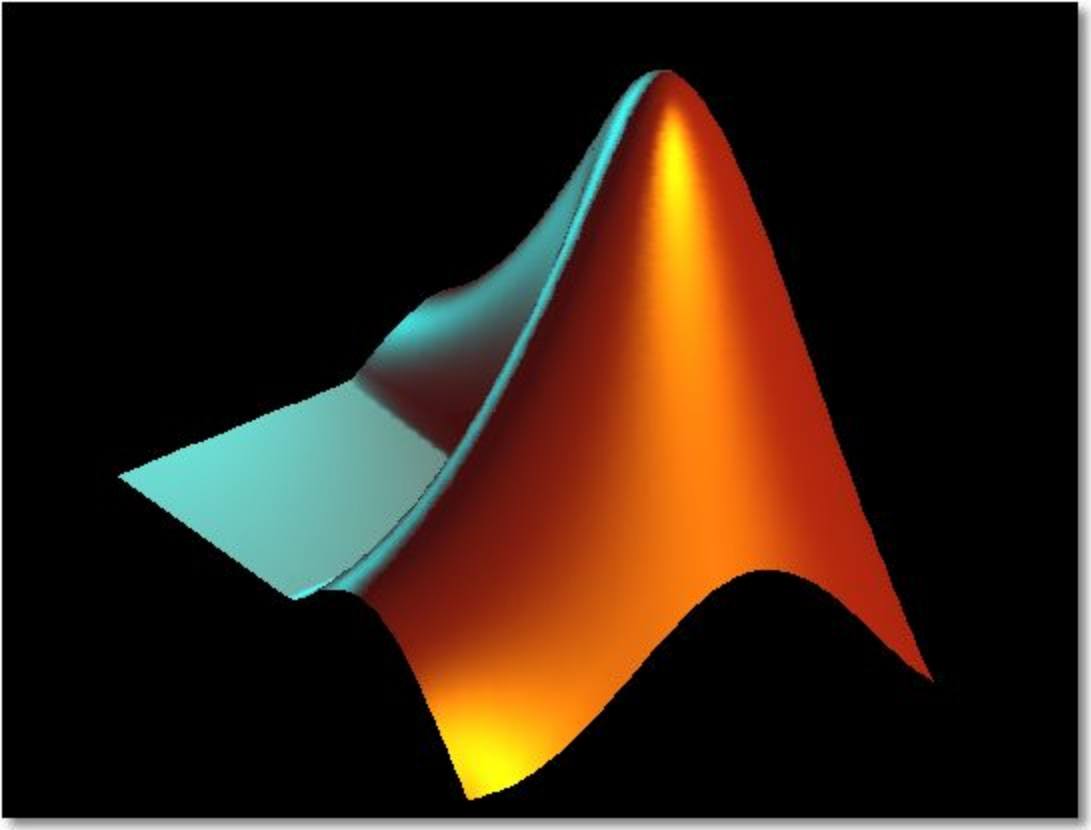


Лекция 3

Аналитические вычисления в Matlab

Для проведения аналитических (символьных) операций нужно, чтобы соответствующие переменные были предварительно объявлены.

```
% символьная переменная
sym x

% несколько символьных переменных
syms a b c

% возвращает символьную переменную x и записывает в x
x=sym(x)

f=sym(sin(x))
```

Упрощение выражений

- Для упрощения выражений используется функция **simplify( )**.

Пример. Упростить выражение

$$y = x^2 - 4x + 4.$$

```
>> y=x^2-4*x+4;
>> simplify(y)

ans =

    (x - 2)^2
```

Раскрытие скобок

- Для упрощения выражений используется функция **simplify( )**.

Пример. Упростить выражение

$$y = x^2 - 4x + 4.$$

```
>> syms x
>> f=(x+1)/(3*(x-1)^2);
>> s=expand(f)
s =
 x/(3*(x^2-2*x+1))+1/(3*(x^2-2*x+1))
```

Вычисление интегралов

а) вычисление неопределенных интегралов

Для нахождения неопределенных интегралов в символьном виде используется функция ***int,*** имеющая следующий синтаксис:

Int(f,x),

где *f* – подынтегральная функция;

x – переменная интегрирования.

