

Контрольные вопросы

- 6 классических операций сравнения
- Логические операции
- Что такое инструкция? Что такое блок?
- Как работает оператор if?
- Чем отличается набор ифов от лесенки?
- Тернарный оператор и switch

Что такое система счисления

Система счисления – это способ представления чисел и соответствующие ему правила действий над числами. **Система счисления** – это знаковая система, в которой числа записываются по определенным правилам с помощью символов некоторого алфавита, называемых **цифрами**.

Пример систем счисления

Например, вы видите перед собой несколько деревьев. Ваша задача — их посчитать. Для этого можно — загибать пальцы, делать зарубки на камне (одно дерево — один палец\зарубка) или сопоставить 10 деревьям какой-нибудь предмет, например, камень, а единичному экземпляру — палочку и выкладывать их на землю по мере подсчёта.

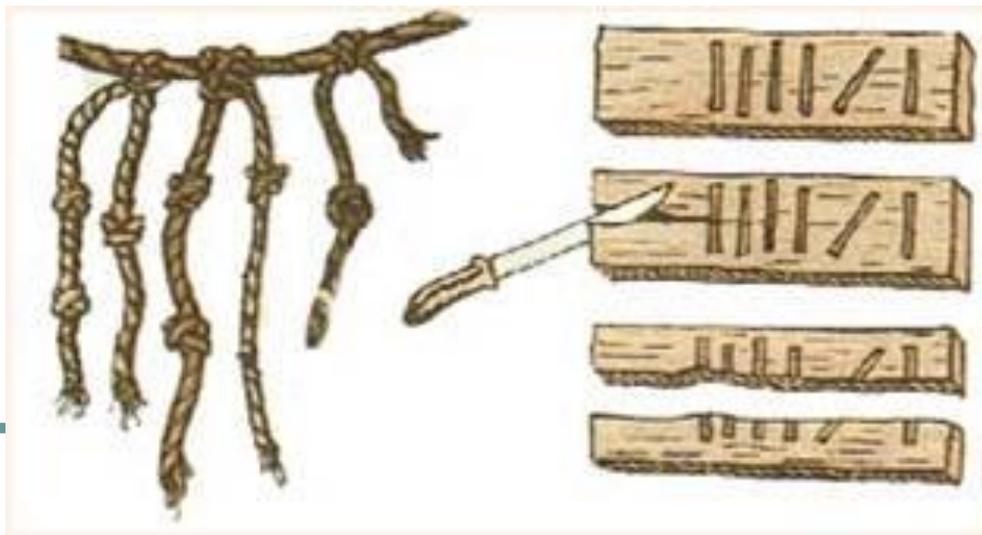
Современные системы счисления

Система счисления	Основание	Алфавит цифр
Десятичная	10	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
Двоичная	2	0,1
Восьмеричная	8	0,1,2,3,4,5,6,7
Шестнадцатеричная	16	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9, A(10),B(11),C(12), D(13),E(14),F(15)

Двоичная система счисления

Эта система, в основном, используется в вычислительной технике.

Она была создана задолго до изобретения вычислительных машин и уходит “корнями” в цивилизацию Инков, где использовались кипу — сложные верёвочные сплетения и узелки.



Двоичная система

1011101

Двоичная позиционная система счисления имеет основание 2 и использует для записи числа 2 символа (цифры): 0 и 1.

В каждом разряде допустима только одна цифра — либо 0, либо 1.

Двоичная система

Примером может служить число **101**. Оно аналогично числу **5** в десятичной системе счисления. Для того, чтобы перевести из 2-й в 10-ю необходимо умножить каждую цифру двоичного числа на основание **2**, возведенное в степень, равную разряду. Таким образом, число $101_2 = 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = 4+0+1 = 5_{10}$.

Восьмеричная система счисления

Восьмеричная система также чаще всего используется в областях, связанных с цифровыми устройствами. Характеризуется лёгким переводом восьмеричных чисел в двоичные и обратно, путём замены восьмеричных чисел на триплеты двоичных. Широко использовалась в программировании и компьютерной документации, однако позднее была почти полностью вытеснена шестнадцатеричной системой. На данный момент восьмеричная система применяется при выставлении прав доступа к файлам и прав исполнения для участников в ОС Linux.

