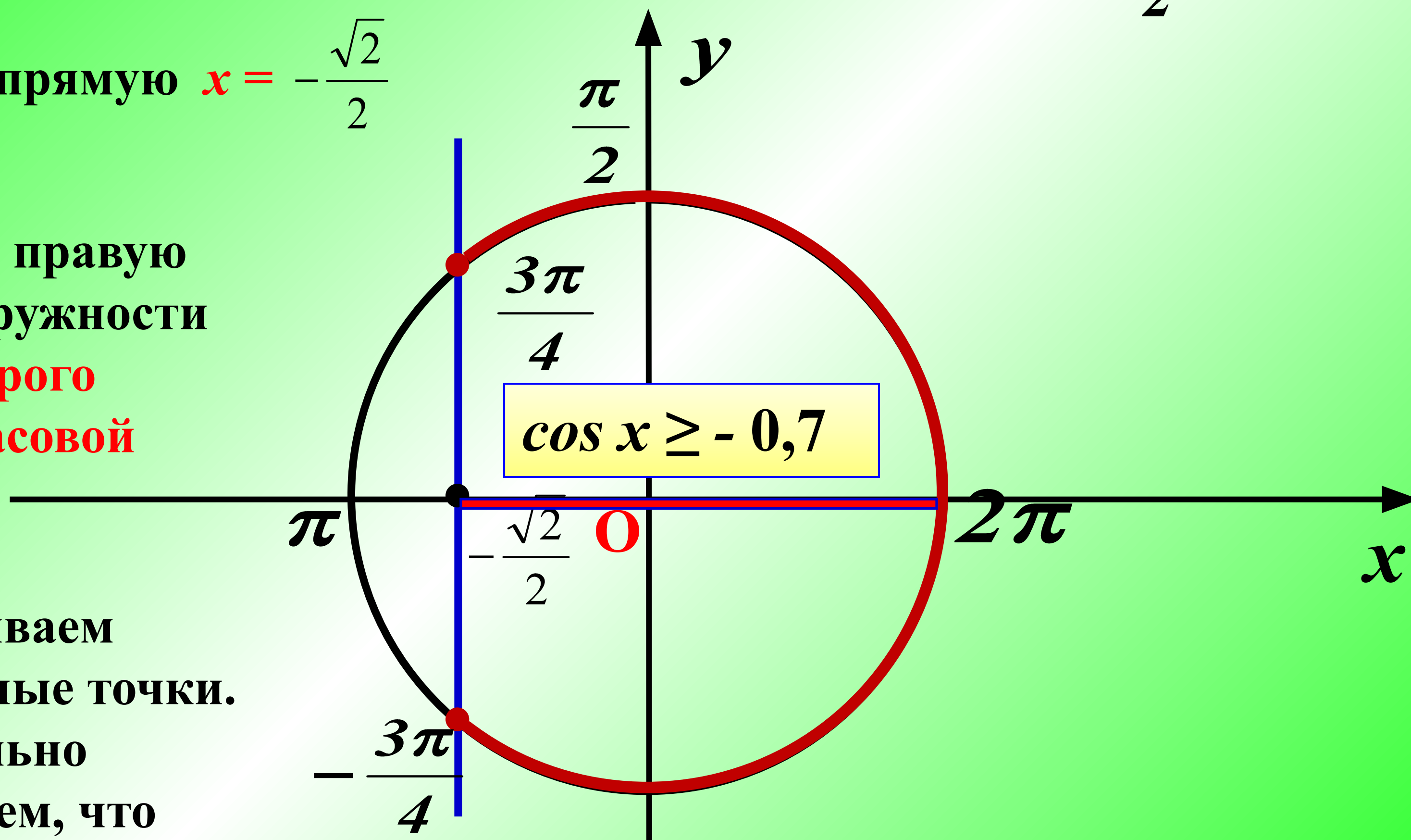



**Записать ответ**

1. На **Ox** отмечаем значение $-\frac{\sqrt{2}}{2} \approx -0{,}7$

$$\cos x \geq -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

и проводим прямую $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$




2. Выделяем правую часть окружности (обход - строго против часовой стрелки).

