

Основное свойство дроби

Учитель: Шиленкова
Валентина
Викторовна

Проверка домашнего задания

№6.10

$$6.) \frac{\boxed{\times\times\times\times} - \boxed{\times\times\times\times} \quad \boxed{\times\times}(\boxed{\times\times} - \boxed{\times\times}) \quad \boxed{\times\times} - \boxed{\times\times}}{\boxed{\times\times\times\times} + \boxed{\times\times\times\times} \quad \boxed{\times\times}(\boxed{\times\times} + \boxed{\times\times}) \quad \boxed{\times\times} + \boxed{\times\times}}$$

$$8.) \frac{\boxed{\times\times}^{\boxed{\times\times}}}{\boxed{\times\times\times\times} + \boxed{\times\times\times\times}} = \frac{\boxed{\times\times}^{\boxed{\times\times}}}{\boxed{\times\times}(\boxed{\times\times} + \boxed{\times\times})} = \frac{\boxed{\times\times}}{\boxed{\times\times} + \boxed{\times\times}}$$

№6.11

$$6.) \frac{\boxed{\times\times}^{\boxed{\times\times}} - \boxed{\times\times\times\times\times\times} \quad \boxed{\times\times}(\boxed{\times\times} - \boxed{\times\times\times\times})}{\boxed{\times\times\times\times}^{\boxed{\times\times}} - \boxed{\times\times\times\times} \quad \boxed{\times\times}(\boxed{\times\times\times\times} - \boxed{\times\times})} = \frac{\boxed{\times\times}(\boxed{\times\times} - \boxed{\times\times\times\times})}{\boxed{\times\times\times\times} - \boxed{\times\times\times\times}} = - \frac{\boxed{\times\times}}{\boxed{\times\times}}$$

$$8.) \frac{\boxed{\times\times}^{\boxed{\times\times} + \boxed{\times\times\times\times}}}{\boxed{\times\times\times\times}^{\boxed{\times\times} + \boxed{\times\times\times\times}} + \boxed{\times\times\times\times}^{\boxed{\times\times} + \boxed{\times\times\times\times}}} = \frac{\boxed{\times\times}^{\boxed{\times\times}(\boxed{\times\times} + \boxed{\times\times\times\times})}}{\boxed{\times\times\times\times}^{\boxed{\times\times} + \boxed{\times\times\times\times}}(\boxed{\times\times\times\times} + \boxed{\times\times})} = \frac{\boxed{\times\times}}{\boxed{\times\times}^{\boxed{\times\times}}}$$

№6.17

$$4.) \frac{16 - x^2}{x^2 + 4} = 0$$

Решение:

$$16 - x^2 = 0$$

и

$$|x| + 4 \neq 0$$

$$(4 - x)(4 + x) = 0$$

$$|x| \neq -4$$

$$4 - x = 0$$

или

$$4 + x = 0$$

x – любое число

$$x = 4$$

или

$$x = -4$$

Ответ $x = 4 ; -4$.

$$6.) \frac{x^2 - 100}{x^2 - 10} = 0$$

Решение:

$$|x| - 10 = 0$$

и

$$100 - x^2 \neq 0$$

$$|x| = 10$$

$$(10 - x)(10 + x) \neq 0$$

$$x = 10 \quad \text{или} \quad x = -10$$

$$(10 - x) \neq 0 \quad \text{или} \quad (10 + x) \neq 0$$

ответ: решения нет

$$x \neq 10 \quad \text{или} \quad x \neq -10$$

Устно

Формулы сокращенного умножения:

- 1) квадрат суммы двух выражений;
- 2) квадрат разности двух выражений;
- 3) разность квадратов двух выражений;
- 4) сумма кубов двух выражений;
- 5) разность кубов двух выражений;
- 6) куб суммы двух выражений;
- 7) куб разности двух выражений.

