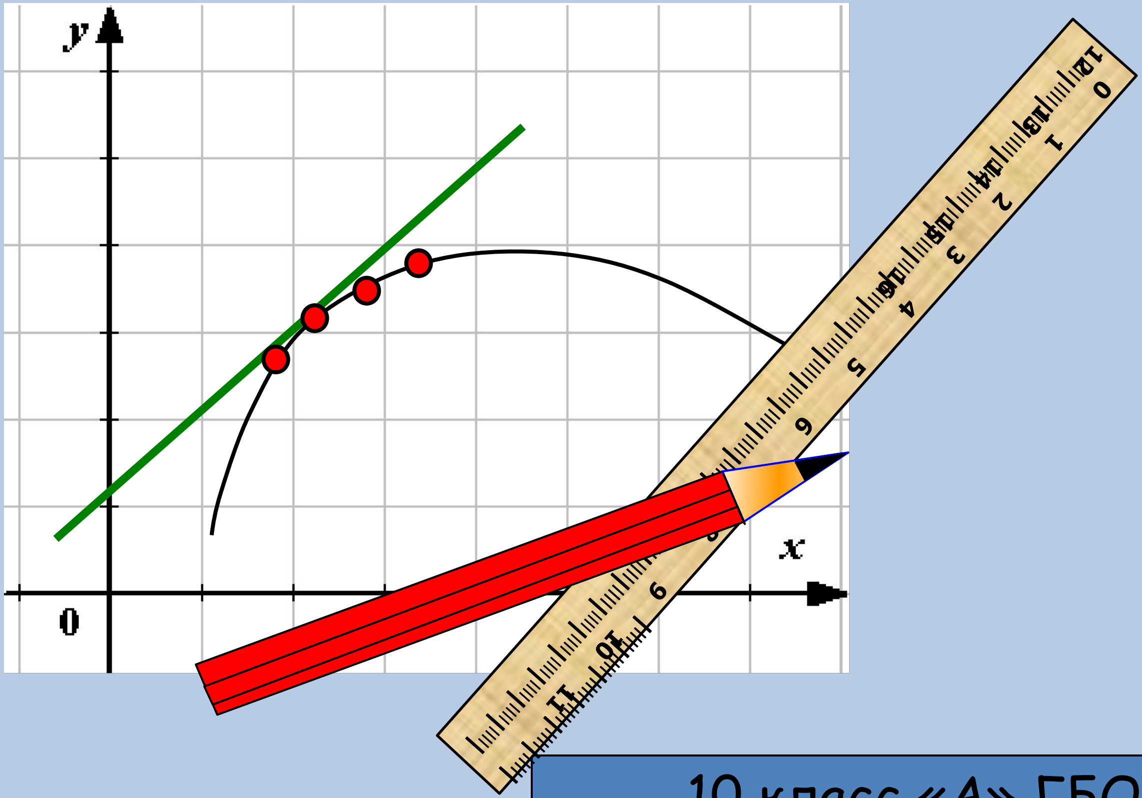
Задачи типа В8 в ЕГЭ Геометрический смысл производной.



10 класс «А» ГБОУ СОШ №717

учитель: Чернецова Карина Игоревна

Типы задач:

1. Нахождение производной в точке
2. Нахождение промежутков возрастания и убывания
3. Нахождение точек, в которых производная равна 0
4. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции
5. Задачи на уравнение касательной

Правила дифференцирования

1. Производная суммы равна сумме производных.

$$\left(f(x)+g(x)\right)' = f'(x)+g'(x)$$

2. Постоянный множитель можно вынести за знак производной.

$$\left(kf(x)\right)' = kf'(x)$$

3. Производная произведения двух функций равна сумме двух слагаемых; первое слагаемое есть произведение производной первой функции на вторую функцию, а второе слагаемое есть произведение первой функции на производную второй функции.

$$\left(f(x)g(x)\right)' = f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$$

4. Производная частного

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

Основные формулы дифференцирования

$f(x)$	$f'(x)$	$f(x)$	$f'(x)$
с	0	$\sin x$	$\cos x$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\cos x$	$-\sin x$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	tgx	$\frac{1}{\cos^2 x}$
x^α	$\alpha \cdot x^{\alpha-1}$	$ctgx$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$

Геометрический смысл производной

Производная в точке

$x = x_0$ равна

угловому коэффициенту

касательной к

графику функции

y = f(x) в этой точке.

Т.е. $f'(x_0) = tg\alpha$

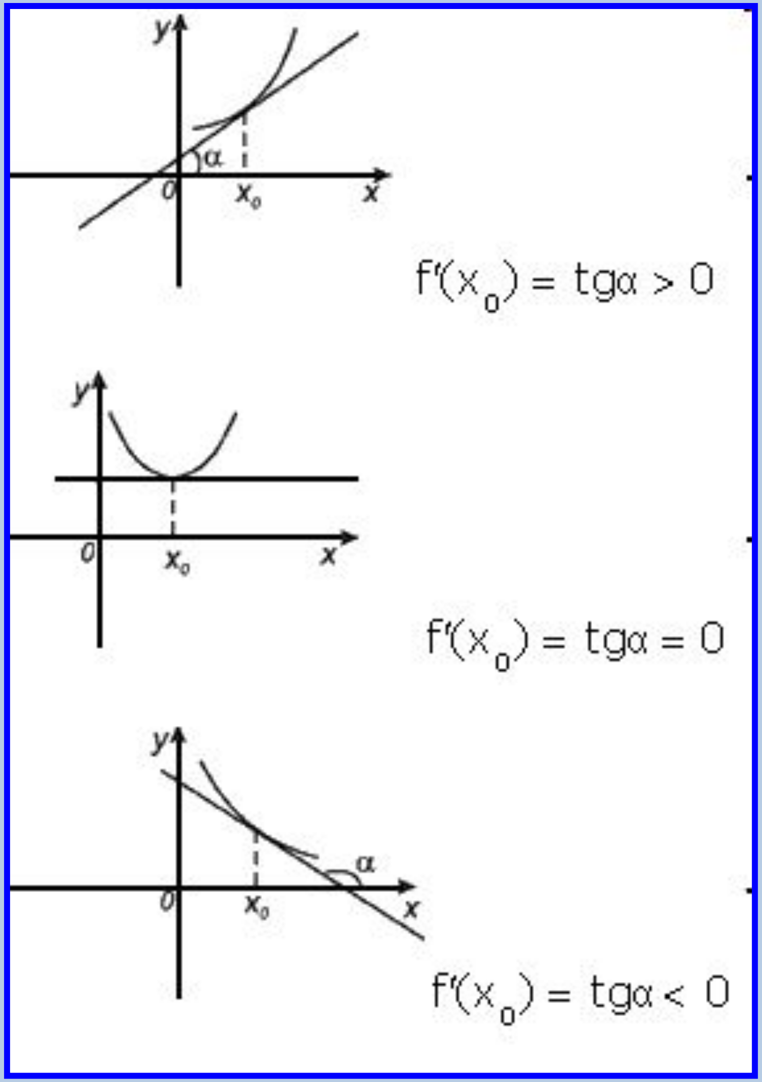
Причем, если

:

$1.\ f'(x_0) = tg\alpha > 0, \text{то } \alpha - \text{острый}$

$2.\ f'(x_0) = tg\alpha = 0, \text{то } \alpha - \text{развернутый}$

$3.\ f'(x_0) = tg\alpha < 0, \text{то } \alpha - \text{тупой}$



Уравнение касательной

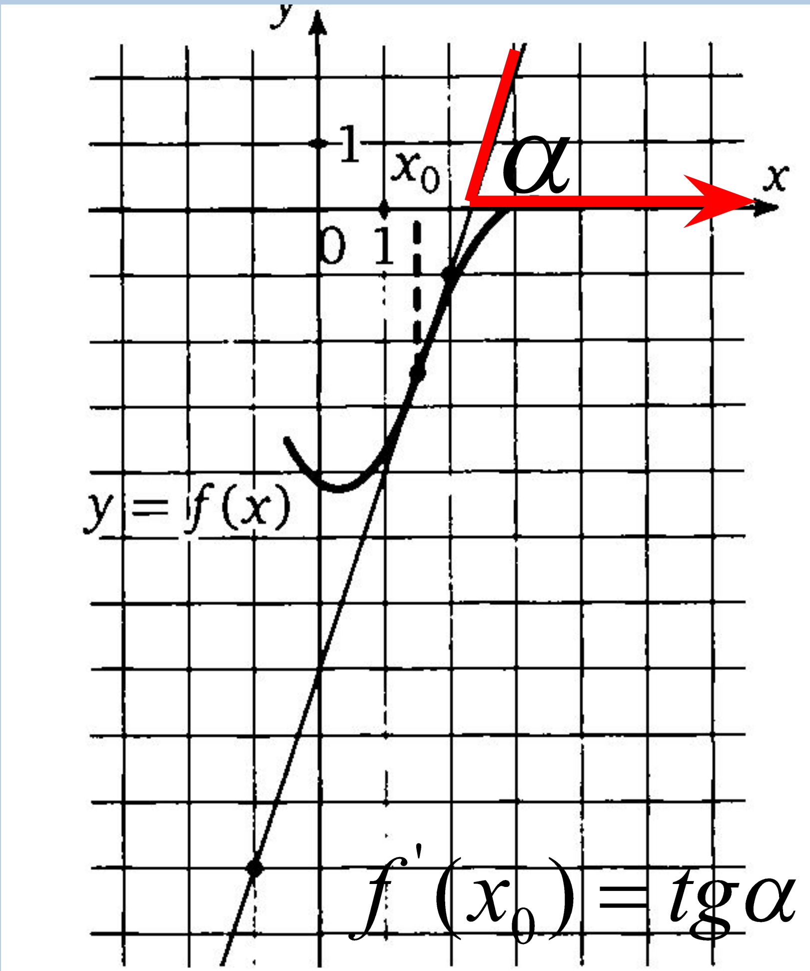
Пусть прямая задана уравнением: $y = kx + m,\ M(a; f(a))$