3. Подписываем полученные точки. Обязательно учитываем, что начало дуги – меньшее значение.

4. Записываем решение:

$$-\frac{3\pi}{4} + 2\pi k \leq x \leq \frac{3\pi}{4} + 2\pi k, k \in Z$$

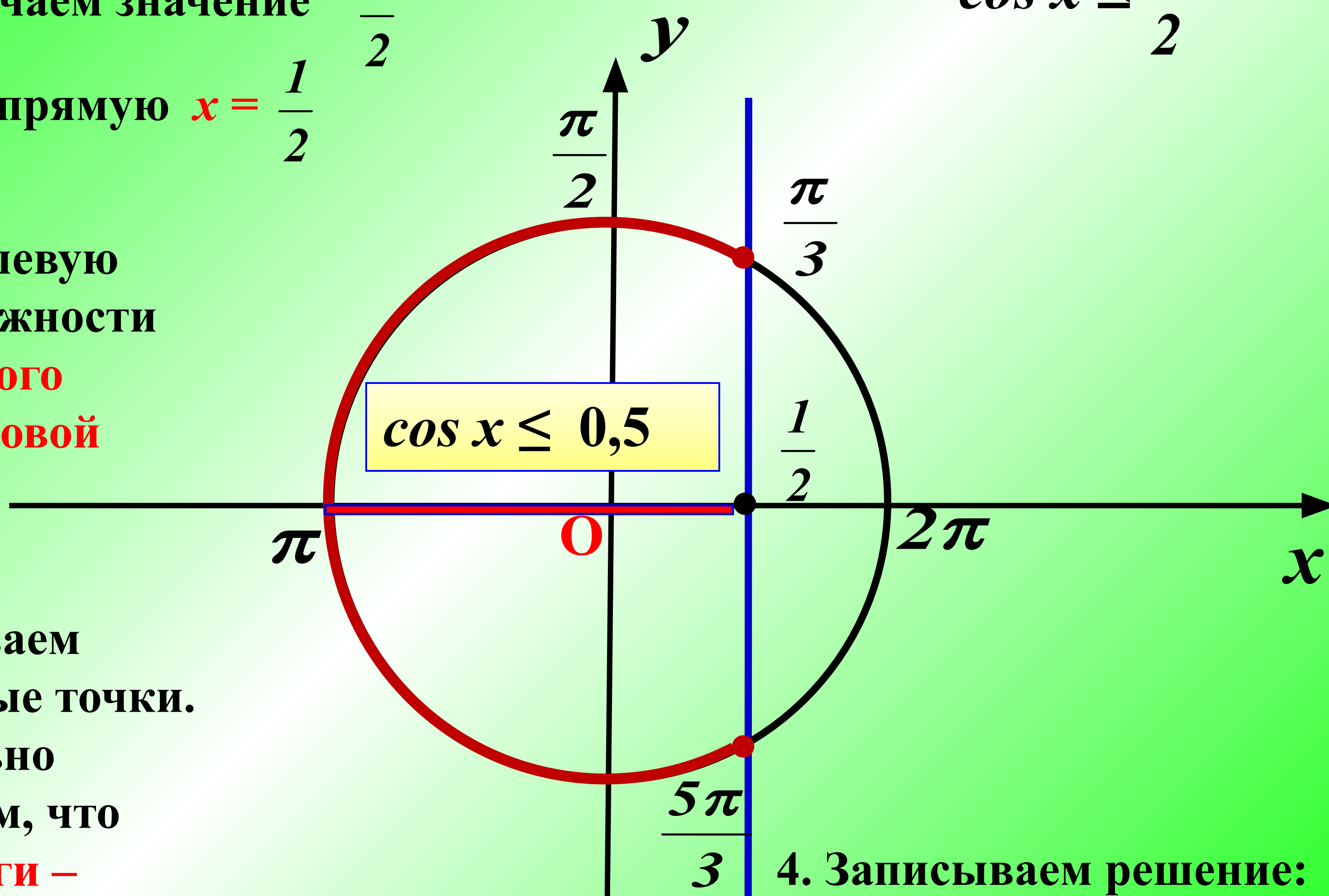
$$\cos x \le \frac{1}{2}$$

1. **На О*x* отмечаем значение** $\frac{1}{2}$

**и проводим прямую** $x = \frac{1}{2}$

2. **Выделяем левую часть окружности (обход - строго против часовой стрелки).**

3. **Подписываем полученные точки. Обязательно учитываем, что начало дуги – меньшее значение.**

