

- 1. Составить опорный конспект*
- 2. Выполнить практическое задание согласно своего варианта.*
- 3. Конспект и практику отправлять на проверку не надо. Проверю в кабинете после дистанционки.*

Урок №2
Приближенные
значения
действительных
чисел



Выполнила преподаватель
Кудина Л.В.

Теория

Одна из причин, по которым математики решили ввести понятие **приближённого значения действительного числа** - это **графическое решение уравнений**.

Есть и вторая причина — это **действительные числа**, т. е. бесконечные десятичные дроби. Ведь производить вычисления с бесконечными десятичными дробями неудобно, поэтому на практике пользуются приближёнными значениями действительных чисел.

Пример:

для числа $\pi = 3,141592\dots$ пользуются приближённым равенством:

1) $\pi \approx 3,141$ — это называют приближённым значением (или приближением) числа π **по недостатку** с точностью до 0,001,

или

2) $\pi \approx 3,142$ — это называют приближённым значением (приближением) числа π **по избытку** с точностью до **0,001**.

Если не указано, что устно, значит надо выполнить письменно и выучить

Приближение по недостатку и приближение по избытку называют **округлением числа**.

Погрешностью приближения h (абсолютной погрешностью) называют модуль разности между точным значением величины x и её приближённым значением a : погрешность приближения — это $|x-a|$.

Погрешность приближённого равенства $\pi \approx 3,141$ или $\pi \approx 3,142$ выражается как $|\pi - 3,141|$ или соответственно как $|\pi - 3,142|$.

Правило округления.

Если первая отбрасываемая цифра меньше **5**, то нужно брать приближение по недостатку; если первая отбрасываемая цифра больше или равна **5**, то нужно брать приближение по избытку.

$\pi = 3,141592\dots$ С точностью

до **0,001** имеем $\pi \approx 3,142$; здесь первая отбрасываемая цифра равна **5** (на четвёртом месте после запятой), поэтому взяли приближение по избытку.

Пример:

с точностью до **0,0001** имеем $\pi \approx 3,1416$ — и здесь взяли приближение по избытку, поскольку первая отбрасываемая цифра (на пятом месте после запятой) равна **9**.

А вот с точностью до **0,01** надо взять приближение по недостатку: $\pi \approx 3,14$.

Если **a** -приблизжённое значение числа **x** и $|x-a| \leq h$, то говорят, что абсолютная погрешность приближения не превосходит **h** или что число **x** равно числу **a** с точностью до **h**.

Проверь себя!

устно

Округлить :

A) до десятых

2,781 (2,8)

3,1458 (3,1)

1025,962 (1026,0)

80,46 (80,5)

Б) до сотых

0,07258 (0,07)

2,45556 (2,46)

20,091 (20,09)

85,544 (85,54)

3,355 (3,36)

В) до десятков

178,5 (18)

2085,35 (209)

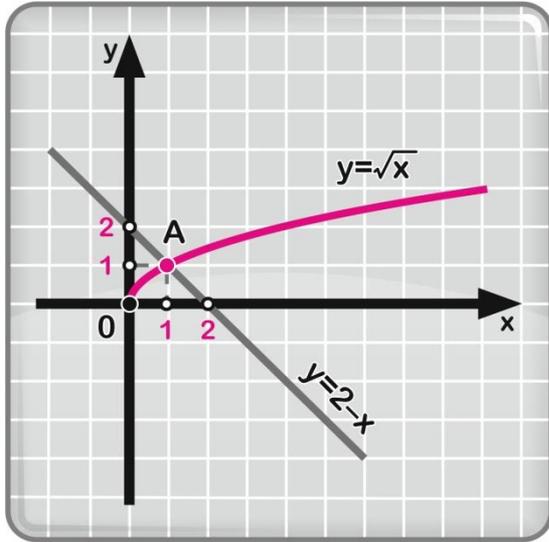
333,3 (33)

300,17 (30)

138 (14)

