

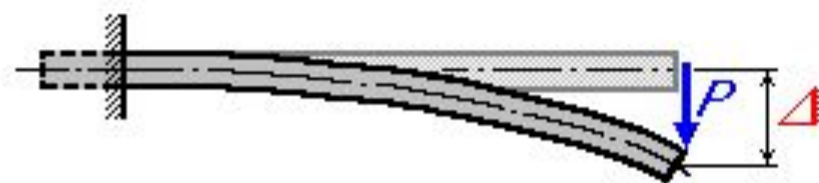
Все твердые тела способны в определенных пределах воспринимать воздействие внешних сил, не разрушаясь и не меняя существенным образом свои геометрические размеры, то есть обладают свойствами **ПРОЧНОСТИ** и **ЖЕСТКОСТИ**.

Схема нагружения



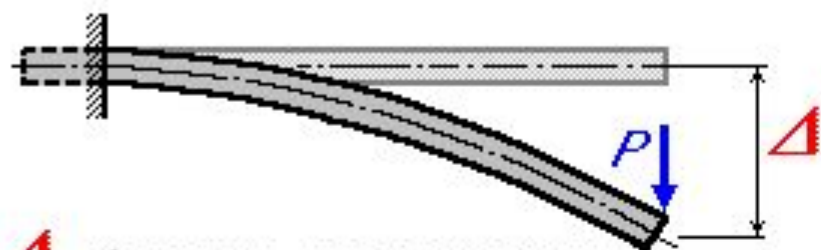
ПРОЧНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

1. Жесткая конструкция



Δ - малое (по сравнению с размерами конструкции) перемещение

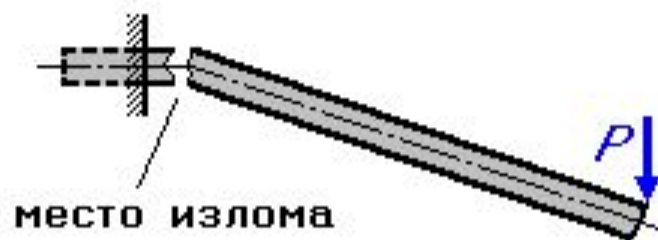
2. Гибкая конструкция



Δ - большое перемещение

НЕПРОЧНЫЕ КОНСТРУКЦИИ

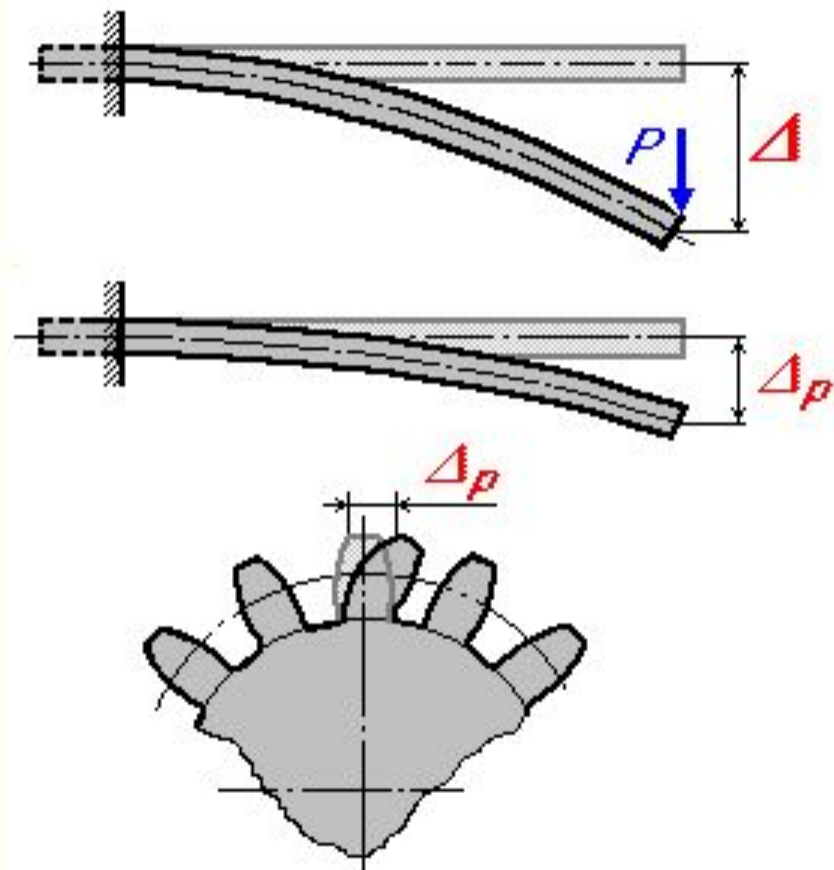
1. Хрупкое разрушение



Инженеру приходится решать множество различных вопросов, связанных с работой конструкции под нагрузкой - выбирать материал, назначать размеры конструкции, определять рабочие нагрузки и т.п.

Конструкция должна быть **ПРОЧНОЙ**, а иногда и **ЖЕСТКОЙ**.

2. Пластическое разрушение



Δ_p - остаточное или пластическое перемещение

СОВРЕМЕННАЯ НАУКА О ПРОЧНОСТИ ХАРАКТЕРИЗУЕТСЯ

- развитием расчетных методов - расчет конструкций , математическое и физическое моделирование , применение ЭВМ и т. д. ;
- широким применением экспериментальных методов исследований - исследование свойств материалов , определение эксплуатационной нагруженности и т. д.

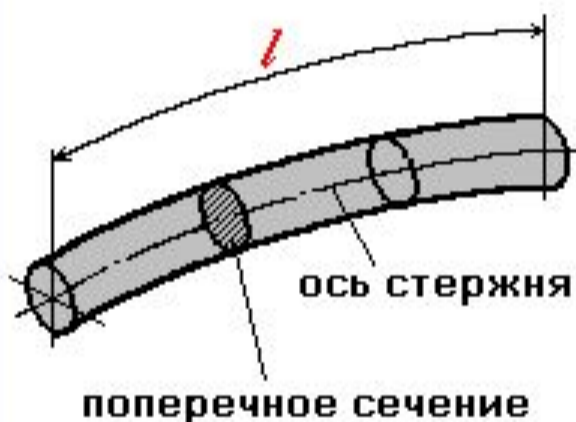


Сопротивление материалов изучает тела (конструкции), способные под нагрузкой изменять свои размеры и форму, то есть **ДЕФОРМИРУЕМЫЕ ТЕЛА**.

КЛАССИФИКАЦИЯ ТЕЛ (ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ) ПО ГЕОМЕТРИЧЕСКОМУ ПРИЗНАКУ

1. СТЕРЖЕНЬ

- длина l много больше поперечных размеров



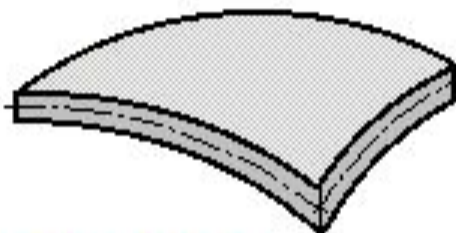
$$\frac{l}{a} \geq 5 \dots 10$$

a - наибольший размер поперечного сечения

КЛАССИФИКАЦИЯ ТЕЛ (ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ) ПО ГЕОМЕТРИЧЕСКОМУ ПРИЗНАКУ

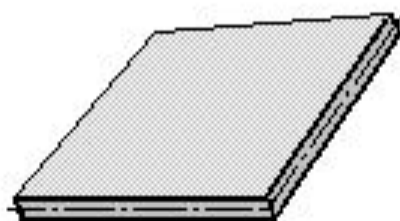
2. **ОБОЛОЧКА**

- одно из измерений (толщина) много меньше двух других



Пластинка

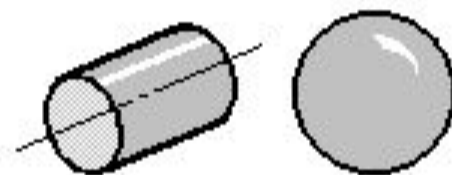
- срединная поверхность - плоскость



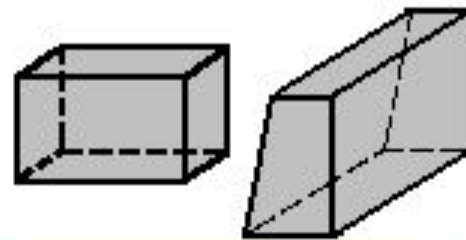
КЛАССИФИКАЦИЯ ТЕЛ (ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ) ПО ГЕОМЕТРИЧЕСКОМУ ПРИЗНАКУ

3. МАССИВ

- три размера одного порядка (шарик или ролик в подшипниках качения)



Фундаменты сооружений, подпорные стенки



КЛАССИФИКАЦИЯ ТЕЛ (ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ) ПО ГЕОМЕТРИЧЕСКОМУ ПРИЗНАКУ

1. СТЕРЖЕНЬ

- длина l много больше поперечных размеров

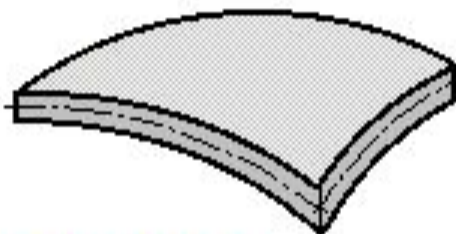


$$\frac{l}{a} \geq 5 \dots 10$$

a - наибольший размер поперечного сечения

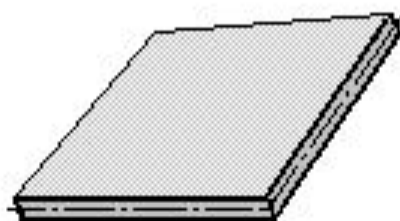
2. ОБОЛОЧКА

- одно из измерений (толщина) много меньше двух других



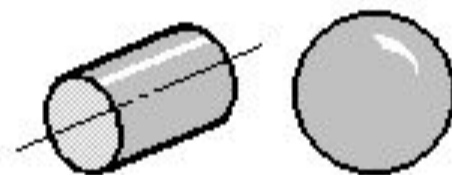
Пластинка

- срединная поверхность - плоскость

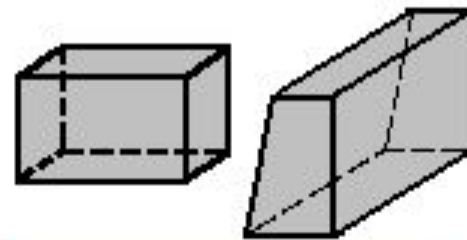


3. МАССИВ

- три размера одного порядка (шарик или ролик в подшипниках качения)



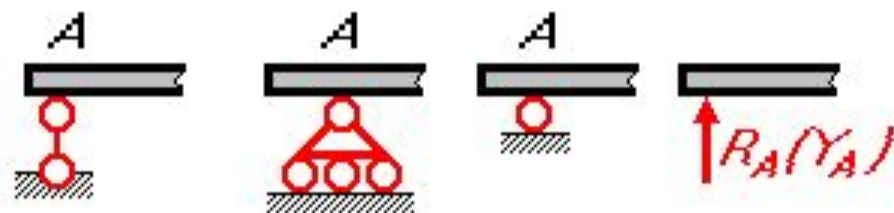
Фундаменты сооружений, подпорные стенки



КЛАССИФИКАЦИЯ СВЯЗЕЙ,

наложенных на твердое тело, расположенного в плоскости

1. **ШАРНИРНО - ПОДВИЖНАЯ**
(односвязная) опора препятствует
перемещению опорной точки по
линии действия связи



Реакция R_A всегда направлена
по линии действия связи

КЛАССИФИКАЦИЯ СВЯЗЕЙ,

наложенных на твердое тело, расположенного в плоскости

2. **ШАРНИРНО - НЕПОДВИЖНАЯ**
(двухсвязная) опора препятствует
линейным смещениям одной точки

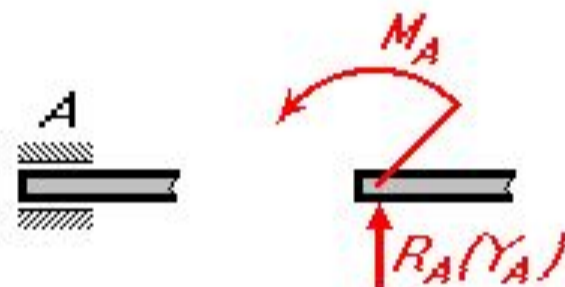


КЛАССИФИКАЦИЯ СВЯЗЕЙ,

наложенных на твердое тело, расположенного в плоскости

3. СКОЛЬЗЯЩАЯ ЗАДЕЛКА

ограничивает возможность углового и одного из линейных перемещений, но допускает перемещение вдоль стержня

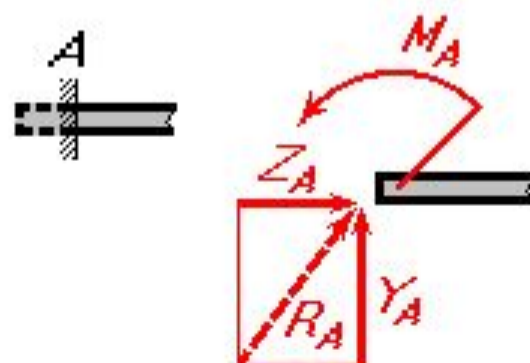


КЛАССИФИКАЦИЯ СВЯЗЕЙ,

наложенных на твердое тело, расположенного в плоскости

4. ЖЕСТКАЯ ЗАДЕЛКА

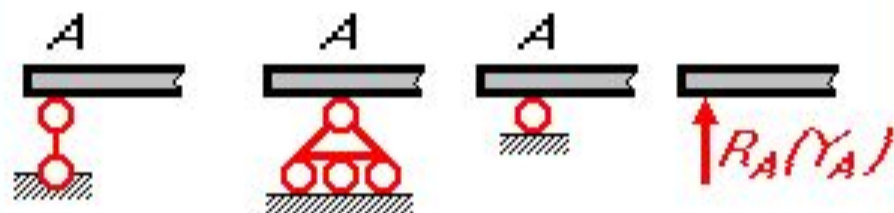
препятствует линейным и угловому
смещениям конца стержня



КЛАССИФИКАЦИЯ СВЯЗЕЙ,

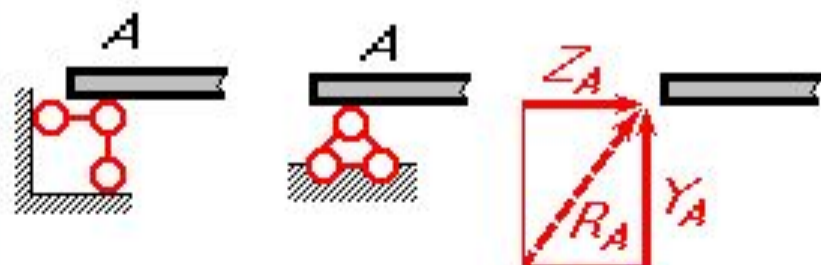
наложенных на твердое тело, расположенного в плоскости

1. **ШАРНИРНО - ПОДВИЖНАЯ**
(односвязная) опора препятствует перемещению опорной точки по линии действия связи

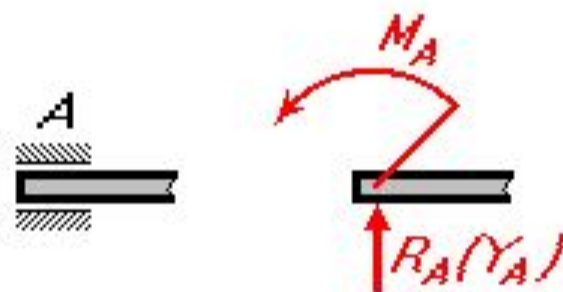


Реакция R_A всегда направлена по линии действия связи

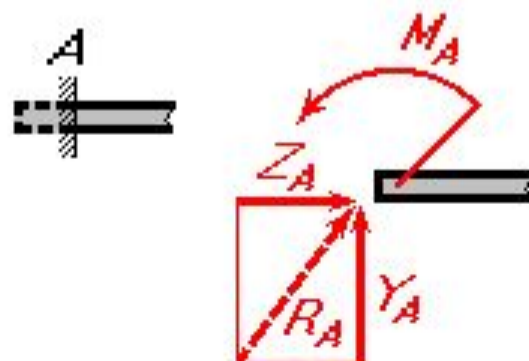
2. **ШАРНИРНО - НЕПОДВИЖНАЯ**
(двухсвязная) опора препятствует линейным смещениям одной точки



3. **СКОЛЬЗЯЩАЯ ЗАДЕЛКА**
ограничивает возможность углового и одного из линейных перемещений, но допускает перемещение вдоль стержня



4. **ЖЕСТКАЯ ЗАДЕЛКА**
препятствует линейным и угловому смещениям конца стержня



МОДЕЛЬ НАГРУЖЕНИЯ

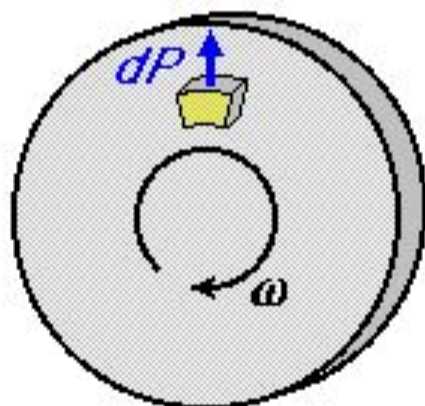
Условно принятые внешние силы :

- объемные , действующие на каждую точку тела ;
- поверхностные , приложенные к его поверхности .

К **объемным силам** относят
силы инерции ;
электромагнитные силы ;
силы веса и т.п.

Размерность объемных сил :

Н/м^3 или МН/м^3



dP - центробежная сила ,
действующая на
элемент диска

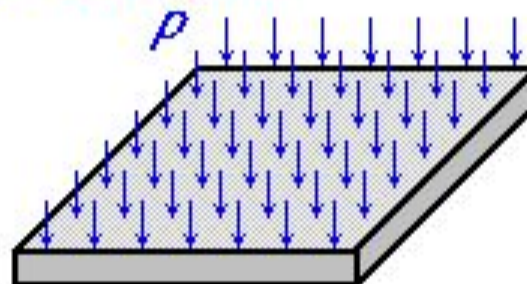
МОДЕЛЬ НАГРУЖЕНИЯ

Условно принятые внешние силы :

- объемные , действующие на каждую точку тела ;
- поверхностные , приложенные к его поверхности .

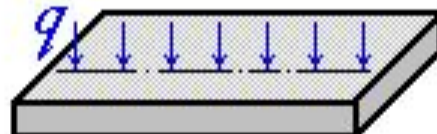
Поверхностные силы при выборе расчетной схемы упрощают и в зависимости от размеров площади нагружения подразделяют на следующие :

p - **давление** , нагрузка , распределенная по поверхности



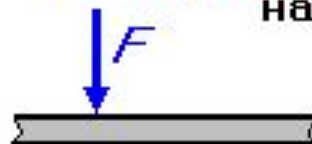
Размерность давления
 H/M^2 или MH/M^2

q - **интенсивность** , нагрузка , приходящаяся на единицу длины



Размерность интенсивности
 H/M , KH/M или MH/M

F - **сосредоточенная сила** , действующая на небольшой участок детали



Размерность силы
 H , KH , MH

МОДЕЛЬ НАГРУЖЕНИЯ

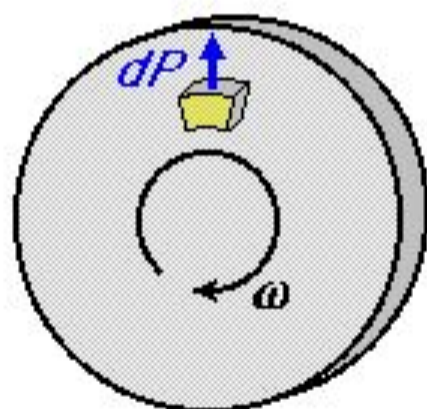
Условно принятые внешние силы:

- объемные, действующие на каждую точку тела;
- поверхностные, приложенные к его поверхности.

К **объемным силам** относят силы инерции; электромагнитные силы; силы веса и т.п.

Размерность объемных сил:

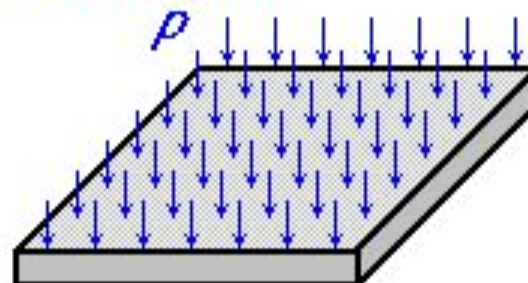
Н/м^3 или МН/м^3



dP - центробежная сила, действующая на элемент диска

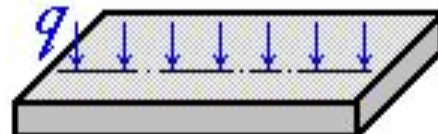
Поверхностные силы при выборе расчетной схемы упрощают и в зависимости от размеров площади нагружения подразделяют на следующие:

p - **давление**, нагрузка, распределенная по поверхности



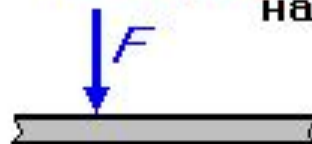
Размерность давления Н/м^2 или МН/м^2

q - **интенсивность**, нагрузка, приходящаяся на единицу длины



Размерность интенсивности Н/м , кН/м или МН/м

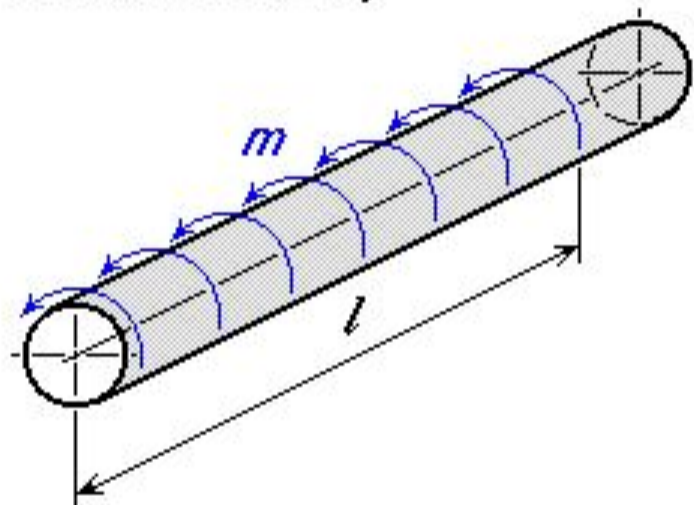
F - **сосредоточенная сила**, действующая на небольшой участок детали



Размерность силы Н , кН , МН

МОДЕЛЬ НАГРУЖЕНИЯ (продолжение)

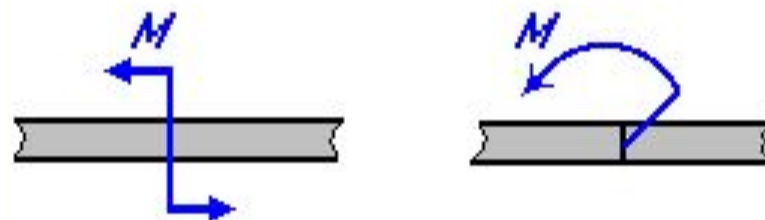
Распределенные пары сил
(например, момент трения
в подшипнике)



m - интенсивность момента

Размерность Н·м/м или МН·м/м

Сосредоточенные пары сил

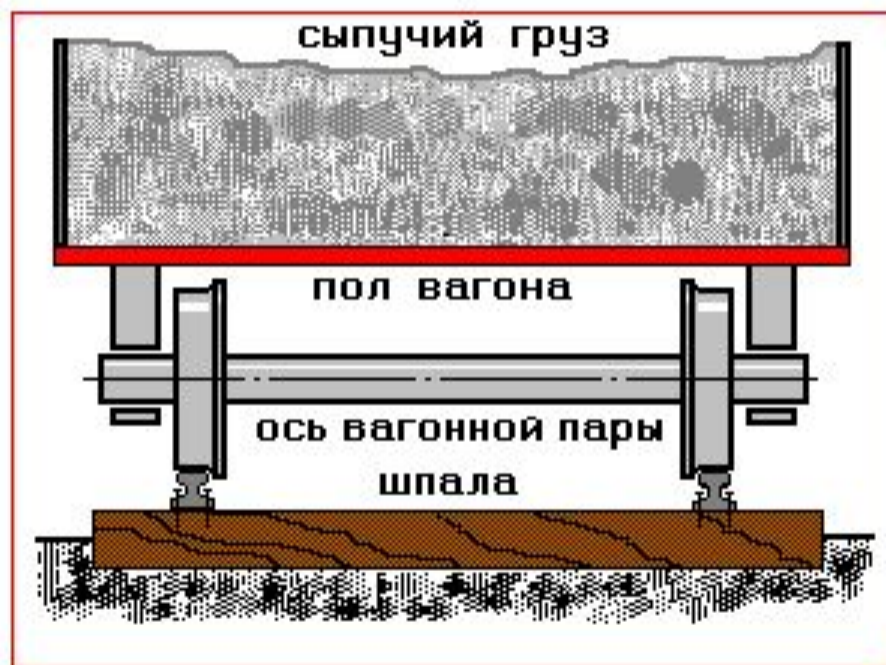


Размерность Н·м, кН·м, МН·м

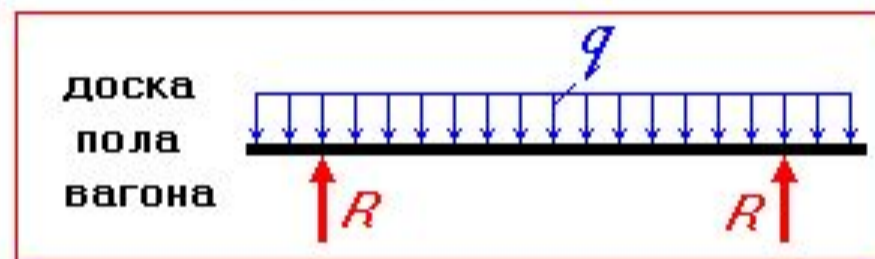
МОДЕЛЬ ФОРМЫ КОНСТРУКЦИИ

Расчетная схема - реальный объект, освобожденный от несущественных особенностей.

Реальный объект



Расчетная схема



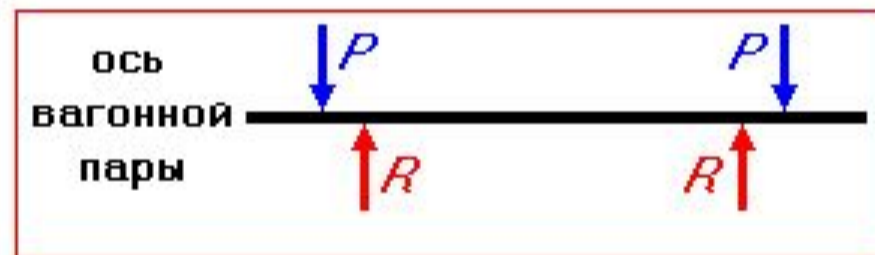
МОДЕЛЬ ФОРМЫ КОНСТРУКЦИИ

Расчетная схема - реальный объект, освобожденный от несущественных особенностей.

Реальный объект



Расчетная схема



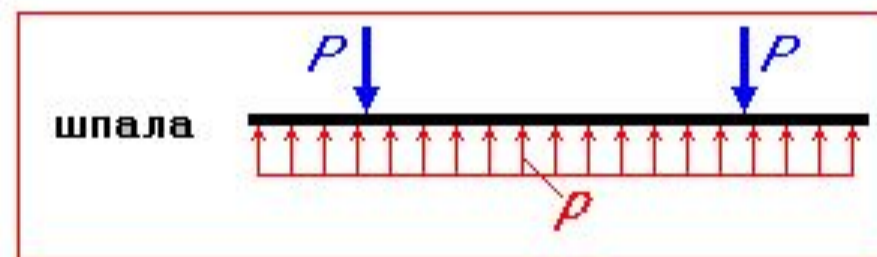
МОДЕЛЬ ФОРМЫ КОНСТРУКЦИИ

Расчетная схема - реальный объект, освобожденный от несущественных особенностей.

Реальный объект



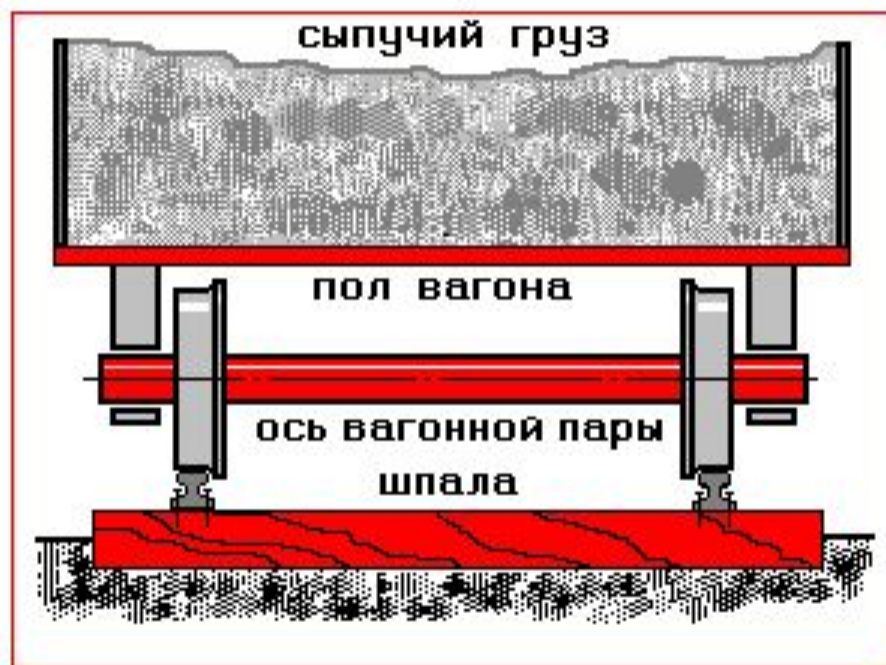
Расчетная схема



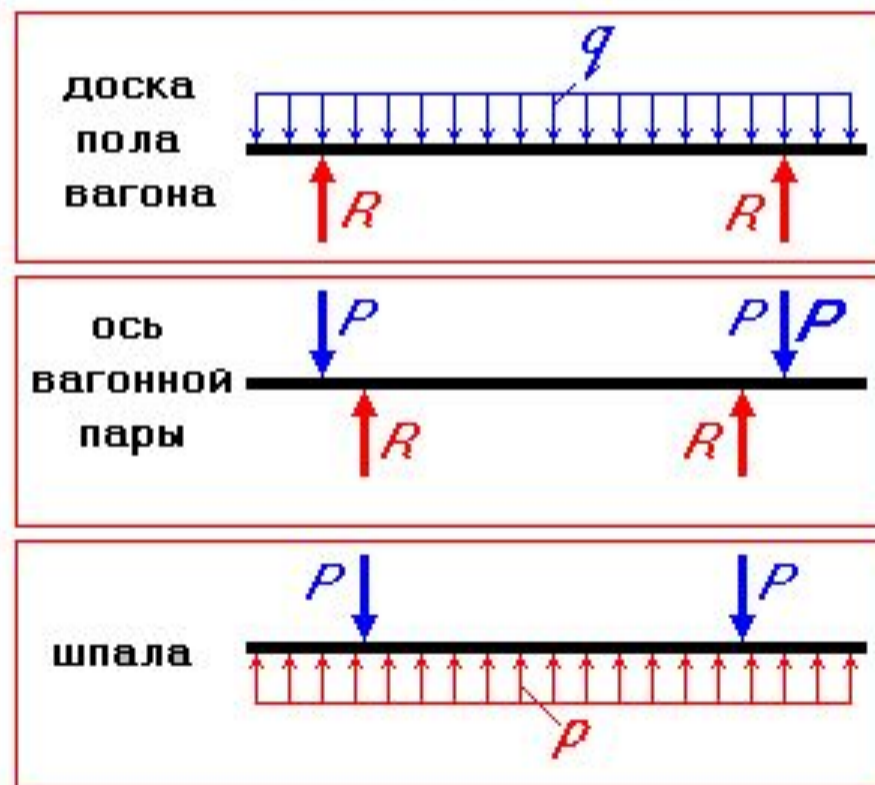
МОДЕЛЬ ФОРМЫ КОНСТРУКЦИИ

Расчетная схема - реальный объект, освобожденный от несущественных особенностей.

Реальный объект

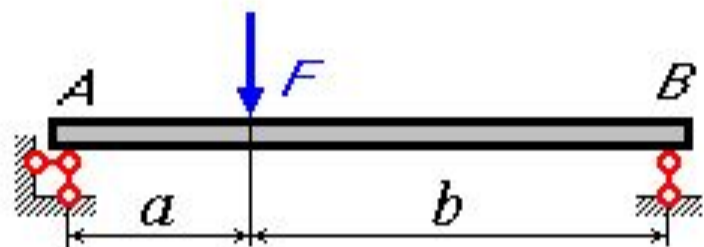


Расчетные схемы



ПРИМЕР

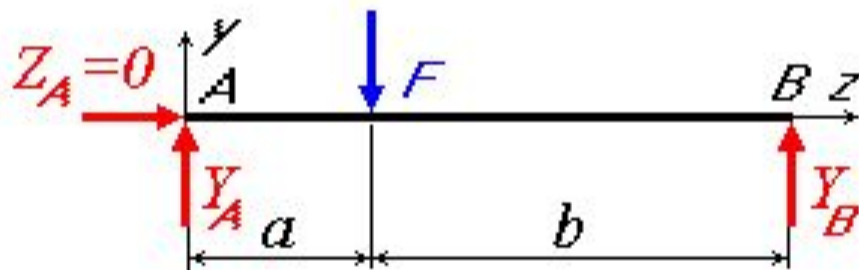
Определить опорные реакции в системе



$$\Sigma M_A = F \cdot a - Y(a+b) = 0;$$

$$\Sigma M_B = F \cdot b - Y(a+b) = 0;$$

$$\Sigma Z = Z_A = 0; \quad Z_A = 0;$$



$$Y_A = \frac{F \cdot b}{a+b}; \quad Y_B = \frac{F \cdot a}{a+b};$$

Проверка: $\Sigma Y = 0$

- Материал рассматривается как сплошная среда
- Гипотеза о естественном ненапряженном состоянии
- Однородность материала
- Изотропность материала
- Идеальная упругость материала
- Идеальные пластичность и вязкость материала

КУРС СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ КАК ФУНДАМЕНТАЛЬНАЯ ИНЖЕНЕРНАЯ ДИСЦИПЛИНА

Сопротивление материалов - наука об инженерных методах расчетов на прочность, жесткость и устойчивость элементов машин и сооружений (конструкций)



ВНУТРЕННИЕ СИЛЫ. МЕТОД СЕЧЕНИЙ

Прочность твердого тела обусловлена силами сцепления между его частицами (атомами, молекулами и т.п.). При нагружении твердого тела внешними силами (активными и реактивными) внутренние силы сцепления изменяются - появляются дополнительные внутренние силы, сопровождающие деформацию тела.

Для выявления внутренних сил служит **МЕТОД СЕЧЕНИЙ**.

Стержень и поперечное сечение



Оси x и y - главные
центральные оси

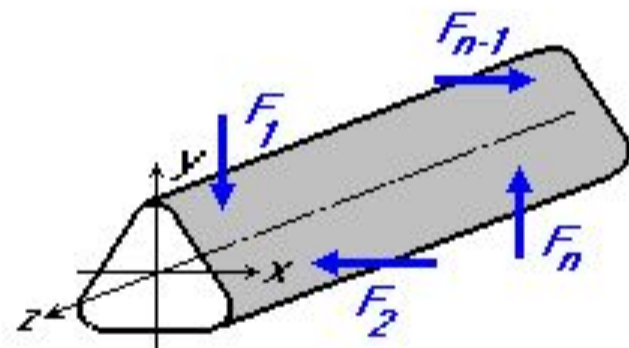
ВНУТРЕННИЕ СИЛЫ. МЕТОД СЕЧЕНИЙ

Прочность твердого тела обусловлена силами сцепления между его частицами (атомами, молекулами и т.п.). При нагружении твердого тела внешними силами (активными и реактивными) внутренние силы сцепления изменяются - появляются дополнительные внутренние силы, сопровождающие деформацию тела.

Для выявления внутренних сил служит **МЕТОД СЕЧЕНИЙ**.

Система внешних сил:

$$(F_e) = (F_1, F_2, \dots, F_{n-1}, F_n)$$



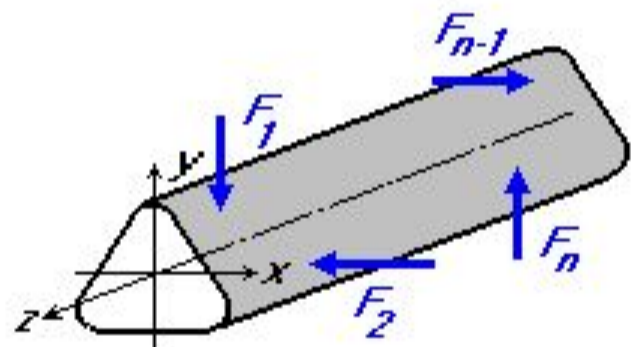
Стержень находится в равновесии:

$$\Sigma(F_e) = 0$$

ВНУТРЕННИЕ СИЛЫ. МЕТОД СЕЧЕНИЙ (продолжение)

Прочность твердого тела обусловлена силами сцепления между его частицами (атомами, молекулами и т.п.). При нагружении твердого тела внешними силами (активными и реактивными) внутренние силы сцепления изменяются - появляются дополнительные внутренние силы, сопровождающие деформацию тела. Для выявления внутренних сил служит метод сечений.

Равновесие стержня



Система внешних сил:

$$(F_e) = (F_1, F_2, \dots, F_{n-1}, F_n)$$

Стержень находится в равновесии: $\sum(F_e) = 0$

Уравнения равновесия

$$\sum X = \sum (F_e)_x = 0$$

$$\sum Y = \sum (F_e)_y = 0$$

$$\sum Z = \sum (F_e)_z = 0$$

$$\sum M_x = \sum M_x(F_e) = 0$$

$$\sum M_y = \sum M_y(F_e) = 0$$

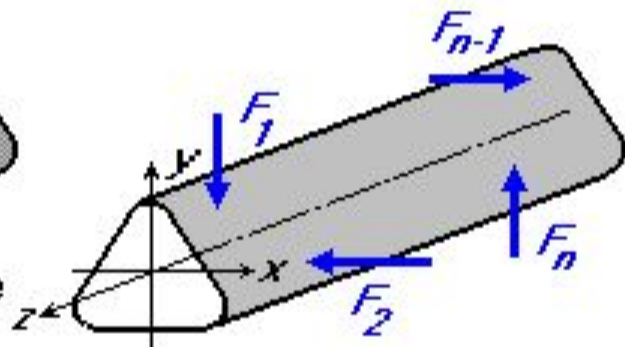
$$\sum M_z = \sum M_z(F_e) = 0$$

ВНУТРЕННИЕ СИЛЫ. МЕТОД СЕЧЕНИЙ (продолжение)

Прочность твердого тела обусловлена силами сцепления между его частицами (атомами, молекулами и т.п.). При нагружении твердого тела внешними силами (активными и реактивными) внутренние силы сцепления изменяются - появляются дополнительные внутренние силы, сопровождающие деформацию тела. Для выявления внутренних сил служит метод сечений.