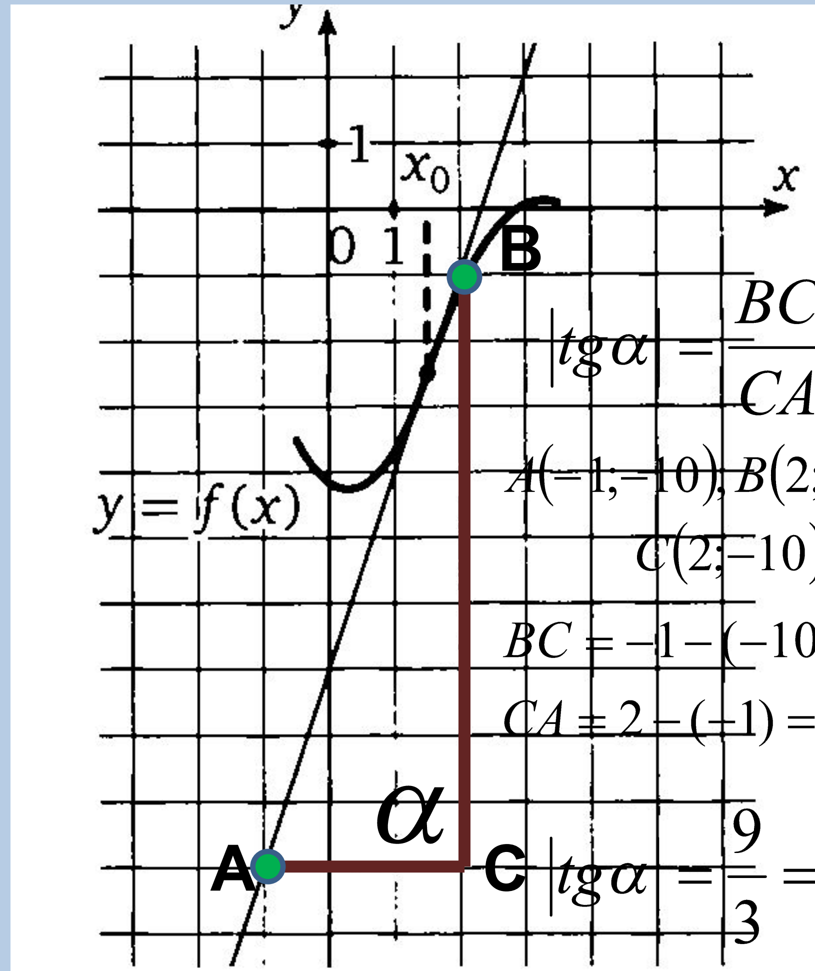
$$y = f(a) + f'(a)(x - a)$$

уравнение касательной к графику функции

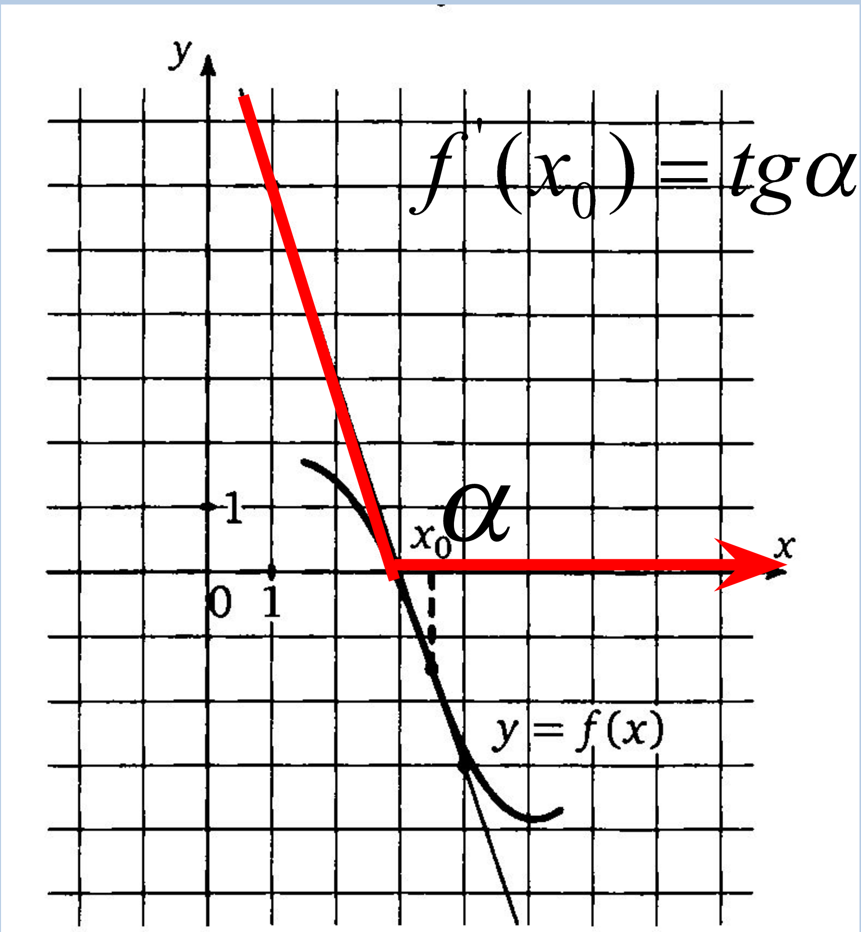
$$y = f(x)$$

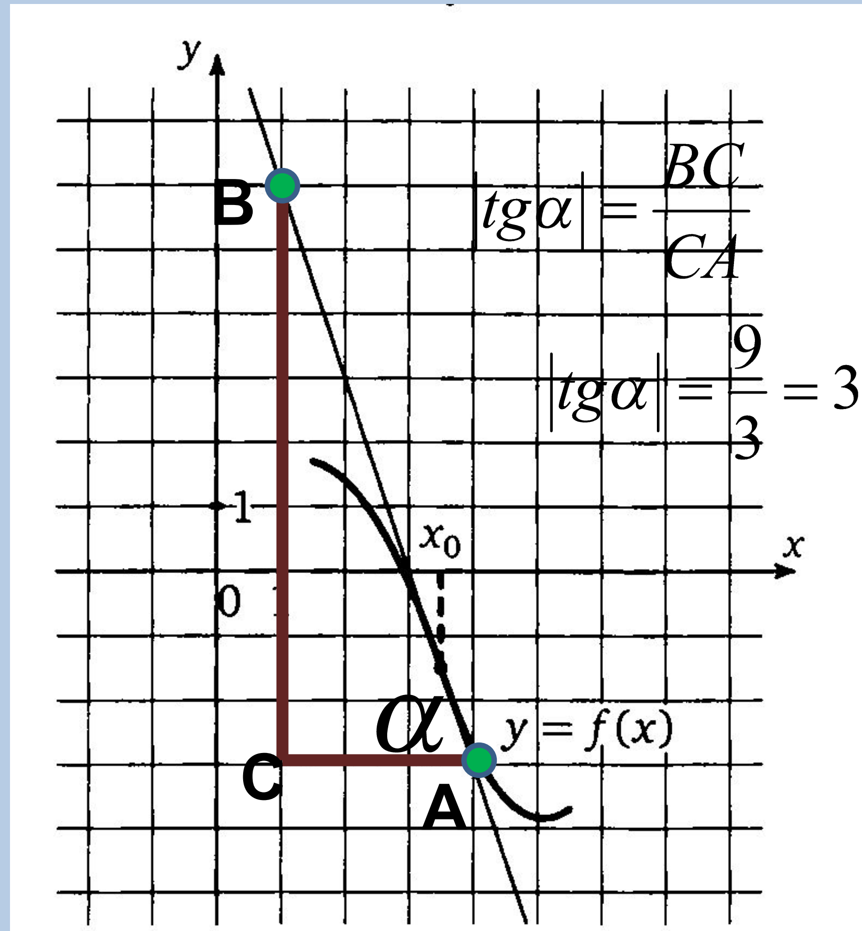
№1. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