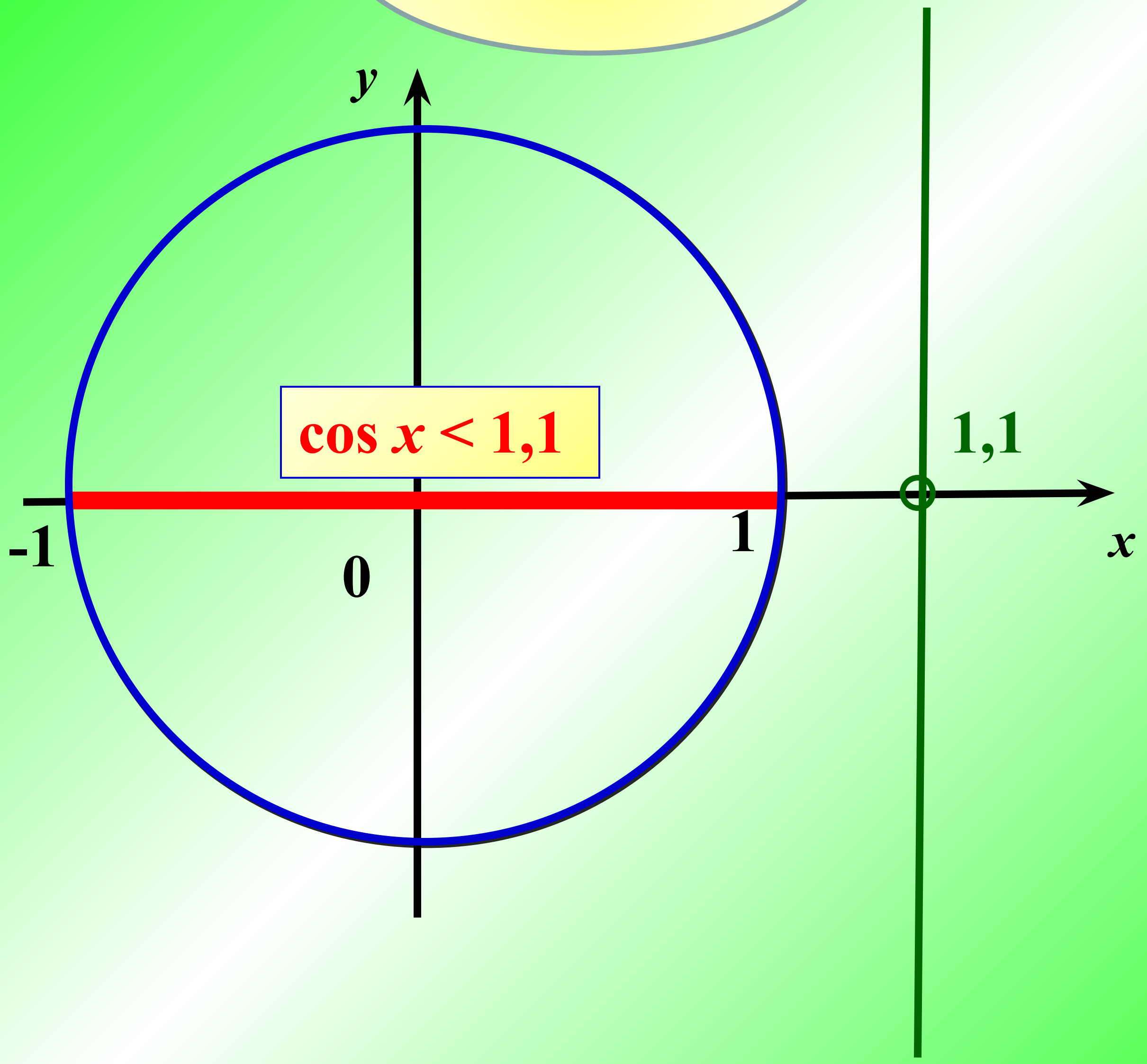



**4. Записываем решение:**

$$\frac{\pi}{3} + 2\pi k \le x \le \frac{5\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z$$