Оси x и y - главные центральные оси



Система внешних сил:
 $(F_e) = (F_1, F_2, \dots, F_{n-1}, F_n)$

Стержень находится в равновесии: $\sum(F_e) = 0$

$$\sum X = \sum (F_e)_x = 0$$

$$\sum Y = \sum (F_e)_y = 0$$

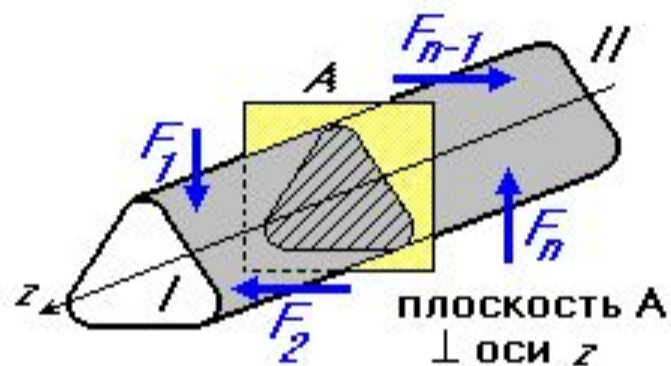
$$\sum Z = \sum (F_e)_z = 0$$

$$\sum M_x = \sum M_x(F_e) = 0$$

$$\sum M_y = \sum M_y(F_e) = 0$$

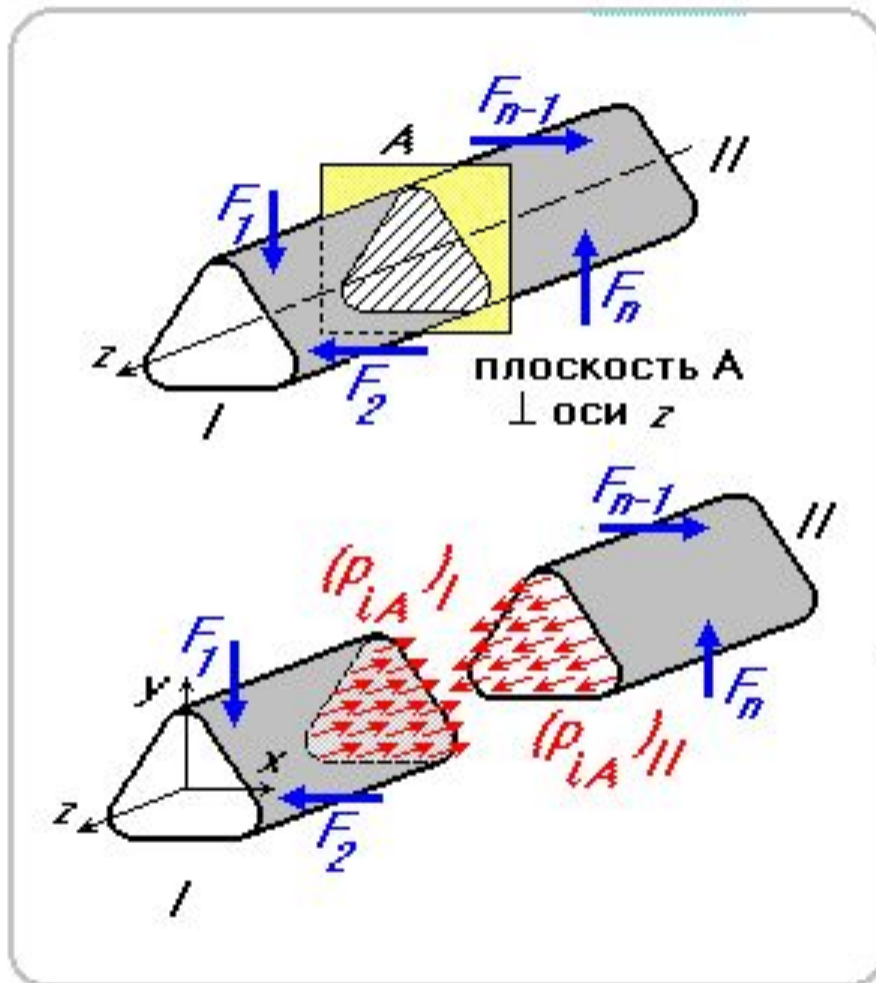
$$\sum M_z = \sum M_z(F_e) = 0$$

МЕТОД СЕЧЕНИЙ



Рассечем мысленно стержень на две части плоскостью A , перпендикулярной к оси стержня.

ВНУТРЕННИЕ СИЛЫ



Рассечем мысленно стержень на две части плоскостью А, перпендикулярной к оси стержня.

I - левая часть стержня;
II - правая часть стержня;

p_{iA} - система внутренних сил в сечении А.

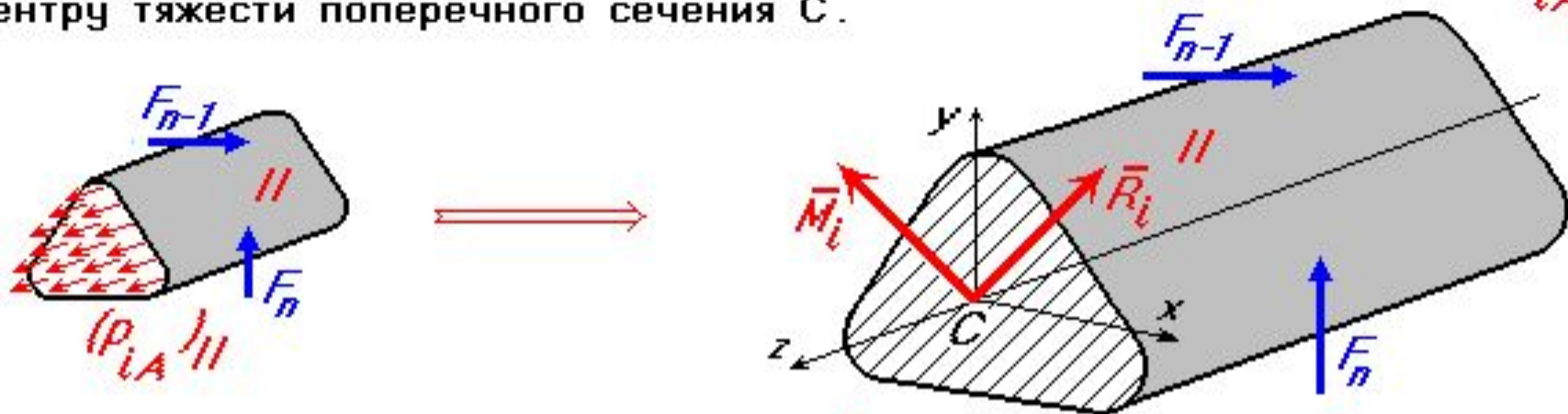
$$(p_{iA})_I = -(p_{iA})_{II}$$

Внутренние силы p_{iA} - реакции внутренних связей.

Они распределены по площади сечения (размерность Па, МПа)

ГЛАВНЫЙ ВЕКТОР И ГЛАВНЫЙ МОМЕНТ

Рассмотрим подробно равновесие правой отсеченной части стержня. Воспользуемся правилами статики и приведем систему внутренних сил к центру тяжести поперечного сечения C .



В результате получим главный вектор \bar{R}_i и главный момент \bar{M}_i .

ВНУТРЕННИЕ СИЛОВЫЕ ФАКТОРЫ (ВСФ) В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ СТЕРЖНЯ

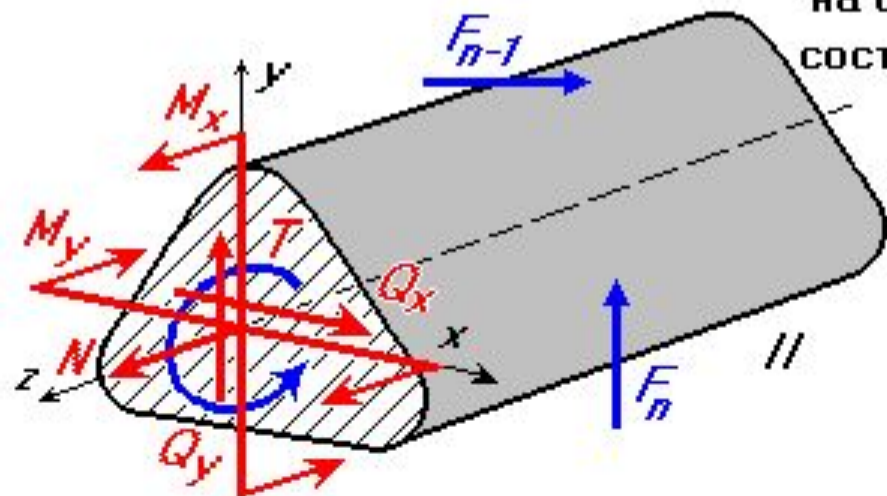
Спроектируем главный вектор и главный момент на оси ординат, то есть разложим их на три составляющих N, Q_x, Q_y и заменим на T, M_x, M_y .

N - нормальная (продольная) сила;

Q_x и Q_y - поперечные (перерезывающие) силы вдоль осей x и y ;

T - крутящий момент;

M_x и M_y - изгибающие моменты относительно осей x и y .

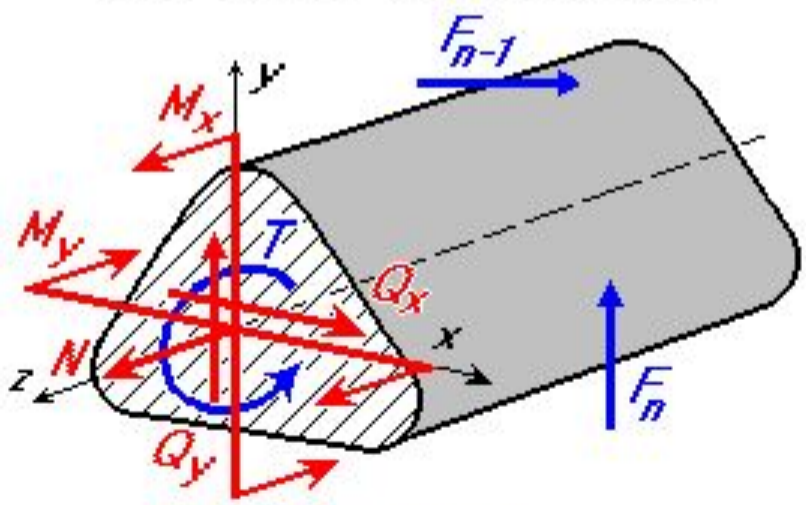


ВНУТРЕННИЕ СИЛОВЫЕ ФАКТОРЫ В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ СТЕРЖНЯ

- нормальная сила N - проекция главного вектора внутренних сил на ось z ;
- поперечные силы Q_x и Q_y - проекции главного вектора на оси x и y , лежащие в плоскости поперечного сечения ;
- крутящий момент T - проекция главного момента внутренних сил на ось z (момент внутренних сил относительно оси стержня) ;
- изгибающие моменты M_x и M_y - проекции главного момента на оси x и y (моменты внутренних сил относительно осей x и y) .

УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ ОТСЕЧЕННОЙ ЧАСТИ СТЕРЖНЯ . ВЕЛИЧИНЫ ВНУТРЕННИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ

Отсеченная часть стержня :

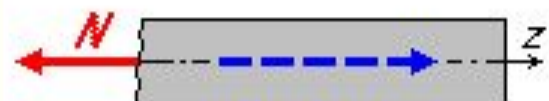


$\sum Z = N + \sum (F_e)_z^* = 0 ;$	$N = - \sum (F_e)_z^* ;$
$\sum X = Q_x + \sum (F_e)_x^* = 0 ;$	$Q_x = - \sum (F_e)_x^* ;$
$\sum Y = Q_y + \sum (F_e)_y^* = 0 ;$	$Q_y = - \sum (F_e)_y^* ;$
$\sum M_z = T + \sum M_z (F_e)^* = 0 ;$	$T = - \sum M_z (F_e)^* ;$
$\sum M_x = M_x + \sum M_x (F_e)^* = 0 ;$	$M_x = - \sum M_x (F_e)^* ;$
$\sum M_y = M_y + \sum M_y (F_e)^* = 0 ;$	$M_y = - \sum M_y (F_e)^* ;$

Здесь символ $(F_e)^*$ обозначает внешние силы , действующие на отсеченную часть стержня .

ОСНОВНЫЕ (простые) ВИДЫ НАГРУЖЕНИЯ СТЕРЖНЯ

Растяжение - сжатие



$$\Sigma(F_e)_z^*$$

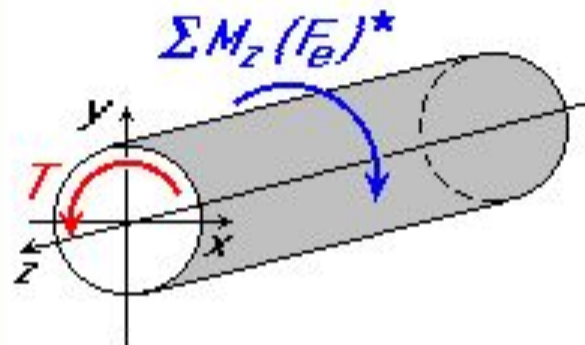


$$\Sigma(F_e)_z^*$$

Если в поперечных сечениях стержня возникает **нормальная сила N** , а прочие силовые факторы равны нулю, то стержень испытывает **РАСТЯЖЕНИЕ** или **СЖАТИЕ**, в зависимости от направления нормальной силы.

ОСНОВНЫЕ (простые) ВИДЫ НАГРУЖЕНИЯ СТЕРЖНЯ

Кручение



Если в поперечных сечениях стержня действует **крутящий момент T** , то стержень (вал) работает на **КРУЧЕНИЕ**.

Крутящий момент стремится повернуть сечение вокруг оси стержня.

ОСНОВНЫЕ (простые) ВИДЫ НАГРУЖЕНИЯ СТЕРЖНЯ

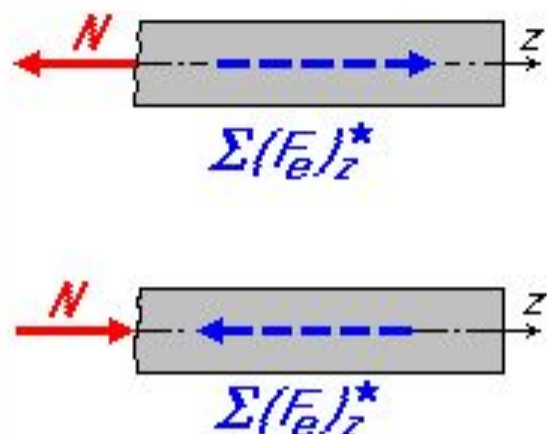
Изгиб



Если в поперечных сечениях стержня действуют только **изгибающие моменты** M_x или M_y , стержень (балка) испытывает **ЧИСТЫЙ ИЗГИБ**.

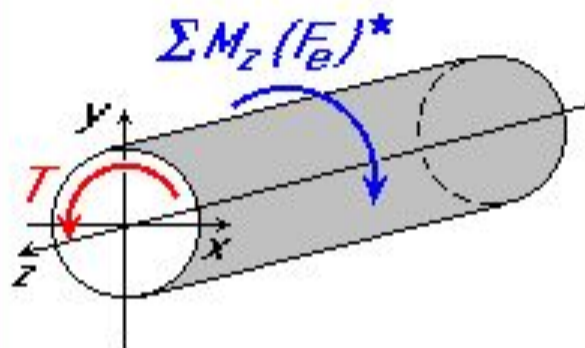
ОСНОВНЫЕ (простые) ВИДЫ НАГРУЖЕНИЯ СТЕРЖНЯ

Растяжение - сжатие



Если в поперечных сечениях стержня возникает **нормальная сила N** , а прочие силовые факторы равны нулю, то стержень испытывает **РАСТЯЖЕНИЕ** или **СЖАТИЕ**, в зависимости от направления нормальной силы.

Кручение



Если в поперечных сечениях стержня действует **крутящий момент T** , то стержень (вал) работает на **КРУЧЕНИЕ**. Крутящий момент стремится повернуть сечение вокруг оси стержня.

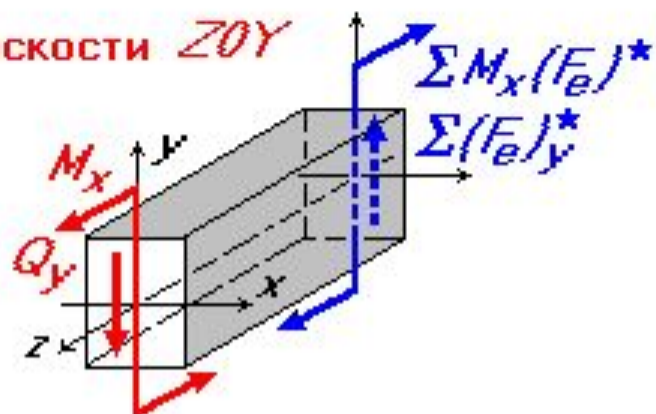
Изгиб



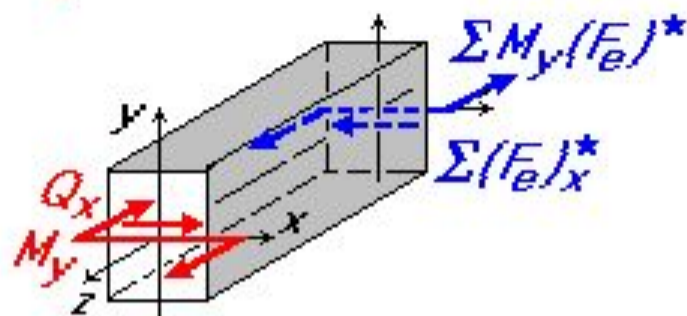
Если в поперечных сечениях стержня действуют только **изгибающие моменты M_x или M_y** , стержень (балка) испытывает **ЧИСТЫЙ ИЗГИБ**.

ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ

а) в плоскости ZOY



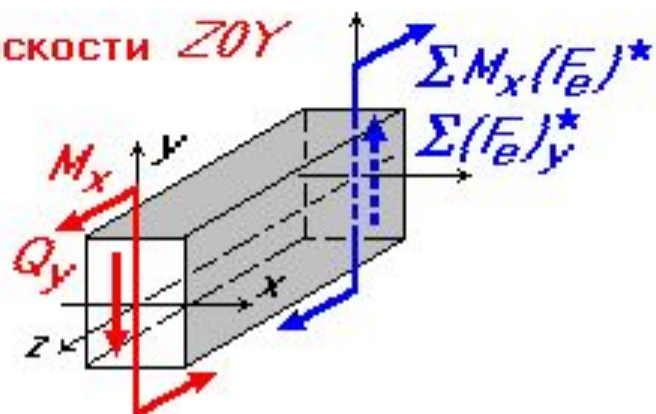
б) в плоскости ZOX



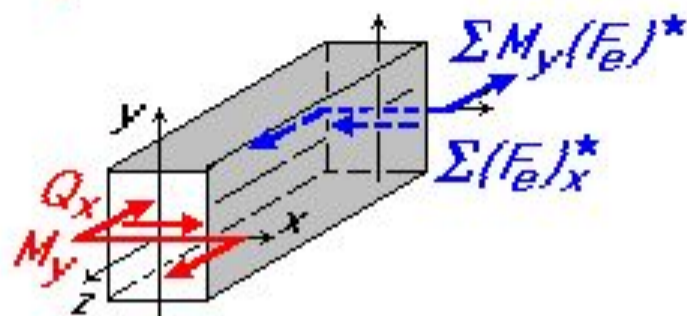
Если в поперечных сечениях стержня (балки) наряду с изгибающим моментом M_x или M_y имеет место поперечная сила Q_y или Q_x , то нагружение называется ПОПЕРЕЧНЫМ ИЗГИБОМ.

ПОПЕРЕЧНЫЙ ИЗГИБ

а) в плоскости ZOY



б) в плоскости ZOX



Если в поперечных сечениях стержня (балки) наряду с изгибающим моментом M_x или M_y имеет место поперечная сила Q_y или Q_x , то нагружение называется ПОПЕРЕЧНЫМ ИЗГИБОМ.

СЛОЖНЫМ СОПРОТИВЛЕНИЕМ называется комбинация простых видов нагружения

Растяжение
и кручение

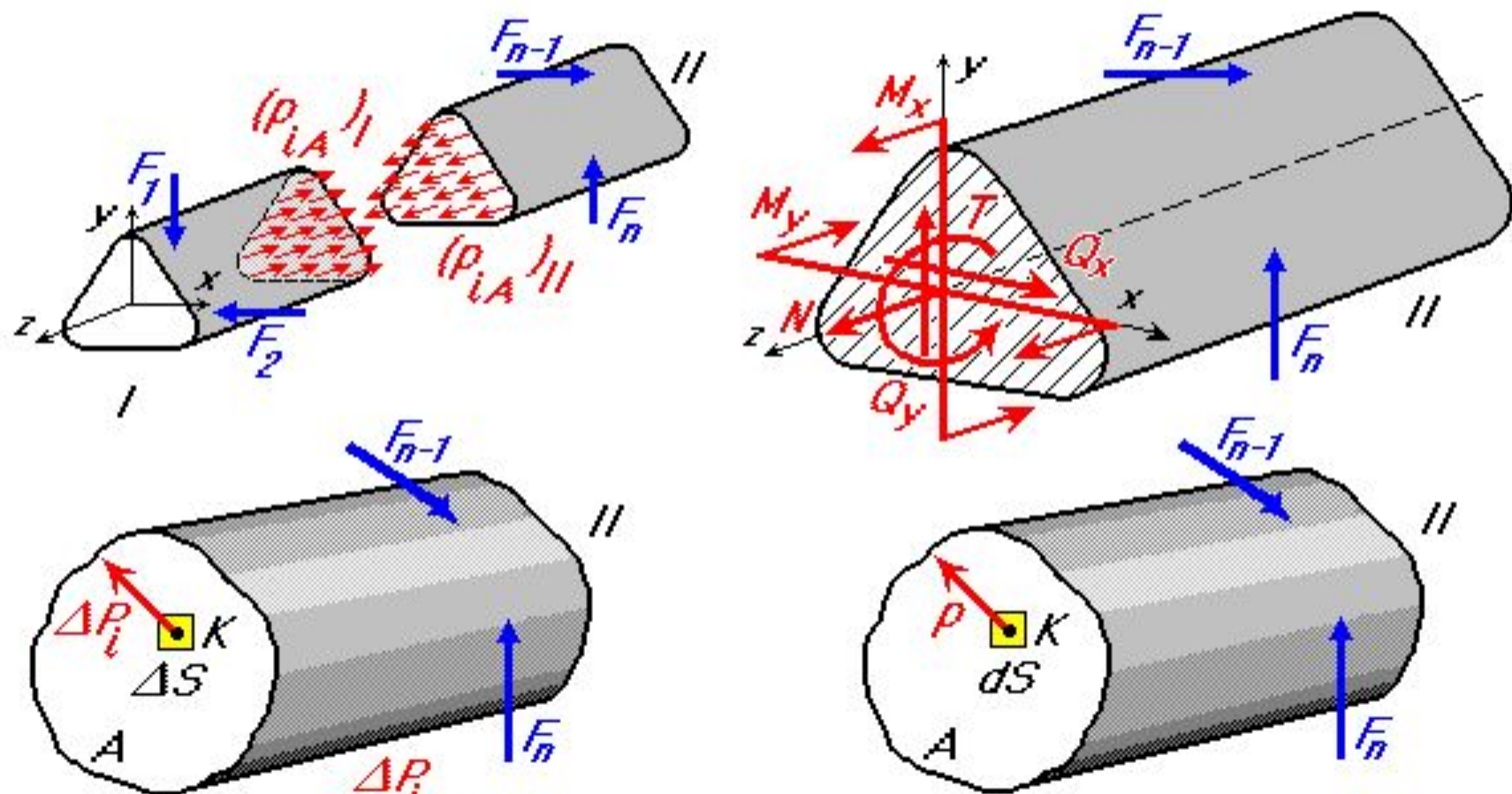


Растяжение, изгиб
и кручение

ПОНЯТИЕ О НАПРЯЖЕНИИ

Внутренних силовых факторов, как таковых, в виде сосредоточенных сил и моментов в действительности не существует. Они являются равнодействующими системы внутренних сил, распределенных по сечению.

МЕРА ИНТЕНСИВНОСТИ ВНУТРЕННИХ, РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ПО ПЛОЩАДИ СЕЧЕНИЯ СИЛ НАЗЫВАЕТСЯ НАПРЯЖЕНИЕМ.

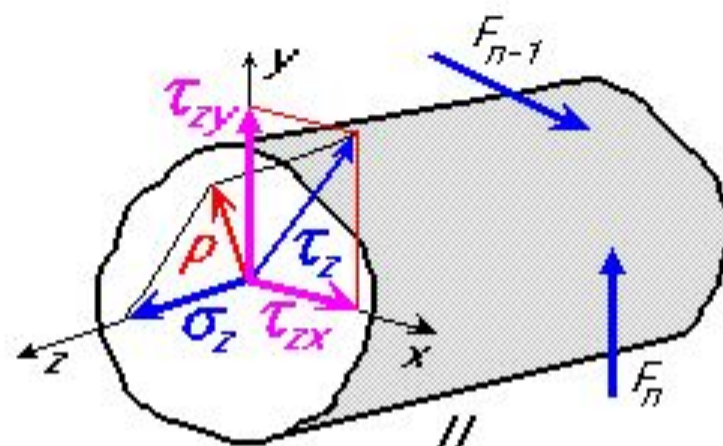
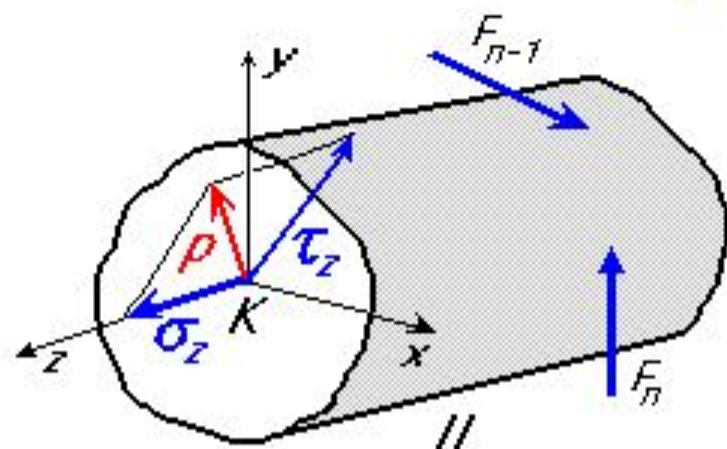


$$\lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta P_i}{\Delta S} = p - \text{полное напряжение в точке } K \text{ сечения } A \text{ (вектор),}$$

(Па)

СОСТАВЛЯЮЩИЕ НАПРЯЖЕНИЯ

Спроектируем напряжение ρ на нормаль (на ось z) и на плоскость сечения, а затем касательное напряжение τ_z на оси x и y , лежащие в плоскости сечения:



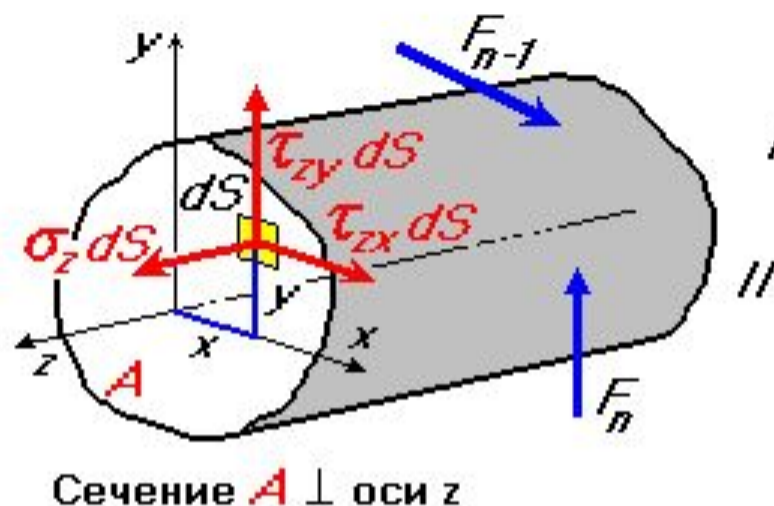
σ_z - нормальное напряжение, проекция ρ на ось z ;

τ_z - касательное напряжение, проекция ρ на плоскость сечения;

$$\rho^2 = \sigma_z^2 + \tau_z^2 = \sigma_z^2 + \tau_{zx}^2 + \tau_{zy}^2$$

Величины ρ , σ_z и τ_z зависят не только от положения точки K в теле, но и от направления сечения, проведенного через нее. Совокупность напряжений для множества площадок, проходящих через данную точку, характеризует напряженное состояние в ней.

СТАТИЧЕСКАЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЬ ЗАДАЧИ О РАСПРЕДЕЛЕНИИ НАПРЯЖЕНИЙ ПО СЕЧЕНИЮ



$$N = \int_S \sigma_z dS; \quad Q_x = \int_S \tau_{zx} dS; \quad Q_y = \int_S \tau_{zy} dS;$$

$$T = \int_S (\tau_{zy} x - \tau_{zx} y) dS;$$

$$M_x = \int_S \sigma_z y dS; \quad M_y = \int_S \sigma_z x dS.$$

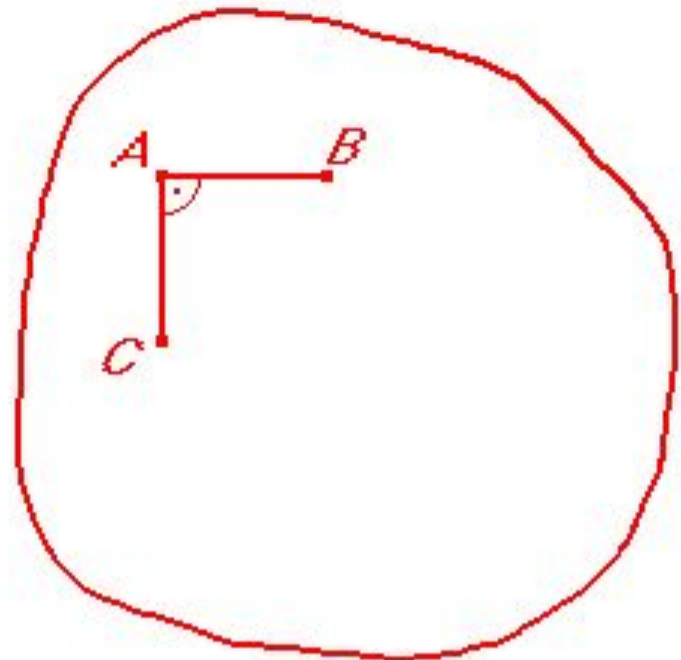
При известных напряжениях по приведенным формулам можно найти внутренние силовые факторы (N, Q_x, Q_y, T, M_x, M_y).

По известным внутренним силовым факторам с помощью одних этих формул определить напряжения нельзя, то есть задача о распределении напряжений по сечению статически неопределима.

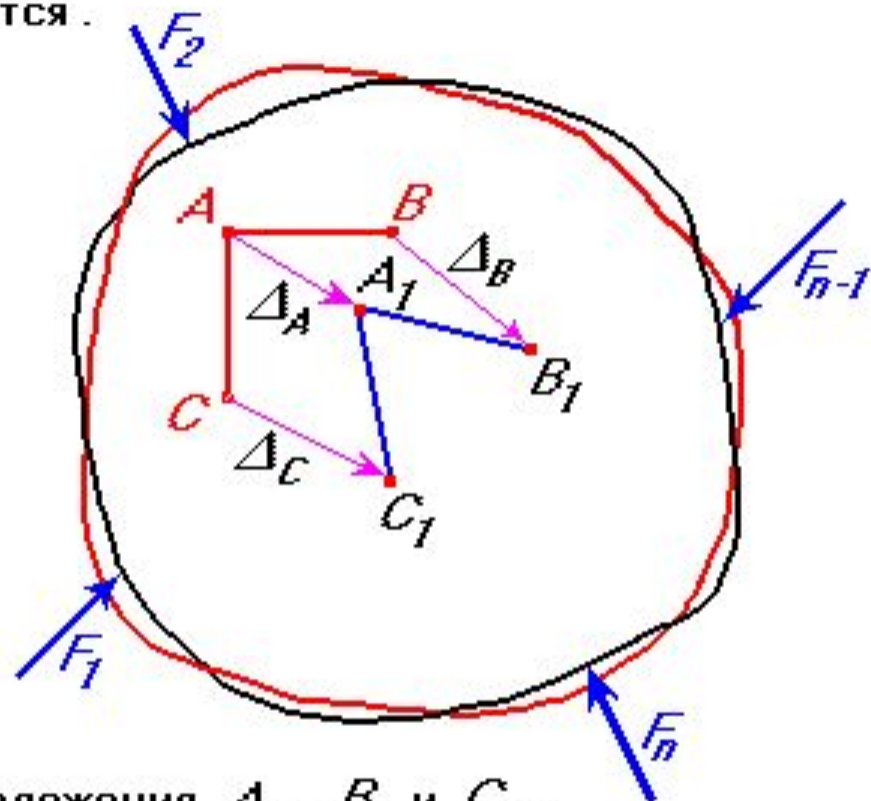
Напряжения по сечению должны быть распределены так, чтобы деформированные поверхности после совмещения отсеченных частей стержня в точности совпали. Это условие называется условием совместности деформаций.

ПОНЯТИЕ О ПЕРЕМЕЩЕНИЯХ И ДЕФОРМАЦИЯХ

Исходное состояние :



Под действием внешних нагрузок пластинка (тело) деформируется, форма и размеры изменяются.



На боковой поверхности пластинки (тела) два бесконечно малых перпендикулярных отрезка AB и AC до нагружения.

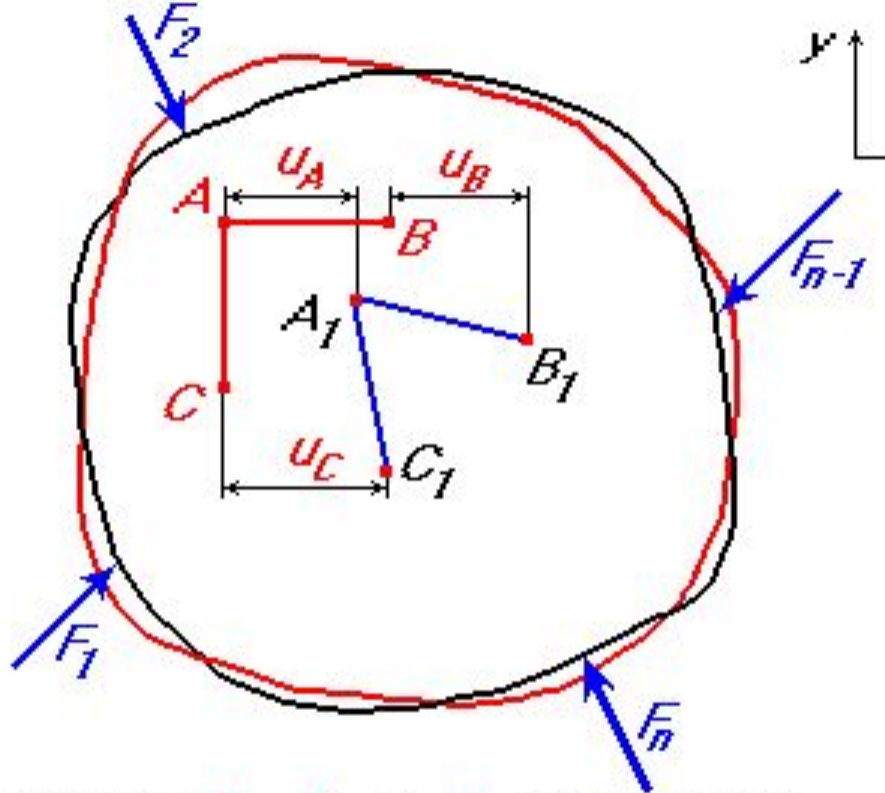
Точки A, B и C переместятся в новые положения A_1, B_1 и C_1 .

Отрезки $AA_1(\Delta_A), BB_1(\Delta_B)$ и $CC_1(\Delta_C)$ называются ПОЛНЫМИ ПЕРЕМЕЩЕНИЯМИ точек A, B и C .

Обозначим: $\Delta_{AB} = A_1B_1 - AB$ и $\Delta_{AC} = A_1C_1 - AC$ и будем называть АБСОЛЮТНЫМИ УДЛИНЕНИЯМИ отрезков AB и AC .

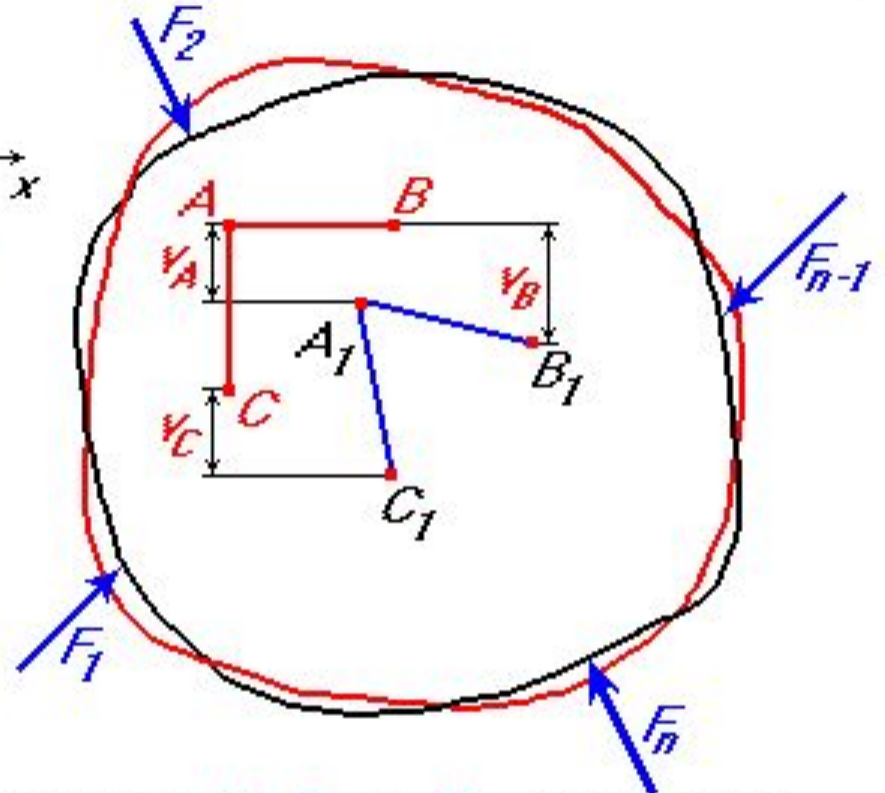
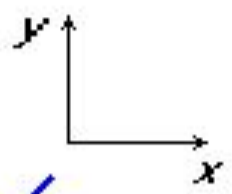
Интенсивность перемещения точки характеризуется элементарными **ДЕФОРМАЦИЯМИ**.