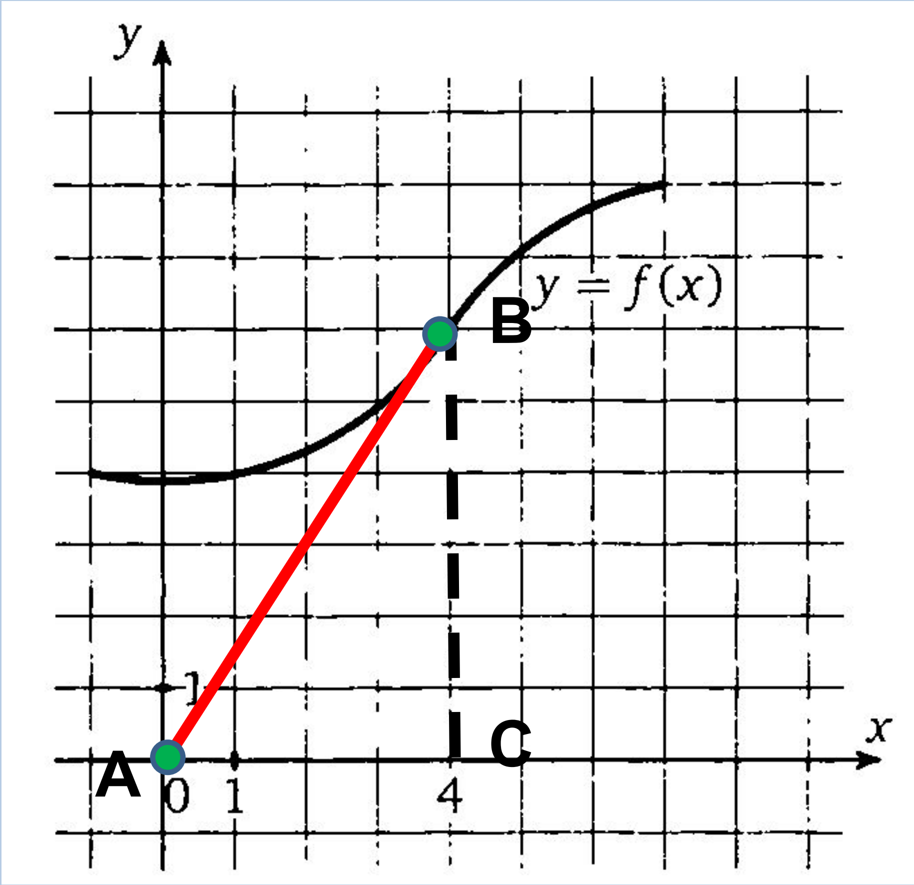


№ 2. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0





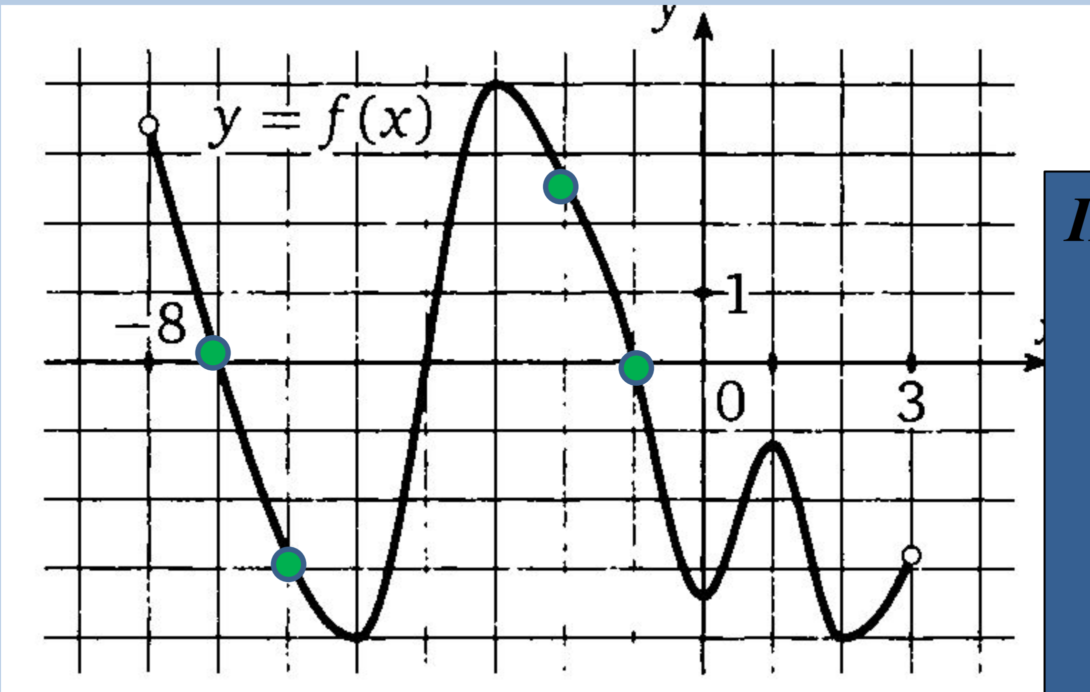
№3. Сколько раз за наблюдаемый период точка остановилась?