ОТВЕТЫ К ТЕСТАМ

№/#	1	2	3	4	5
1вар.	В	С	С	А	В
2вар.	С	В	С	В	А
3вар.	В	С	С	А	В
4вар.	А	А	В	А	С
5вар.	В	С	С	А	В
6вар.	А	А	В	С	С

Устные упражнения

1. $\frac{2x}{3x}$;
2. $\frac{-2xy}{5x^2y}$;
3. $\frac{a(b-2)}{5(b-2)}$;
4. $\frac{3(x+4)}{c(x+4)}$;
5. $\frac{x-3}{3-x}$;
6. $\frac{x^2-4}{x-2}$;
7. $\frac{(b-2)^3}{(2-b)^2}$.

Самостоятельная работа

1 уровень

$$A) \frac{x(x-2)}{5(x-2)} = \frac{x}{5};$$

$$B) \frac{3(x+4)}{x(x+4)} = \frac{3}{x};$$

2 уровень

$$A) \frac{4x^2}{6x^3} = \frac{2x}{3x^3};$$

$$B) \frac{56x^2x^5}{35x^3x^5} = \frac{8x}{5};$$

3 уровень

$$A) \frac{15x^2 - 10x^3}{3x^3 - 2x^2} = \frac{5x(3x - 2x)}{x(3x - 2x)} = \frac{5x}{x}; \quad B) \frac{x^2 - 16}{3x + 12} = \frac{(x-4)(x+4)}{3(x+4)} = \frac{(x-4)}{3};$$

4 уровень

$$A) \frac{x^2 + 10x + 25}{x^3 - 25} = \frac{(x+5)^2}{(x-5)(x+5)} = \frac{x+5}{x-5};$$

$$B) \frac{48^2 - 2 \cdot 48 \cdot 18 + 18^2}{48^2 - 18^2} = \frac{(48-18)^2}{(48-18)(48+18)} = \frac{48-18}{48+18} = \frac{30}{66} = \frac{5}{11};$$

5 уровень

$$A) \frac{3 + 3x + 3x^2}{x^3 - 1} = \frac{3(1 + x + x^2)}{(x-1)(x^3 + x + 1)} = \frac{3}{x-1};$$

$$B) \frac{3x^2 - 27x}{27x - x^3} = \frac{3x(x^2 - 9)}{x(27 - x^3)} = \frac{3x(x-3)(x+3)}{x(3-x)(9+3x+x^3)} = \frac{-3(x+3)}{9+3x+x^3}.$$

Упражнения

- а) Общий множитель $\frac{2x}{3x} =$
- б) Общий множитель $\frac{15x}{25y} =$
- в) Общий множитель $\frac{6a}{24a} =$
- г) Общий множитель $\frac{7ab}{21bc} =$
- д) Общий множитель $\frac{-2xy}{5x^2y} =$
- е) Общий множитель $\frac{8x^2y^2}{24xy} =$