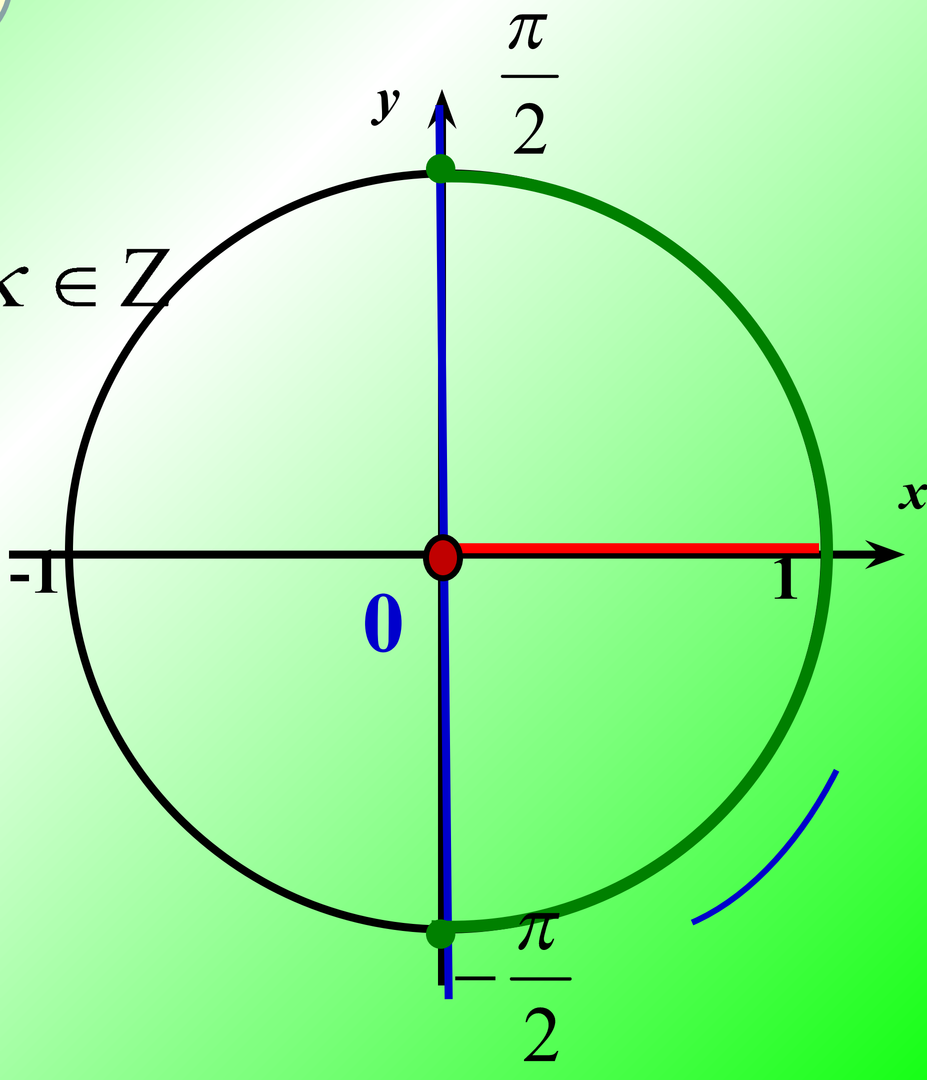
$\cos x < 1{,}1$

$x \in R$



$\cos x \geq 0$

$$-\frac{\pi}{2}+2\pi k \leq x \leq \frac{\pi}{2}+2\pi \kappa\ ,\kappa \in Z$$



# Алгоритм решения неравенства $tg\ x \le a$

И Показать точки, в которых не определён тангенс ь тангенсов

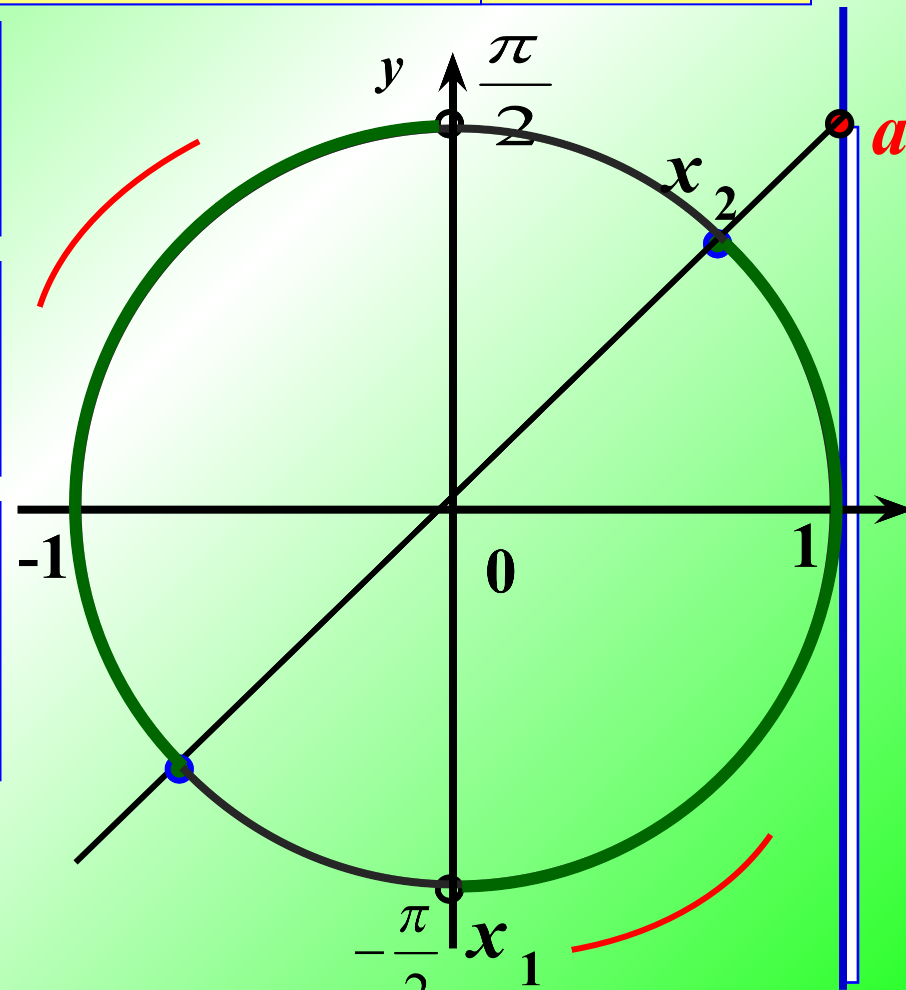
Выделить нижнюю часть линии тангенсов, поскольку решаем неравенство со знаком ≤

Выделить соответствующие дуги окружности (обход совершаем против часовой стрелки)

Подписать полученные точки на одной из дуг (вторая получается из неё: к концам +π). Учесть , что начало дуги – меньшее значение