$$|tg\alpha| = \frac{BC}{CA}$$

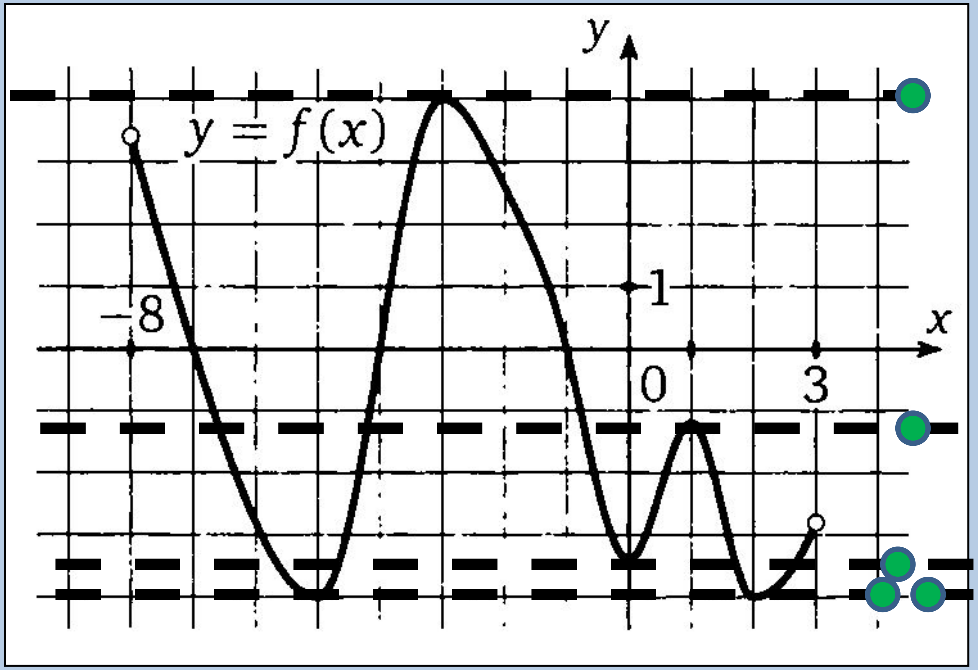
$$|tg\alpha| = \frac{6}{4} = 1{,}5$$

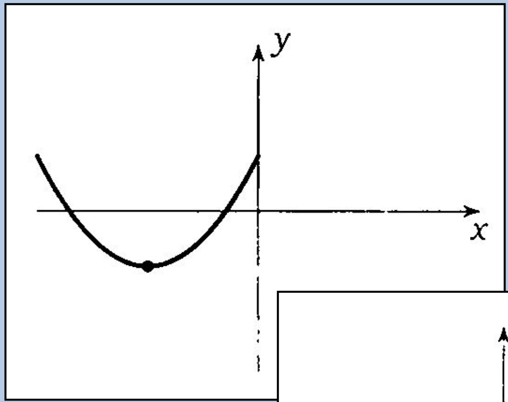
№4.Определите количество целых чисел x_i таких, что $f'(x_i)$ отрицательно?

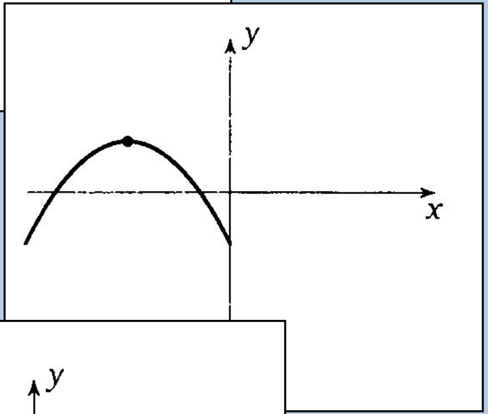


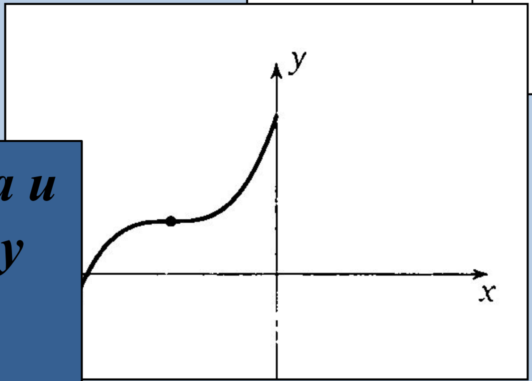
Производная непрерывно дифференцируемой функции на промежутке убывания (возрастания) отрицательна (положительна)

№5.Найдите количество точек, в которых $f'(x)$ равна 0.



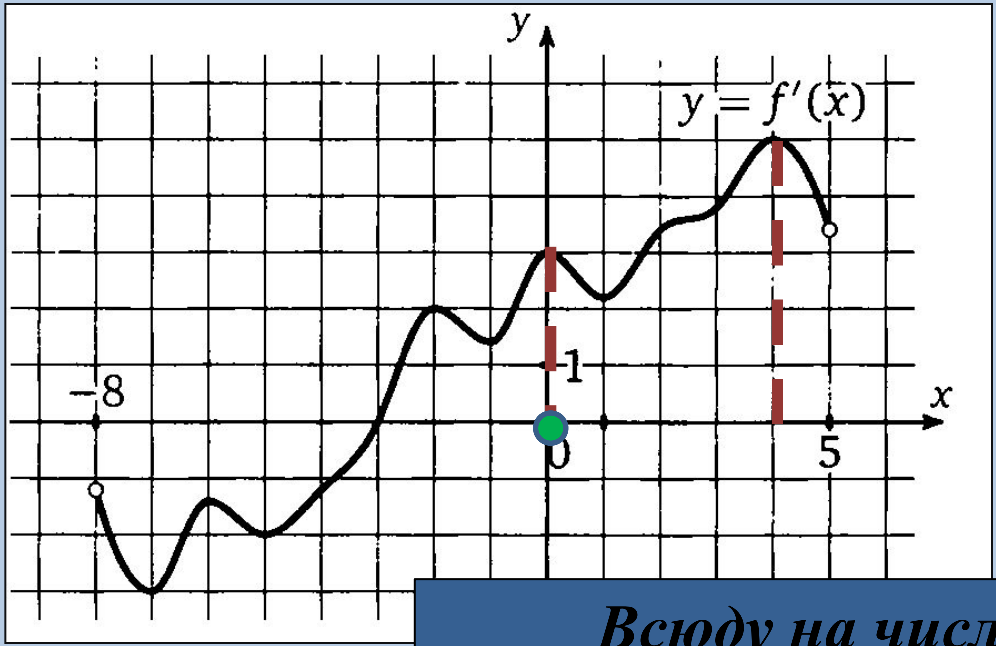






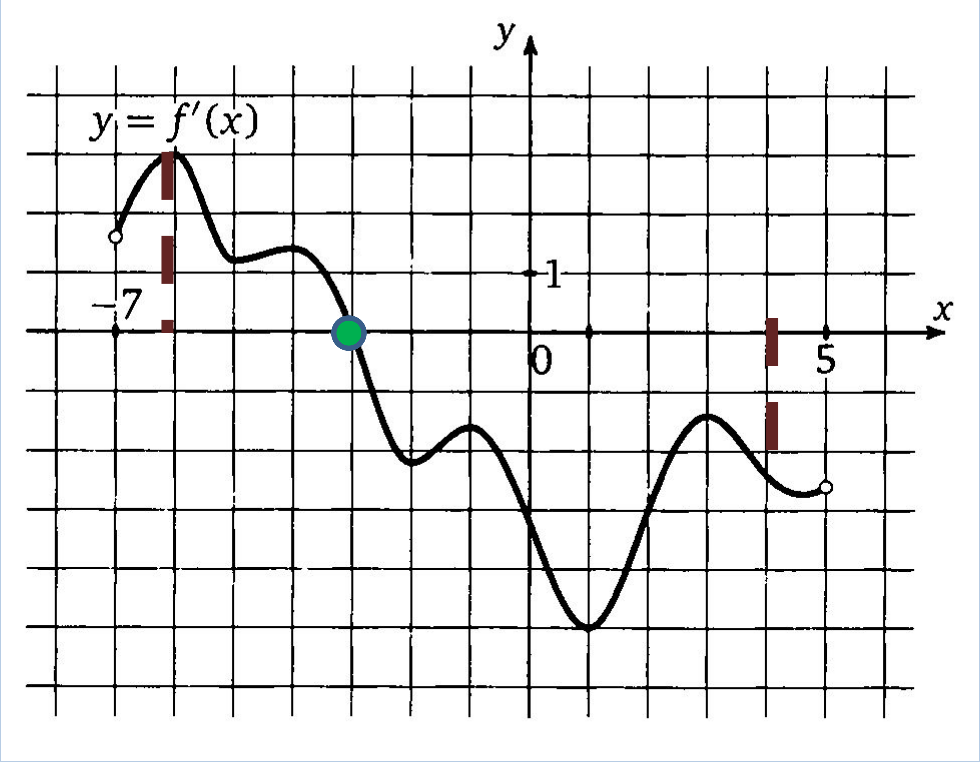
Производная функции в точке равна 0 тогда и только тогда, когда касательная к графику функции, проведенная в этой точке, горизонтальна.