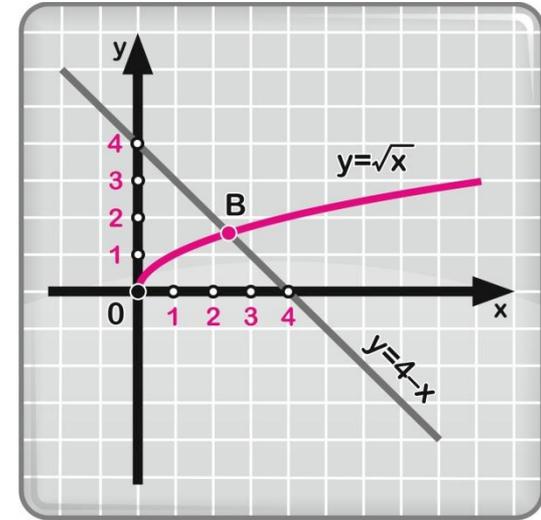
$$\sqrt{x} = 2 - x$$

$$x = 1$$



$$\sqrt{x} = 4 - x$$

$$x \approx 2,5$$



$$\pi = 3,141592\dots$$

$$\pi \approx 3,141$$

*приближенное значение
числа π по недостатку с
точностью до 0,001*

$$\pi \approx 3,1415$$

$$\pi \approx 3,14$$

$$\pi \approx 3,142$$

*приближенное значение
числа π по избытку с
точностью до 0,001*

$$\pi \approx 3,1416$$

$$\pi \approx 3,15$$

Пример: Найти приближенные значения по недостатку и по избытку с точностью до 0,01 для чисел:

а) $\sqrt{5}$; б) $2 + \sqrt{5}$;

а) $\sqrt{5}$; $\sqrt{5} = 2,236\dots$;

в) $\frac{7}{22}$;

$\sqrt{5} \approx 2,23$ Приближение по недостатку с точностью до 0,01

$\sqrt{5} \approx 2,24$ Приближение по избытку с точностью до 0,01

б) $2 + \sqrt{5}$;

$2 + \sqrt{5} = 2,000\dots + 2,236\dots = 4,236\dots$;

$2 + \sqrt{5} \approx 4,23$ Приближение по недостатку с точностью до 0,01

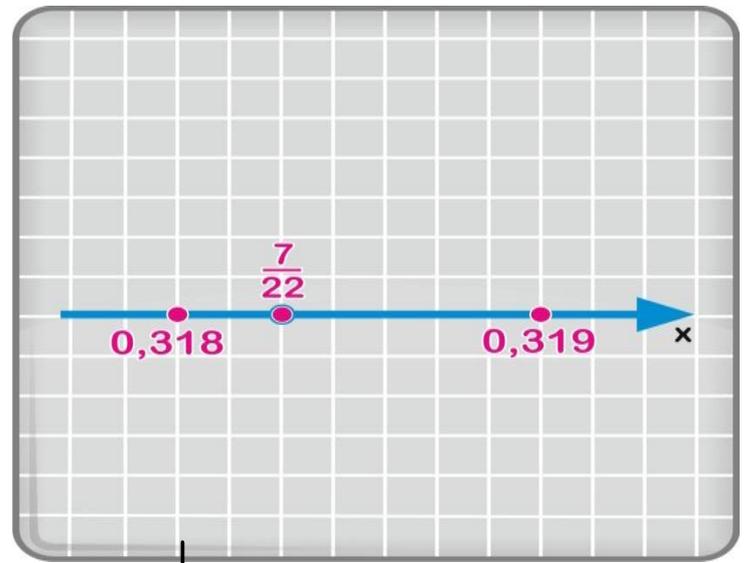
$2 + \sqrt{5} \approx 4,24$ Приближение по избытку с точностью до 0,01

в) $\frac{7}{22}$; $\frac{7}{22} = 0,31818\dots$;

$\frac{7}{22} \approx 0,31$ Приближение по недостатку с точностью до 0,01

$\frac{7}{22} \approx 0,32$ Приближение по избытку с точностью до 0,01

$$\frac{7}{22} = 0,31818\dots; \quad \frac{7}{22} = 0,318.$$



$$\left| \frac{7}{22} - 0,318 \right|; \quad \left| \frac{7}{22} - 0,319 \right|;$$

$$\left| \frac{7}{22} - 0,318 \right| \leq 0,001;$$

$$\left| \frac{7}{22} - 0,319 \right| \leq 0,001;$$

Если a — приближенное значение числа x и $|x - a| < h$,
то говорят, что абсолютная погрешность приближения
не превосходит h или
что число x равно числу a с точностью до h .

Примеры

Письменно

Задание-1

Округляя точные числа A до тысячных, определить абсолютную Δ и относительную δ погрешности полученных приближенных чисел.