Записать решение неравенства

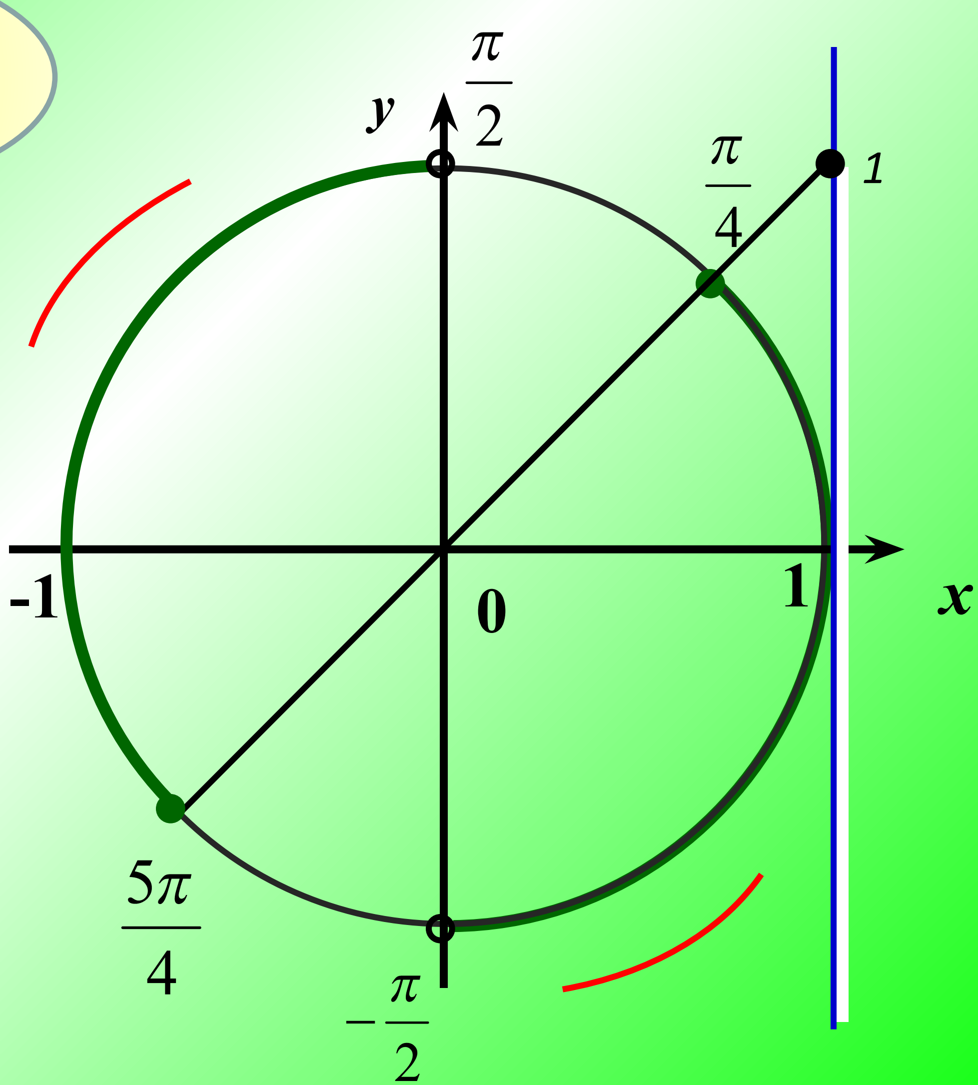
$x_1 + \pi n < x \le x_2 + \pi n,\ n \in Z$




Записать ответ.

**$\mathrm{tg}\, x \le 1$**

$$x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{4} + \pi k\right], k \in Z$$