Пример

Пример восьмеричного числа: 254.

Для перевода в 10-ю систему необходимо каждый разряд исходного числа умножить на 8^n , где n — это

номер разряда. Получается, что $254_8 = 2 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 4 \cdot 8^0 = 128 + 40 + 4 = 172_{10}$.

Шестнадцатеричная система счисления

Шестнадцатеричная система широко используется в современных компьютерах, например при помощи неё указывается цвет: `#FFFFFF` — белый. Рассматриваемая система имеет основание `16` и использует для записи числа: `0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F`, где буквы равны `10, 11, 12, 13, 14, 15` соответственно.

Другие системы

Шестидесятеричная система счисления — позиционная система счисления по целочисленному основанию 60. Изобретена шумерами в III тысячелетии до н.э., использовалась в древние времена на Ближнем Востоке.

𐎶 1	𐎵 11	𐎴 21	𐎳 31	𐎲 41	𐎱 51
𐎷 2	𐎶 12	𐎵 22	𐎴 32	𐎳 42	𐎲 52
𐎸 3	𐎷 13	𐎶 23	𐎵 33	𐎴 43	𐎳 53
𐎹 4	𐎸 14	𐎷 24	𐎶 34	𐎵 44	𐎴 54
𐎺 5	𐎹 15	𐎸 25	𐎷 35	𐎶 45	𐎵 55
𐎻 6	𐎺 16	𐎹 26	𐎸 36	𐎷 46	𐎶 56
𐎼 7	𐎻 17	𐎺 27	𐎹 37	𐎸 47	𐎷 57
𐎽 8	𐎼 18	𐎻 28	𐎺 38	𐎹 48	𐎸 58
𐎾 9	𐎽 19	𐎼 29	𐎻 39	𐎺 49	𐎹 59
𐎿 10	𐎾 20	𐎽 30	𐎼 40	𐎻 50	



Побитовые операции

Побитовые операторы воспринимают операнды как последовательность из 32 битов (нулей и единиц). Они производят операции, используя двоичное представление числа, и возвращают новую последовательность из 32 бит (число) в качестве результата. Побитовые операции применяются для быстрого выполнения вычислений и меньшего потребления ресурсов, связанных с этими вычислениями.

Зачем они вообще нужны???

- Реализация криптографических алгоритмов, вычисление хэша
- Алгоритм генерации случайных чисел
- Экономия оперативной памяти
- Работа с битовыми коллекциями
- Реализация любых алгоритмов, требующих работу с битами

Техническое применение

Битовые операции применяются совсем не часто, но нужно быть готовым к тому, что однажды они встретятся. Обычно, с их помощью выполняют:

- проверки определённого бита на 0 или 1
- установки 0 или 1 в указанный бит, инвертирования
- умножения/целочисленного деления на 2 и выделения отдельных битов

Так, например, в сетевых интернет-технологиях операция И между значением IP-адреса и значением маски подсети используется для определения принадлежности данного адреса к подсети.

Побитовые операции

	ИЛИ (OR, дизъюнкция)
&	И (AND, конъюнкция)
^	ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ (XOR)
~	унарный оператор NOT

<<	сдвиг влево
>>	сдвиг вправо

Побитовое ИЛИ (OR)

Выставляет значение в 1, если установлен соответствующий бит в первой или во второй последовательности, или вместе

00000000 01111011 (123) |

00000001 11001000 (456)

=

00000001 11111011 (507)

Побитовое И (AND)

Обозначается символом **&**

Выставляет значение в 1, если установлены соответствующие биты в первой и второй последовательности **одновременно**

00000000 01111011 (123)

&

00000001 11001000 (456)

=

00000000 01001000 (57)

Исключающее ИЛИ (XOR)

Обозначается символом \wedge

Выставляет значение в 1, если установлен соответствующий бит или в первой или во второй во второй последовательности, но НЕ одновременно.

Если используется более двух последовательностей, то в результате будет единица тогда, когда общее количество единиц соответствующей позиции нечетное.

Пример XOR

00000000 01111011 (123)

^

00000001 11001000 (456)

=

00000001 10110011 (435)

Побитовое отрицание (NOT)

Обозначается символом \sim

Унарный оператор, т.е. применяется к одной последовательности. Превращает каждый бит в противоположный.