Перемещения и деформация вдоль оси x . Перемещения и деформация вдоль оси y .



Отрезки u_A, u_B и u_C называются перемещениями точек A, B и C вдоль оси x .

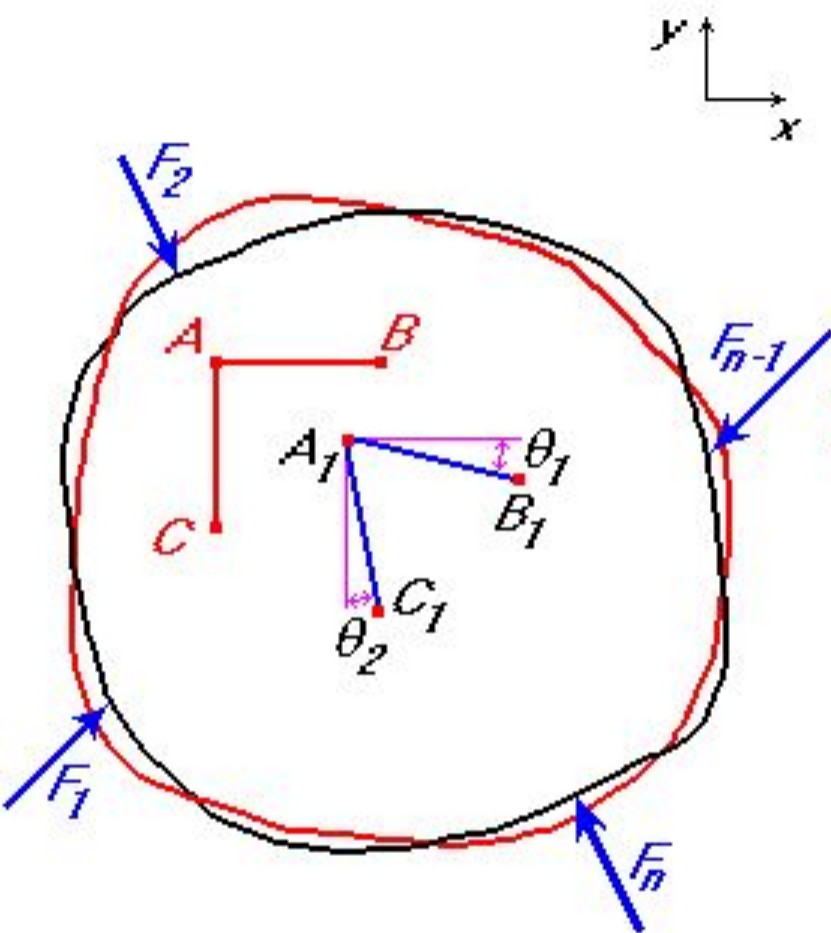
$\lim_{AB \rightarrow 0} \frac{\Delta AB}{AB} = \epsilon_x$ - линейная деформация (относительное удлинение) в точке A по направлению оси x .



Отрезки v_A, v_B и v_C называются перемещениями точек A, B и C вдоль оси y .

$\lim_{AC \rightarrow 0} \frac{\Delta AC}{AC} = \epsilon_y$ - линейная деформация (относительное удлинение) в точке A по направлению оси y .

УГЛОВЫЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ И ДЕФОРМАЦИИ



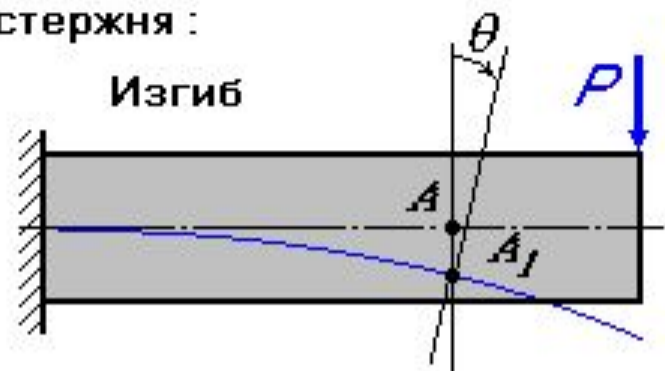
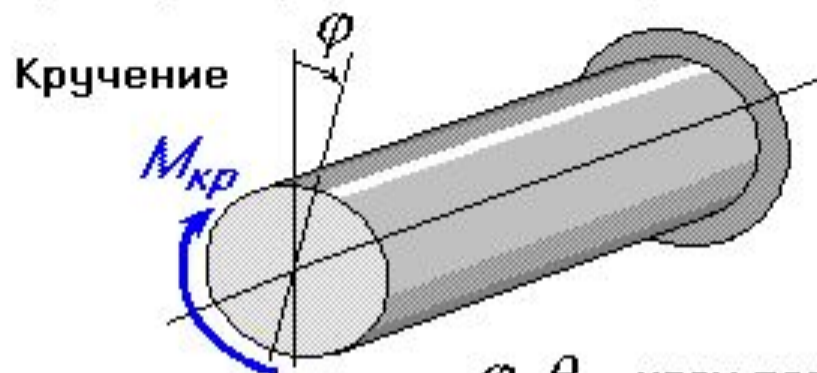
Величины θ_1 и θ_2 называются угловыми перемещениями отрезков AB и AC .

$$\lim_{\substack{AB \rightarrow 0 \\ AC \rightarrow 0}} (\angle B_1 A_1 C_1 - \angle BAC) = \gamma_{(BAC)} = \theta_1 + \theta_2$$

Сумма углов θ_1 и θ_2 показывает насколько изменился в результате деформации прямой угол BAC .

$\gamma_{(BAC)} = \gamma_{xy} = \theta_1 + \theta_2$ - угловая деформация (относительный сдвиг или просто сдвиг) в точке A плоскости BAC или xOy (размерность - радиан).

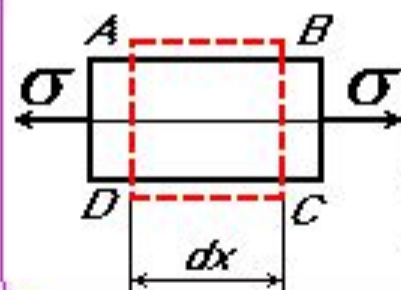
В сопротивлении материалов рассматриваются и перемещения системы точек, например, перемещения поперечного сечения стержня:



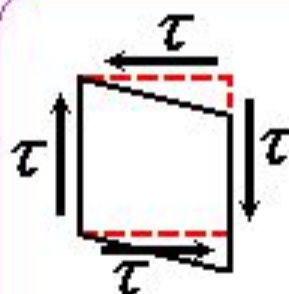
φ, θ - углы поворота сечения, (угловые перемещения)

СВЯЗЬ МЕЖДУ НАПРЯЖЕНИЯМИ И ДЕФОРМАЦИЯМИ

Вырежем бесконечно малый параллелепипед $ABCD$ и рассмотрим его деформации при наличии нормальных и касательных напряжений



Если по граням AC и BD действуют напряжения σ размеры ребер изменяются, но углы между ними остаются прямыми



Касательные напряжения приводят к перекосу элемента, длина ребер не изменяется

Линейные деформации ϵ_x и ϵ_y связаны с нормальными напряжениями σ , а сдвиг зависит от касательных напряжений τ

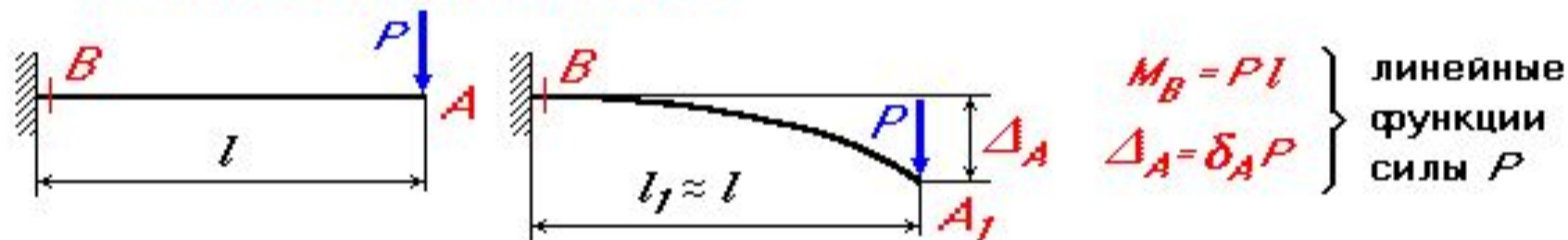
ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ

1. Допущения о малости деформаций и соответствующих перемещений $\epsilon \ll 1$, $\gamma \ll 1$ (углы измеряются в радианах).

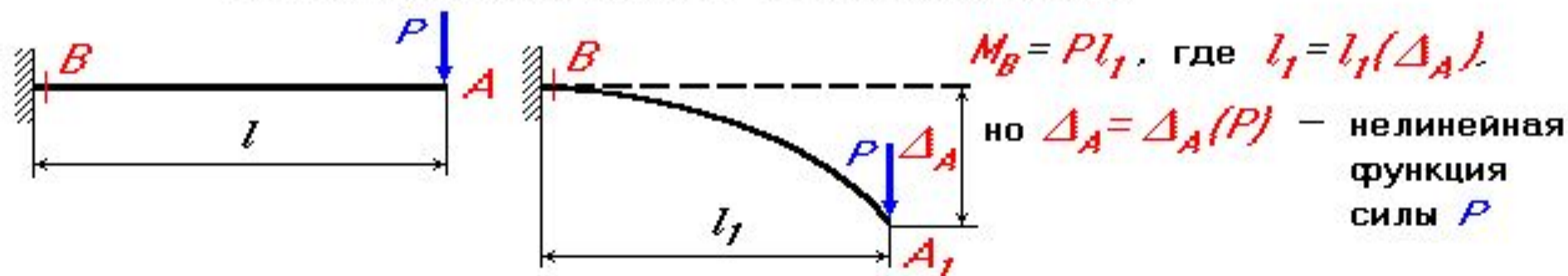
Перемещения Δ - малы по сравнению с размерами стержня (тела).

2. **Принцип начальных размеров** - при составлении условий равновесия (уравнений статики) стержень или его отсеченная часть рассматриваются в недеформированном виде (следствие допущения 1).

Линейная постановка задачи (жесткая конструкция).



Расчет гибких конструкций - задача нелинейная



ПРИНЦИП НЕЗАВИСИМОСТИ ДЕЙСТВИЯ СИЛ (ПРИНЦИП СУПЕРПОЗИЦИИ)

Деформации и перемещения могут быть упругими - исчезающими после снятия нагрузок и пластическими - остаточными. Опыт показывает, что в пределах упругости малые перемещения пропорциональны внешним силам:

$$\Delta = \delta P; \quad u = \delta_x P; \quad v = \delta_y P; \quad w = \delta_z P - \text{(закон Гука)}.$$

Здесь $\delta, \delta_x, \delta_y, \delta_z$ - коэффициенты пропорциональности.

Конструкции, для которых выполняется закон Гука, называются **линейно - деформируемыми**.



Для линейно - деформированных систем **РЕЗУЛЬТАТ** действия группы сил не зависит от **ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ** нагружения и равен **СУММЕ** результатов действия каждой силы в отдельности.

ПЛАН РЕШЕНИЯ ОСНОВНОЙ ЗАДАЧИ СОПРОТИВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ

Основная задача сформулирована так : известны геометрические размеры стержня и внешние силы , приложенные к нему . Стержень под действием указанных сил находится в равновесии . Необходимо установить :

1. Какие напряжения возникают в поперечных сечениях - нормальные , касательные или те и другие ?
2. Как они распределены по сечению ?
3. Как величина напряжений зависит от размеров и формы стержня , а также от нагрузки на него ?

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ В ДВА ЭТАПА .

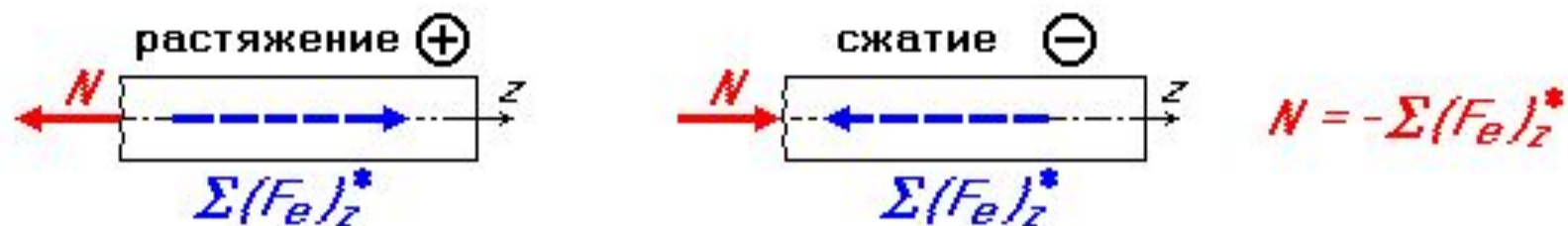
Первый этап связан с получением системы уравнений , позволяющих ответить на поставленные вопросы .

1. Статические уравнения , связывающие внутренние силовые факторы с внешней нагрузкой .
2. Геометрические уравнения , устанавливающие закон распределения деформаций в различных точках стержня . Для этого используют гипотезу плоских сечений (гипотезу Бернулли) , т.е. считают , что поперечные сечения в процессе деформации стержня остаются плоскими .
3. Физические уравнения , связывающие напряжения и деформации . Закон Гука .

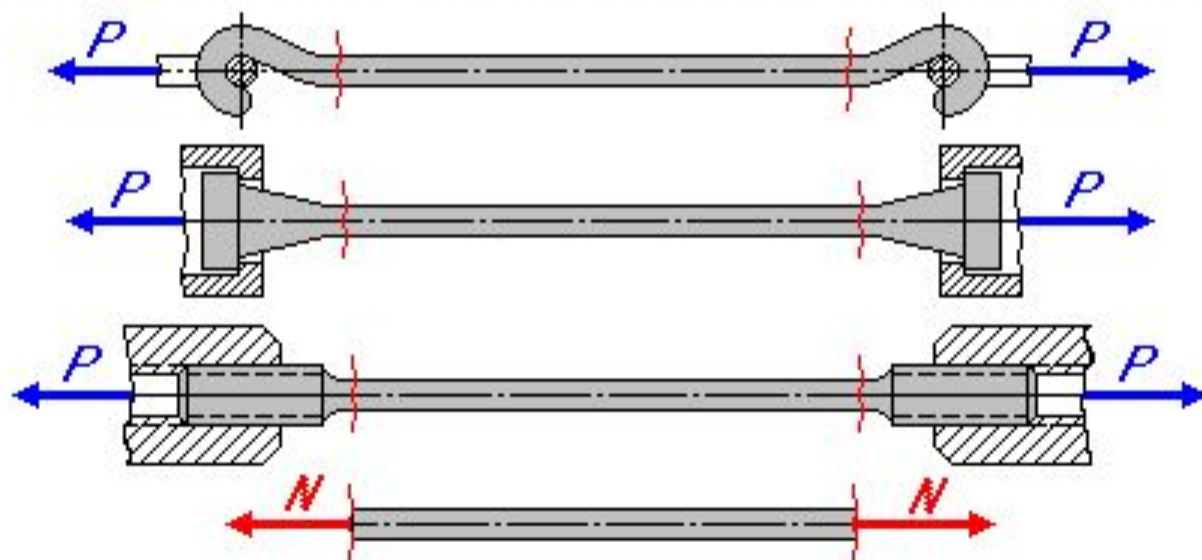
Второй этап - математический . Он связан с решением полученной системы уравнений относительно искомых неизвестных . Решение предполагает выразить напряжения в любой точке стержня через его геометрические размеры и внешнюю нагрузку , т.е. решение производится в общем виде . Оно позволяет решать и другие задачи . Можно определить размеры стержня , зная внешнюю нагрузку и напряжения ; или по известным напряжениям и размерам стержня найти внешнюю нагрузку .

РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ

При растяжении или сжатии в поперечных сечениях стержня возникает только *нормальная сила N* , а прочие внутренние силовые факторы равны нулю.



Нормальная сила, соответствующая деформации растяжения, принимается положительной и направлена от сечения, а сжатия отрицательной и направлена к сечению.

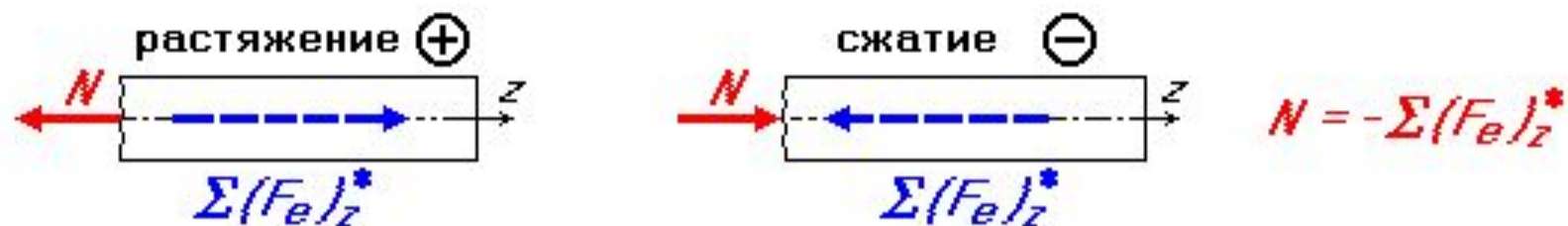


ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮРЫ НОРМАЛЬНЫХ СИЛ

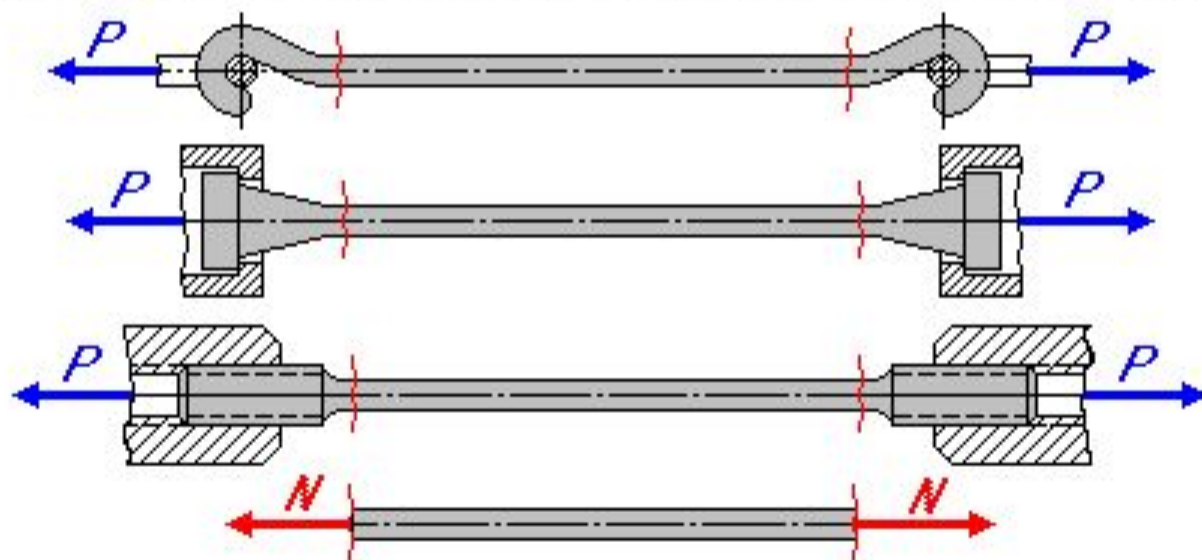
График закона изменения нормальной силы по длине стержня называется *эпюрой нормальной силы ЭН*.

РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ

При растяжении или сжатии в поперечных сечениях стержня возникает только *нормальная сила N* , а прочие внутренние силовые факторы равны нулю.



Нормальная сила, соответствующая деформации растяжения, принимается положительной и направлена от сечения, а сжатия отрицательной и направлена к сечению.



ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮРЫ НОРМАЛЬНЫХ СИЛ

График закона изменения нормальной силы по длине стержня называется *эпюрой нормальной силы ЭН*.

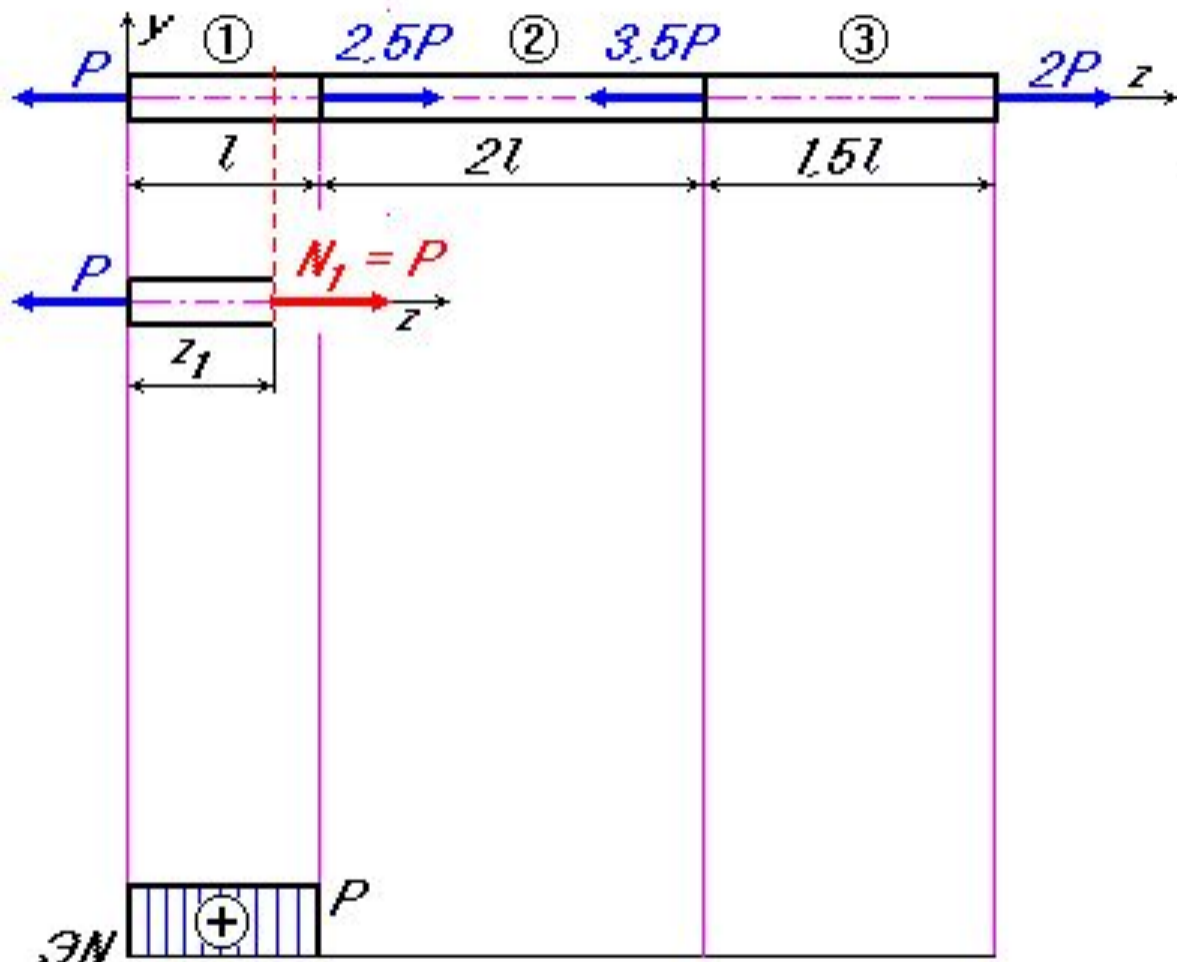
Пример 1. Построение эпюры нормальной силы для стержня .
 Стержень под действием внешних сил находится в равновесии:

$$\sum Z = -P + 2,5P - 3,5P + 2P = 0;$$

Исходя из вида внешней нагрузки и геометрической схемы конструкции , разобьем стержень на три участка :

1-ый участок ① ($0 \leq z_1 \leq l$)

$$N_1 = P$$



Пример 1. Построение эпюры нормальной силы для стержня .
 Стержень под действием внешних сил находится в равновесии:

$$\Sigma Z = -P + 2,5P - 3,5P + 2P = 0;$$

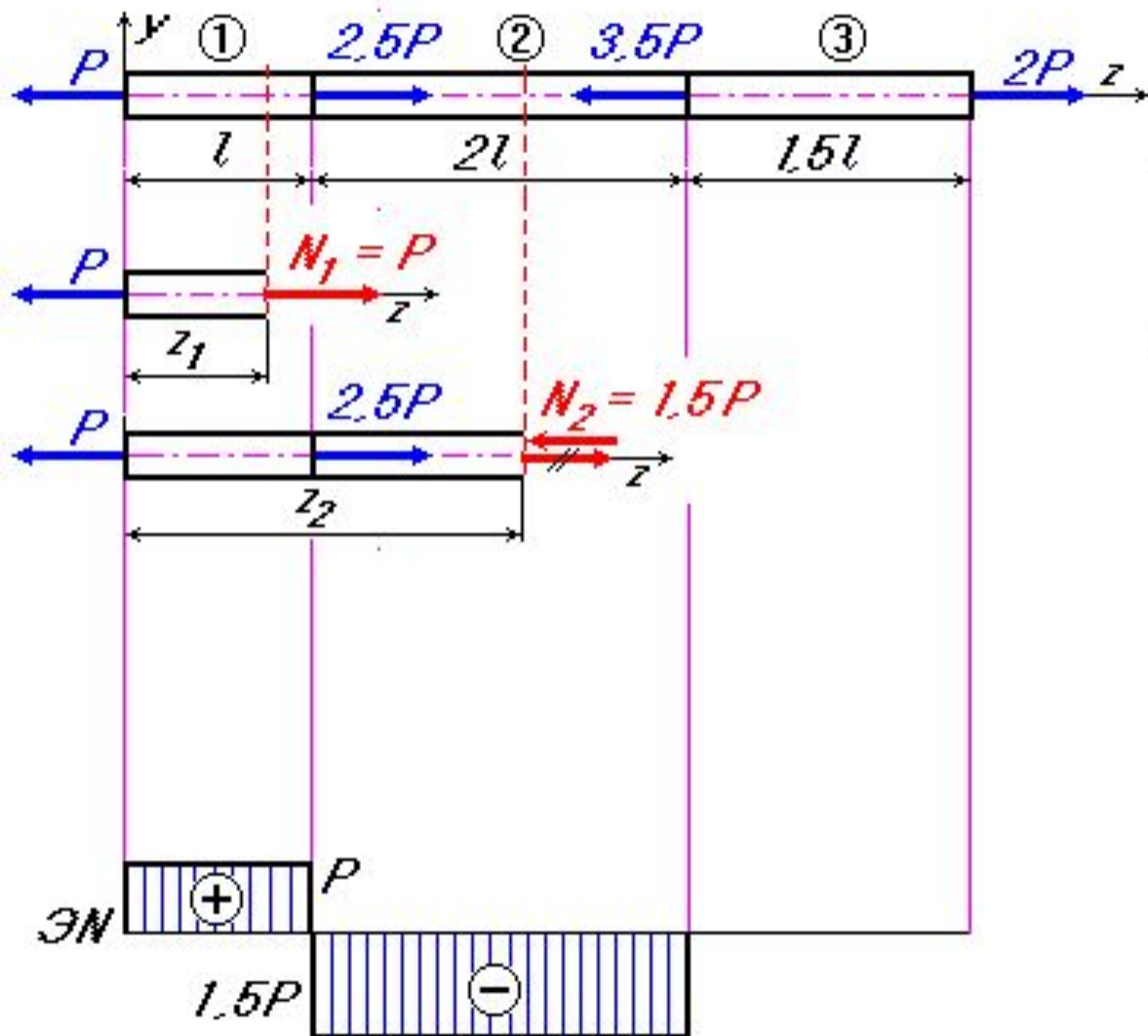
Исходя из вида внешней нагрузки и геометрической схемы конструкции, разобьем стержень на три участка:

1-ый участок ① ($0 \leq z_1 \leq l$)

$$N_1 = P$$

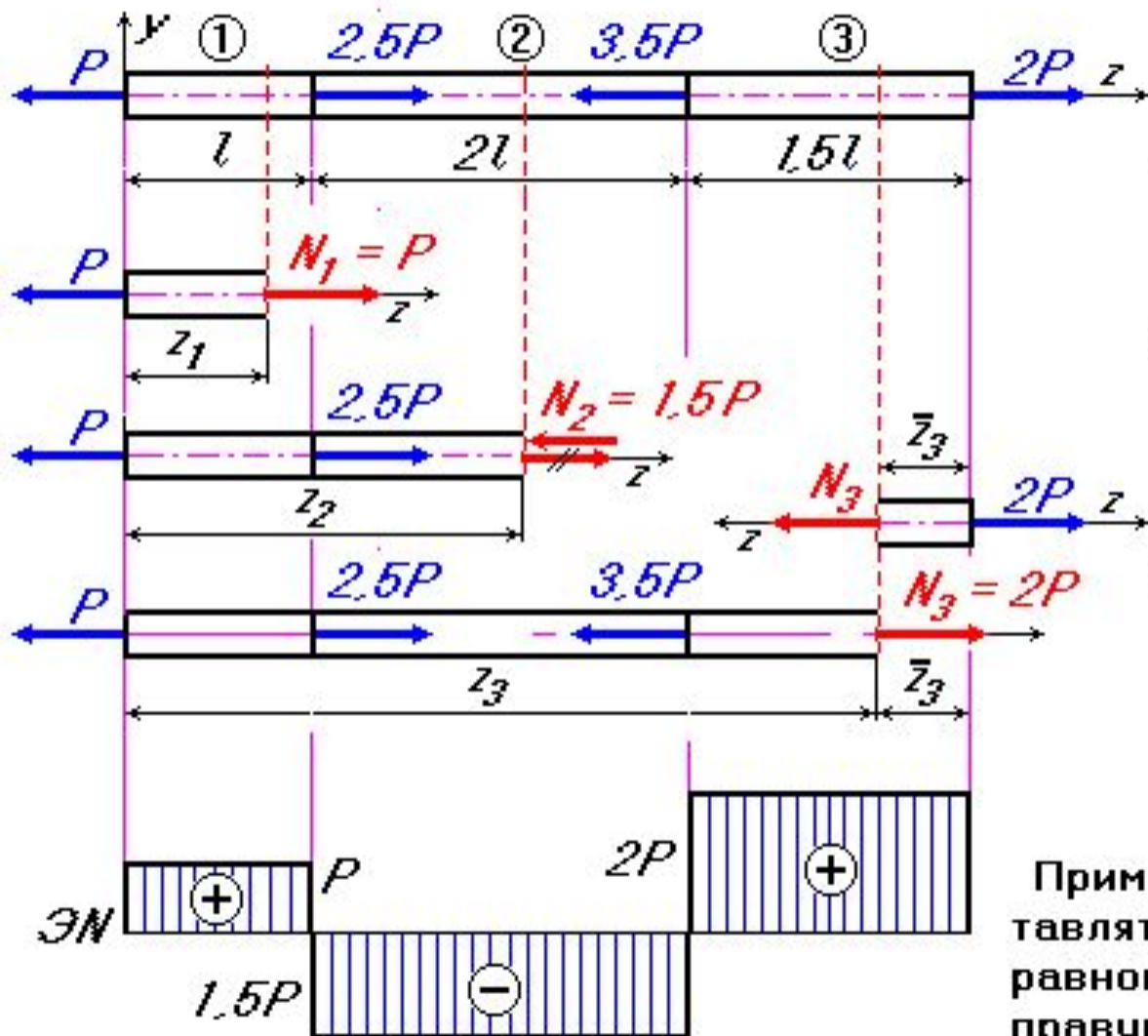
2-ой участок ② ($l \leq z_2 \leq 3l$)

$$N_2 = P - 2,5P = -1,5P;$$



Пример 1. Построение эпюры нормальной силы для стержня .
 Стержень под действием внешних сил находится в равновесии:

$$\Sigma Z = -P + 2,5P - 3,5P + 2P = 0;$$



Исходя из вида внешней нагрузки и геометрической схемы конструкции, разобьем стержень на три участка:

1-ый участок ① ($0 \leq z_1 \leq l$)

$$N_1 = P$$

2-ой участок ② ($l \leq z_2 \leq 3l$)

$$N_2 = P - 2,5P = -1,5P;$$

3-ий участок ③ ($3l \leq z_3 \leq 4,5l$)

$$N_3 = P - 2,5P + 3,5P = 2P;$$

$$(0 \leq \bar{z}_3 \leq 1,5l)$$

$$N_3 = 2P$$

Применяя метод сечений, можно составлять для рассмотрения условия равновесия левую и отбрасывать правую часть стержня, а можно и наоборот. На 3-ем участке удобнее рассматривать правую часть.

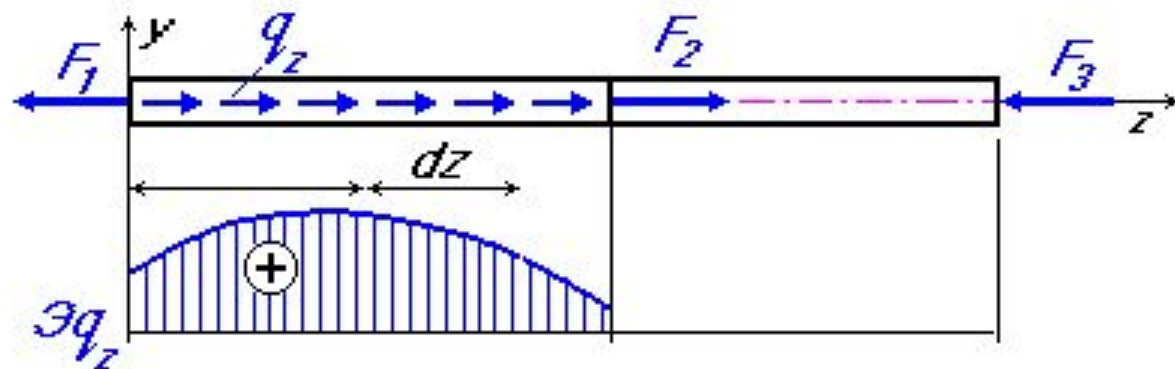
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ НОРМАЛЬНОЙ СИЛОЙ И ИНТЕНСИВНОСТЬЮ ПРОДОЛЬНОЙ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКИ

Стержень находится в равновесии под действием системы внешних сил, расположенных вдоль его оси.



ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ НОРМАЛЬНОЙ СИЛОЙ И ИНТЕНСИВНОСТЬЮ ПРОДОЛЬНОЙ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКИ

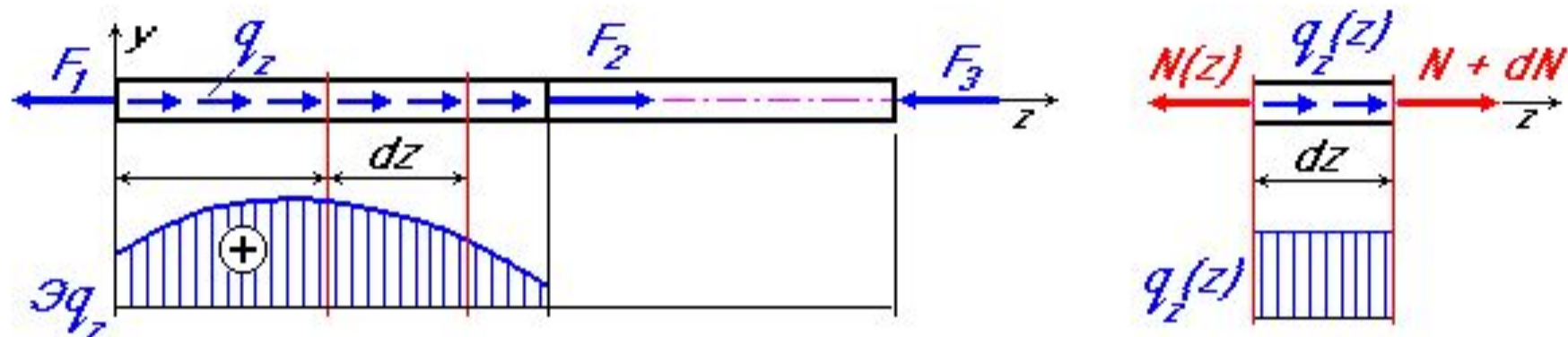
Стержень находится в равновесии под действием системы внешних сил, расположенных вдоль его оси.



Приведена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки - $\mathcal{E}q_z$

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ НОРМАЛЬНОЙ СИЛОЙ И ИНТЕНСИВНОСТЬЮ ПРОДОЛЬНОЙ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКИ

Стержень находится в равновесии под действием системы внешних сил, расположенных вдоль его оси.



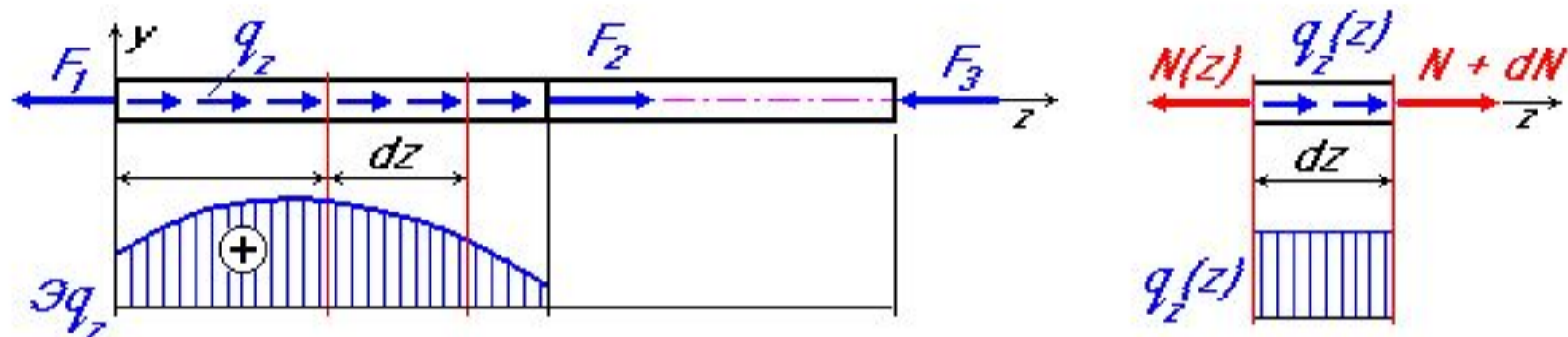
Приведена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки - $\mathcal{E}q_z$

Выделенный бесконечно малый отрезок dz находится в равновесии под действием распределенной нагрузки и нормальных сил, отличающихся на бесконечно малую величину dN .

$$\sum Z = -N(z) + q_z dz + (N + dN) = 0$$

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ НОРМАЛЬНОЙ СИЛОЙ И ИНТЕНСИВНОСТЬЮ ПРОДОЛЬНОЙ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКИ

Стержень находится в равновесии под действием системы внешних сил, расположенных вдоль его оси.