№5.В какой точке отрезка $f(x)$ принимает наименьшее значение?

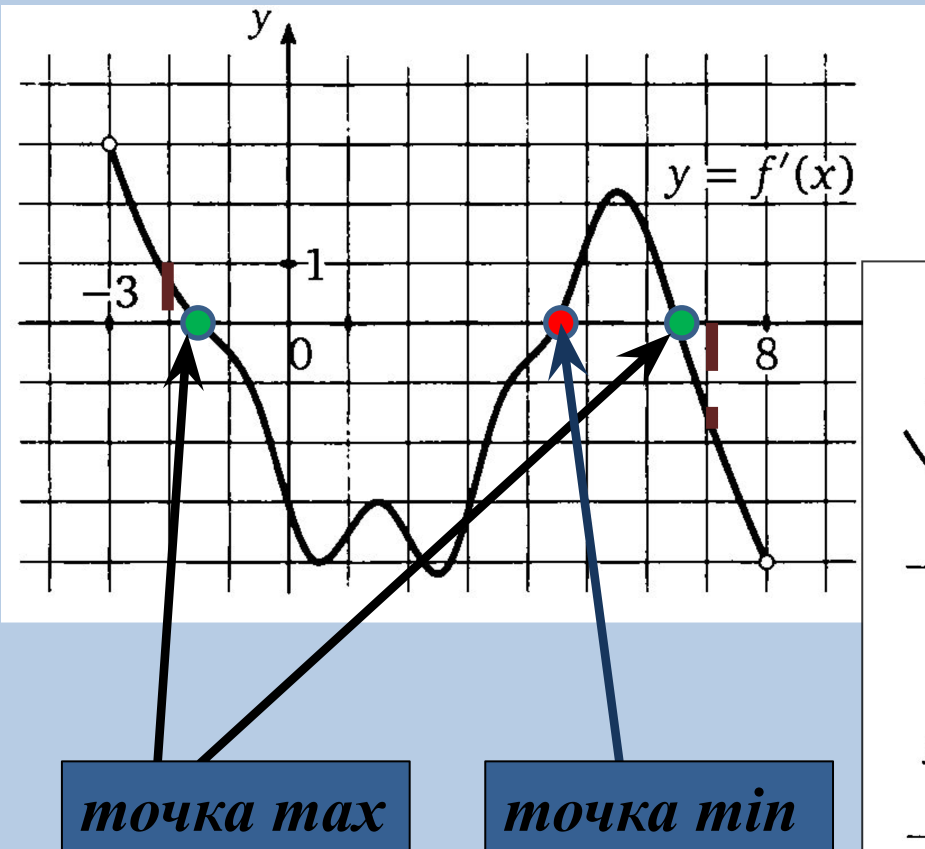


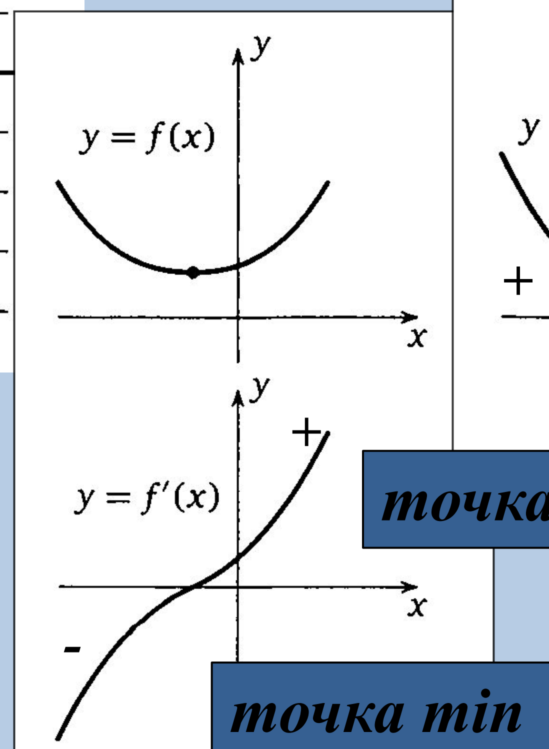
Всюду на числовом промежутке возрастает, следовательно принимает наименьшее значение на левом конце отрезка