Упражнения

$$\text{а) } \frac{4a^2b^3}{2a^4b^2} =$$

$$\text{в) } \frac{24p^4q^4}{48p^2q^2} =$$

$$\text{д) } \frac{-32b^5c}{12b^4c^2} =$$

$$\text{а) } \frac{4a^2}{6ac} =$$

$$\text{в) } \frac{56m^2n^5}{35mn^5} =$$

$$\text{б) } \frac{7x^2y}{21xy^2} =$$

$$\text{г) } \frac{25p^4q}{100p^5q} =$$

Упражнения

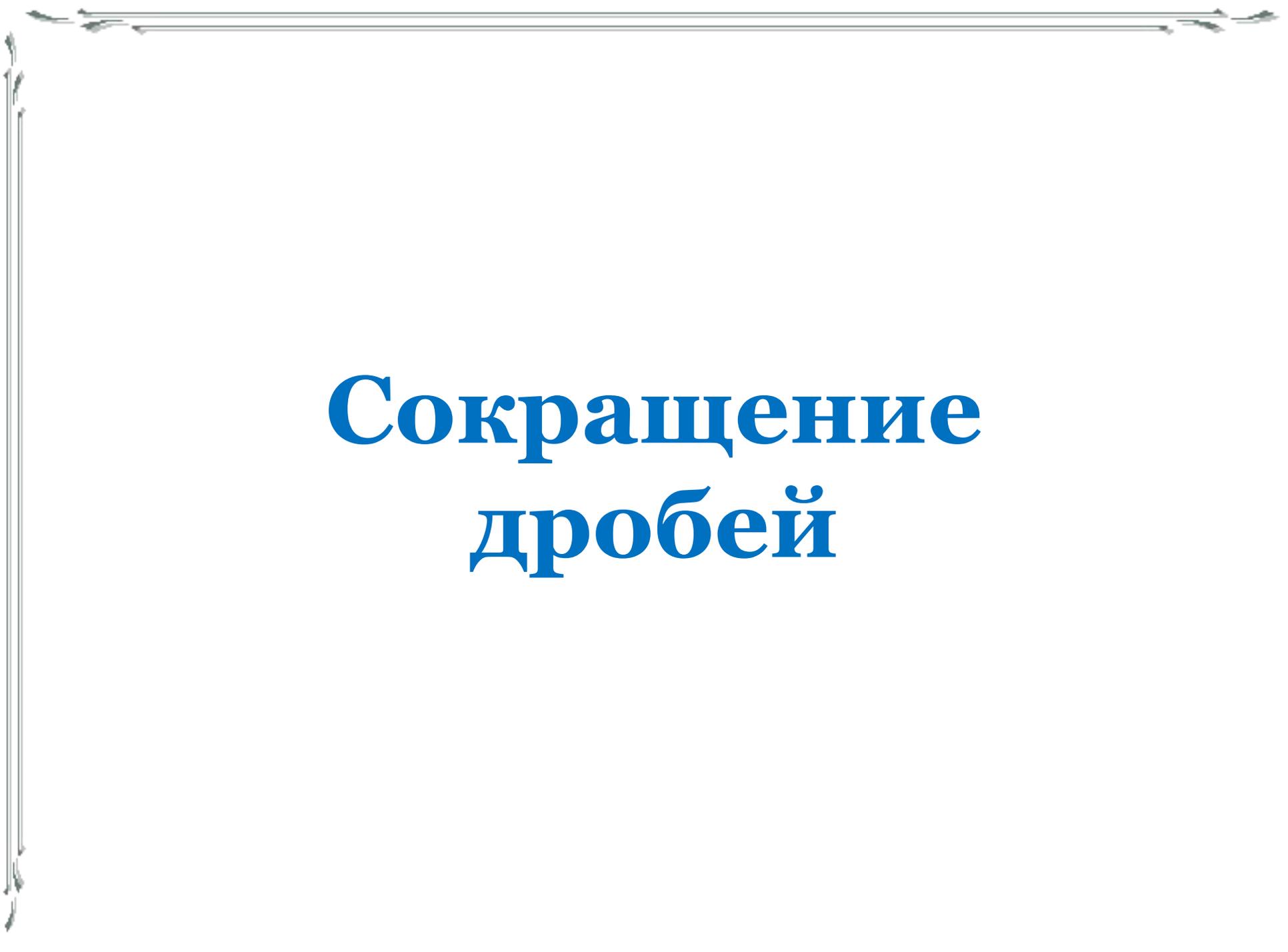
$$\text{а) } \frac{a(b-2)}{5(b-2)} = \quad \text{б) } \frac{3(x+4)}{c(x+4)}$$

$$\text{а) } \frac{5b}{8a^3} =$$

$$\text{б) } \frac{7a}{3b^2} =$$

$$\text{в) } \frac{1}{2ab} =$$

$$\text{г) } \frac{2}{a^2b^2} =$$



Сокращение дробей

Устно

– Сократите дробь:

$$\begin{array}{l} \text{а) } \frac{2}{6} \quad ; \quad \text{б) } \frac{6}{21} \quad ; \quad \text{в) } \frac{10}{45} \quad ; \quad \text{г) } \frac{7}{28} \\ \text{д) } \frac{6}{20} \quad ; \quad \text{е) } \frac{13}{39} \quad ; \quad \text{ж) } \frac{45}{24} \quad ; \quad \text{з) } \frac{28}{27} \end{array}$$