Приведена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки - $\mathcal{E}q_z$

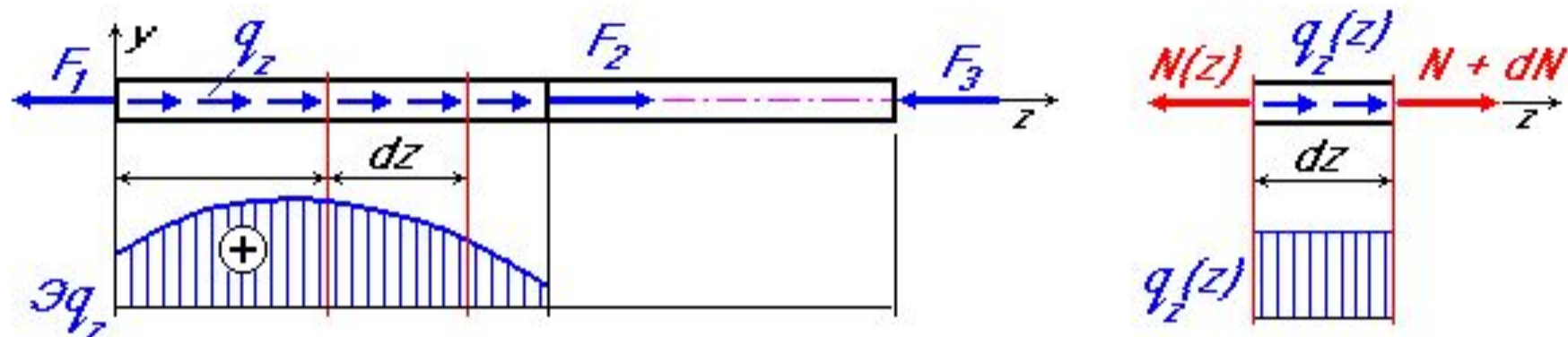
Выделенный бесконечно малый отрезок dz находится в равновесии под действием распределенной нагрузки и нормальных сил, отличающихся на бесконечно малую величину dN .

$$\sum Z = -N(z) + q_z dz + (N + dN) = 0 \rightarrow q_z = -\frac{dN}{dz}$$

Интенсивность продольной распределенной нагрузки равна производной от нормальной силы по координате z , взятой с обратным знаком.

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ НОРМАЛЬНОЙ СИЛОЙ И ИНТЕНСИВНОСТЬЮ ПРОДОЛЬНОЙ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКИ

Стержень находится в равновесии под действием системы внешних сил, расположенных вдоль его оси.



Приведена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки - $\mathcal{E}q_z$

Выделенный бесконечно малый отрезок dz находится в равновесии под действием распределенной нагрузки и нормальных сил, отличающихся на бесконечно малую величину dN .

$$\sum Z = -N(z) + q_z dz + (N + dN) = 0 \rightarrow q_z = -\frac{dN}{dz}$$

Интенсивность продольной распределенной нагрузки равна производной от нормальной силы по координате z , взятой с обратным знаком.

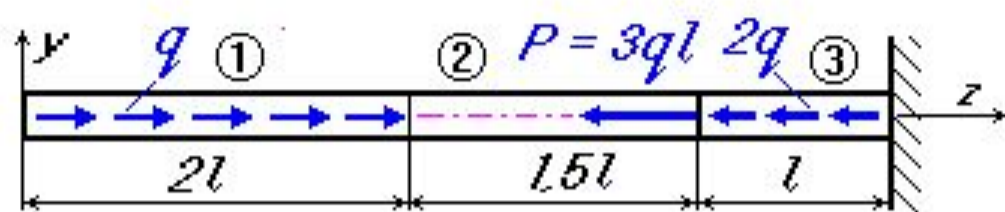
После интегрирования:

$$N(z) = N(0) - \int_0^z q dz$$

Здесь $N(0)$ - постоянная интегрирования - значение нормальной силы в начале участка (при $z = 0$).

Пример 2. Построение эпюры нормальной силы для стержня .

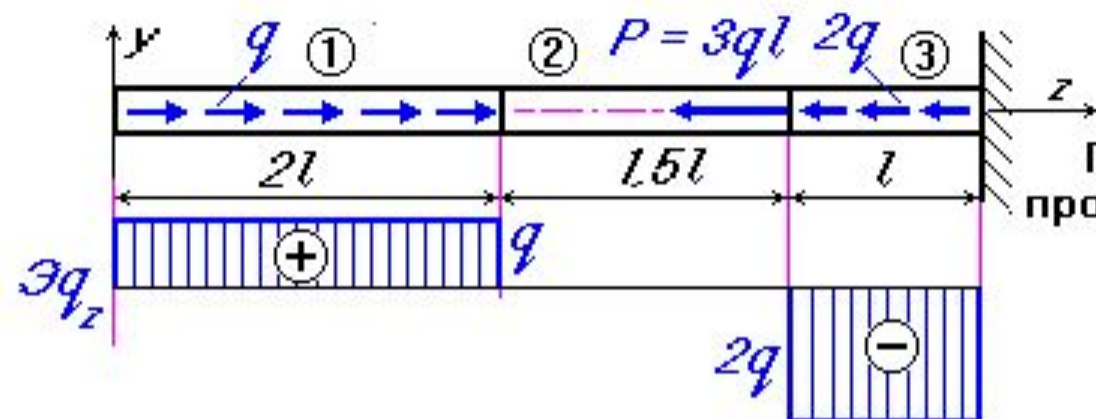
Стержень под действием сосредоточенной силы и распределенных по длине продольных нагрузок находится в равновесии и испытывает растяжение или сжатие.



Разобьем стержень на три участка ①, ② и ③

Пример 2. Построение эпюры нормальной силы для стержня .

Стержень под действием сосредоточенной силы и распределенных по длине продольных нагрузок находится в равновесии и испытывает растяжение или сжатие.



Разобьем стержень на три участка ①, ② и ③

Построена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки.

$$q_z = - \frac{dN}{dz}$$

Пример 2. Построение эпюры нормальной силы для стержня .

Стержень под действием сосредоточенной силы и распределенных по длине продольных нагрузок находится в равновесии и испытывает растяжение или сжатие.

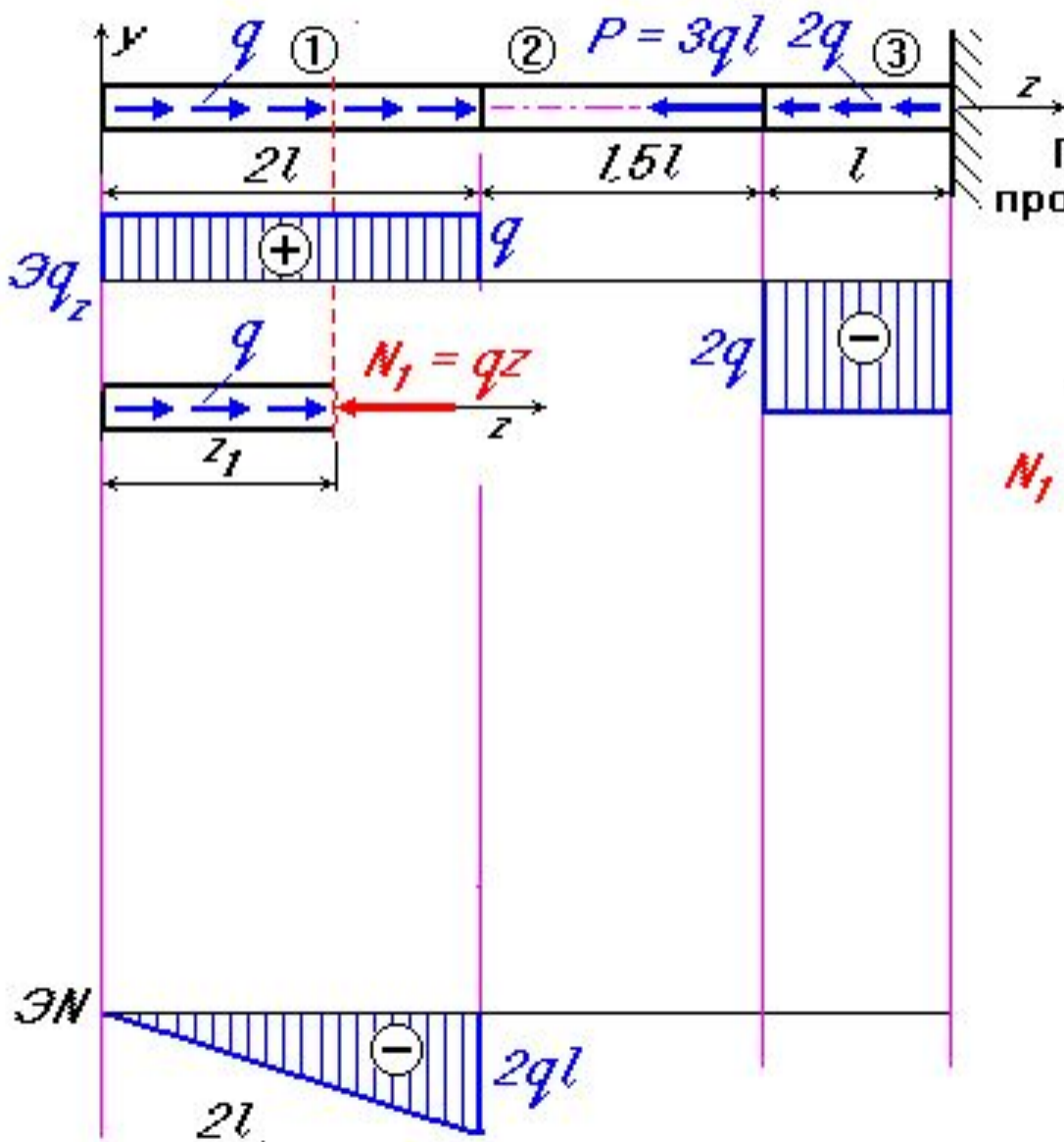
Разобьем стержень на три участка ①, ② и ③

Построена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки.

$$q_z = - \frac{dN}{dz}$$

1-ый участок ① ($0 \leq z_1 \leq 2l$):

$$N_1 = q \cdot z : N(0) = 0 : N(2l) = q \cdot 2l$$



Пример 2. Построение эпюры нормальной силы для стержня .

Стержень под действием сосредоточенной силы и распределенных по длине продольных нагрузок находится в равновесии и испытывает растяжение или сжатие.

Разобьем стержень на три участка ①, ② и ③

Построена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки.

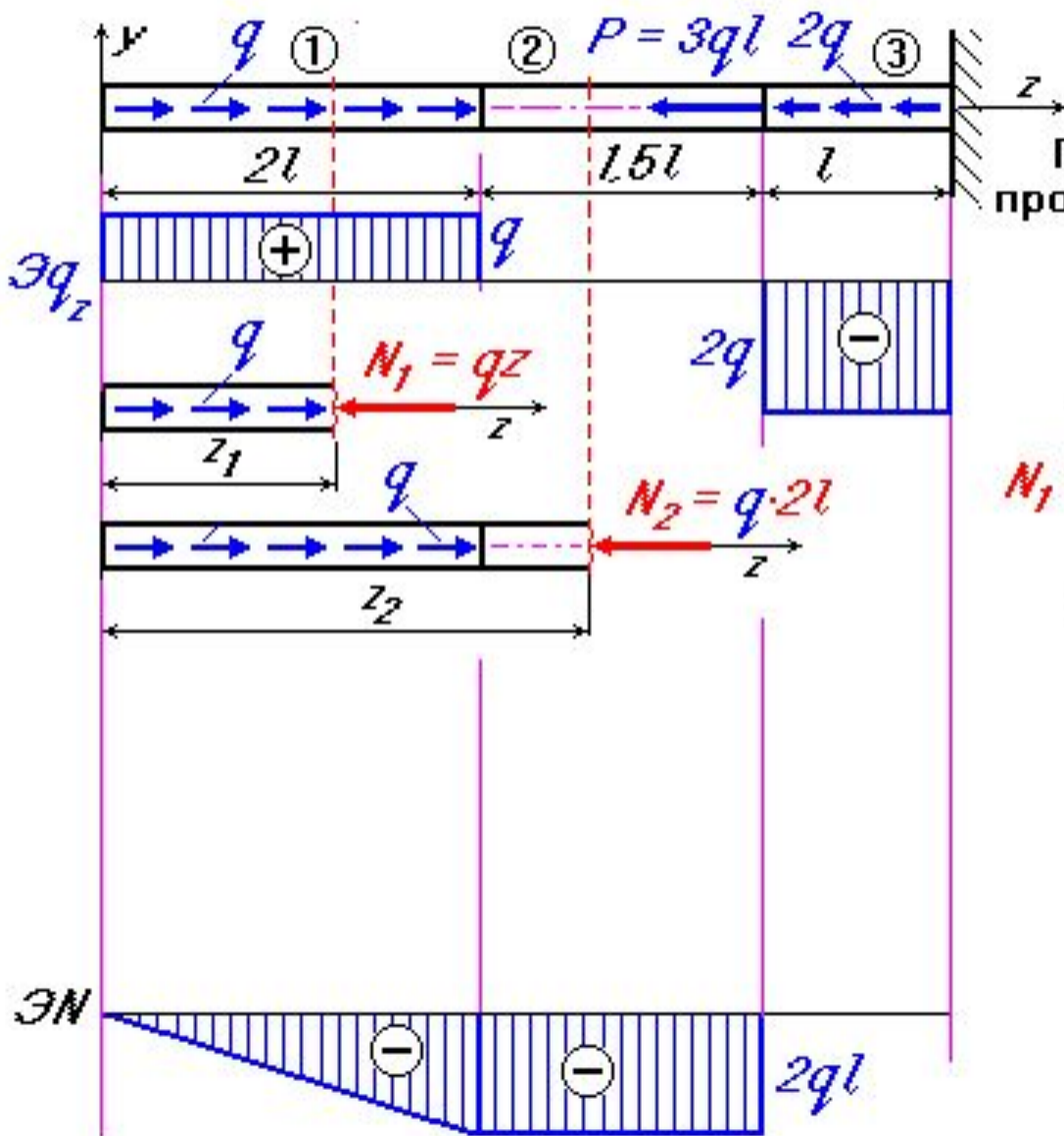
$$q_z = - \frac{dN}{dz}$$

1-ый участок ① ($0 \leq z_1 \leq 2l$):

$$N_1 = q \cdot z : N(0) = 0 : N(2l) = q \cdot 2l$$

2-ой участок ② ($2l \leq z_2 \leq 3,5l$):

$$N_2 = q \cdot 2l$$



Пример 2. Построение эпюры нормальной силы для стержня .

Стержень под действием сосредоточенной силы и распределенных по длине продольных нагрузок находится в равновесии и испытывает растяжение или сжатие.

Разобьем стержень на три участка ①, ② и ③

Построена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки.

$$q_z = - \frac{dN}{dz}$$

1-ый участок ① ($0 \leq z_1 \leq 2l$):

$$N_1 = q \cdot z : N(0) = 0 : N(2l) = q \cdot 2l$$

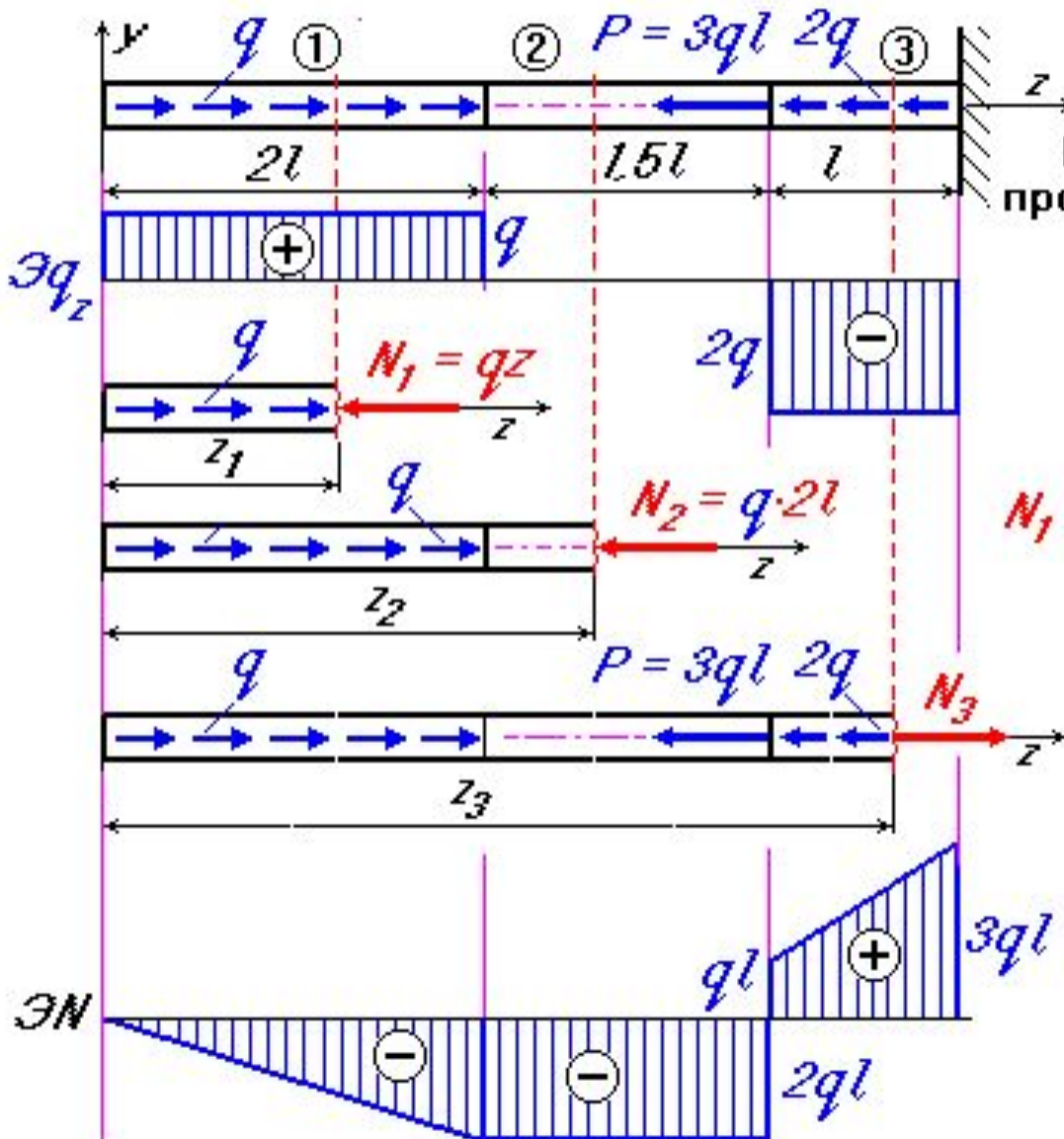
2-ой участок ② ($2l \leq z_2 \leq 3.5l$):

$$N_2 = q \cdot 2l$$

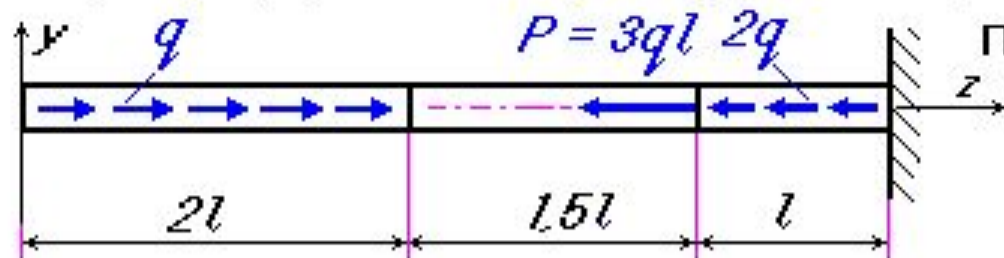
3-ий участок ③ ($3.5l \leq z_3 \leq 4.5l$):

$$N_3 = -q \cdot 2l + 3ql + 2q(z - 3.5l)$$

$$N_3(3.5l) = ql : N_3(4.5l) = 3ql$$

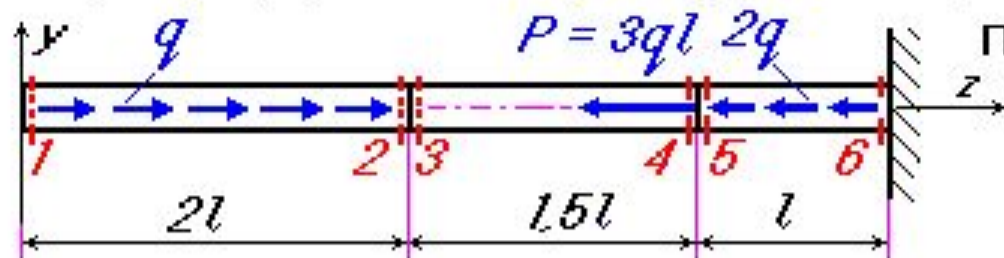


Пример 2(продолжение) Построение эпюры нормальной силы для стержня .



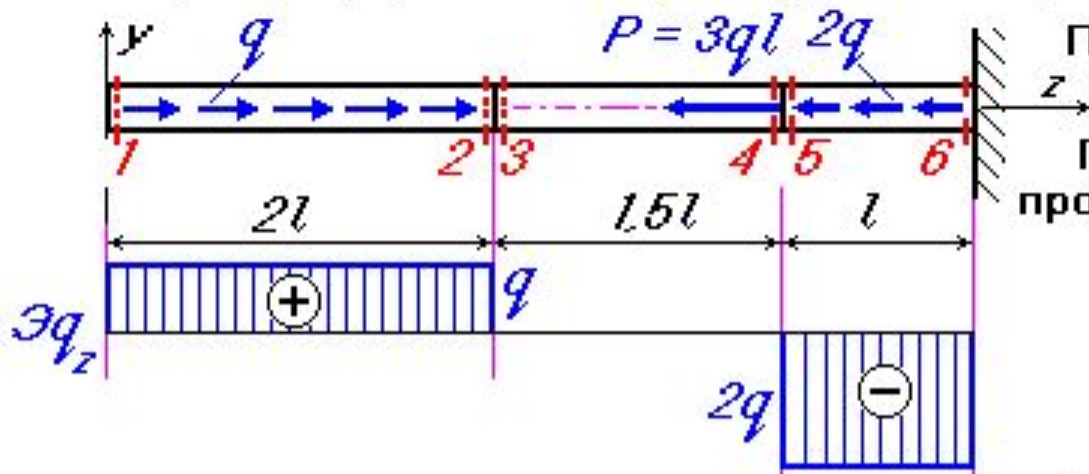
Проведем в стержне шесть сечений

Пример 2(продолжение) Построение эпюры нормальной силы для стержня .



Проведем в стержне шесть сечений

Пример 2(продолжение) Построение эпюры нормальной силы для стержня .



Проведем в стержне шесть сечений

Построена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки.

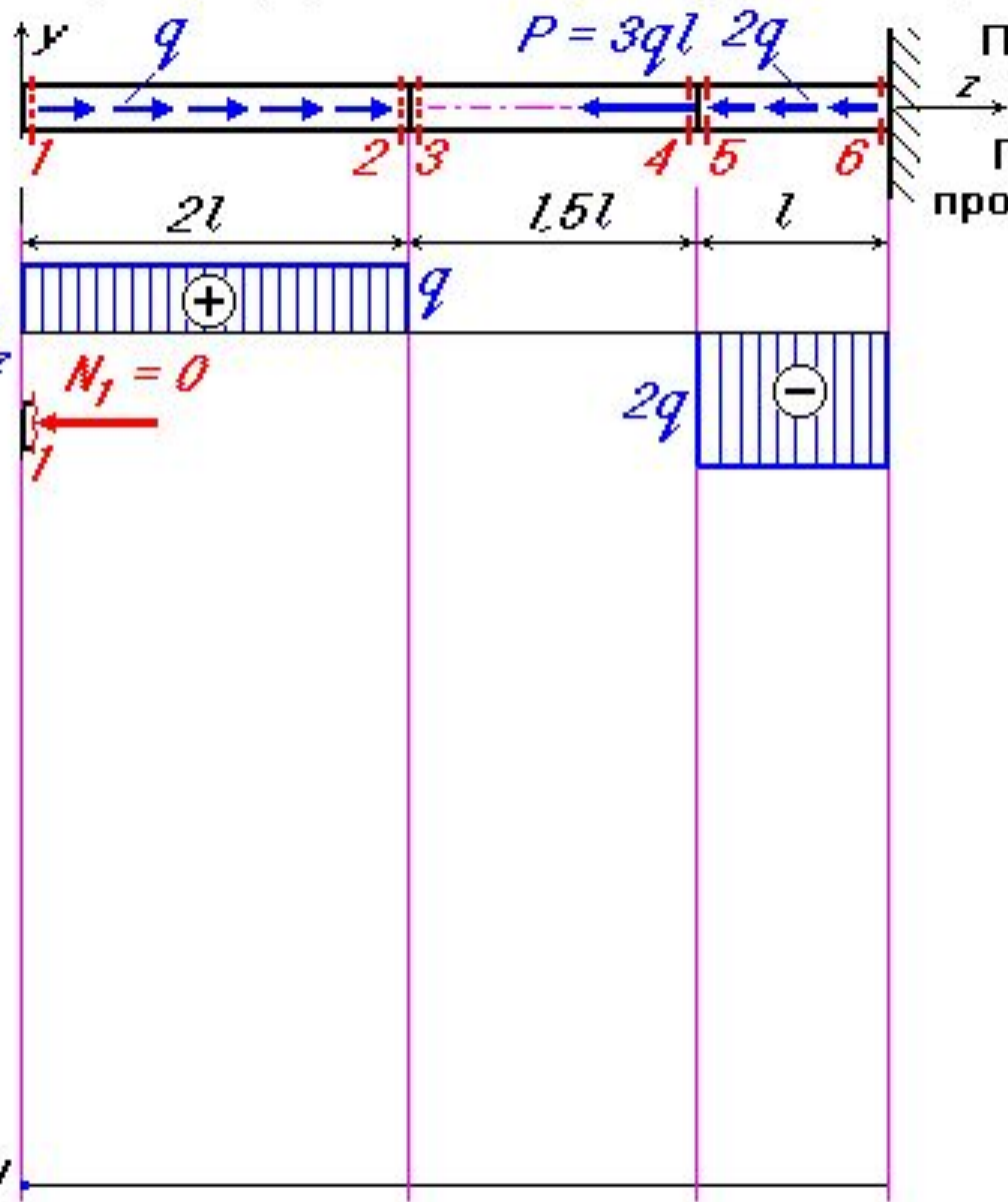
$$q_z = - \frac{dN}{dz}$$

1 - 2 линейная зависимость ;

3 - 4 постоянная величина ;

5 - 6 линейная зависимость .

Пример 2(продолжение) Построение эпюры нормальной силы для стержня .



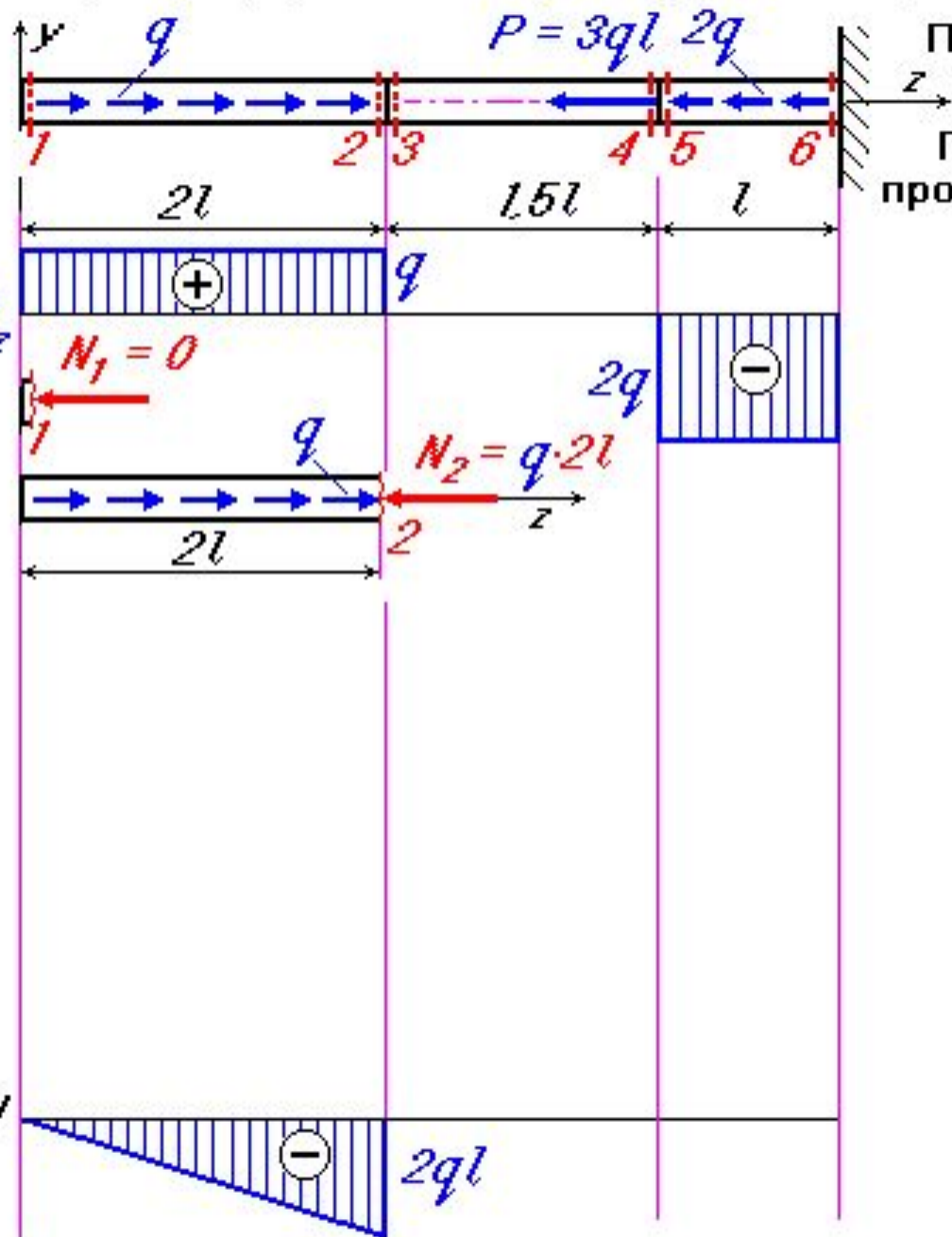
Проведем в стержне шесть сечений

Построена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки.

$$q_z = - \frac{dN}{dz}$$

$$N_1 = 0 :$$

Пример 2(продолжение) Построение эпюры нормальной силы для стержня .



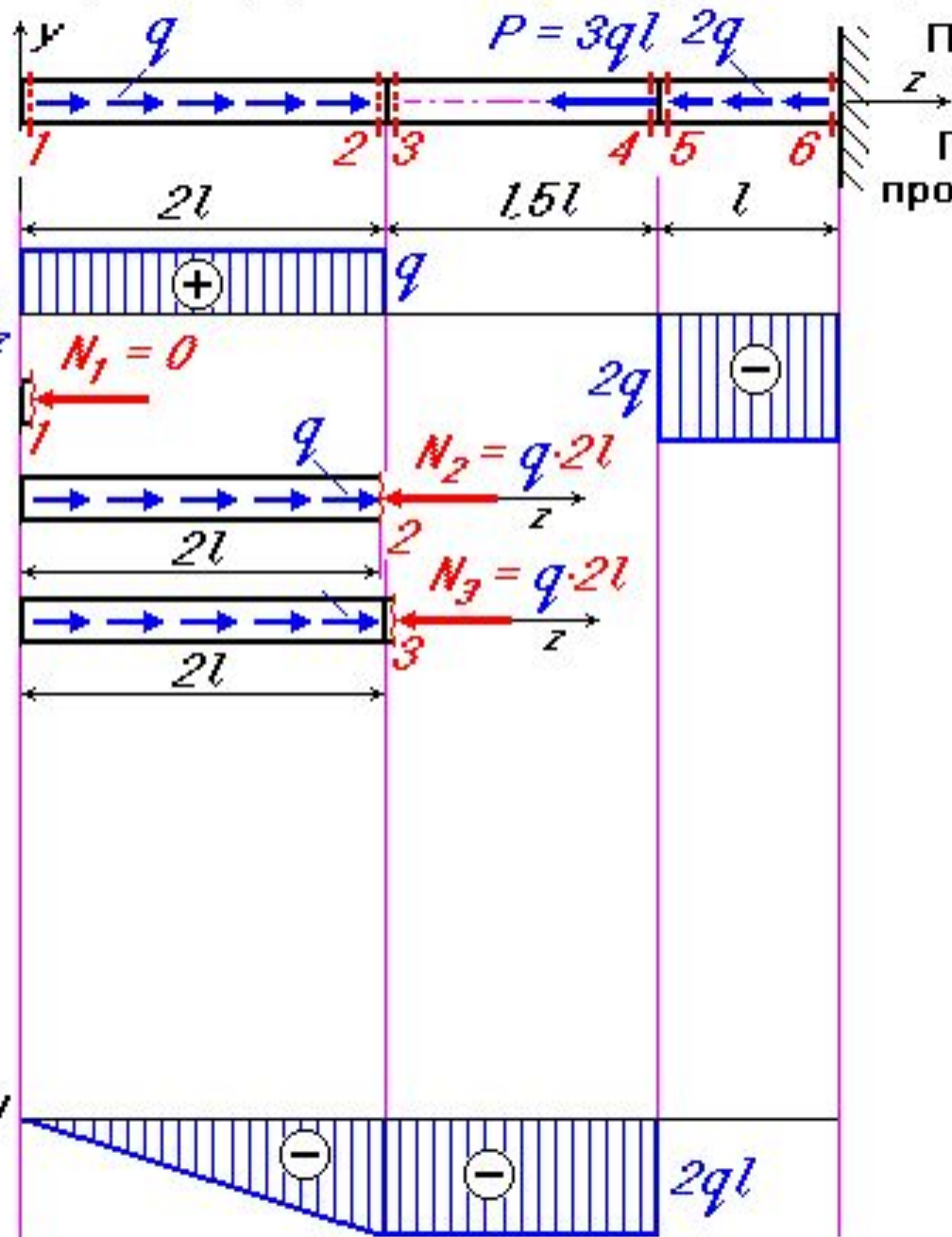
Проведем в стержне шесть сечений

Построена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки.

$$q_z = - \frac{dN}{dz}$$

$$N_1 = 0; \quad N_2 = q \cdot 2l;$$

Пример 2(продолжение) Построение эпюры нормальной силы для стержня .



Проведем в стержне шесть сечений

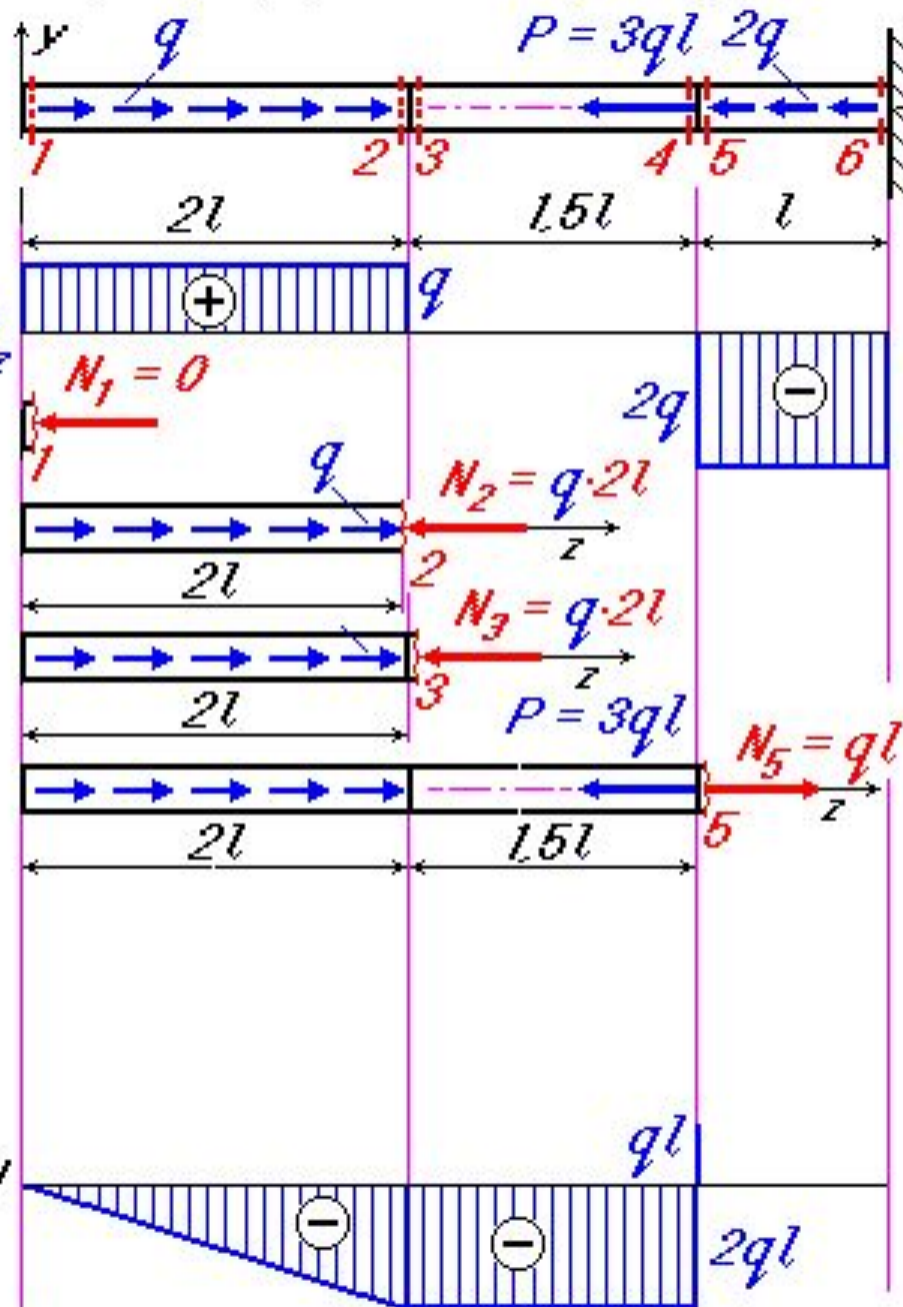
Построена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки.

$$q_z = - \frac{dN}{dz}$$

$$N_1 = 0 : N_2 = q \cdot 2l ;$$

$$N_3 = N_4 = 2ql ;$$

Пример 2(продолжение) Построение эпюры нормальной силы для стержня .



Проведем в стержне шесть сечений

Построена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки.