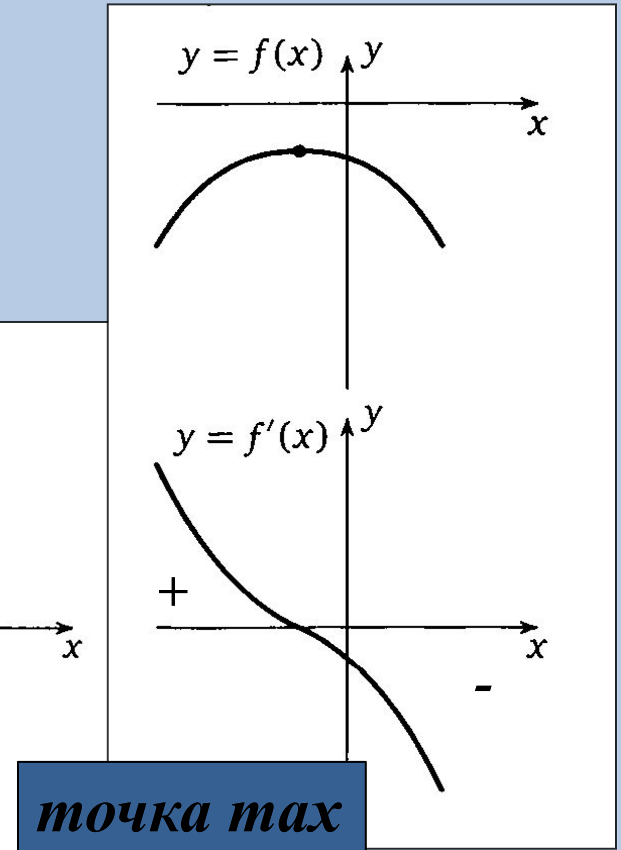
№6. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащей отрезку?



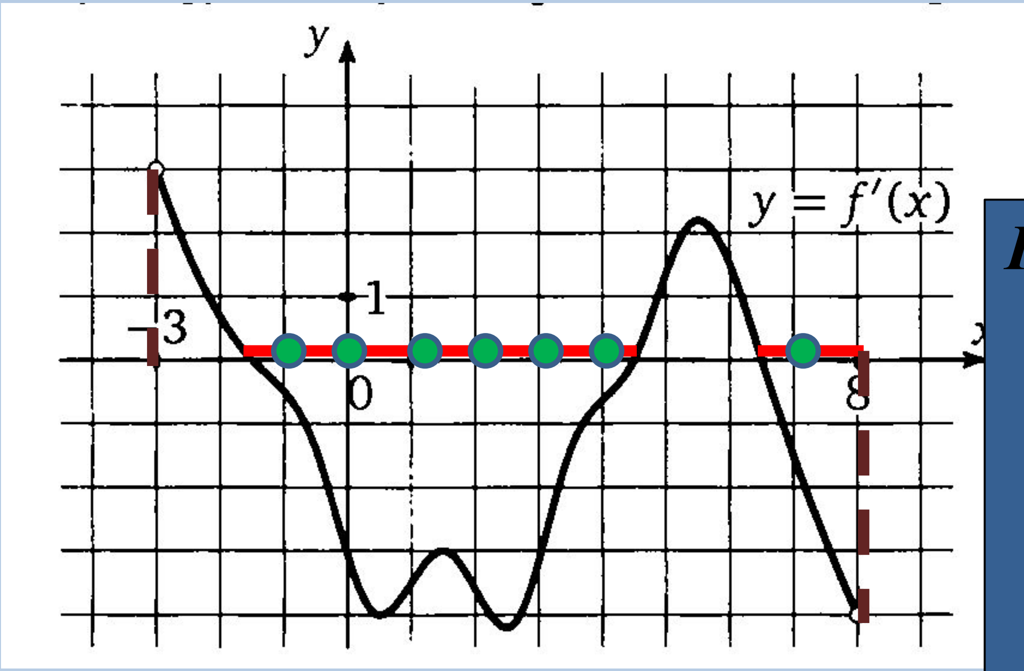
№6. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ принадлежащих отрезку.







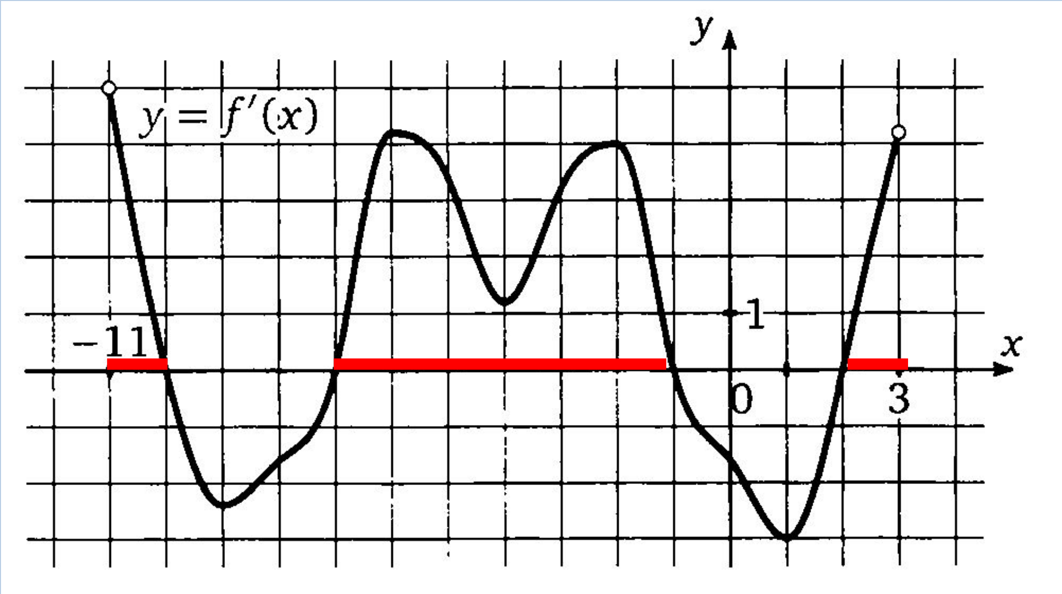
№7.Найдите промежутки убывания функции $f(x)$.В ответе укажите сумму целых чисел, входящих в эти промежутки.