Дано: $A=0,1545$

Найти Δ и δ

Решение:

$A' = 0,155$ -
приближенное
значение числа A

Абсолютная погрешность:

$$\Delta = |A - A'| = |0,1545 - 0,155| = 0,0005$$

Относительная погрешность: $\delta = \frac{\Delta}{A} \cdot 100\% = \frac{0,0005}{0,1545} \cdot 100\% = 0,324\%$

Ответ: $\Delta = 0,0005$; $\delta = 0,324\%$

Примеры *Письменно*

Задание 2. Определить абсолютную погрешность приближенных чисел **a** по их относительной погрешности δ

Дано: **a**=4,872; δ =5%

Найти: Δ

Решение:

Абсолютная погрешность: $\Delta = \frac{a \cdot \delta}{100} = \frac{4,872 \cdot 5}{100} = 0,244$

Ответ: Δ =0.244

Задание-1

Практика

Округляя точные числа A до тысячных, определить абсолютную Δ и относительную δ погрешности полученных приближенных чисел. **Дано:**

Вариант-1 $A=2,9532;$	Вариант-2 $A=1,9353;$	Вариант-3 $A=8,6482;$	Вариант-4 $A=6,9113;$	Вариант-5 $A=4,5467;$	Вариант-6 $A=3,9145;$
Вариант-7 $A=7,1234;$	Вариант-8 $A=5,9561;$	Вариант-9 $A=6,4735;$	Вариант-10 $A=1,9451;$	Вариант-11 $A=8,5985;$	Вариант-12 $A=8,5632;$
Вариант-13 $A=1,7138;$	Вариант-14 $A=6.6449;$	Вариант-15 $A=7,9765;$	Вариант-16 $A=5,9127;$	Вариант-17 $A=2,7692;$	Вариант-18 $A=3,1639;$
Вариант-19 $A=4,3763;$	Вариант-20 $A=6,4278;$	Вариант-21 $A=8,2386;$	Вариант-22 $A=6.3456;$	Вариант-23 $A=2,1037;$	Вариант-24 $A=9.4105;$
Вариант-25 $A=2,1249;$	Вариант-26 $A=5,3124;$	Вариант-27 $A=7,3127;$	Вариант-28 $A=8,5234;$	Вариант-29 $A=0,1372;$	Вариант-30 $A=2,6492;$
Вариант-31 $A=2,0532;$	Вариант-32 $A=2,9032;$	Вариант-33 $A=2,9532;$	Вариант-34 $A=2,2542;$	Вариант-35 $A=2,3339;$	Вариант-36 $A=2,5462;$

Задание-2

Практика

Задание 2. Определить абсолютную погрешность приближенных чисел **a** по их относительной погрешности δ

Дано:

Вариант-1 a=2,956; $\delta = 6\%$	Вариант-2 a=1,935; $\delta = 5\%$	Вариант-3 a=8,643 $\delta = 4\%$	Вариант-4 a=6,918; $\delta = 3\%$	Вариант-5 a=4,543; $\delta = 2\%$	Вариант-6 a=3,915; $\delta = 1\%$
Вариант-7 a=7,126; $\delta = 7\%$	Вариант-8 a=5,958; $\delta = 8\%$	Вариант-9 a=6,479; $\delta = 9\%$	Вариант-10 A=1,942; $\delta = 1\%$	Вариант-11 a=8,5983 $\delta = 2\%$	Вариант-12 a=8,564; $\delta = 3\%$
Вариант-13 a=1,715; 4%	Вариант-14 a=6.641; =5%	Вариант-15 a=7,9768; =6%	Вариант-16 a=5,915; =7%	Вариант-17 a=2,761; =8%	Вариант-18 a=3,169; =9%
Вариант-19 a=4,371; $\delta = 2\%$	Вариант-20 a=6,429; $\delta = 1\%$	Вариант-21 a=8,237; $\delta = 3\%$	Вариант-22 a=6.341; $\delta = 4\%$	Вариант-23 a=2,102; $\delta = 5\%$	Вариант-24 a=9.45; $\delta = 6\%$
Вариант-25 a=2,124; $\delta = 7\%$	Вариант-26 a=5,319; $\delta = 8\%$	Вариант-27 a=7,3129; $\delta = 9\%$	Вариант-28 a=8,529; $\delta = 1\%$	Вариант-29 a=0,132; $\delta = 2\%$	Вариант-30 a=2,649; $\delta = 3\%$
Вариант-31 a=2,051; $\delta = 4\%$	Вариант-32 a=2,908; $\delta = 5\%$	Вариант-33 a=2,956; $\delta = 6\%$	Вариант-34 a=2,259; $\delta = 7\%$	Вариант-35 a=2,336; $\delta = 8\%$	Вариант-36 a=2,549; $\delta = 9\%$