Примеры. Вычислить неопределенный интеграл

$$\int \frac{dx}{a^2 - (bx)^2}$$

```
>> syms a b x
>> int(1/(a^2-(b*x)^2),x)
ans =
  atanh((b*x)/a)/(a*b)
```

```
>> syms a b x
>> f=1/(a^2-(b*x)^2);
>> I=int(f,x)
I =
  atanh((b*x)/a)/(a*b)
```

Вычисление определенных интегралов

Для вычисления определенных интегралов в символьном виде используется функция ***int,*** имеющая следующий синтаксис:

Int(f,x,a,b),

где *f* – подынтегральная функция;

x – переменная интегрирования;

a – нижний предел интегрирования;

b – верхний предел интегрирования.

Примеры: Вычислить определенный интеграл

$$\int_a^b \frac{dx}{a^2 + (bx)^2}$$

```
>> syms a b x
>> f=1/(a^2+(b*x)^2);
>> I=int(f,x,a,b)
I =
 (atan(b^2/a) - atan(b))/(a*b)
```

Вычисление двойных интегралов

$$\iint\limits_D y \exp x \; dx dy$$

Область интегрирования D ограничена кривыми

$$D: \; y = 1, \; y = 2, \; x = 0, \; x = \ln y.$$

```
>> syms x y
>> z=y*exp(x);
>> I=int(int(z,x,0,log(y)),y,1,2)
I =
  5/6
```

Вычисление тройных интегралов

$$\iiint\limits_V \frac{dx\,dy\,dz}{(x+y+z)^3} = \int\limits_0^1 dz \int\limits_0^{1-z} dy \int\limits_0^{1-y-z} \frac{dx}{(x+y+z+1)^3}$$

```
>> syms x y z
>> w=1/(x+y+z+1)^3;
>> I=int(int(int(w,x,0,1-y-z),y,0,1-z),z,0,1)
I =
  -5/16+1/2*log(2)
>> vpa(I,14)
ans =
 .3407359027998e-1
```

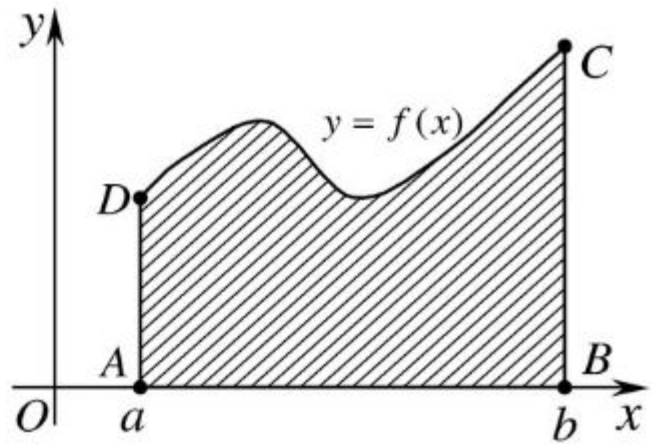
Методы приближенного вычисления интегралов

- Для упрощения выражений используется функция **simplify( ).**

Пример. Упростить выражение

$$y = x^2 - 4x + 4.$$

Расположенной под графиком функции $y=f(x)$.



Наиболее распространёнными методами приближенного вычисления интегралов являются:

- метод прямоугольников;
- метод трапеций;
- метод Симпсона.

Решение уравнений

Для решения алгебраических и трансцендентных уравнений используется функция **solve(e1,e2,…,en)**,

здесь

e1, e2, …, en –символьные выражения или переменные.

Примеры

- Единственное решение

Решить уравнение x+2=0.

```
>> syms x
>> y=x+2;
>> x=solve(y)
x =
 
   -2
```

- Для упрощения выражений используется функция **simplify( ).**

Пример. Упростить выражение

$$y = x^2 - 4x + 4$$

```
>> syms x
>> y=x^2+6*x+9;
>> x=solve(y)

x =

    -3
    -3
```

- Уравнение с комплексными корнями

```
>> syms x
>> y=x^3+6*x^2-15*x+22;
>> x=solve(y)

x =
   -8.1666
    1.0833 + 1.2330i
    1.0833 - 1.2330i
```

Решение систем линейных алгебраических уравнений

Для решения систем линейных алгебраических уравнений используется знак **** (деление слева).

Например, если требуется решить систему линейных уравнений **A*x*=*b***,

где **A** – квадратная матрица размера *n*x*n;*

b – заданный вектор-столбец размера *n*, то для нахождения неизвестного вектора-столбца *x* достаточно вычислить выражение **A*b*.**

- Деление слева (\)
  - для квадратных матриц реализует метод Гаусса;
  - для прямоугольных матриц– метод наименьших квадратов.