Производная непрерывно дифференцируемой функции на промежутке убывания (возрастания) отрицательна (положительна)

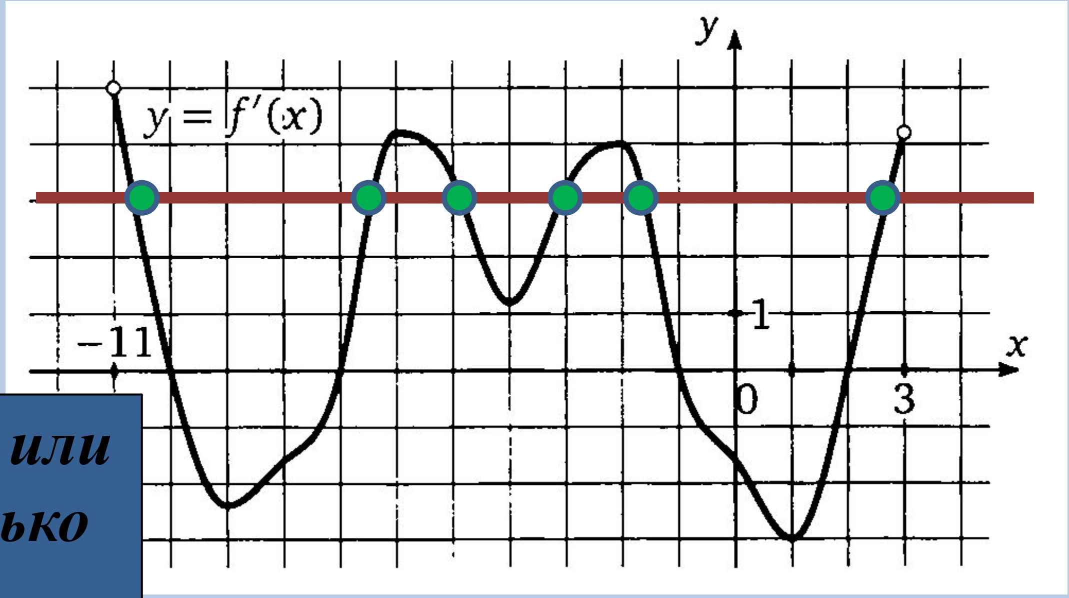
-1+0+1+2+3+4+7=16

№8.Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину большего из них.



-10-(-11)=1
-1-(-7)=6
3-2=1

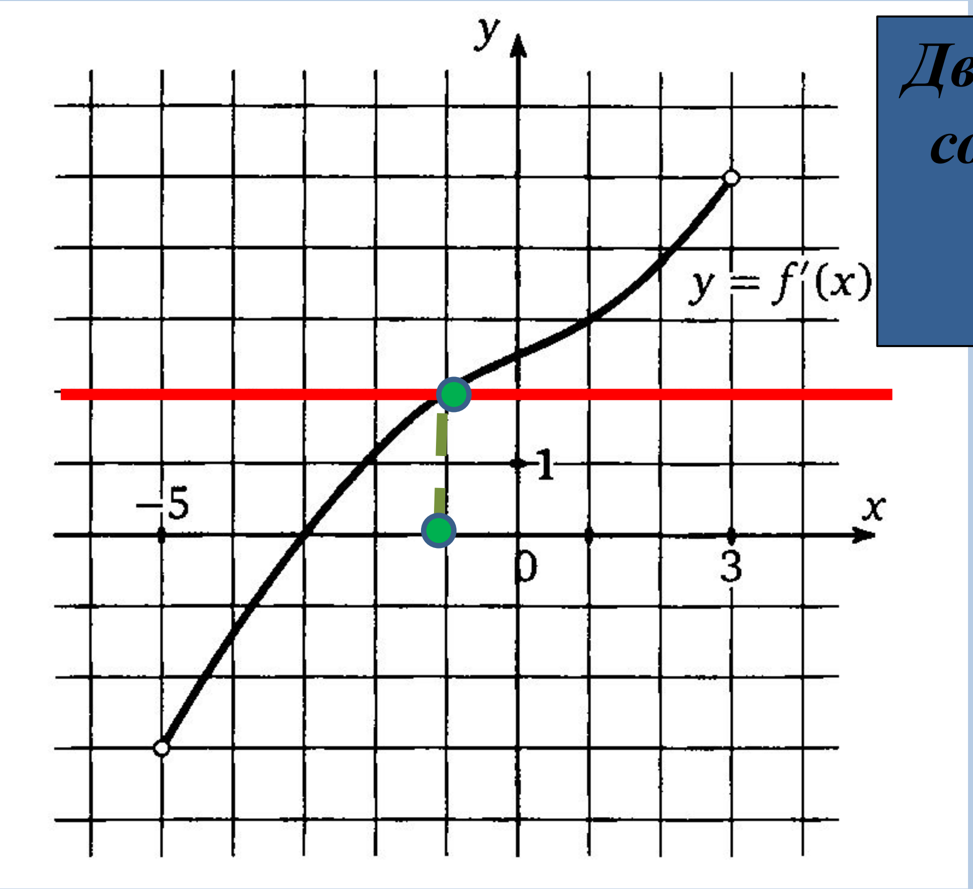
№9.Найдите количество таких чисел x_i, что касательная у графику $f(x)$ в точке x_i параллельна прямой y=3x-11 или совпадает с ней.



Две прямые параллельны или совпадают, тогда и только тогда, когда угловые коэффициенты равны.

$$f'(x) = 3$$

№10.Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой y=2x+7 или совпадает с ней.



Две прямые параллельны или совпадают, тогда и только тогда, когда угловые коэффициенты равны.

$$f^{'}(x) = 2$$

№11. Прямая $y = 4x + 13$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 - 3x + 5$. Найдите абсциссу точки касания.

Две прямые параллельны или совпадают, тогда и только тогда, когда угловые коэффициенты равны.

$$f'(x) = 4$$

$$f'(x) = 2x - 3$$

$$2x - 3 = 4$$

$$2x = 3 + 4$$

$$2x = 7 \,\Big|: 2$$

$$x = 3{,}5$$

№12. Прямая $y = 2x + 37$ является касательной к графику функции $y = x^3 + 3x^2 - 7x + 10$.Найдите абсциссу точки касания.

Если прямая является касательной к графику функции, то ее угловой коэффициент должен быть равен производной функции в точке касания.

$$f'(x) = 2 \qquad f'(x) = 3x^2 + 6x - 7 \qquad 3x^2 + 6x - 7 = 2$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{16}}{2} = \left[\begin{array}{l} x_1 = 1 \\ x_2 = -3 \end{array}\right.$$

$$f(-3) = -27 + 27 + 21 + 10 = 31 \Rightarrow (-3;31) \qquad (1;7) \notin y = 2x + 37, \text{т.к. } 7 \neq 2 \cdot 1 + 37$$

$$f(1) = 1 + 3 - 7 + 10 = 7 \Rightarrow (1;7) \qquad (-3;31) \in y = 2x + 37, \text{т.к. } 31 = 2 \cdot (-3) + 37$$

Ответ : -3