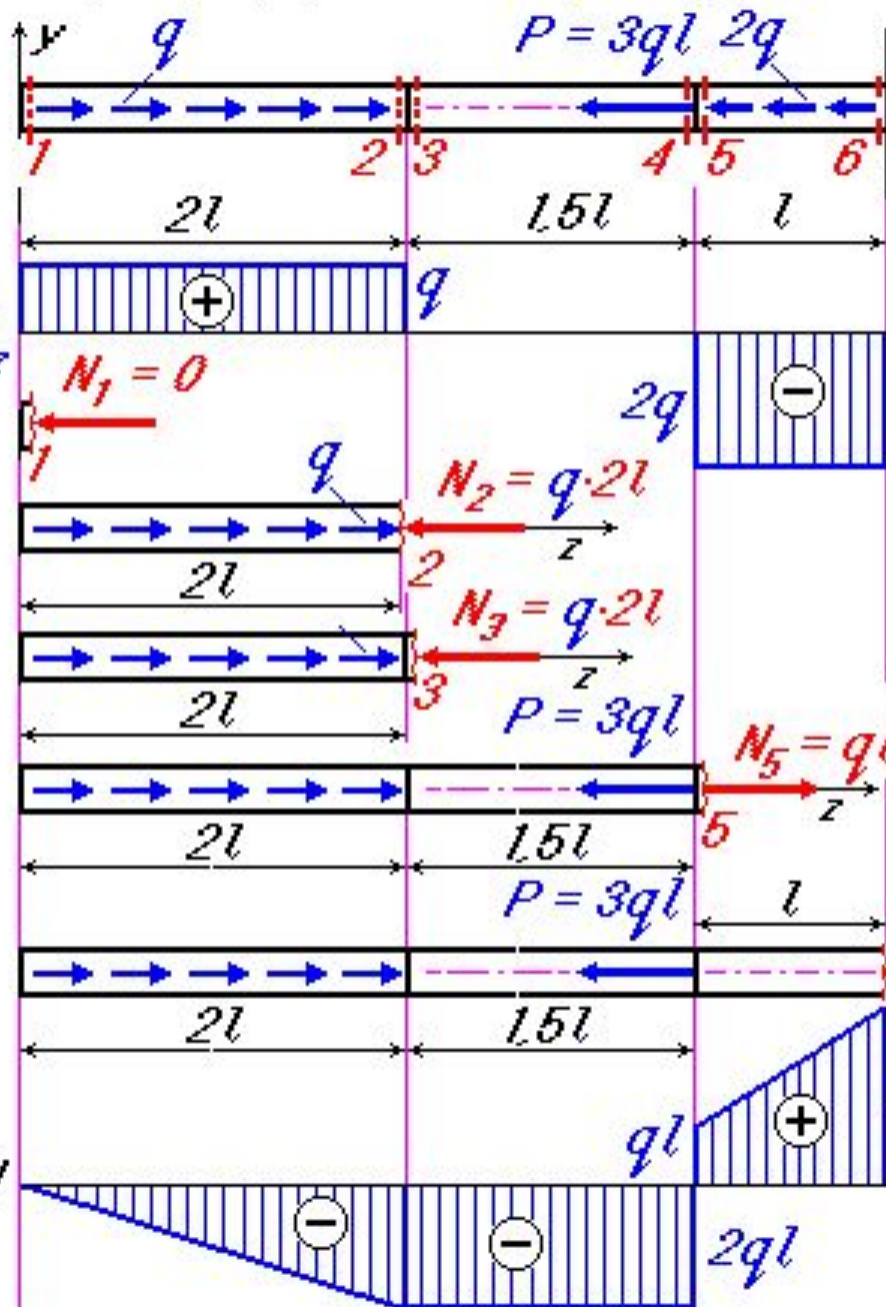
$$q_z = - \frac{dN}{dz}$$

$$N_1 = 0 : N_2 = q \cdot 2l ;$$

$$N_3 = N_4 = 2ql ;$$

$$N_5 = - q \cdot 2l + 3ql = ql ;$$

Пример 2(продолжение) Построение эпюры нормальной силы для стержня .



Проведем в стержне шесть сечений

Построена эпюра интенсивности продольной распределенной нагрузки.

$$q_z = - \frac{dN}{dz}$$

$$N_1 = 0; \quad N_2 = q \cdot 2l;$$

$$N_3 = N_4 = 2ql;$$

$$N_5 = -q \cdot 2l + 3ql = ql;$$

$$N_6 = -q \cdot 2l + 3ql + 2ql = 3ql;$$

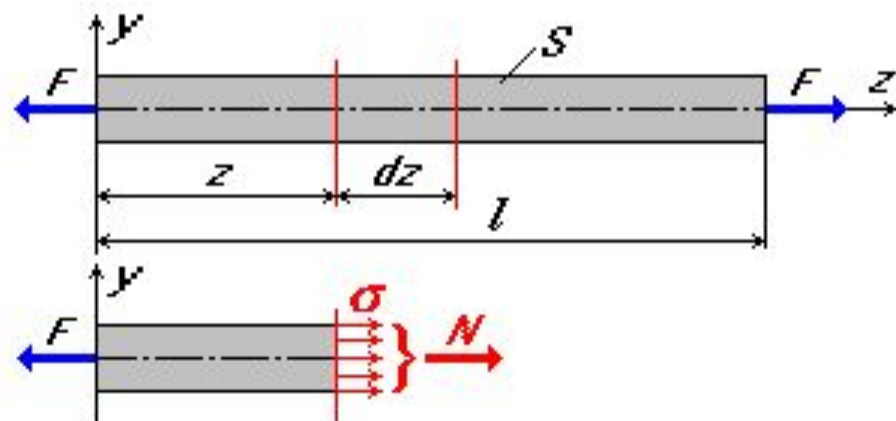
НАПРЯЖЕНИЯ В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ СТЕРЖНЯ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ

Одна из основных задач сопротивления материалов формулируется следующим образом:

известны геометрические размеры стержня и внешние продольные силы, приложенные к нему.

Необходимо установить:

- 1) *Какие напряжения возникают в поперечных сечениях ?*
- 2) *Как они распределены по сечению ?*
- 3) *Каким образом напряжения зависят от величины нормальной силы и геометрических размеров стержня ?*



Дано:

F, S, l, E

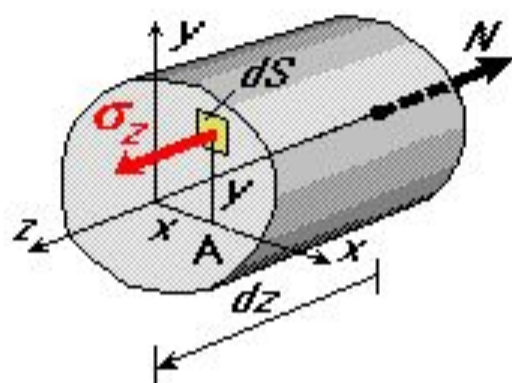
Определить:

$\sigma = ?$

$\tau = ?$

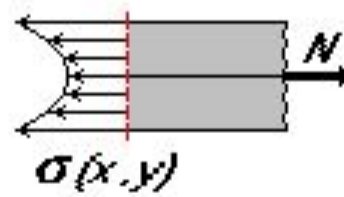
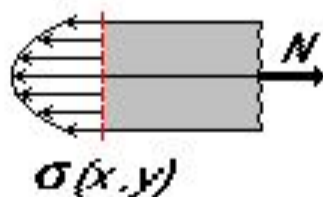
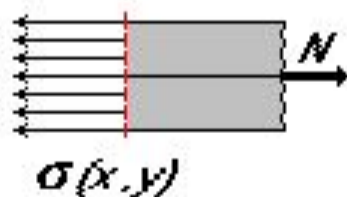
1. СТАТИЧЕСКАЯ СТОРОНА ЗАДАЧИ

Рассмотрим равновесие части стержня длиной dz :



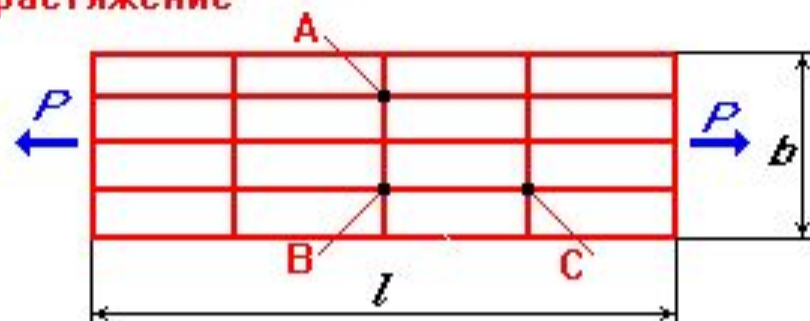
$$\begin{aligned} \Sigma X=0; \quad \Sigma Y=0; \quad \Sigma M_z=0; \\ (1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \Sigma Z=0, \quad N = \int_S \sigma_z \cdot dS, \\ \Sigma M_x=0, \quad \int_S \sigma_z \cdot y \cdot dS = 0 \\ \Sigma M_y=0, \quad \int_S \sigma_z \cdot x \cdot dS = 0 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Из условий равновесия (1) нельзя найти $\sigma = \sigma(x, y)$, так как выражения (1) могут быть удовлетворены при разных законах изменения σ от x и y :

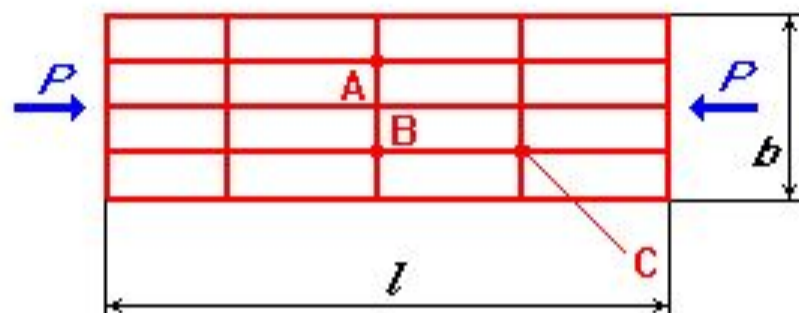


2. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ СТОРОНА ЗАДАЧИ

растяжение



сжатие

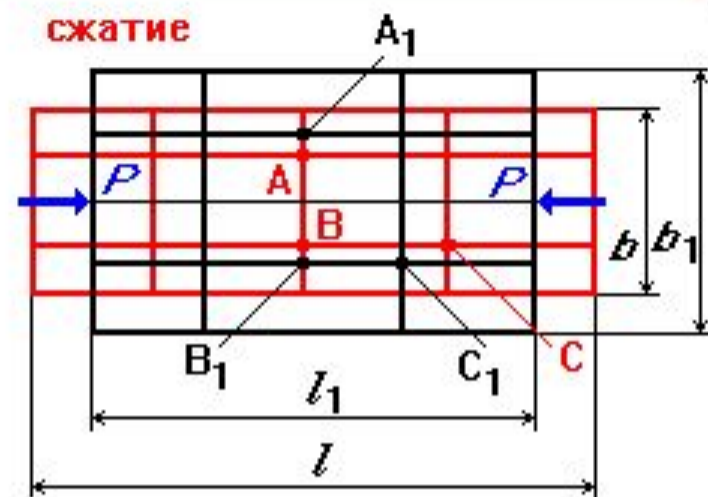
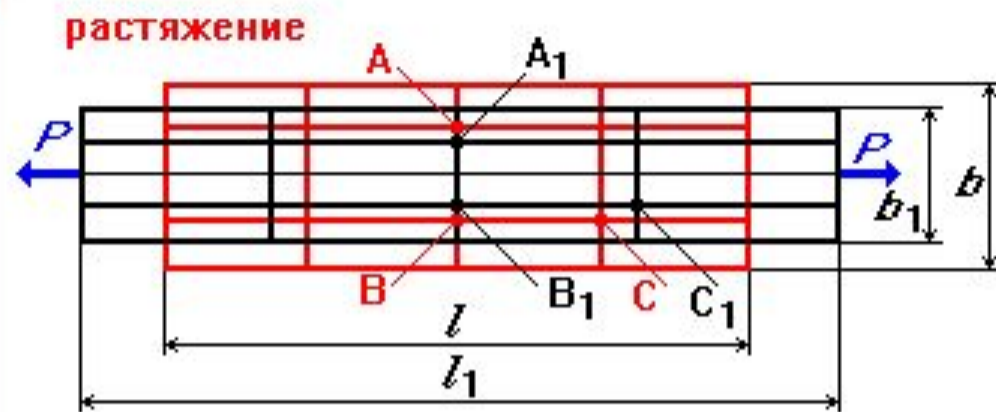


Принятые предпосылки:

- 1) поперечные сечения плоские до деформации остаются плоскими и после деформации (*гипотеза плоских сечений - гипотеза Бернулли*);
- 2) продольные волокна остаются перпендикулярными к поперечным сечениям;
- 3) ось стержня не искривляется.

Из принятых предпосылок следует, что все продольные волокна удлиняются при растяжении или укорачиваются при сжатии на одну и ту же величину, то есть $\varepsilon_z = \varepsilon(x, y) = \text{const}$ (2), прямой угол ABC не изменился и деформации сдвига между продольными и поперечными волокнами отсутствуют: $\gamma_{zy} = 0$ (2)

2. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ СТОРОНА ЗАДАЧИ



Принятые предпосылки:

- 1) поперечные сечения плоские до деформации остаются плоскими и после деформации (*гипотеза плоских сечений - гипотеза Бернулли*);
- 2) продольные волокна остаются перпендикулярными к поперечным сечениям;
- 3) ось стержня не искривляется.

Из принятых предпосылок следует, что все продольные волокна удлиняются при растяжении или укорачиваются при сжатии на одну и ту же величину, то есть $\varepsilon_z = \varepsilon(x, y) = \text{const}$ (2), прямой угол ABC не изменился и деформации сдвига между продольными и поперечными волокнами отсутствуют: $\gamma_{zy} = 0$ (2)

3. ФИЗИЧЕСКАЯ СТОРОНА ЗАДАЧИ

Для решения статических уравнений используем зависимость между напряжениями и деформациями (в пределах упругости - закон Гука).

$$\sigma_z = E \cdot \varepsilon_z \text{ и } \tau_{zy} = G \cdot \gamma_{zy} - \text{(закон Гука справедлив для большинства материалов)} \quad (3)$$

$E = E(x, y) = const$ и $G = G(x, y) = const$ – физические константы материала.

E - модуль продольной упругости (или модуль Юнга);

G - модуль сдвига.

РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ

Для получения ответов на поставленные вопросы необходимо решить систему уравнений (1)-(3) трех сторон задачи

Из этих уравнений следует $\tau_{zy} = 0$ и $\sigma = \sigma(x, y) = \text{const}$

$$N = \int_S \sigma_z \cdot dS = \sigma_z \int_S dS = \sigma_z \cdot S \quad \text{откуда} \quad \boxed{\sigma_z = \frac{N}{S}} \quad (II)$$

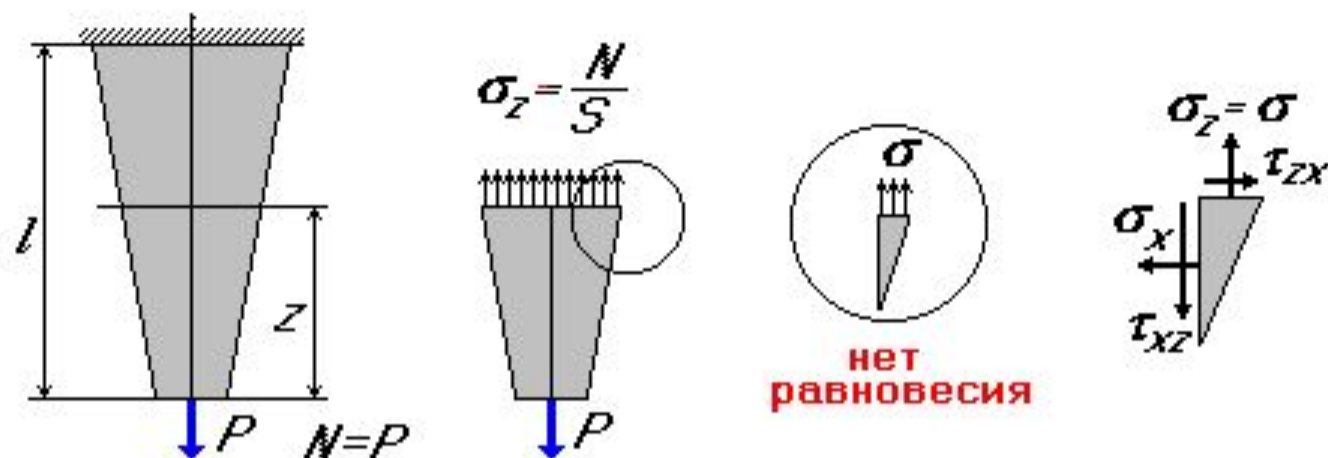
$$\sigma_z \int_S y dS = 0;$$

$$\sigma_z \int_S x dS = 0;$$

$$\int_S y dS = \int_S x dS = 0$$

} – условия, при которых ось Z проходит через центр тяжести сечения

АНАЛИЗ РЕШЕНИЯ



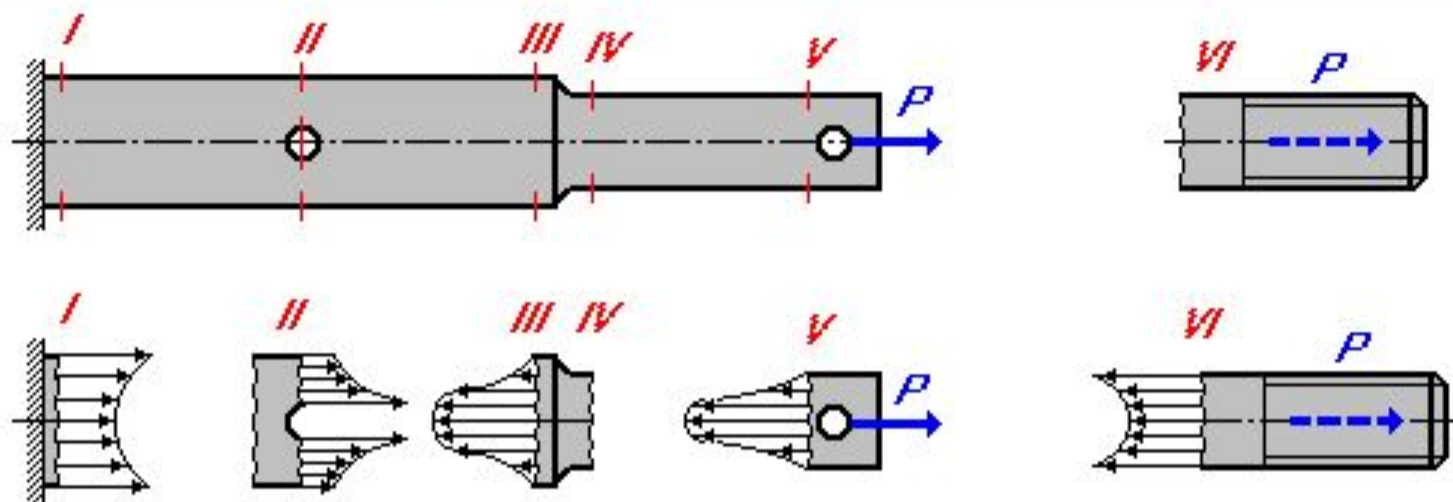
- а) **Приближенность формулы.** Под действием τ поперечные сечения искривляются и закон $\sigma = \text{const}$ нарушается: $\tau_{xz} = \tau_{zx}$; $\sigma_x \ll \sigma_z = \sigma$. Поэтому для стержня $l/a = 5 \dots 10$ считают с достаточной точностью

$$\sigma_z = \sigma_z(z, x, y) = \sigma_z = \frac{N}{S}$$

- б) **Пределы применимости.** Условия (1) и (2) справедливы для любого сплошного материала. Для однородного материала ($E = \text{const}$) формула $\sigma = N/S$ справедлива при любом соотношении между σ и ε (например, $\sigma = E \varepsilon^n$) как в пределах упругости, так и за пределами упругости.

ПОНЯТИЕ О МЕСТНЫХ НАПРЯЖЕНИЯХ.

Принцип СЕН-ВЕНАНА



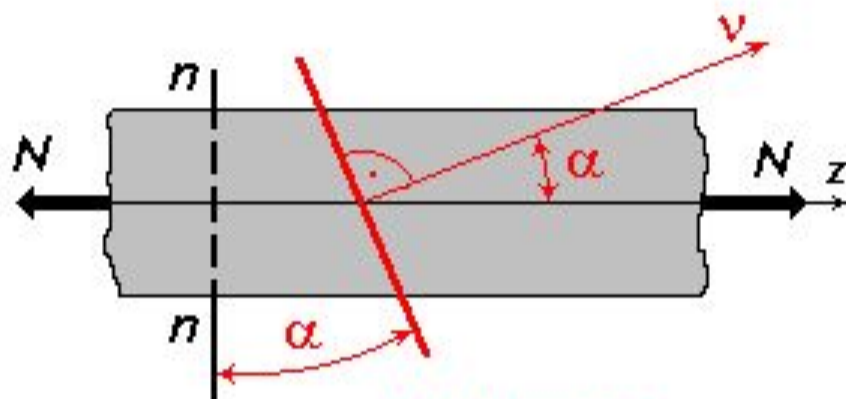
Сечения I - VI – области концентрации напряжений *[местные напряжения]*

$$\alpha_{\sigma} = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{НОМ}}} \quad \text{характеристика концентрации напряжений, где } \sigma_{\text{НОМ}} = \frac{N}{S}$$

Принцип Сен-Венана: в сечениях стержня, расположенных от места передачи нагрузки или от мест концентрации напряжений на расстояниях, превышающих характерных размеров поперечного сечения, распределение напряжений зависит только от статического эквивалента сил (N), а не от способа передачи нагрузки.

НАПРЯЖЕНИЯ В НАКЛОННЫХ СЕЧЕНИЯХ

Постановка задачи



поперечное
сечение
(сечение
с нормалью z)

наклонное
сечение
под углом α
(сечение
с нормалью ν)

Дано:

N, S

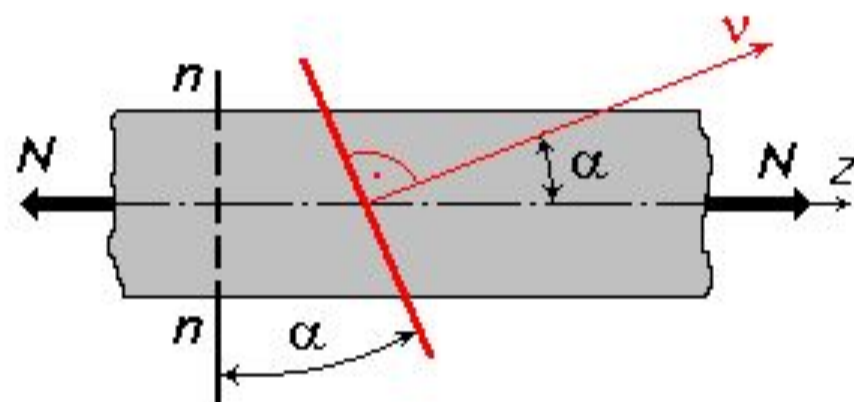
$$\sigma_z = \sigma = \frac{N}{S};$$

$$\tau_{zy} = 0$$

$$\sigma_\nu = ? \quad \tau_\nu = ?$$

ПОЛНОЕ НАПРЯЖЕНИЕ В НАКЛОННОМ СЕЧЕНИИ

Напряжения в наклонном сечении с нормалью ν определяются с помощью метода сечений и условий равновесия - задача статически определима

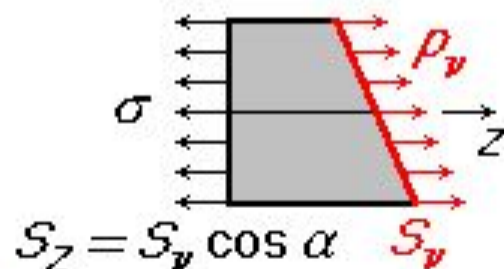


Условия равновесия:

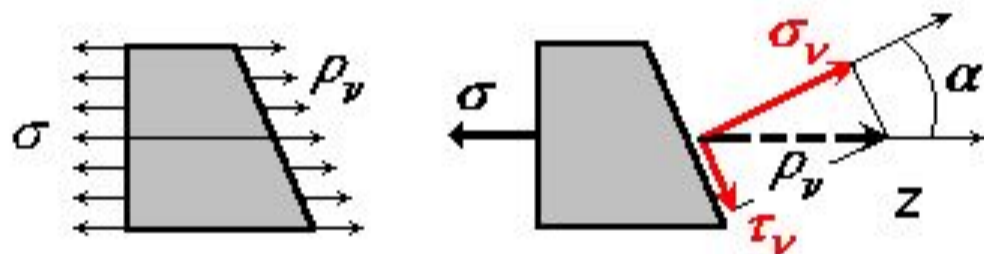
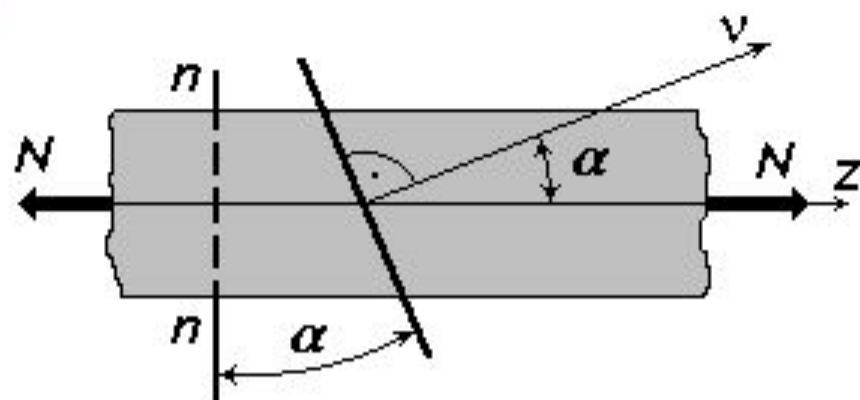
$$\sum Z = -\sigma S_z + \rho_\nu S_\nu = 0;$$

$$\sigma S_\nu \cos \alpha = \rho_\nu S_\nu;$$

$$\rho_\nu = \sigma \cos \alpha.$$



НАПРЯЖЕНИЯ В НАКЛОННОМ СЕЧЕНИИ



$$\begin{aligned} p_v &= \sigma \cos \alpha \\ \sigma_v &= p_v \cos \alpha \\ \tau_v &= p_v \sin \alpha \end{aligned}$$

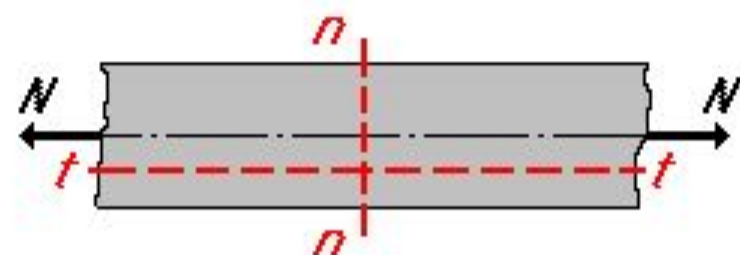
$$\begin{cases} \sigma_v = \sigma \cos^2 \alpha \\ \tau_v = \frac{1}{2} \sigma \sin 2\alpha \end{cases} \quad 0 \leq \alpha \leq 2\pi$$

Правило знаков для τ :



Эти выражения определяют при растяжении [сжатии] **напряженное состояние** - совокупность напряжений во всех площадках, проведенных через данную точку тела.

Нормальные напряжения

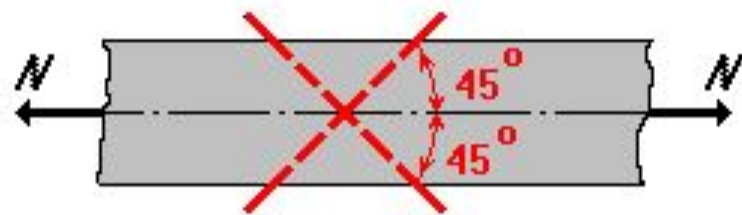


$$\begin{cases} \sigma_v = \sigma \cos^2 \alpha \\ \tau_v = \frac{1}{2} \sigma \sin 2\alpha \end{cases} \quad 0 \leq \alpha \leq 2\pi$$

- 1) $\max \sigma_v = \sigma_z = \sigma$ при $\cos^2 \alpha = 1$ $\alpha = 0$
(в поперечных сечениях $n-n$ с нормалью z)
- 2) В продольных сечениях $t-t$ ($\alpha = 90^\circ$) $\sigma = 0$
(продольные волокна друг на друга не давят)

ПРОСТЕЙШИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Касательные напряжения

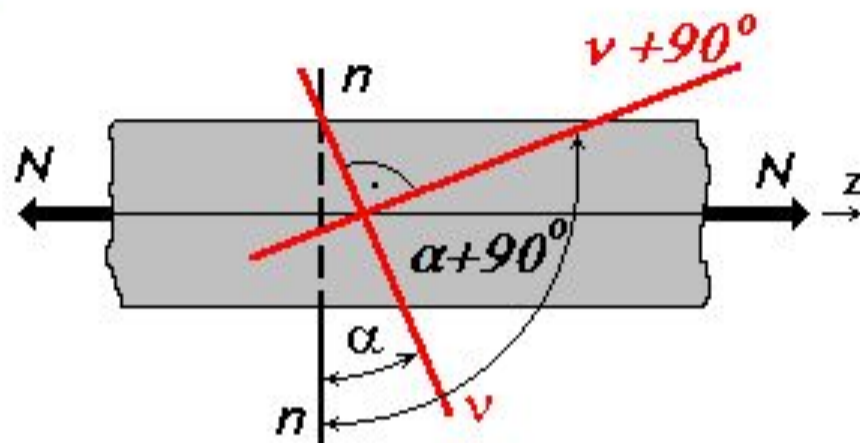


$$\begin{cases} \sigma_v = \sigma \cos^2 \alpha \\ \tau_v = \frac{1}{2} \sigma \sin 2\alpha \end{cases} \quad 0 \leq \alpha \leq 2\pi$$

$$3) \tau_{max} = \frac{1}{2} \sigma$$

при $\sin 2\alpha = 1$, $\alpha = 45^\circ$ в площадках (в сечениях),
наклоненных под углом $\alpha = 45^\circ$ к оси стержня

НОРМАЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ВО ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ ПЛОЩАДКАХ



$$\sigma_{\nu} = \sigma \cos^2 \alpha$$

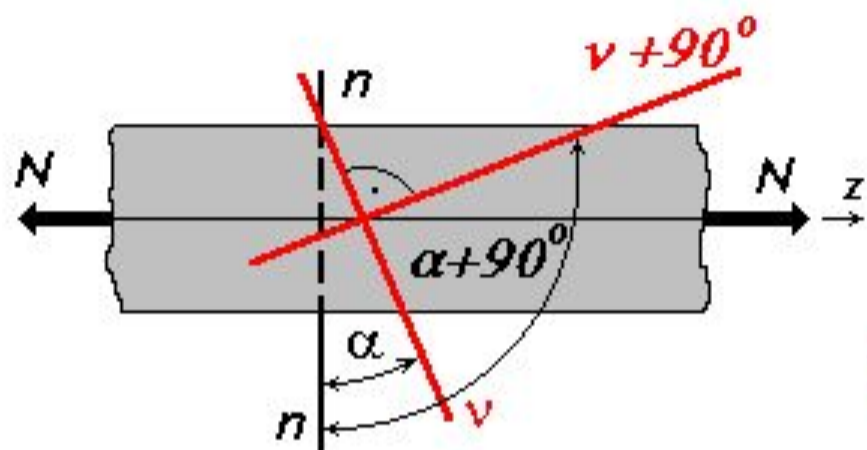
$$\sigma_{\nu+90^{\circ}} = \sigma \cos^2 (\alpha+90^{\circ}) = \sigma \sin^2 \alpha$$

$$+ \quad \sigma_{\nu} = \sigma \cos^2 \alpha$$

$$\sigma_{\nu+90^{\circ}} = \sigma \sin^2 \alpha$$

$$\sigma_{\nu} + \sigma_{\nu+90^{\circ}} = \sigma = \text{const}$$

КАСАТЕЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ВО ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ ПЛОЩАДКАХ

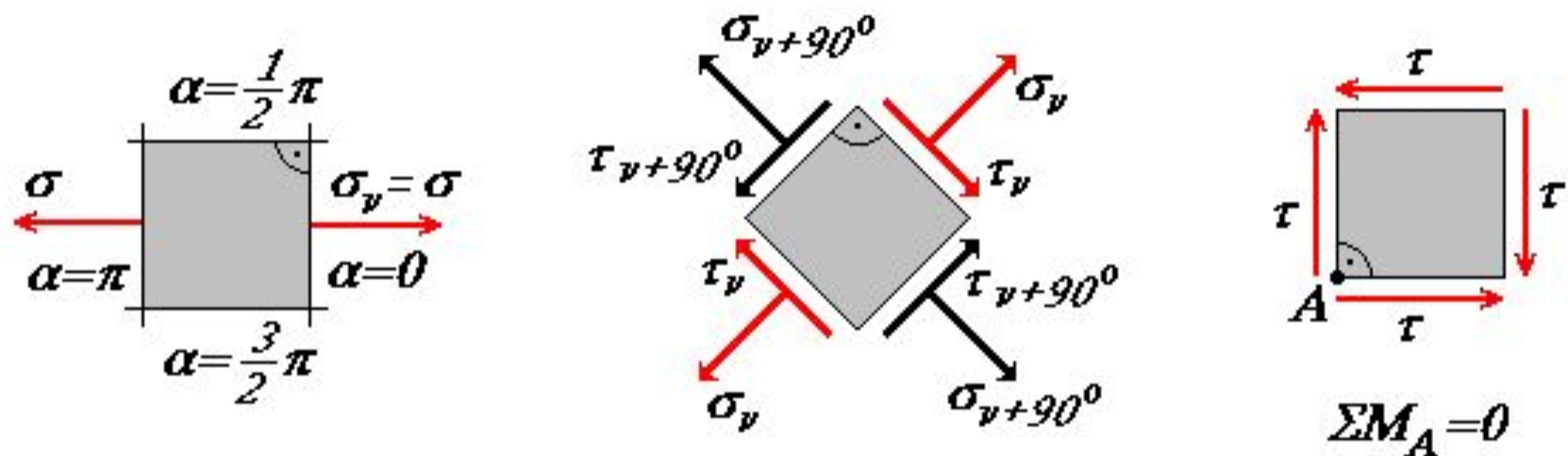


$$\tau_{\nu} = \frac{1}{2} \sigma \sin 2\alpha;$$

$$\begin{aligned}\tau_{\nu+90^{\circ}} &= \frac{1}{2} \sigma \sin 2(\alpha+90^{\circ}) = \\ &= \frac{1}{2} \sigma \sin (2\alpha+180^{\circ}) = \\ &= -\frac{1}{2} \sigma \sin 2\alpha;\end{aligned}$$

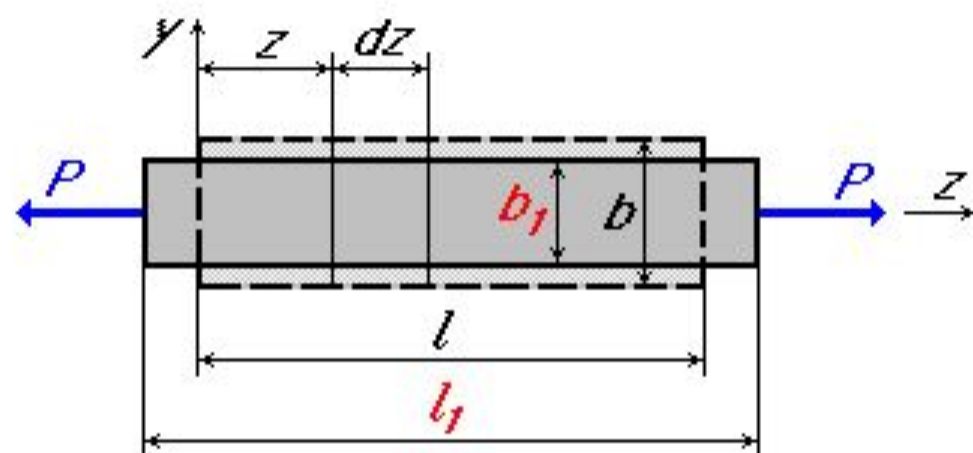
$\tau_{\nu+90^{\circ}} = -\tau_{\nu}$ – закон парности (взаимности) касательных напряжений

НОРМАЛЬНЫЕ И КАСАТЕЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ВО ВЗАИМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ ПЛОЩАДКАХ



Касательные напряжения во взаимно перпендикулярных площадках (сечениях) равны по величине и направлены либо к общему ребру элемента либо от ребра - следствие условий равновесия.

ДЕФОРМАЦИИ И ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ

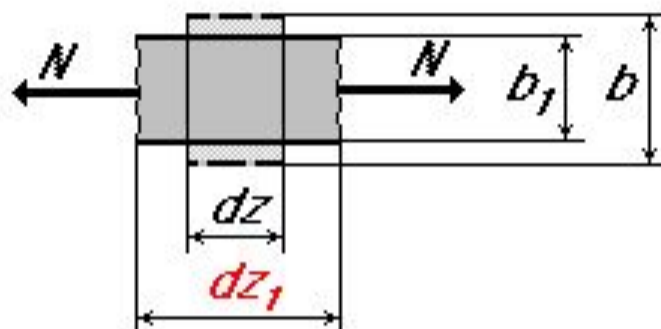


$\Delta l = l_1 - l$ - абсолютное удлинение стержня;

$\Delta b = b_1 - b$ - абсолютное поперечное сужение стержня;

Δl и Δb - имеют размерность длины [мм, см и т. д.]