1. На линии тангенсов отмечаем $\sqrt{3} \approx 1{,}7$

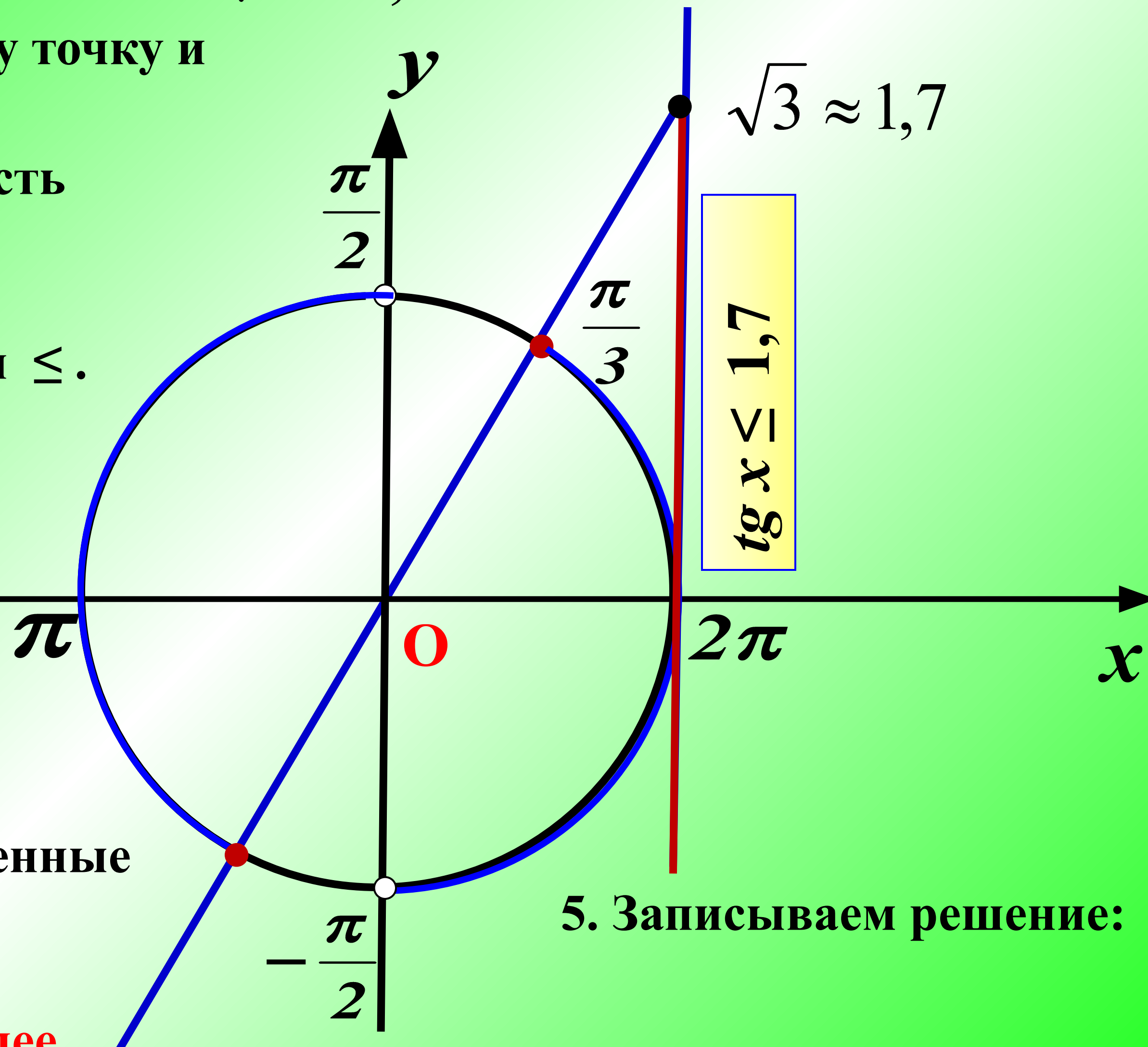
проводим луч через эту точку и центр окружности

2. Выделяем нижнюю часть линии тангенсов, поскольку решаем неравенство со знаком $\le$.

3. Выделяем соответствующую часть окружности (обход совершаем против часовой стрелки).

4. Подписываем полученные точки. Обязательно учитываем, что начало дуги – меньшее значение