\sim

00000000 01111011 (123)

=

11111111 10000100 (-124)

Знаковый оператор сдвига влево <<

Все биты смещаются влево. Число справа дополняется нулём. Операция используется для быстрого умножения на 2. Если оператор применяется к числу, умножение на 2 которого будет больше максимального значения int (2147483647), то в результате будет отрицательное число. Это происходит потому, что крайний левый бит, который отвечает за знак числа, выставляется в единицу, что соответствует отрицательным числам.

11111111 11111111 11111111 10000101 (-123) << 1

11111111 11111111 11111111 00001010 (-246)

Знаковый оператор сдвига вправо >>

Все биты смещаются вправо. Число слева дополняется нулём, если число положительное и единицей, если отрицательное. Операция используется для быстрого деления на 2. Если делится нечётное число, то остаток отбрасывается для положительных чисел и сохраняется для отрицательных.

11111111 11111111 11111111 10000101 (-123) >> 1

11111111 11111111 11111111 11000010 (-62)

Приведение чисел к соответствующему типу данных

При использовании побитовых операций с типами данных `byte/short`, числа сначала приводятся к типу `int`, а если одно из чисел — `long`, то к `long`.

При сужении типа данных, левая часть битов просто отбрасывается.

Использование маски

Одним из приёмов работы с битовыми данными является использование масок. Маска позволяет получать значения только определённых битов в последовательности. Например, у нас есть маска **00100100**, она позволяет нам получать из последовательности только те биты, которые в ней установлены. В данном случае это 3-й и 7-й разряд. Для этого достаточно выполнить побитовое И с нашей маской и неким числом:

$$01010101 \ \& \ 00100100 = 00000100$$

Хранение в одной целочисленной переменной нескольких значений

При помощи битовых сдвигов можно хранить в одной целочисленной переменной несколько значений меньшей длины. Например, в первых нескольких битах можно хранить одно число, в следующих битах — другое. Требуется только знать, на сколько бит выполняется сдвиг и сколько бит занимает хранимое число. Для записи используется логическое ИЛИ, для получения — И.

Пример хранения

```
int age, height, weight, combined, mask;  
age = 29; // 00011101  
height = 185; // 10111001  
weight = 80; // 01010000  
combined = (age) | (height << 8) | (weight << 16);  
//00000000 01010000 10111001 00011101  
mask = 0b11111111; // двоичный литерал  
printf("Age: %d, height: %d, weight: %d", mask &  
combined, mask & combined >> 8, mask & combined >>  
16); //Age: 29, height: 185, weight: 80
```

Практика

- Сохранить в переменной `combined` не только информацию о возрасте, росте и весе, но ещё и о количестве зубов (1-32), поле (0-1), знании C++ (0-1).

Обмен переменных местами без использования временной переменной

Исключающее ИЛИ может быть использовано для обмена двух переменных без создания временной переменной:

```
int x = 10, y = 15;
```

```
x = x ^ y;
```

```
y = y ^ x;
```

```
x = x ^ y;
```

Работа с правами доступа

Принцип следующий: имеется последовательность из трех битов, где:
001 — первый бит отвечает за права на выполнение

010 — второй — запись

100 — третий — чтение

Работа с правами доступа

Имеем следующие константы.

```
const int EXECUTE = 1; //001
```

```
const int WRITE = 2; //010
```

```
const int READ = 4; //100
```

Допустим, нам требуется дать пользователю полный доступ к ресурсу. Для этого должен быть выставлен каждый бит:

```
int usersAccess = EXECUTE | WRITE | READ;
```

```
// получили значение 7 (111)
```

Работа с правами доступа

А теперь, допустим, что нам надо забрать у пользователя права на выполнение:

```
usersAccess = usersAccess ^ EXECUTE;  
// получили значение 6 (110)
```

Быстрое умножение и деление

Операции сдвига иногда используются для быстрого умножения или деления целых чисел на числа, равные степени двойки. Например, выражение $3 \ll 4$ соответствует умножению тройки на 2 в 4-й степени.

Спасибо за внимание!