ДЕФОРМАЦИИ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ



$$\Delta(dz) = dz_1 - dz:$$

$$\varepsilon_z = \varepsilon \frac{\Delta(dz)}{dz} 100\% \text{ - относительное}$$

удлинение (деформация);

$$\Delta(dz) = \varepsilon dz$$

Закон Гука при растяжении (сжатии):

$$\sigma = E \varepsilon; \quad \varepsilon = \frac{\sigma}{E}; \quad E \text{ - модуль упругости I рода (модуль Юнга)}$$

E [Па, МПа] - напряжение, при котором $\varepsilon = 1$, стержень удлинится вдвое. Такие напряжения материал не выдерживает - раньше происходит разрушение или нарушение закона Гука.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УДЛИНЕНИЯ СТЕРЖНЯ

$$\Delta(dz) = \varepsilon dz = \frac{\sigma}{E} dz = \frac{N}{ES} dz$$

ES - жесткость сечения стержня при растяжении (сжатии):

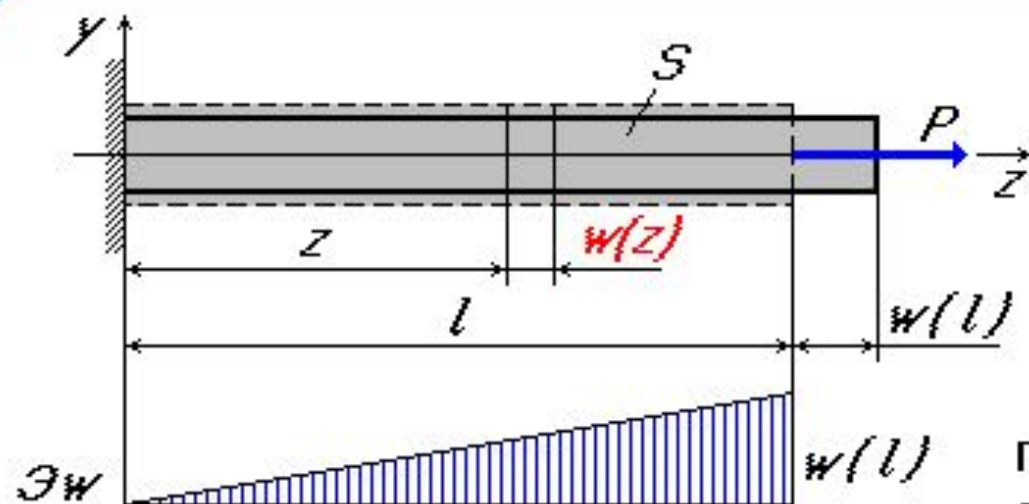
$$\Delta l = l_1 - l = \int_0^l \Delta(dz) = \int_0^l \frac{N dz}{ES};$$

Однородные (равномерные) деформации:

$$\varepsilon_z = \frac{\Delta l}{l}; \quad N = N(z) = \text{const}; \quad ES = ES(z) = \text{const};$$

$$\Delta l = \frac{Nl}{ES} - \text{закон Гука в усилиях.}$$

ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ СТЕРЖНЯ



Дано:

l, S, E, P

$w = ?$

Перемещение сечения, отстоящего от закрепленного конца на расстоянии z , равно удлинению левой части стержня.

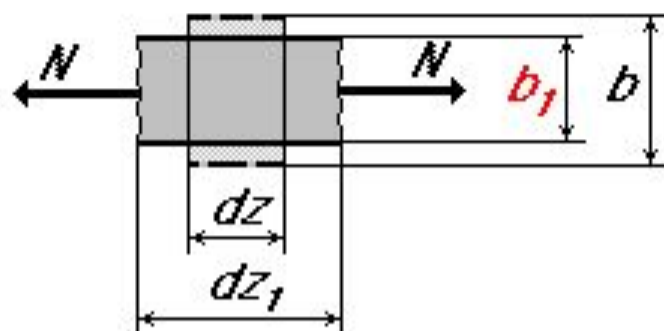
$$w(z) = \Delta l(z) = \frac{Nz}{ES} = \frac{Pz}{ES}$$

$$w(l) = \Delta l = \frac{Nl}{ES} = \frac{Pl}{ES}$$

В общем случае:

$$w(z) = w(0) + \int_0^z \varepsilon dz = \int_0^z \frac{\sigma}{E} dz = \int_0^z \frac{N}{ES} dz, \quad \text{где } w(0) \text{ - перемещение в начале координат.}$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОПЕРЕЧНОГО СУЖЕНИЯ СТЕРЖНЯ



$$\Delta b = b_1 - b = -(b - b_1)$$

$$\varepsilon' = \frac{\Delta b}{b} = \frac{b - b_1}{b} \text{ - поперечная деформация;}$$

$$\varepsilon' = -\mu \varepsilon$$

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right| \text{ - коэффициент поперечной деформации}$$

(коэффициент Пуассона);

$$\Delta b = \varepsilon' b = -\mu \varepsilon b$$

$\mu = 0,25$ - идеально упругий материал;

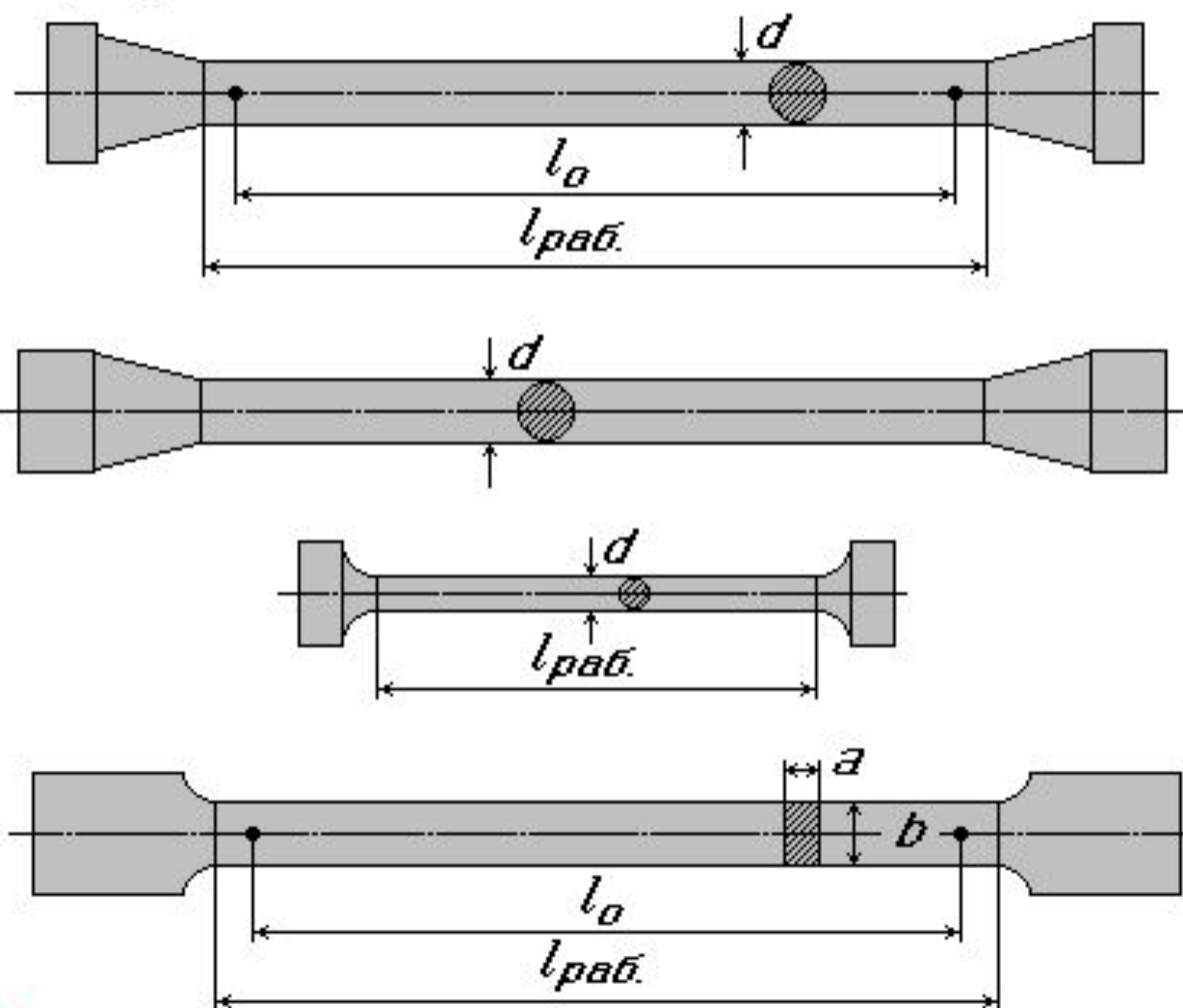
$\mu = 0,5$ - идеально пластический материал;

$\mu = (0,25 \dots 0,35)$ - реальные материалы.

СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ

1. ИСПЫТАНИЕ МАТЕРИАЛОВ НА РАСТЯЖЕНИЕ

а) образцы



$d=(5...10)$ мм-диаметр
образца с круглым
поперечным сечением;

$d=10$ мм- нормальный
образец;

$l_0=10d$ -десятикратный
образец;

$l_0=15d$ -пятнадцатикрат-
ный образец;

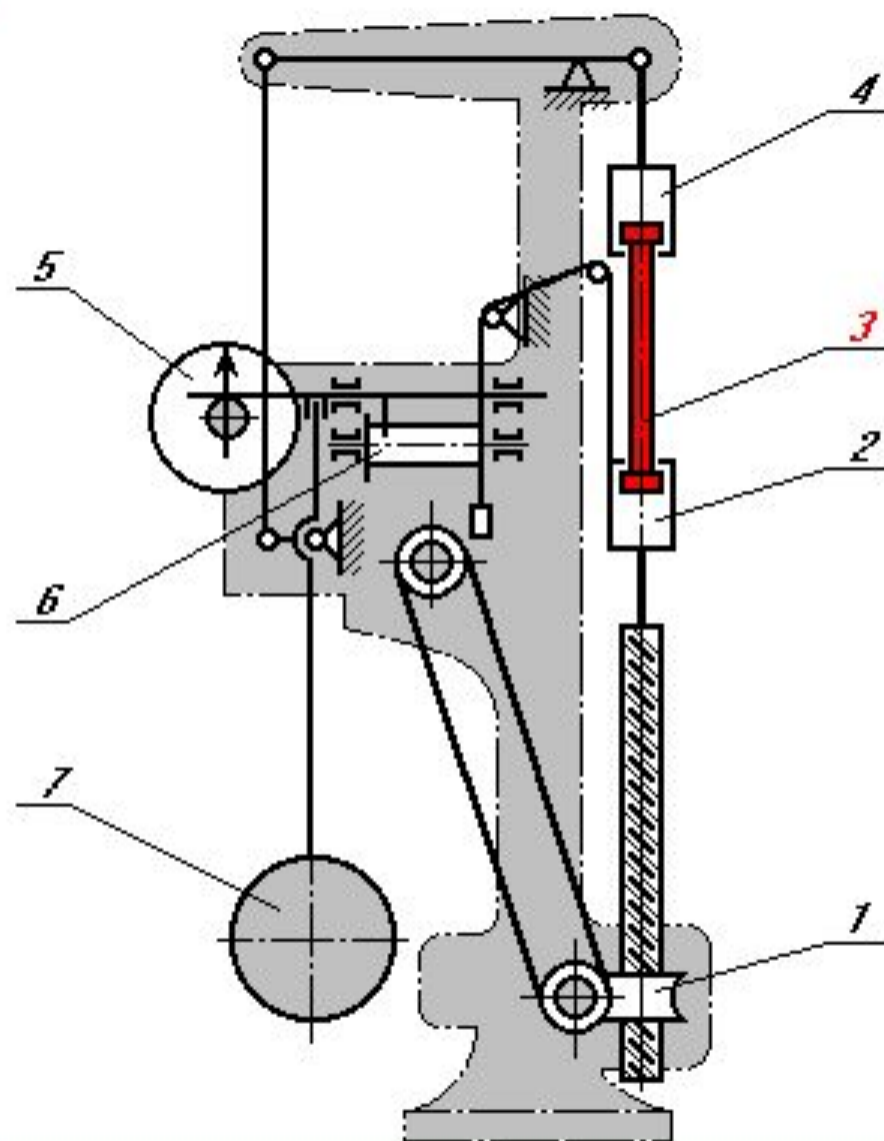
$l_0=5d$ - пятикратный
образец;

Прямоугольное сечение
образца ($a \times b$)

$l_0=11.3\sqrt{S}=11.3\sqrt{ab}$

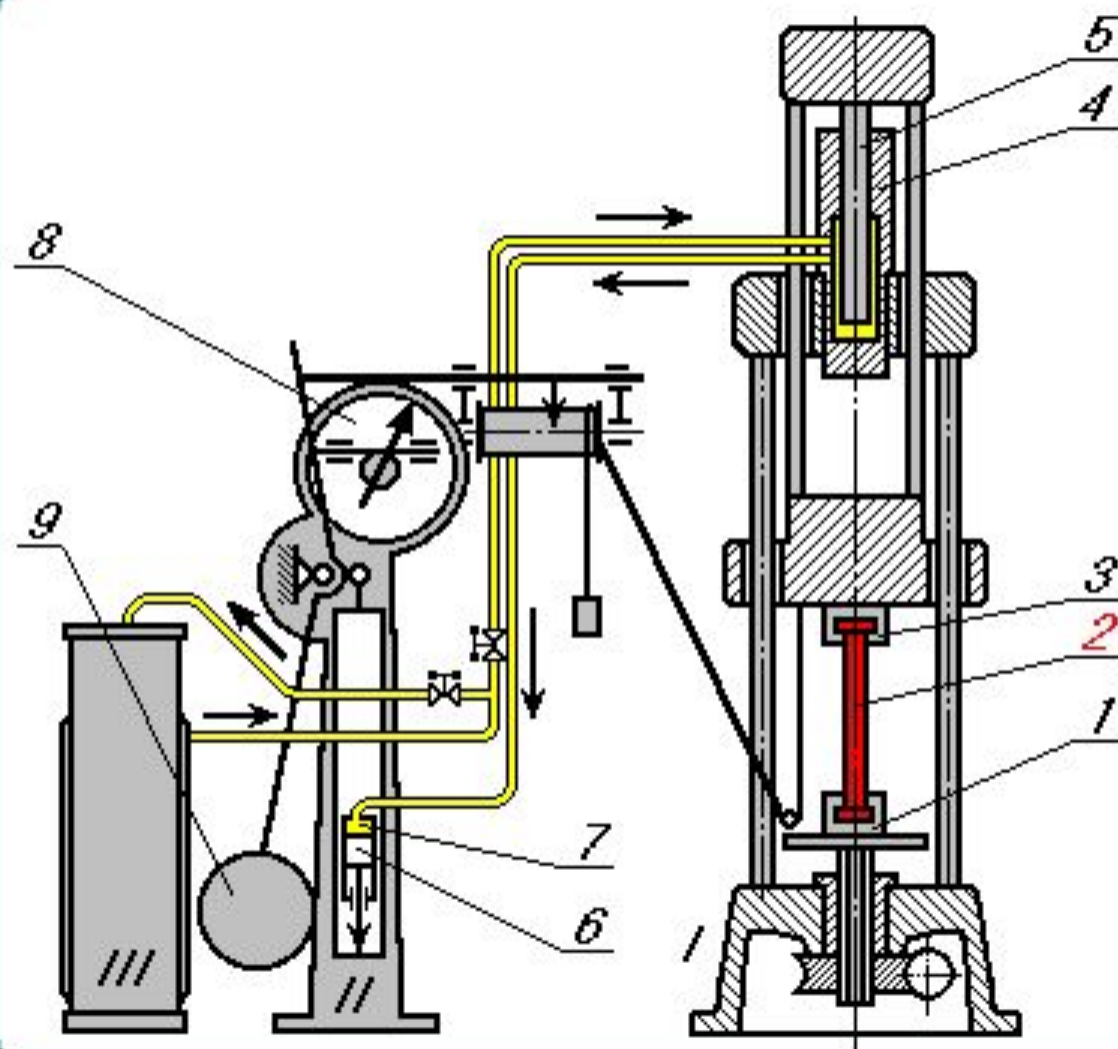
$l_0=5.65\sqrt{S}=5.65\sqrt{ab}$

СХЕМА МАШИНЫ
С МЕХАНИЧЕСКИМ ПРИВОДОМ
И С РЫЧАЖНО-МАЯТНИКОВЫМ
СИЛОВЫМ ИЗМЕРИТЕЛЕМ



- 1 - червячная передача;
- 2, 4 - захваты;
- 3 - образец;**
- 5 - циферблат силоизмерителя;
- 6 - диаграммный аппарат;
- 7 - маятник силоизмерителя.

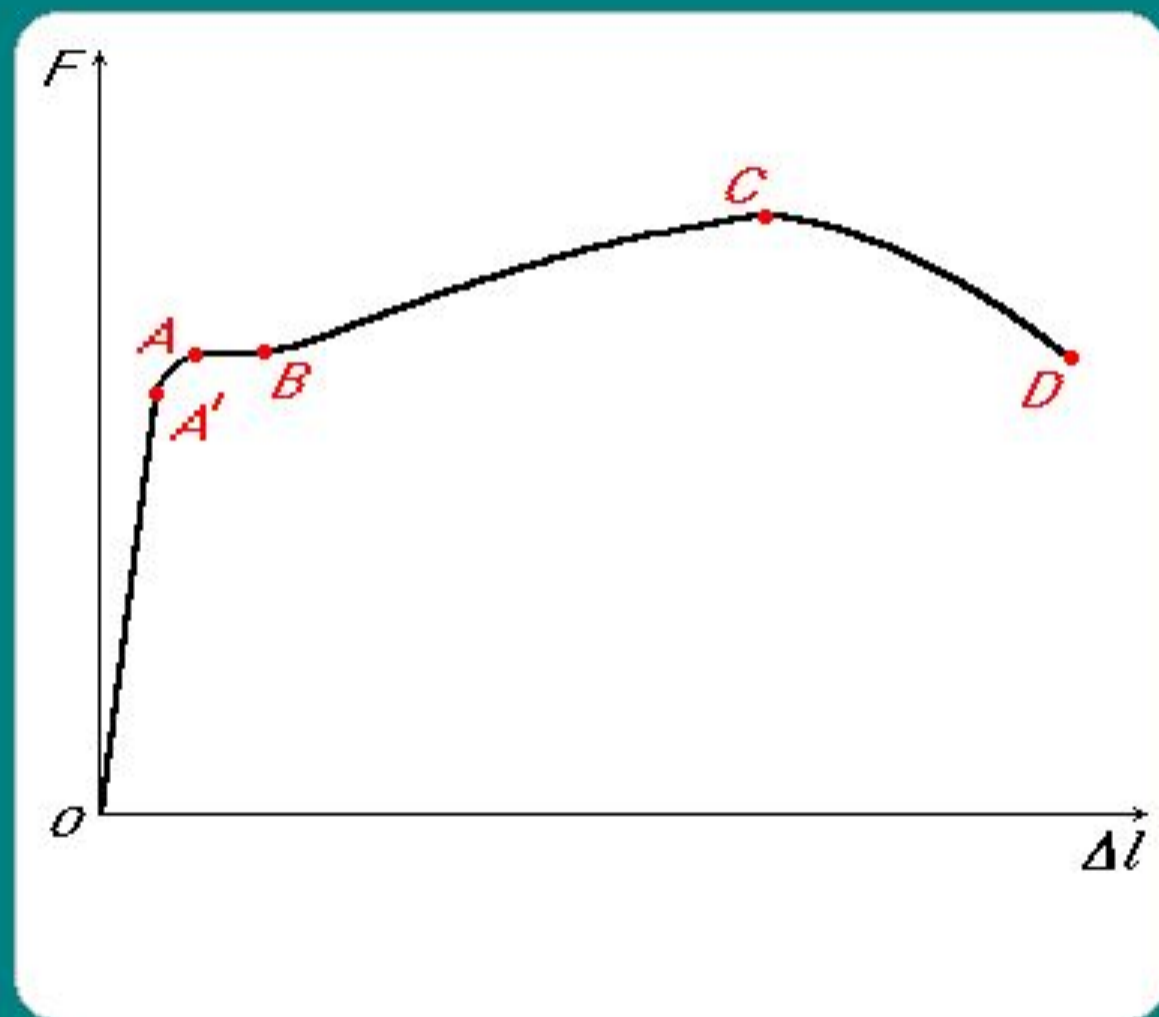
СХЕМА УНИВЕРСАЛЬНОЙ МАШИНЫ С ГИДРАВЛИЧЕСКИМ ПРИВОДОМ И СИЛОИЗМЕРТЕЛЕМ



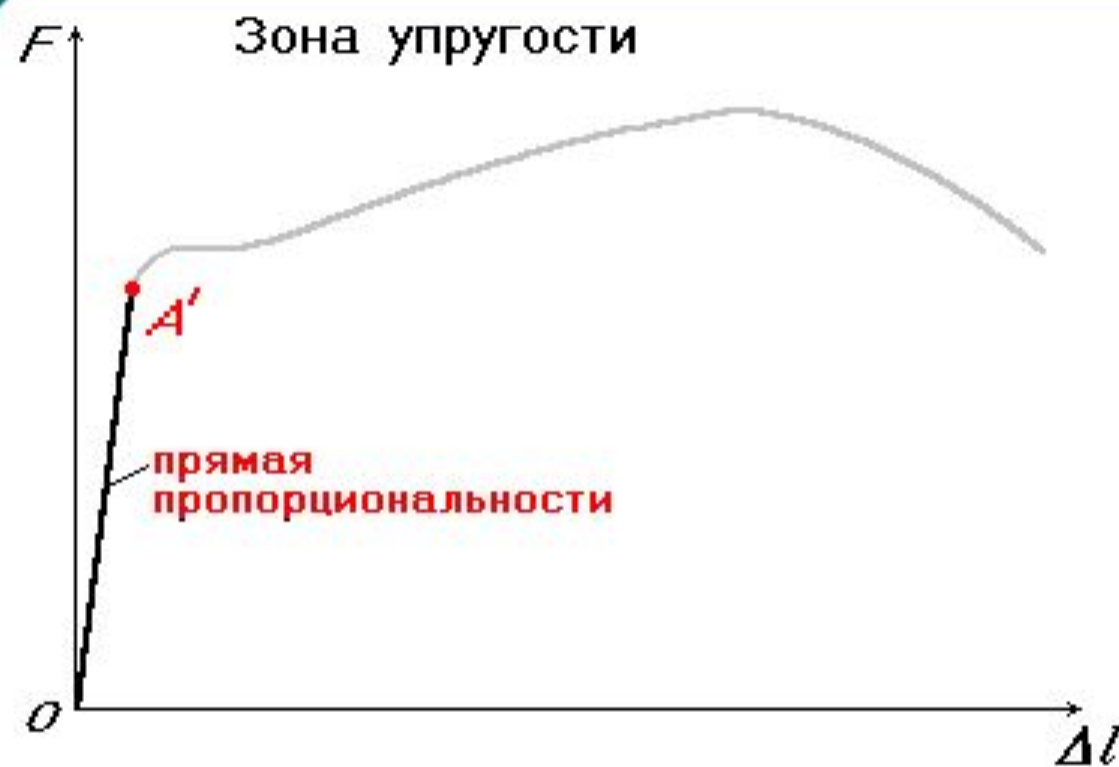
/ - пресс;
// - силоизмеритель;
/// - насосная станция;

- 1, 3 - захваты;
2 - образец;
4 - рабочий цилиндр;
5 - поршень;
6 - поршень силоизмерителя;
7 - цилиндр силоизмерителя;
8 - диаграммный аппарат;
9 - маятник силоизмерителя.

ДИАГРАММА РАСТЯЖЕНИЯ ОБРАЗЦА ИЗ МАЛОУГЛЕРОДИСТОЙ СТАЛИ



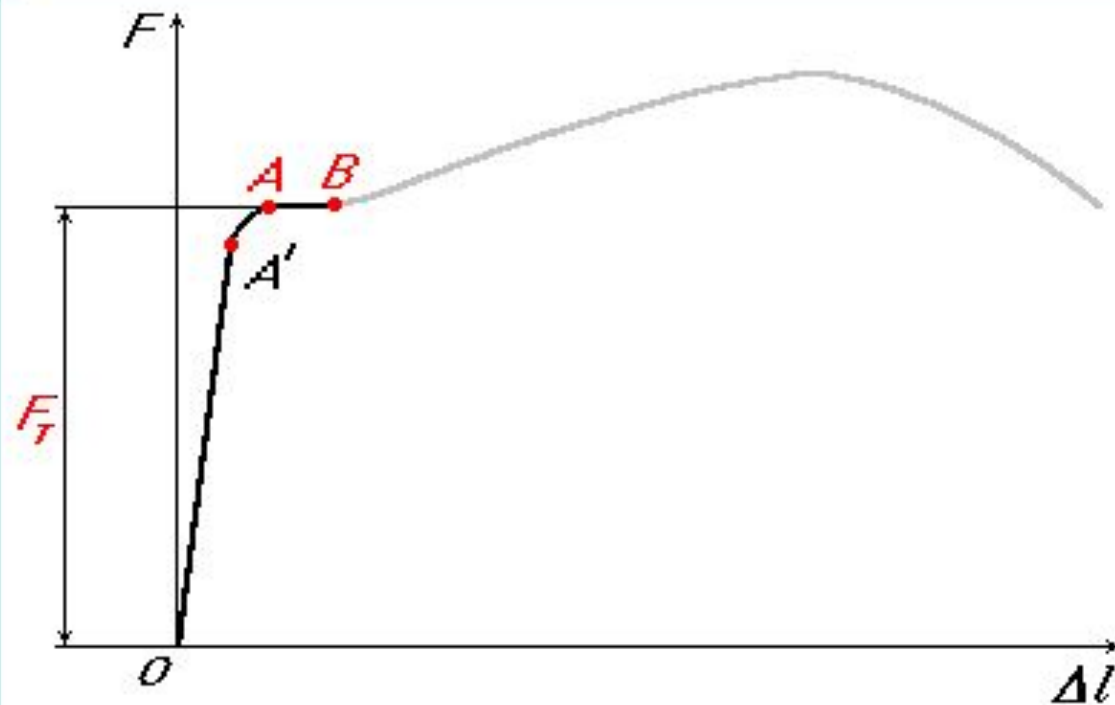
ХАРАКТЕРНЫЕ ЗОНЫ ДИАГРАММЫ РАСТЯЖЕНИЯ ОБРАЗЦА ИЗ МАЛОУГЛЕРОДИСТОЙ СТАЛИ



OA' - зона упругости
(прямая пропорциональности)

$$\Delta l = \frac{Pl_0}{ES_0}$$

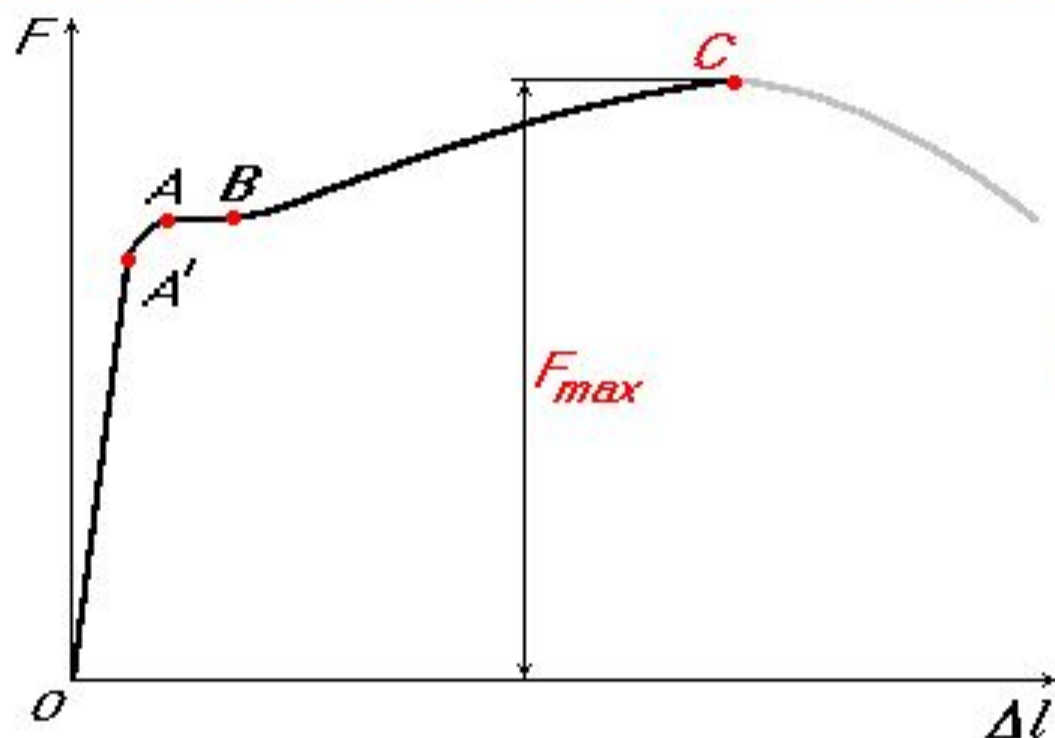
ПРЕДЕЛ ТЕКУЧЕСТИ



$$\sigma_T = \frac{F_T}{S_0}$$

физический предел текучести — напряжение, при котором образец деформируется без заметного увеличения растягивающей нагрузки.

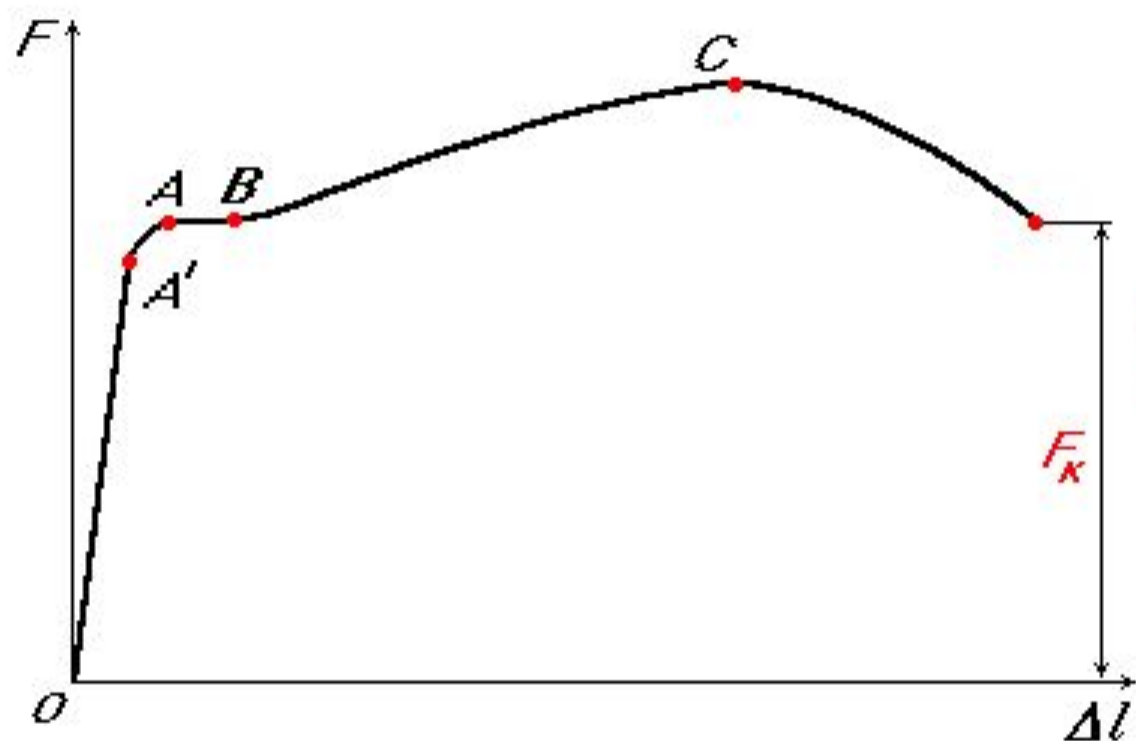
ПРЕДЕЛ ПРОЧНОСТИ



$$\sigma_B = \frac{F_{max}}{S_0}$$

временное сопротивление (предел прочности) - условное напряжение, соответствующее наибольшей нагрузке и предшествующее разрушению образца.

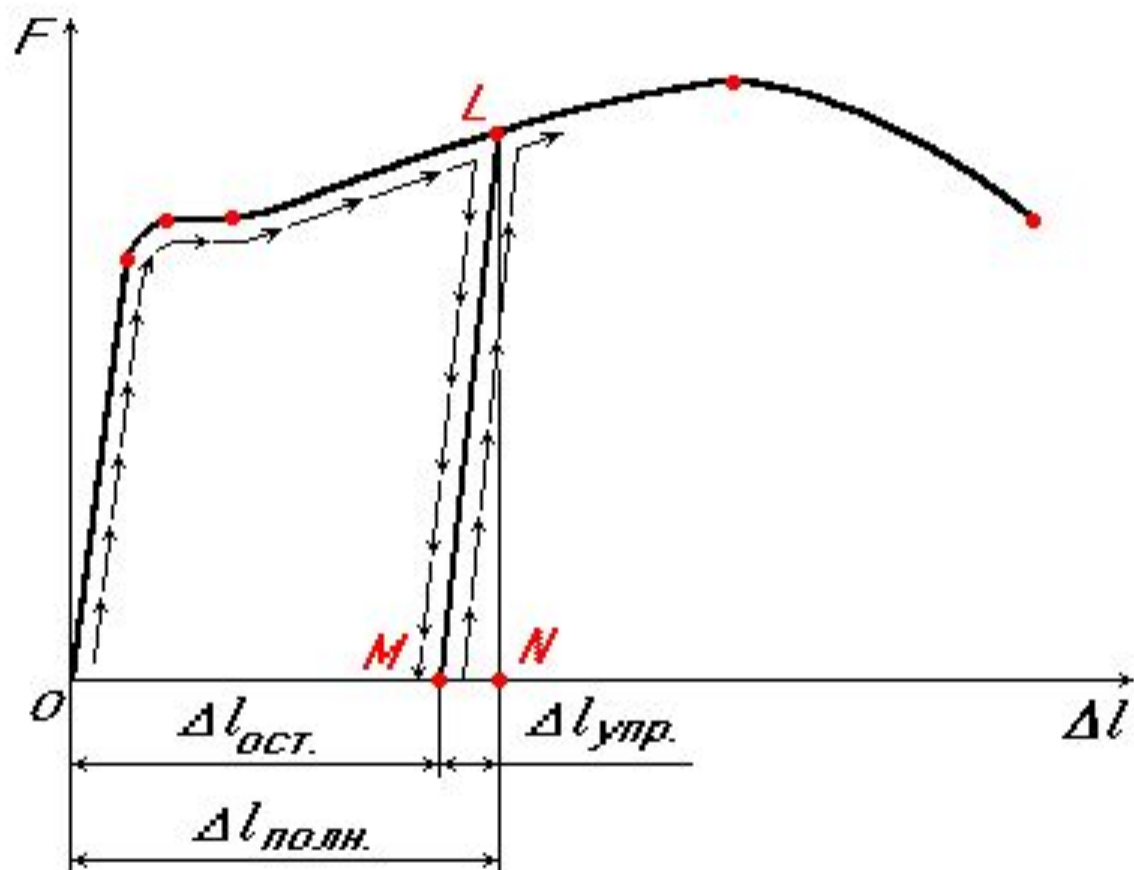
ИСТИННОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ РАЗРЫВУ



$$\sigma_f = \frac{F_k}{S_k}$$

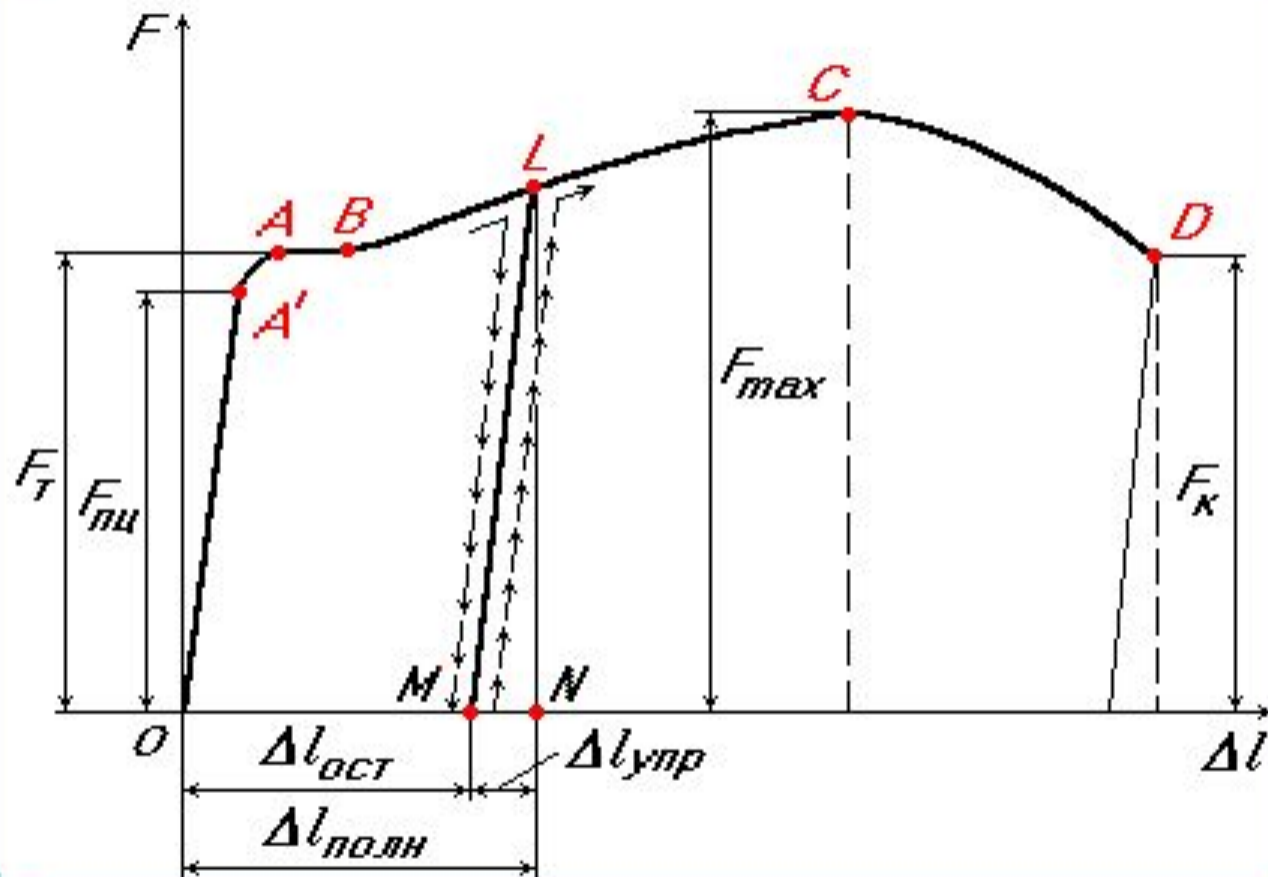
истинное сопротивление разрыву - напряжение, определяемое отношением нагрузки в момент разрыва к площади поперечного сечения в месте разрыва.