$tgx \le \sqrt{3}$




5. Записываем решение:

$$-\frac{\pi}{2} + \pi k < x \le \frac{\pi}{3} + \pi k, k \in Z$$

1. **На линии тангенсов отмечаем значение 1**

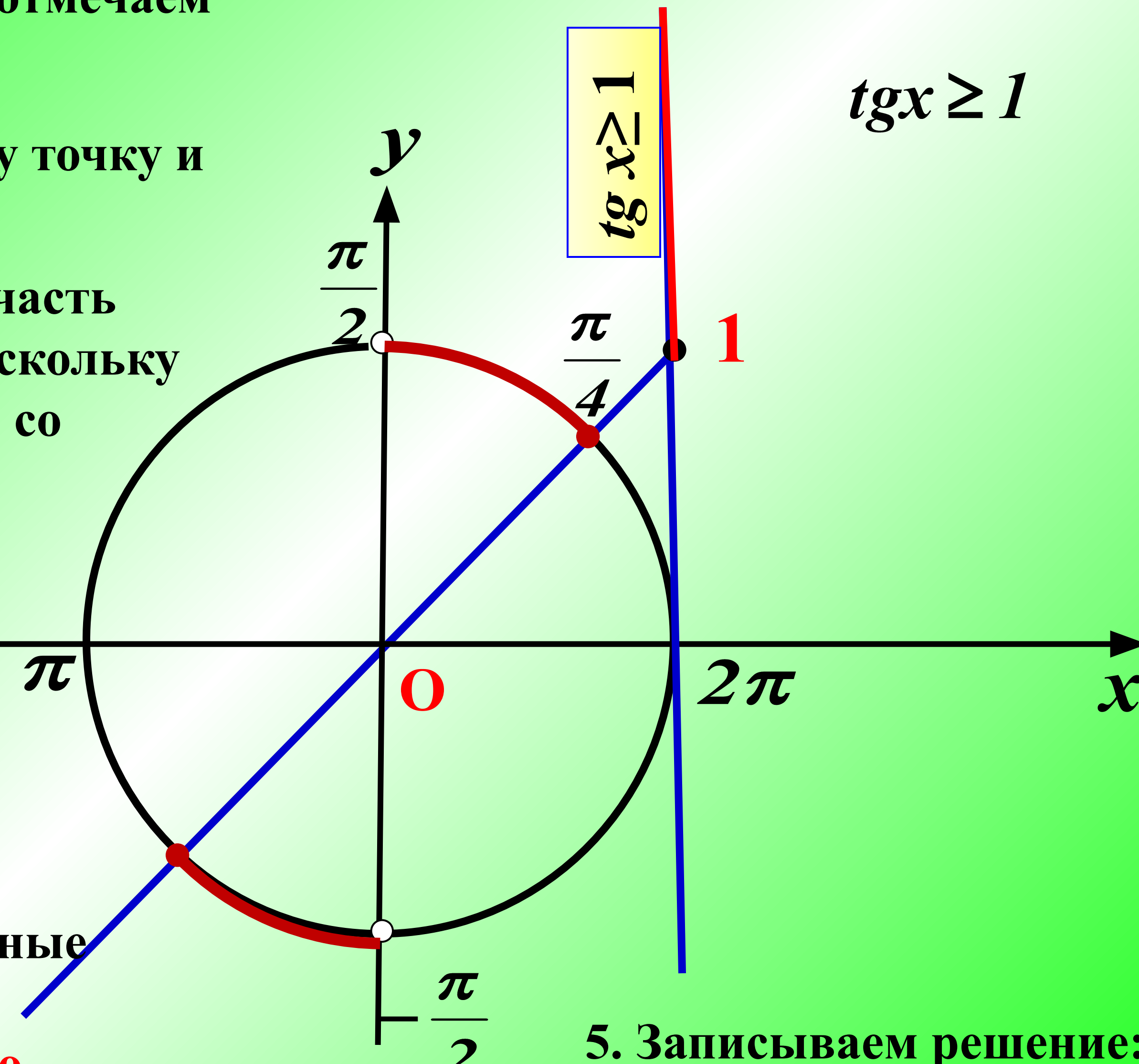
**проводим луч через эту точку и центр окружности**

2. **Выделяем верхнюю часть линии тангенсов, поскольку решаем неравенство со знаком ≥ .**

3. **Выделяем соответствующую часть окружности (обход - строго против часовой стрелки).**

4. **Подписываем полученные точки. Обязательно учитываем, что начало дуги – меньшее значение**

$tgx \geq 1$




**5. Записываем решение:**

$$\frac{\pi}{4} + \pi k \leq x < \frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$$