- Для упрощения выражений используется функция **simplify( ).**

Пример. Упростить выражение

$$y = x^2 - 4x + 4.$$

```
>> A = [1 5 7;
        3 2 -5];
>> b = [4;7]

b =

     4
     7

>> x = A\b

x =

         0
    1.7692
   -0.6923

>> x = inv(A)*b
??? Error using ==> inv
Matrix must be square.

>> A*x-b

ans =

  1.0e-015 *

   -0.8882
    0.8882
```

Вместо знака обратной косой черты можно использовать функцию mldivide

x=mldivide(A,b)

Результат будет тем же самым.

Функция **solve()** позволяет решить систему уравнений. Например, для системы уравнений вида

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ 3x - 5y = 11 \end{cases}$$

```
>> [x y] = solve('2*x+y=3', '3*x-5*y=11', x, y)
x = 2
y = -1
```

Символьное решение дифференциальных уравнений

Для решения дифференциальных уравнений в символьном виде применяется функция

dsolve(‘строка_символов’) .

Пример.

Решить уравнение

$$\frac{d\,x}{d\,t} = -a \cdot x(t)$$

```
z=dsolve( 'Dx = -a*x' )
```

```
z =C1*exp(-a*t)
```

`% получаем` $x(t) = C_1 e^{-a\,t}$

Символ D в строке уравнения обозначает дифференцирование по независимой переменной

$$\frac{d}{d\,t} \Rightarrow \mathrm{D}$$

$$\frac{d^2}{d\,t^2} \Rightarrow \mathrm{D2}$$

…………………

- Для упрощения выражений используется функция **simplify( )**.

Пример. Упростить выражение

$$y = x^2 - 4x + 4.$$

```
>> dsolve('D2y+4*Dy+3*y+2=0')

ans =

 C2*exp(-t) + C1*exp(-3*t) - 2/3
```

Пример. Решить дифференциальное уравнение второго порядка

$$y'' = -a^2 y'$$

с начальными условиями

$$y(0) = 1; \quad y'\left(\frac{\pi}{a}\right) = 0.$$

```
>> dsolve('D2y=-a^2*Dy','y(0)=1','Dy(pi/a)=0')
ans =
     1
```

Вычисление пределов

- Для упрощения выражений используется функция **simplify( )**.

Пример. Упростить выражение

$$y = x^2 - 4x + 4.$$

```
>> syms x
>> limit(sin(2*x)/x,0)
ans =
     2
```

2. $\lim_{x \to -\infty} x\left(\frac{\pi}{2} + \arctan(x)\right)$

```
>> syms x
>> F=x*(pi/2+atan(x));
>> limit(F,x,-inf)
ans =
    -1
```

Вычисление производных

Для вычисления производных в символьной форме можно использовать функцию *diff( )*. Данная функция имеет несколько форматов вызова. Самый простой – вычисление производной символьного выражения, в состав которого входит одна символьная переменная.

- Для упрощения выражений используется функция **simplify( ).**

Пример. Упростить выражение

```
>> syms x
>> f=x^2-3*x-4;
>> f1=diff(f)
f1 =
   2*x - 3
```

- Для упрощения выражений используется функция **simplify( )**.

Пример. Упростить выражение

$$y = x^2 - 4x + 4.$$

```
>> syms x
>> f=x^2-3*x-4;
>> f2=diff(f,2)
f2 =
    2
```

Если вторым аргументом указана переменная, то производная будет вычислена по заданной переменной.

- Для упрощения выражений используется функция **simplify( )**.

Пример. Упростить выражение

$$y = x^2 - 4x + 4.$$

```
>> syms x y
>> f=x^2-3*y^2-4;
>> fx=diff(f,x)
fx =
 2*x
>> fy=diff(f,y)
fy =
 -6*y
```

Функция diff() может получать три аргумента: первый – дифференцируемое символьное выражение, второй – переменная дифференцирования, третий – порядок дифференцирования.

```
>> syms x y
>> f=x^4-3*y^3-4;
>> d2fx=diff(f,x,2)
d2fx =
     12*x^2
>> d3fy=diff(f,y,3)
d3fy =
     -18
```

Вычисление смешанной производной

```
>> syms x y
>> f=x^4-3*y^2*x^2-4;
>> d2fxy=diff(f,y,x)
d2fxy =
     -12*x*y
```