РАЗГРУЗКА И ПОВТОРНОЕ НАГРУЖЕНИЕ



$$\Delta l_{полн.} = \Delta l_{упр.} + \Delta l_{ост.}$$

НАГРУЗКИ, СООТВЕТСТВУЮЩИЕ МЕХАНИЧЕСКИМ ХАРАКТЕРИСТИКАМ



$F_{пл}$ - нагрузка, соответствующая пределу пропорциональности;

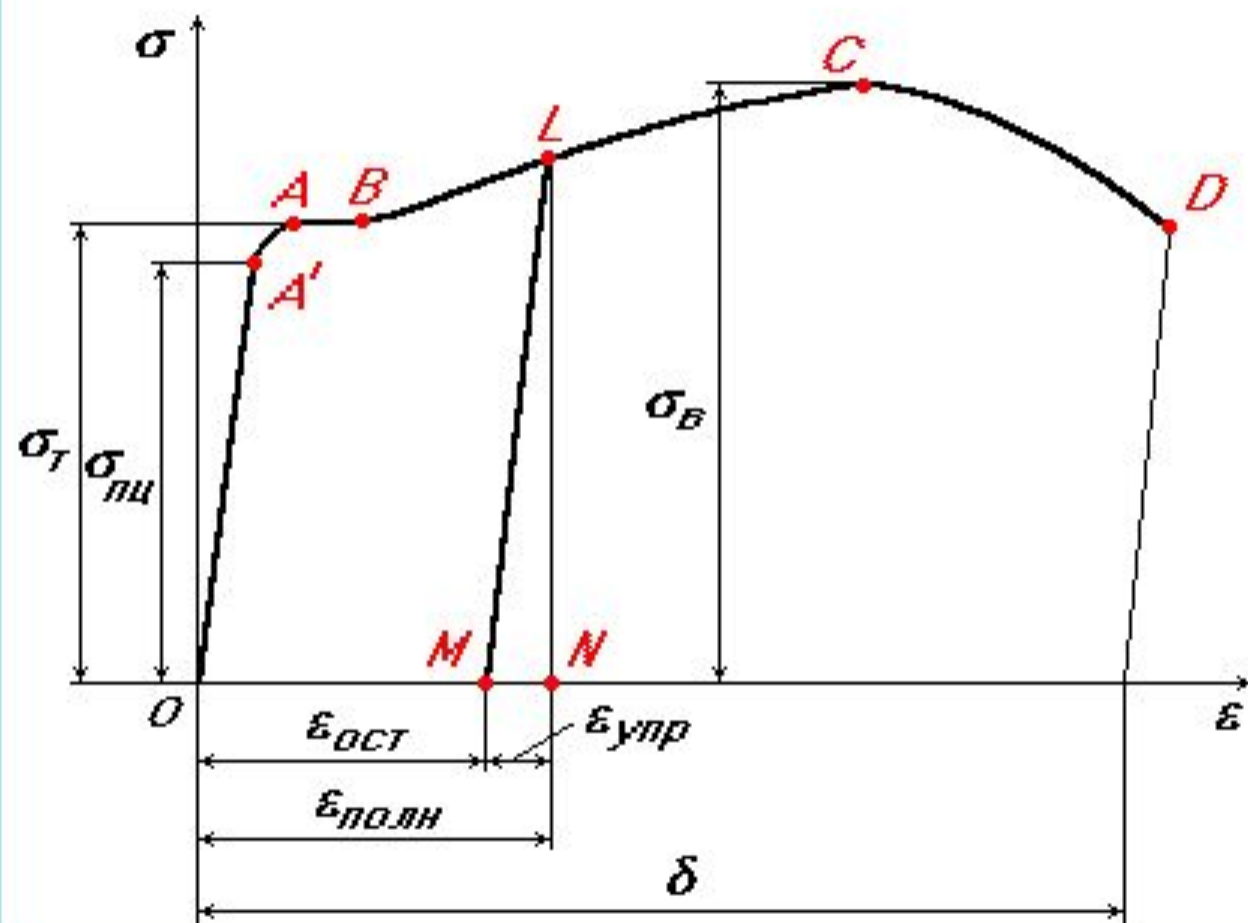
F_T - нагрузка, соответствующая пределу текучести;

F_{max} - максимальная нагрузка, которую способен выдержать образец;

F_K - нагрузка при разрыве образца.

$$\Delta l_{полн} = \Delta l_{упр} + \Delta l_{ост} (\Delta l_{пл})$$

ДИАГРАММА УСЛОВНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ



$$\sigma = \frac{F}{S_0}; \quad \epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

S_0 - начальная площадь поперечного сечения образца;

l_0 - начальная длина расчетной части образца

$$\epsilon_{полн} = \epsilon_{упр} + \epsilon_{ост}$$

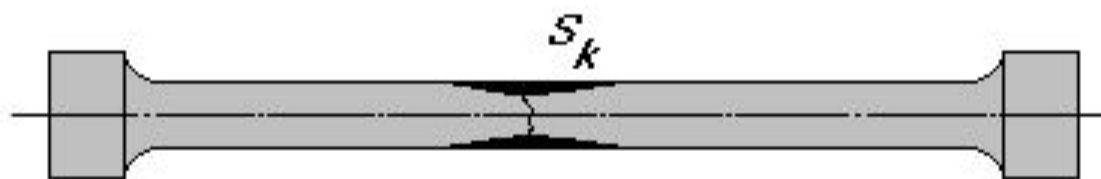
ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЧНОСТИ

1. $\sigma_{ли} = \frac{F_{ли}}{S_0}$ – предел пропорциональности;

2. $\sigma_T = \frac{F_T}{S_0}$ или $\sigma_{0,2} = \frac{F_{0,2}}{S_0}$ – предел текучести;

3. $\sigma_B = \frac{F_{max}}{S_0}$ – временное сопротивление (предел прочности);

4. $\sigma_f = \frac{F_k}{S_k}$ – истинное сопротивление разрыву.

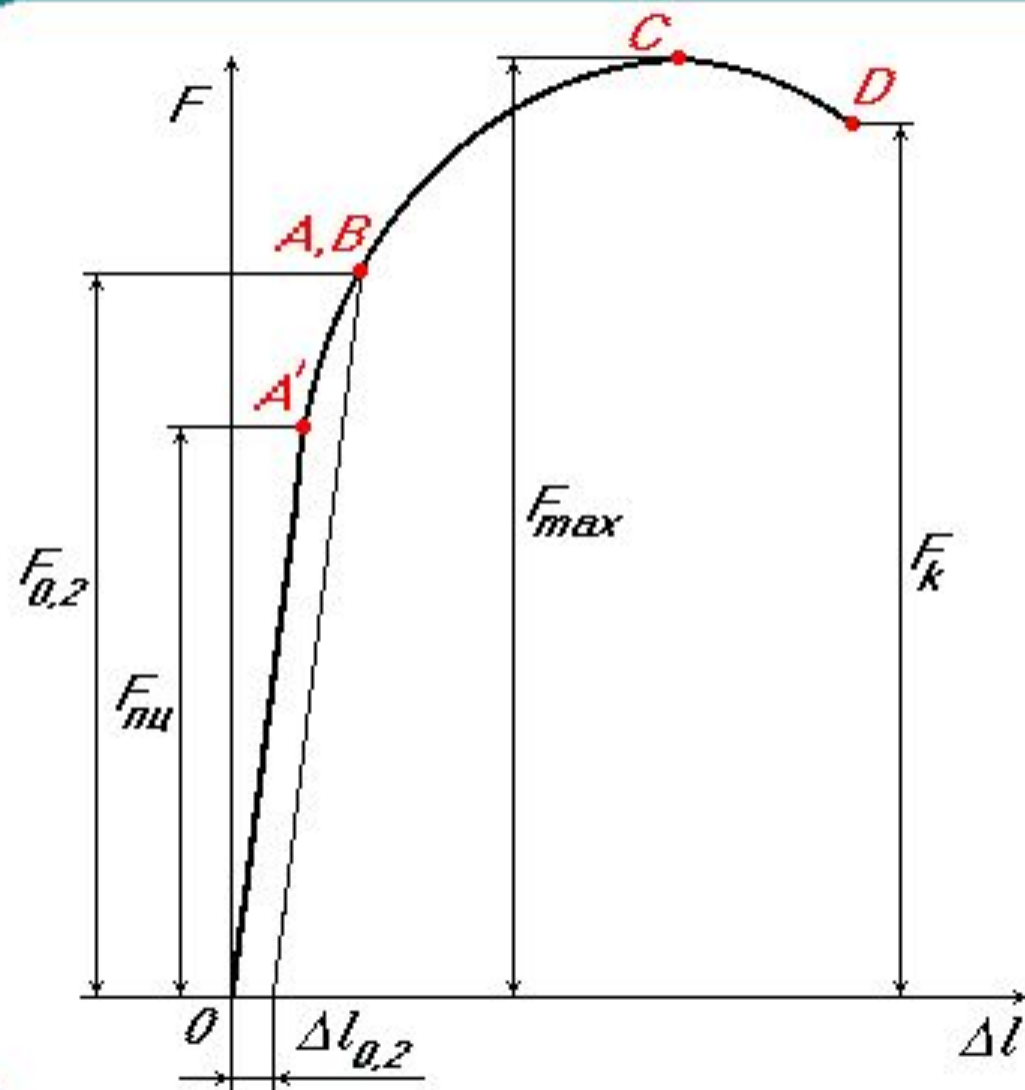


S_k - площадь поперечного сечения шейки
после разрушения

$\sigma_f > \sigma_B$ - всегда у пластичных материалов;

$\sigma_f \approx \sigma_B$ - для хрупких материалов.

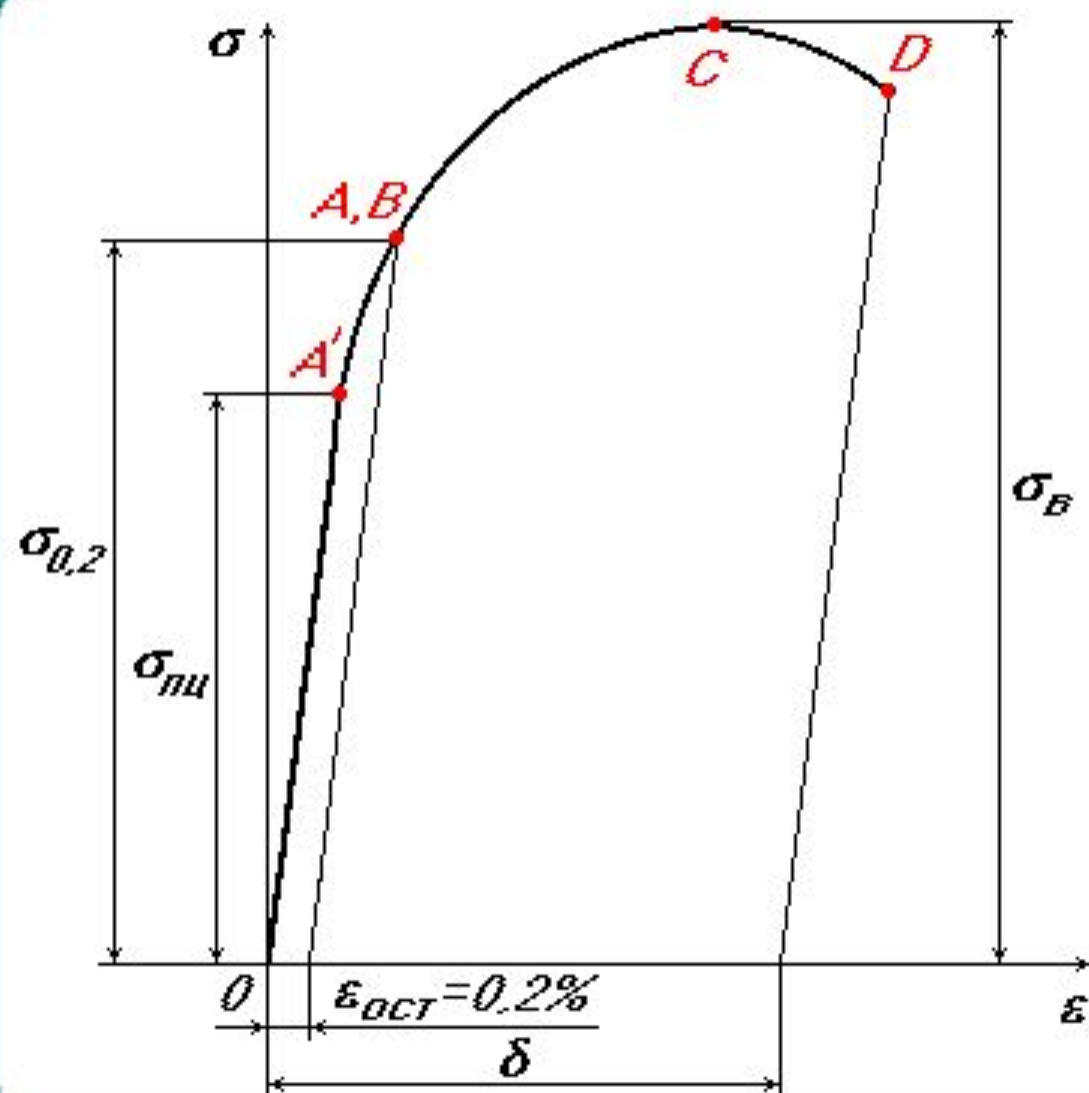
ДИАГРАММА РАСТЯЖЕНИЯ ОБРАЗЦА ИЗ ПЛАСТИЧНОГО МАТЕРИАЛА



(чистые металлы,
конструкционные стали и
сплавы)

$F_{0.2}$ - нагрузка,
соответствующая
условному пределу
текучести

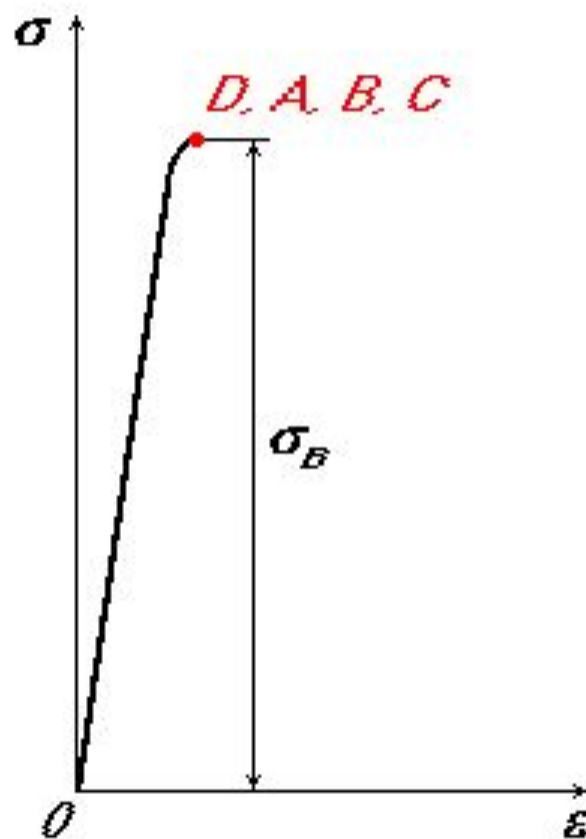
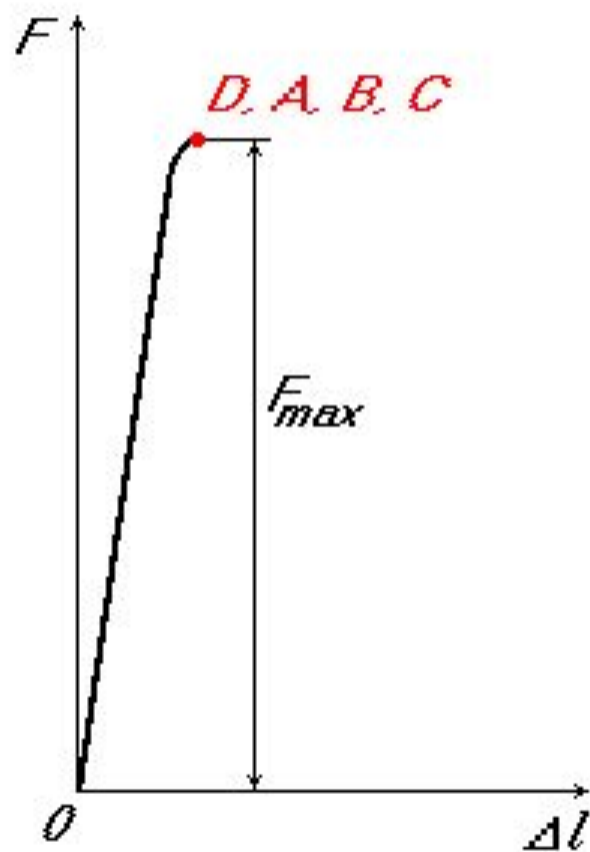
ДИАГРАММА УСЛОВНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ



$$\sigma_{0.2} = \frac{F_{0.2}}{S_0}$$

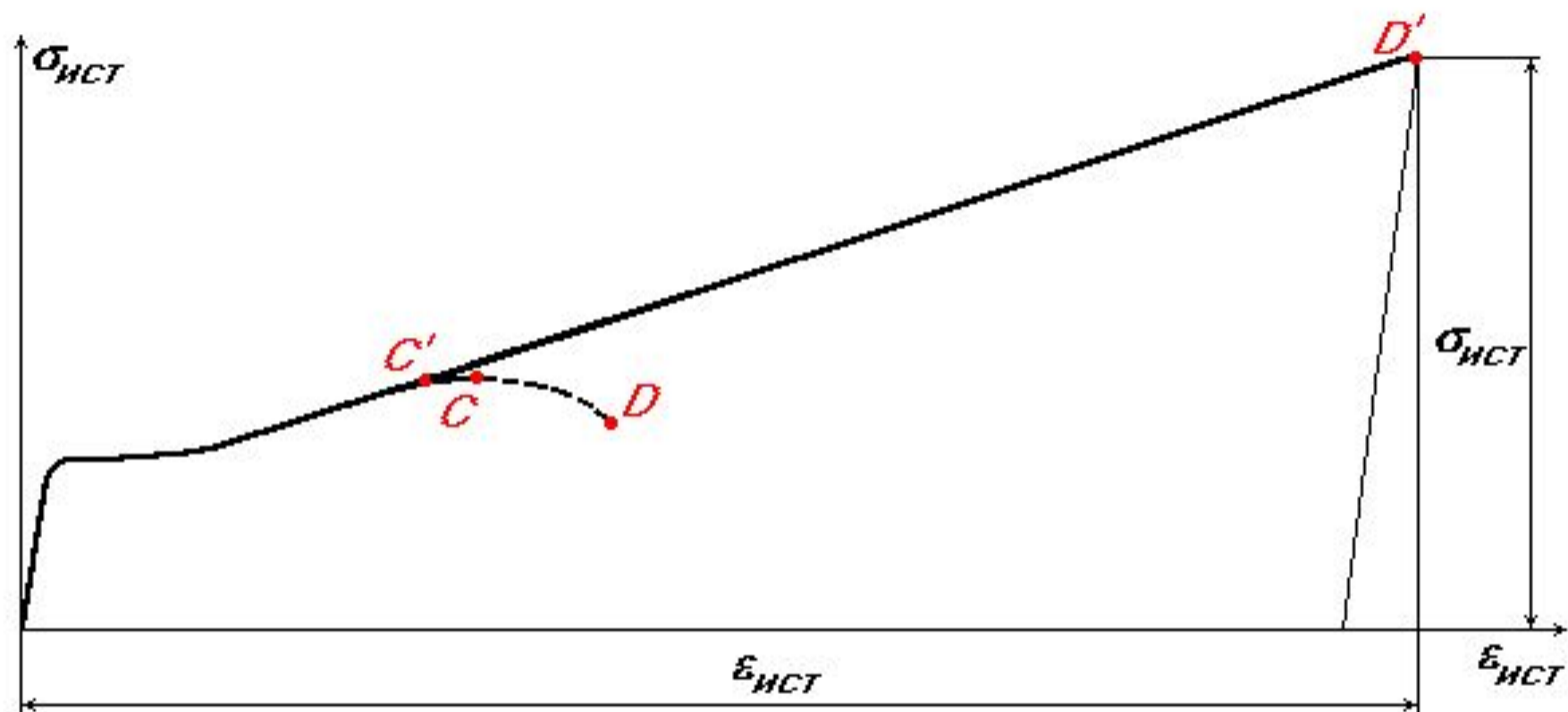
условный предел текучести
напряжение, при котором
пластическая деформация
(относительное остаточное
удлинение) достигает 0,2%

ДИАГРАММА РАСТЯЖЕНИЯ ОБРАЗЦА ИЗ ХРУПКОГО МАТЕРИАЛА



(инструментальные закаленные стали, серые и белые чугуны, камень, кирпич, бетон, керамика, некоторые пластмассы и др.)

ДИАГРАММА ИСТИННЫХ НАПРЯЖЕНИЙ



$$\sigma_{ист} = \frac{F}{S(F)}; \quad \epsilon_{ист} = \frac{S_0}{S} - 1; \quad \sigma_f = \frac{F_k}{S_k} = \sigma_{ист}$$

ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЧНОСТИ

σ_T ($\sigma_{0,2}$)

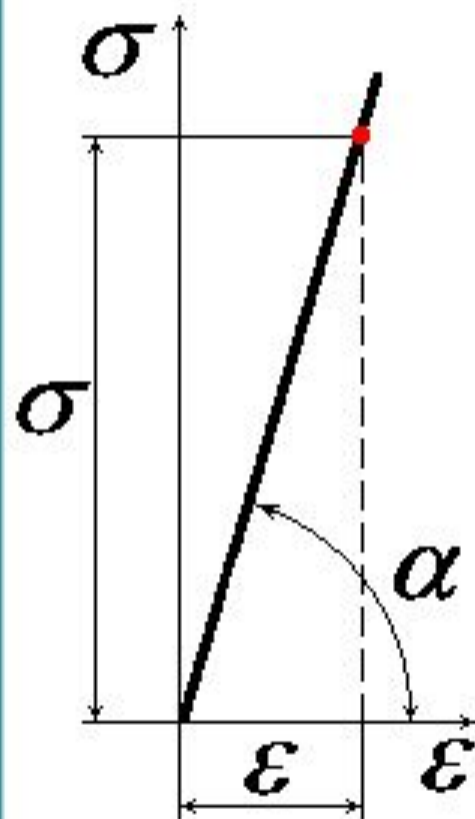
и

σ_B

сопротивляемость
материала малым
пластическим
деформациям

предельное
сопротивление
равномерным
деформациям

ХАРАКТЕРИСТИКИ УПРУГОСТИ



$$m \cdot \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon} = E;$$

m - масштаб по оси σ

E и μ - определяются при специальных испытаниях.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЛАСТИЧНОСТИ

$\delta = \frac{l_k - l_0}{l_0} 100\%$ – относительное остаточное удлинение при разрыве;

l_k – конечная длина расчетной части разрушенного образца;

$\psi = \frac{S_0 - S_k}{S_0}$ – относительное сужение площади после разрыва;

$\delta > 10\%$ – пластичные материалы;

$\delta < 3\%$ – хрупкие материалы.

Малоуглеродистая сталь: $\delta_{10} = 40\%$; $\psi = 50\%$.

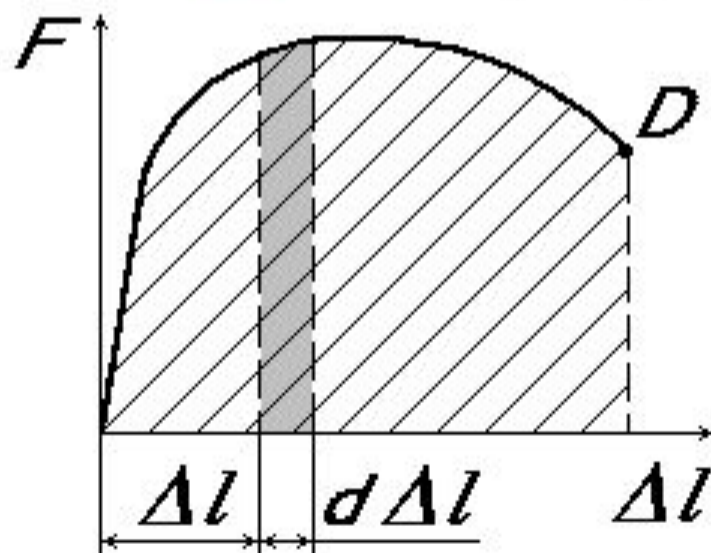
Серый чугун: $\delta_{10} = 0,6\%$.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ВЯЗКОСТИ

$a = \frac{A}{V_0}$ – удельная работа деформации
(статическая вязкость материала);

A – работа, затраченная на разрушение образца;

$V_0 = S_0 l_0$ – начальный объем расчетной части
образца.



$$A = \int_0^{\Delta l} F d\Delta l$$

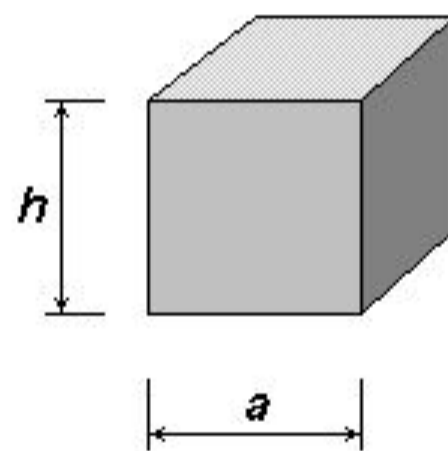
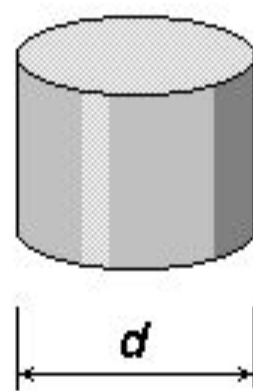
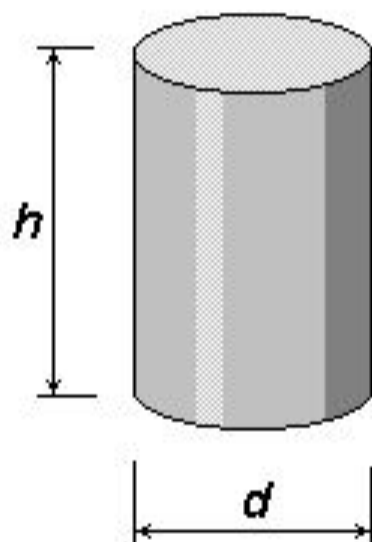
- пропорциональна площади диаграммы растяжения

СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ

2. Испытание материалов на сжатие

Испытание на сжатие является основным видом испытания для хрупких материалов

Образцы:

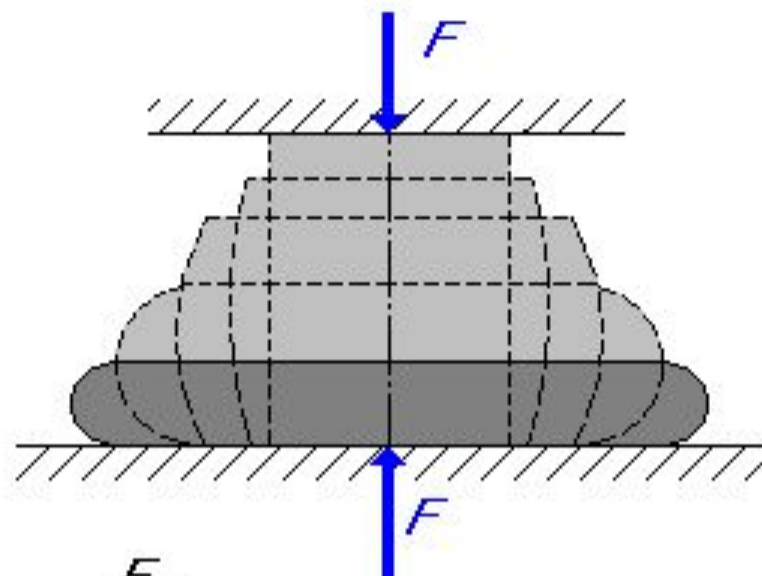
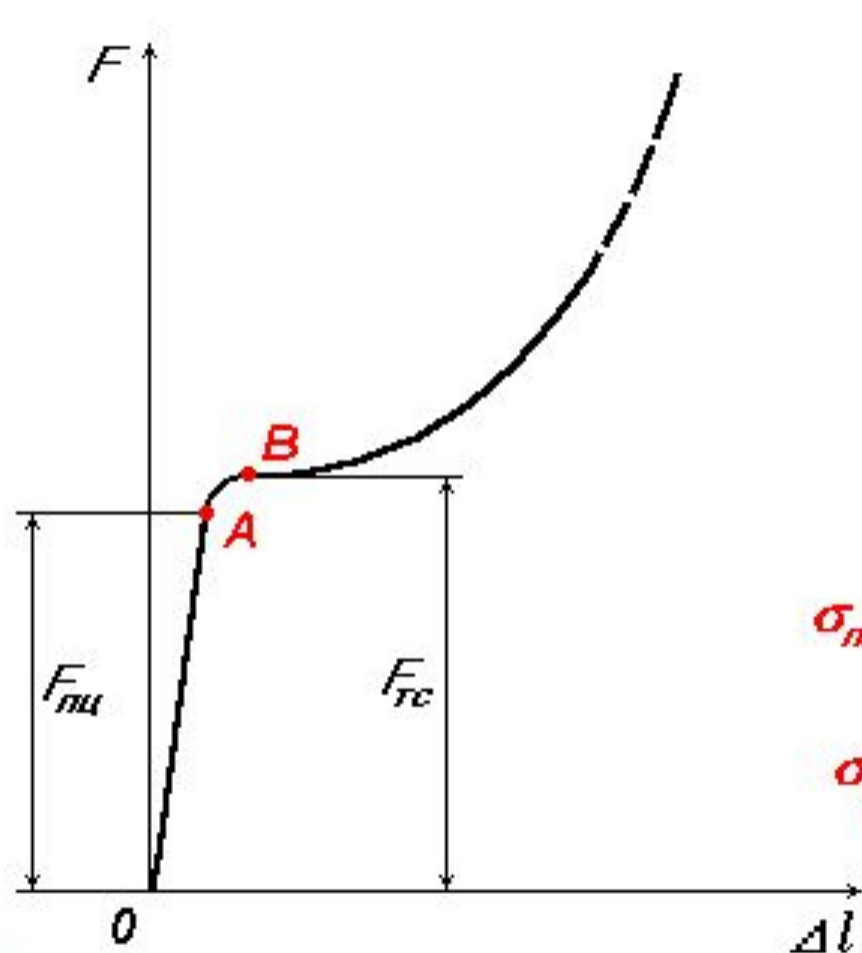


$$\frac{h}{d} \approx 2$$

$$\frac{h}{a} \approx 2$$

Механические характеристики при сжатии сохраняют те же определения, что и при растяжении.

ПЛАСТИЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ



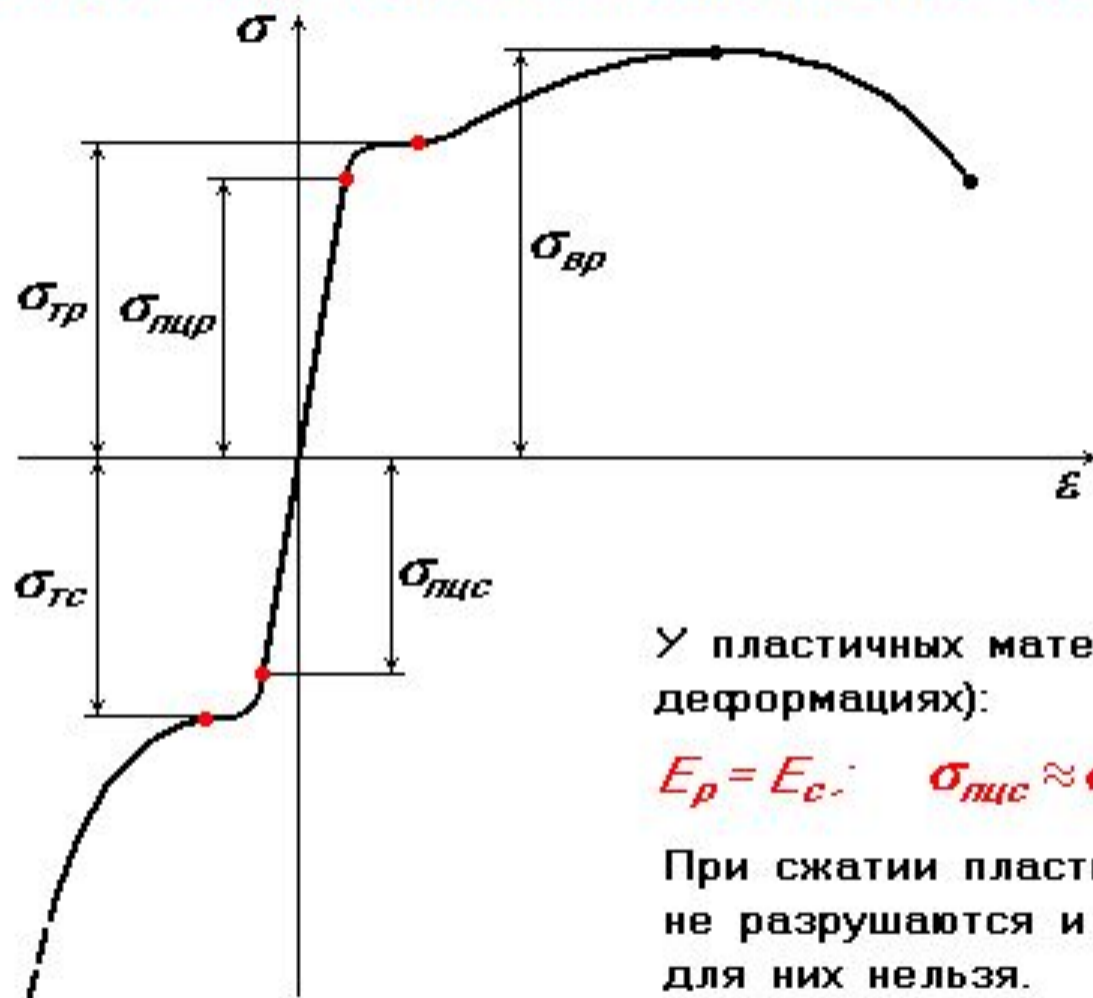
$$\sigma_{\text{плс}} = \frac{F_{\text{пл}}}{S_0} - \text{предел пропорциональности при сжатии;}$$

$$\sigma_{\text{тс}} = \frac{F_{\text{тс}}}{S_0} - \text{предел текучести при сжатии}$$

Трудно создать однородное сжатие.

ПЛАСТИЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Пластичные материалы одинаково работают при растяжении и сжатии.



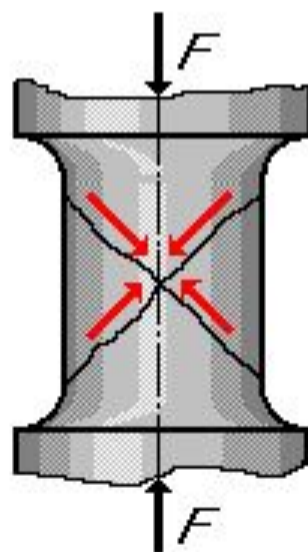
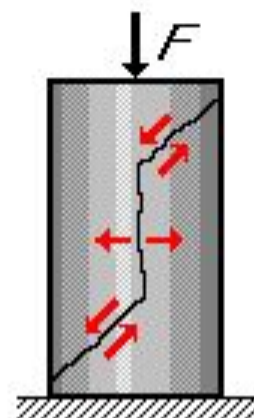
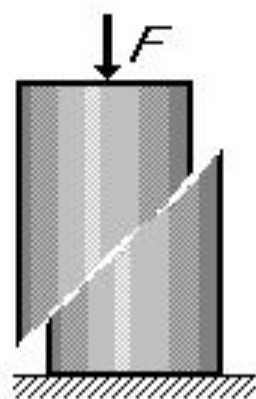
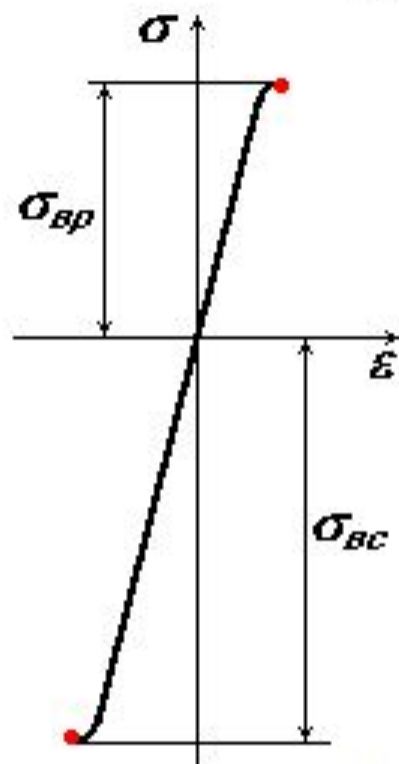
У пластичных материалов (при малых деформациях):

$$E_p = E_c; \quad \sigma_{псс} \approx \sigma_{пир}; \quad \sigma_{тс} \approx \sigma_{тр}$$

При сжатии пластичные материалы не разрушаются и определить $\sigma_{вс}$ для них нельзя.

ХРУПКИЕ МАТЕРИАЛЫ

Разрушение путем сдвига (сдвига)



$$\sigma_{вс} > \sigma_{вр} :$$

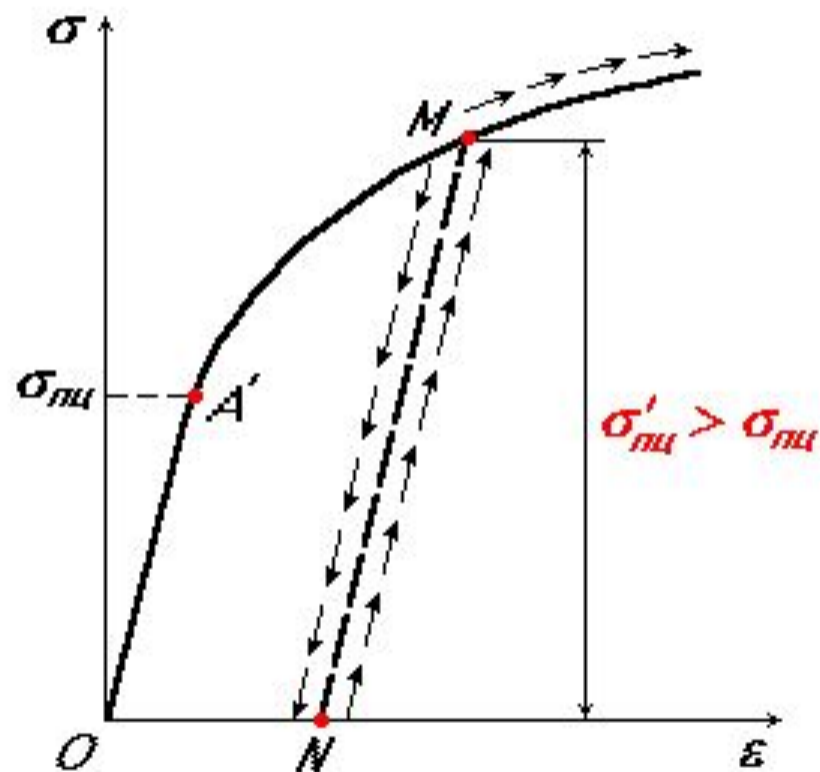
$$E_c \approx E_p :$$

$$k = \frac{\sigma_{вр}}{\sigma_{вс}} :$$

$k = 0,2 \dots 0,4$ - чугун;

$k = 0,1 \dots 0,2$ - керамика.

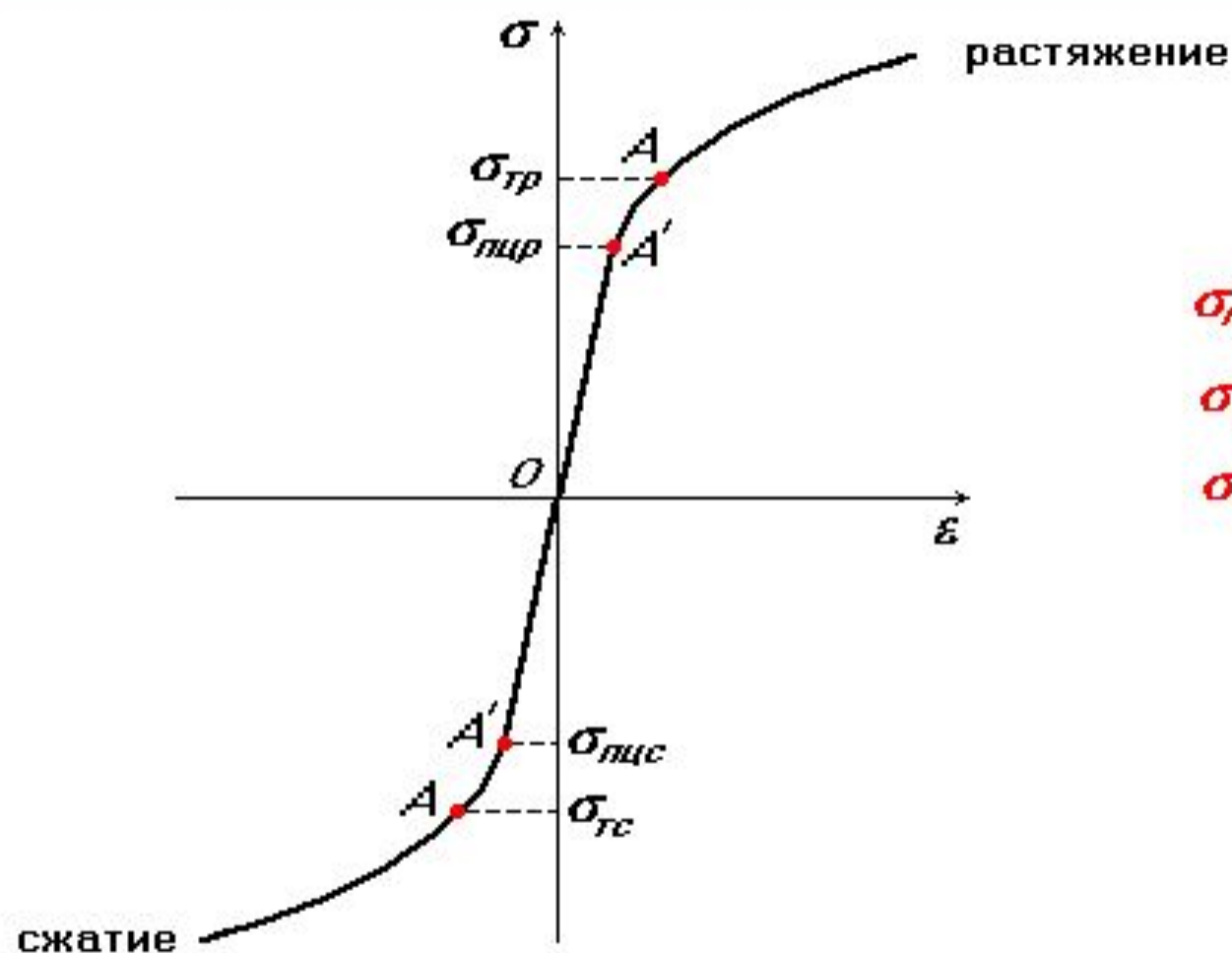
ЗАКОН РАЗГРУЗКИ И ПОВТОРНОГО НАГРУЖЕНИЯ. НАКЛЕП. (пластичный материал)



ЗАКОН РАЗГРУЗКИ - разгрузка всегда упругая
(закон Гука - $MN \parallel OA'$)

НАКЛЕП - повышение $\sigma_{пл}$ и снижение δ в результате предварительной пластической деформации того же знака.

ДИАГРАММЫ ОДНОКРАТНОГО НАГРУЖЕНИЯ (пластичный материал)

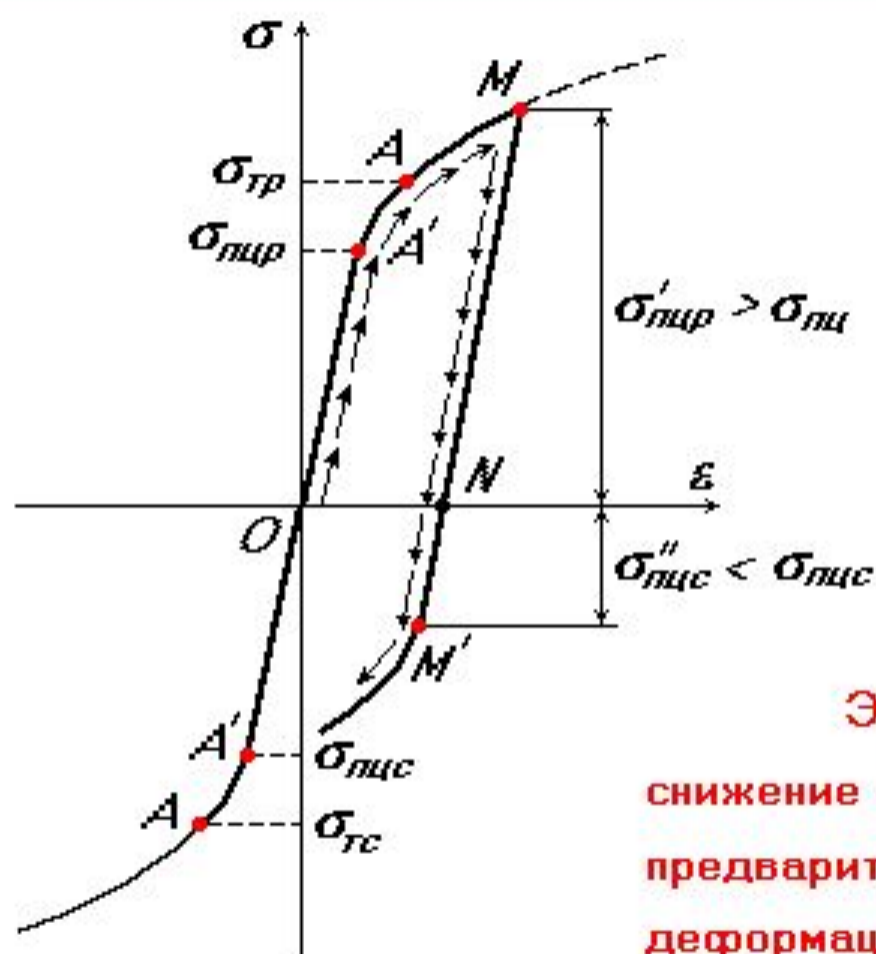


$$\sigma_{пир} = \sigma_{пис} = \sigma_{пц}$$

$$\sigma_{гр} = \sigma_{ге} = \sigma_{г}$$

$$\sigma_{пц} \approx \sigma_{г}$$

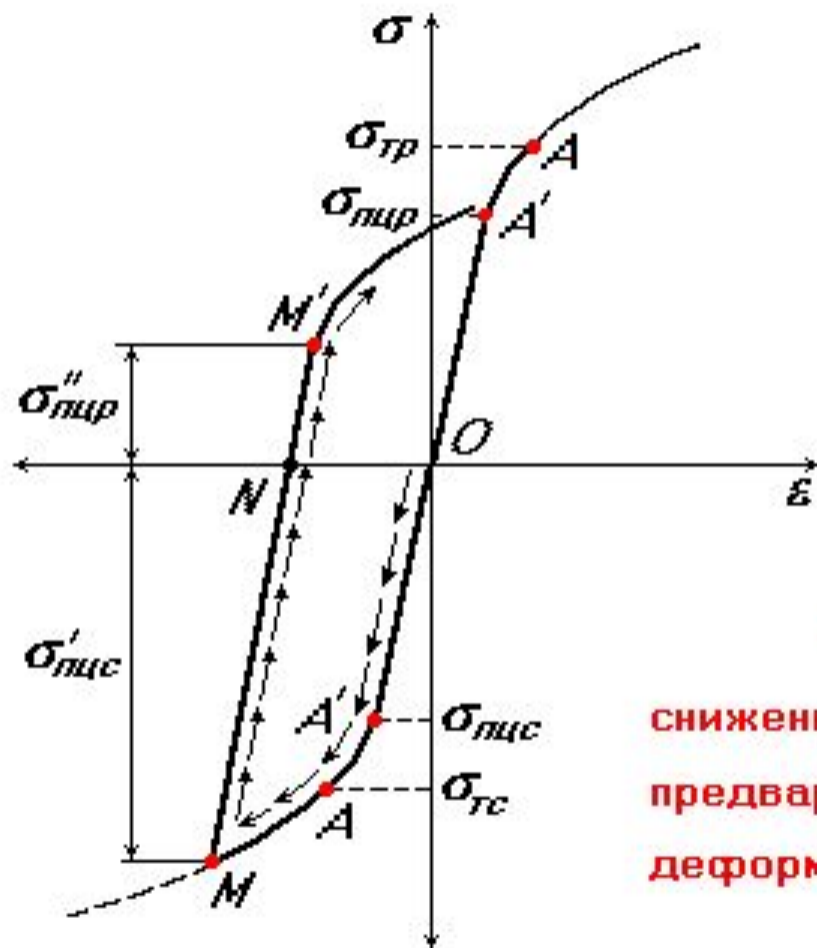
ЭФФЕКТ БАУШИНГЕРА (растяжение)



Эффект Баушингера -

снижение $\sigma_{плц}$ в результате предварительной пластической деформации обратного знака.

ЭФФЕКТ БАУШИНГЕРА (сжатие)



$$MM' \parallel OA'$$

$$\sigma'_{TC} + \sigma''_{TC} = 2\sigma_{TC}$$

$$\sigma'_{TC} > \sigma_{TC}$$

$$\sigma''_{TC} < \sigma_{TC}$$

Эффект Баушингера -
снижение σ_{TC} в результате
предварительной пластической
деформации обратного знака.

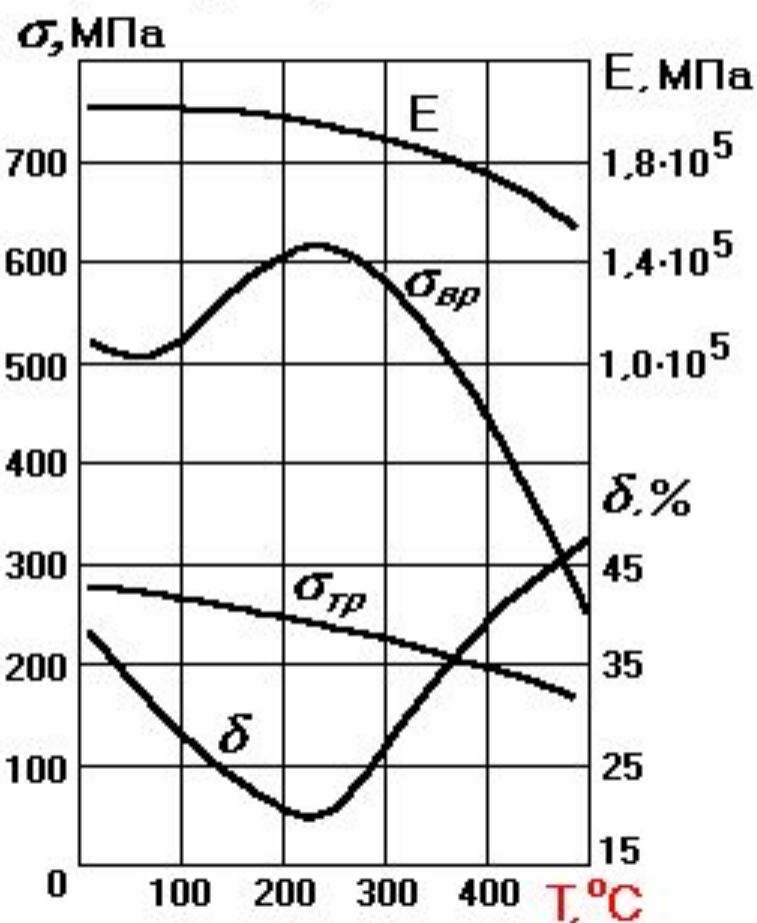
ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ УСЛОВИЙ НА МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ

1. Температура (T)
2. Время (t) действия нагрузок
3. Скорость нагружения (деформирования)
4. Окружающая среда
5. Технология изготовления материалов
6. Радиация и т. д.

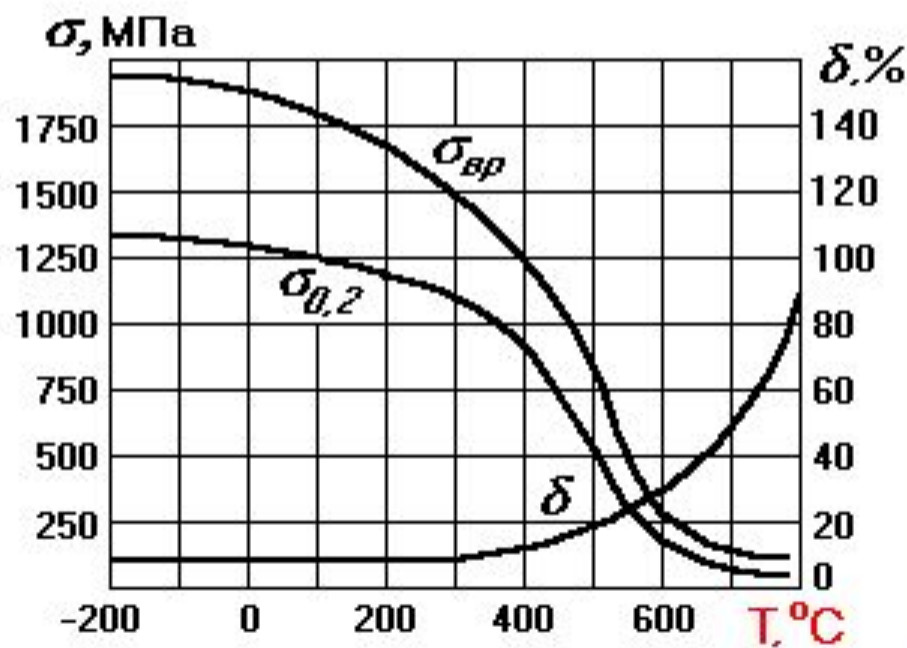
ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ УСЛОВИЙ НА МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ (продолжение)

Влияние температуры:

а) малоуглеродистая сталь



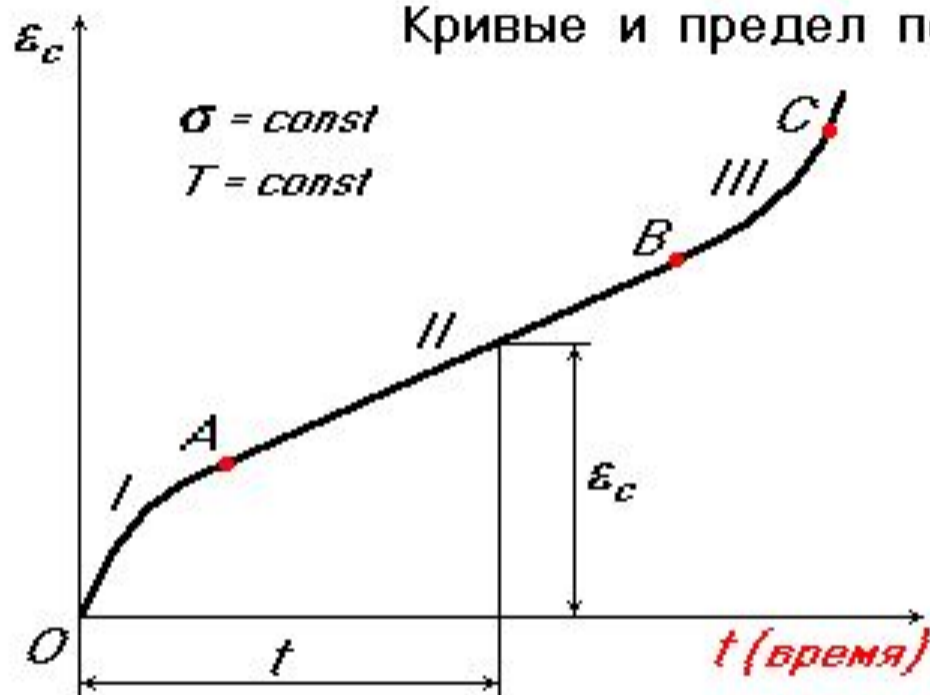
б) хромомарганцевая сталь
марки 30ХГСА



ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ УСЛОВИЙ НА МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ (продолжение)

Влияние фактора времени

Кривые и предел ползучести



Предел ползучести - напряжение, при котором деформация ползучести за определенный промежуток времени достигает заданной величины.

Никелевый жаропрочный сплав ХН77ТЮР

$$\sigma_{0,2/100}^{700} = 400 \text{ МПа}$$

- I - стадия неустановившейся ползучести;
- II - стадия установившейся ползучести;
- III - стадия разрушения

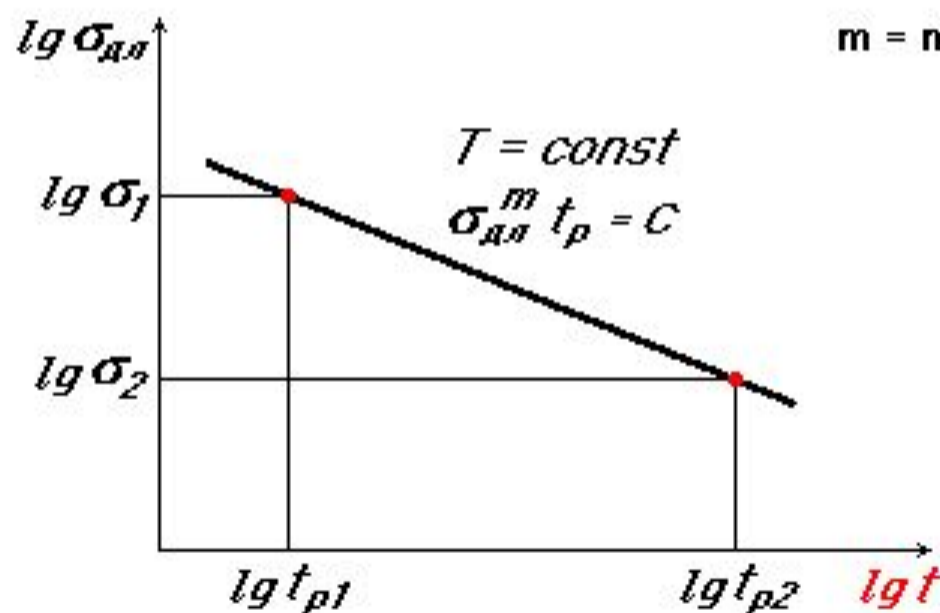
ε_c - деформация ползучести - остаточная (пластическая) деформация во времени при $\sigma = const$ и $T = const$.

ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ УСЛОВИЙ НА МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ (продолжение)

Влияние фактора времени:

Предел длительной прочности

Кривая длительной прочности
в логарифмических координатах



$m = m(t)$, $C = C(t)$ - параметры материала;
 t_p - время до разрушения.

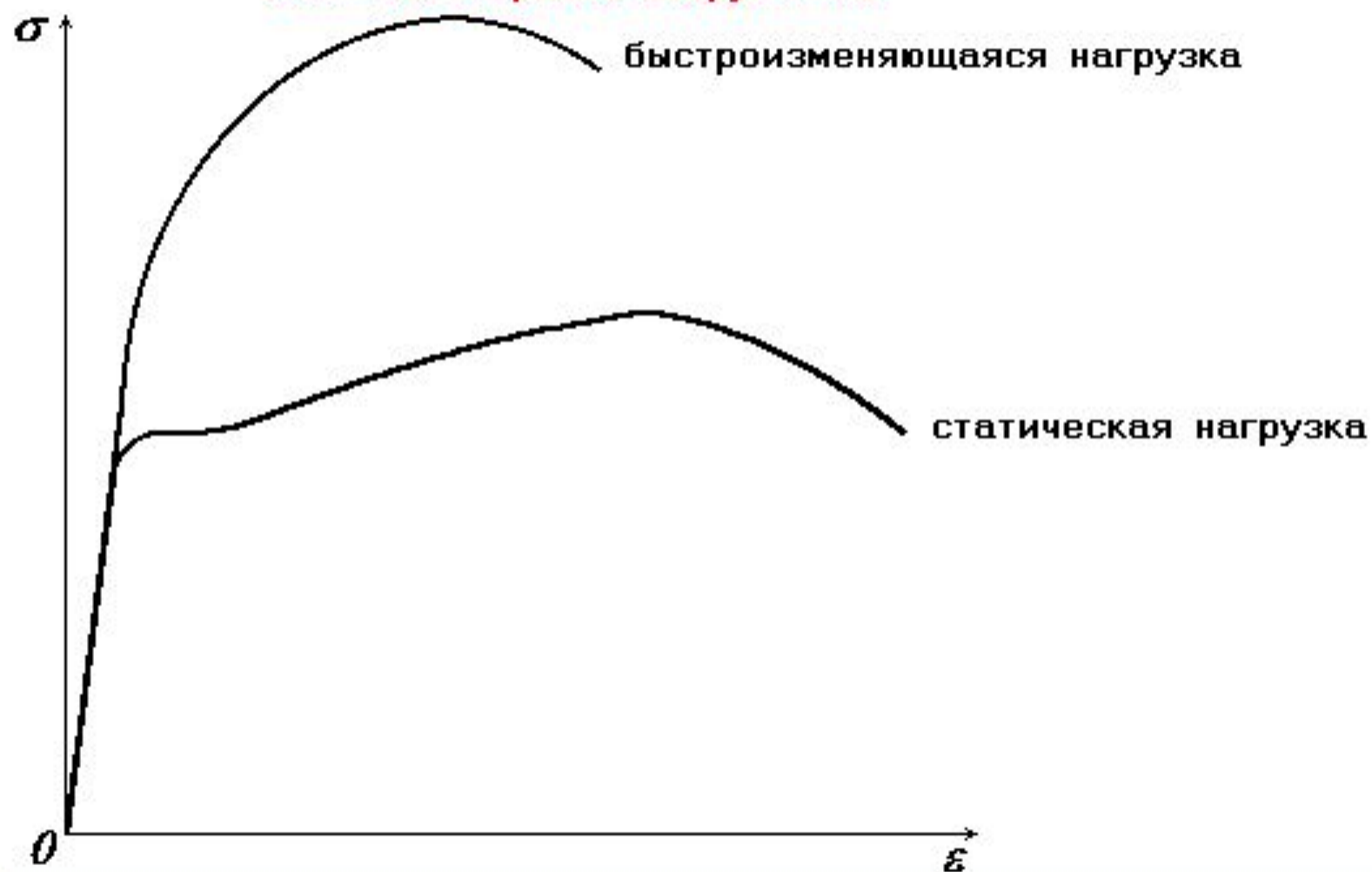
Предел длительной прочности -
напряжение, при котором
материал разрушается
не ранее заданного времени.

Сплав ХН77ТЮР

$$\sigma_{1000}^{700} = 330 \text{ МПа}$$

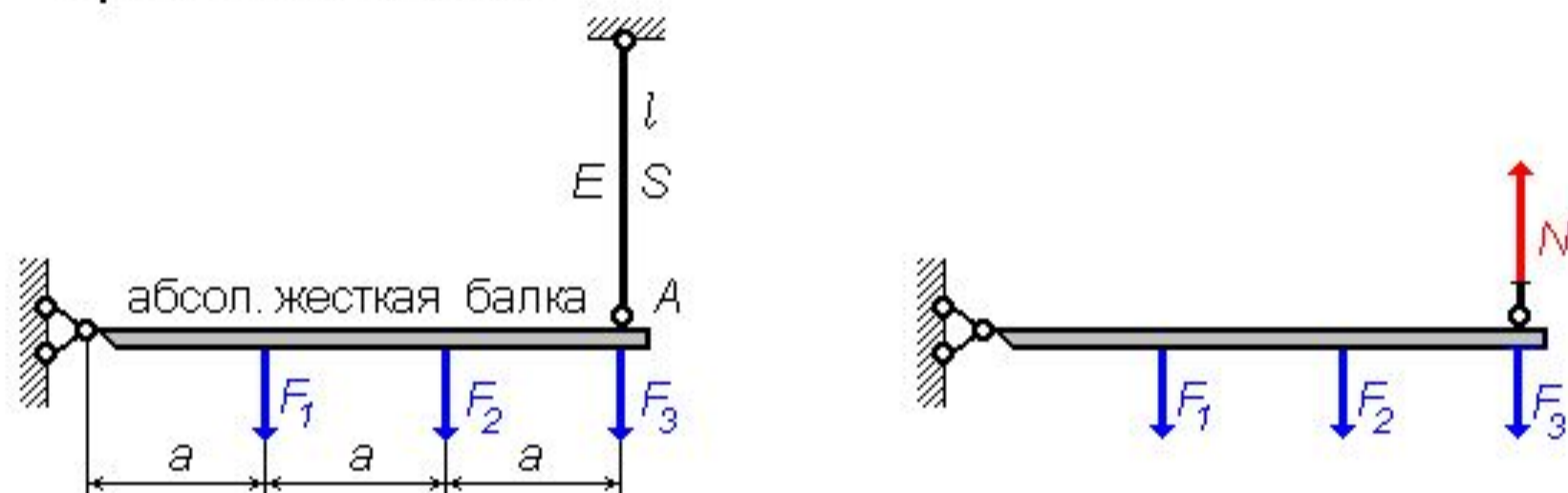
ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ УСЛОВИЙ НА МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МАТЕРИАЛОВ (продолжение)

Влияние скорости нагружения:



ПРИНЦИПЫ РАСЧЕТОВ НА ПРОЧНОСТЬ И НА ЖЕСТКОСТЬ

Рассмотрим однопараметрическое (простое) нагружение конструкции $(F) = F_i(P)$, где P - параметр нагрузки, на примере статически определимой системы.



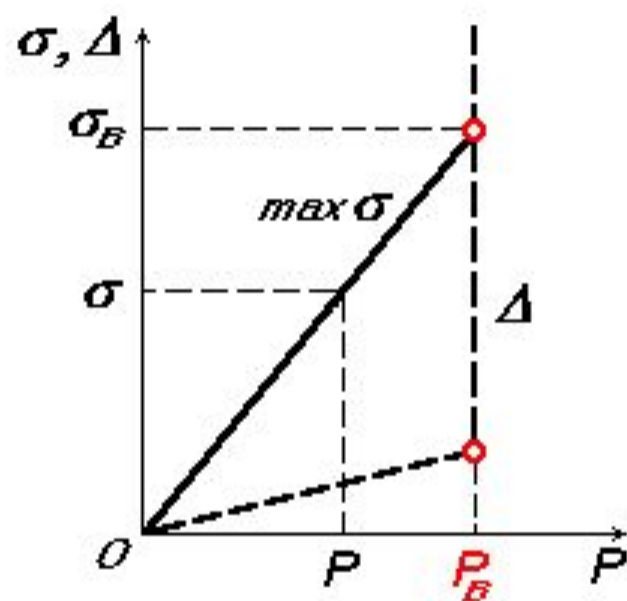
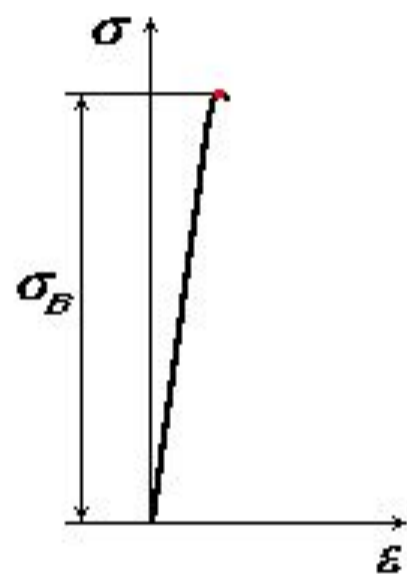
$$F_1 = P; \quad F_2 = \alpha_1 P; \quad F_3 = \alpha_2 P; \quad F_i = \alpha_{i-1} P;$$

$$\alpha_i(t) = \alpha_i = \text{const}; \quad 0 < P(t) < P;$$

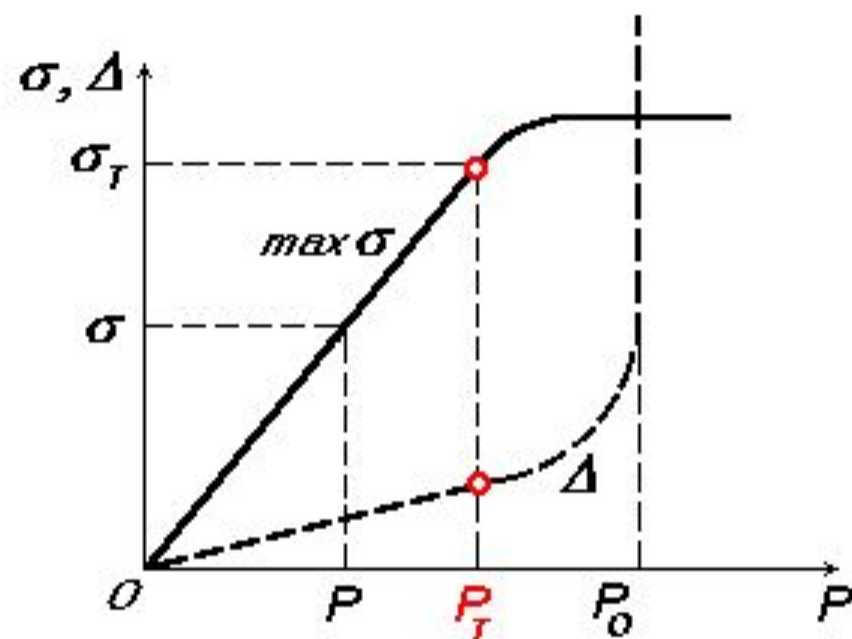
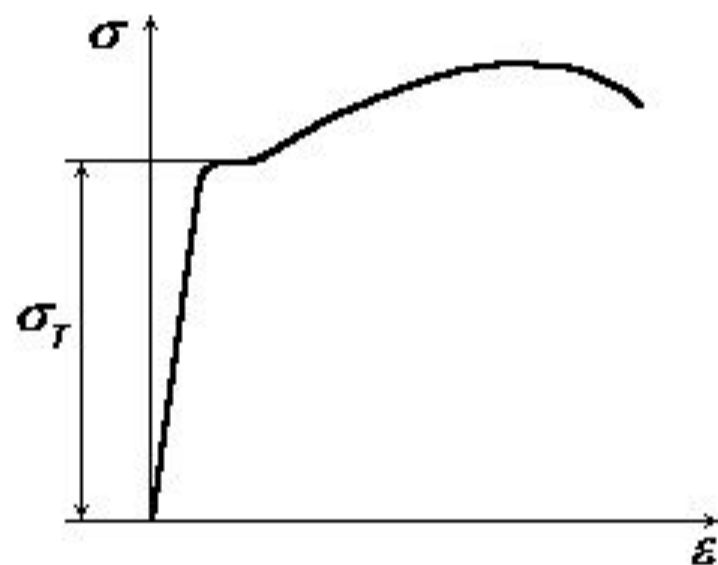
$P(t) = P = \text{const}$ - статическое нагружение.

Конструкция работоспособна, если $P < \bar{P}$ - опасная нагрузка.

ХРУПКОЕ РАЗРУШЕНИЕ



ПЛАСТИЧЕСКОЕ РАЗРУШЕНИЕ



P_T - нагрузка, при которой появляются пластические (остаточные) деформации;

P_0 - нагрузка, нарушающая условия эксплуатации.

ЛИНЕЙНО-ДЕФОРМИРУЕМЫЕ КОНСТРУКЦИИ

запас прочности

$$P = \begin{cases} P_B \\ P_T \end{cases}, P_0$$

- хрупкий материал;

- пластичный материал.

→ линейно деформируемые конструкции.

$$n = \frac{\bar{P}}{P} > 1 - \text{коэффициент запаса прочности (запас прочности)}.$$

Для линейно деформируемой конструкции

$$n = \frac{P_T (P_B)}{P} = \frac{\sigma_T (\sigma_B)}{\max \sigma} = \frac{\bar{\sigma}}{\max \sigma};$$

$\bar{\sigma}$ - опасное напряжение.

$$\bar{\sigma} = \begin{cases} \sigma_T & \text{- пластичный материал;} \\ \sigma_{Br}, \sigma_{Bc} & \text{- хрупкий материал.} \end{cases}$$

$\max \sigma$ - наибольшее напряжение (в одном из элементов конструкции) - зависит от точности расчета, от величины параметра $P (F_i (P))$;

$\bar{\sigma}$ - зависит от свойств материала, от условий испытаний, от разброса механических свойств и т.д.

УСЛОВИЕ ПРОЧНОСТИ

НОРМАТИВНЫЙ ЗАПАС ПРОЧНОСТИ

$[n] > 1$ - нормированный коэффициент запаса прочности (нормативный запас).

Условие прочности:

$$n = \frac{\bar{\sigma}}{\max \sigma} \geq [n];$$

или в напряжениях:

$$\max \sigma \leq [\sigma],$$

где $[\sigma] = \frac{\bar{\sigma}}{[n]}$ - допускаемое напряжение.

Расчет на прочность **по наиболее опасной точке** (по локальному "разрушению"),
или расчет **по допускаемым напряжениям**.

НОРМИРОВАННЫЙ ЗАПАС ПРОЧНОСТИ

Выбор величины $[n]$ выходит за рамки курса "сопротивления материалов".

$[n]$ зависит от следующих факторов:

- 1) условий работы конструкции;
- 2) метода расчета;
- 3) серьезности тех последствий, которые возникают после разрушения конструкции;
- 4) свойства материала;
- 5) экономических требований.

Нормированный запас $[n]$ устанавливается **НОРМАМИ ПРОЧНОСТИ**.

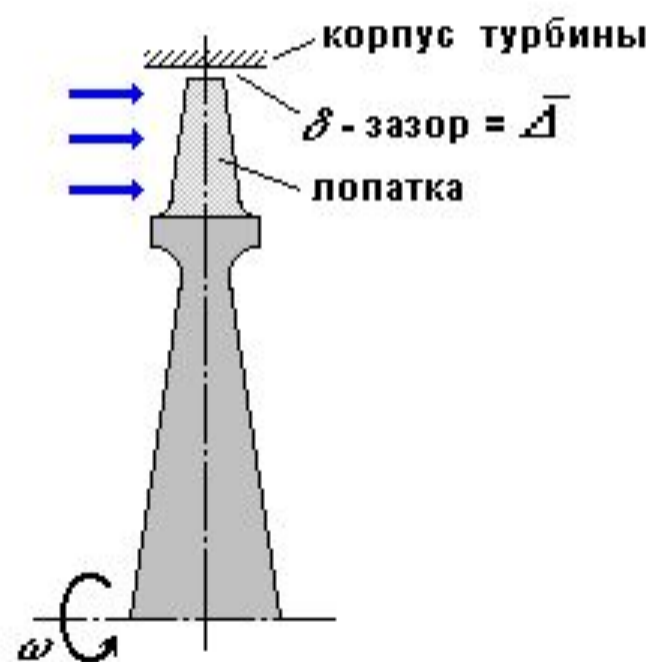
Общее машиностроение	$[n]_T = 1,5 \dots 1,6$
(статическое нагружение)	$[n]_B = 2,0 \dots 3,0$

УСЛОВИЕ ЖЕСТКОСТИ

Ограничение перемещений:

$$\Delta < [\Delta], \text{ где } [\Delta] = \frac{\bar{\Delta}}{[n_{\Delta}]}$$

Δ - перемещение в характерной точке конструкции.



$\bar{\Delta}$ - предельное (опасное) перемещение, нарушающее условия эксплуатации;

$[n_{\Delta}]$ - нормированный запас по условию жесткости.

ЗАДАЧИ РАСЧЕТОВ НА ПРОЧНОСТЬ И ЖЕСТКОСТЬ

Целью расчетов могут быть:

- определение надежных размеров элементов конструкций;
- проверка прочности или жесткости;
- нахождение допустимых нагрузок;
- подбор материала и т. д.

СПОСОБЫ РАСЧЕТА

- 1) **Проектировочный расчет** - выполняется на стадии проектирования новой конструкции.

Дано: $(F_e) = F_i(P)$ - система внешних сил;

$S_i(S)$ - параметр поперечных размеров;

$\bar{\sigma}$ и $[n]$ - материал; $[\Delta]$

Цель: $S = ?$

Условие прочности:

- 1) выбор опасного сечения;

$$(F_e) \rightarrow N_i \rightarrow \text{ЭН}$$

- 2) выбор опасной точки

$$N_i \rightarrow \sigma_i = \frac{N_i}{S_i} \rightarrow \max \sigma_i(S)$$

- 3) $\max \sigma_i(S) \leq [\sigma] \rightarrow S_\sigma$

Условие жесткости:

$$\Delta(S) \leq [\Delta] \rightarrow S_\Delta$$

$$S = \max(S_\sigma, S_\Delta) \rightarrow S_i$$

Необходимо стремиться, чтобы конструкция была равнопрочной

$$\sigma_i = [\sigma] = \text{const}$$

СПОСОБЫ РАСЧЕТА (продолжение)

2. **Проверочный расчет** - выполняется после изготовления опытного образца конструкции (на стадии доводки конструкции).

Дано: (F_e) - уточненные при испытаниях значения нагрузок;

$\bar{\sigma}$, $[n]$, $[\Delta]$, S_i - поперечные размеры.

Цель: проверка прочности и жесткости.

Условие прочности:

- 1) Выбор опасного сечения

$$(F_e) \rightarrow N_i \rightarrow \exists N_i$$

- 2) Выбор опасной точки

$$\sigma_i = \frac{N_i}{S_i} \rightarrow \max(\sigma_i) = \max \sigma$$

- 3) $n = \frac{\bar{\sigma}}{\max \sigma} \gg [n]$

Условие жесткости

$$n_{\Delta} = \frac{\bar{\Delta}}{\Delta} \gg [n_{\Delta}]$$

СПОСОБЫ РАСЧЕТА (продолжение)

3. **Определение допустимой нагрузки** - выполняется при модернизации конструкции, при изменении условий эксплуатации.

Дано: $\bar{\sigma}$, $[n]$, $[\Delta]$, S_i

$(F_e) = F_i(P)$, где P - параметр нагрузки.

Цель: $P = ?$

Условие прочности:

- 1) Выбор опасного сечения

$$(F_e) \rightarrow N_i \rightarrow \exists N_i$$

- 2) Выбор опасной точки

$$N_i(P) \rightarrow \sigma_i = \frac{N_i}{S_i} \rightarrow \max \sigma_i(P)$$

- 3) $\max \sigma_i(P) \ll [\sigma] \rightarrow P_\sigma$

Условие жесткости:

$$\Delta(P) \ll [\Delta] \rightarrow P_\Delta$$

$$P = \min(P_\sigma, P_\Delta) \rightarrow (F_e)$$