Способы разложения многочлена на множители:

1) Вынесение общего множителя за скобки:

$$10x^2 - 25x^3 = 5x^2(2 - 5x)$$

2) Способ группировки:

$$\begin{aligned} ax^2 + bx^2 + ax + bx &= x^2(a + b) + x(a + b) = \\ &= (a + b)(x^2 + x) \end{aligned}$$

3) Применение формул сокращенного умножения:

$$\begin{aligned} x^2 + 6x + 9 + x^2 + 3x &= (x + 3)^2 + x(x + 3) = \\ &= (x + 3)(\mathbf{x + 3}) + x(\mathbf{x + 3}) = (\mathbf{x + 3})(x + x + 3) \\ &= (\mathbf{x + 3})(2x + 3) \end{aligned}$$

Задания и вопросы:

Разложите на множители многочлен:

а) $x^2y - 2x$; д) $x^2 + 6x + 9$;

б) $3a^2b - 9ab^2$; е) $a^2 - 10a + 25$;

в) $m^2 - 4n$; ж) $ax + bx + ay + by$.

г) $a^3 - a$; з) $ab - b + 3a - 3$.

Пример Сократим дробь $\frac{a^2 - 9}{ab + 3b}$.

► Разложим числитель и знаменатель дроби на множители:

$$\frac{a^2 - 9}{ab + 3b} = \frac{(a + 3)(a - 3)}{b(a + 3)}.$$

Сократим полученную дробь на общий множитель $a + 3$:

$$\frac{(a + 3)(a - 3)}{b(a + 3)} = \frac{a - 3}{b}.$$

Итак,

$$\frac{a^2 - 9}{ab + 3b} = \frac{a - 3}{b}. \triangleleft$$

В ы в о д: чтобы сократить рациональную дробь, нужно сначала разложить на множители её числитель и знаменатель.

Упражнения

$$\text{а) } \frac{3a + 12b}{6ab} =$$

$$\text{в) } \frac{2a - 4}{3(a - 2)} =$$

$$\text{д) } \frac{a - 3b}{a^2 - 3ab} =$$

$$\text{б) } \frac{15b - 20c}{10b} =$$

$$\text{г) } \frac{5x(y + 2)}{6y + 12} =$$

$$\frac{3x^2 + 15xy}{x + 5y} =$$

Упражнения

$$\text{а) } \frac{y^2 - 16}{3y + 12} =$$

$$\text{в) } \frac{(c + 2)^2}{7c^2 + 14c} =$$

$$\text{д) } \frac{a^2 + 10a + 25}{a^2 - 25} =$$

Упражнения

$$\text{а) } \frac{15a^2 - 10ab}{3ab - 2b^2} =$$

$$\text{в) } \frac{6x^2 + 12xy}{5xy + 10y^2} =$$

Упражнения

$$\text{а) } \frac{a^2 - ab + b^2}{a^3 + b^3} =$$

$$\text{б) } \frac{a^3 - b^3}{a - b} =$$

Упражнения

$$\text{а) } (2x^2 - y^2) : (3x + y) =$$

$$\text{б) } (2ab - a) : (4b^2 - 4b + 1) =$$

$$\text{в) } (x^2 + 2x + 4) : (x^3 - 8) =$$

$$\text{г) } (1 + a^3) \cdot (1 + a) =$$

Упражнения

$$\text{a) } \frac{2x + bx - 2y - by}{7x - 7y} = \frac{2(x - y) + b(x - y)}{7(x - y)} = \frac{(x - y)(2 + b)}{7(x - y)} = \frac{2 + b}{7}$$

$$\text{b) } \frac{xy - x + y - y^2}{x^2 - y^2} = \frac{x(y - 1) - y(y - 1)}{(x - y)(x + y)} = \frac{(y - 1)(x - y)}{(x - y)(x + y)} = \frac{y - 1}{x + y}$$

Решение упражнений

$$1. \frac{4a^3bc^3 - 4a^2b^2c^2 + ab^3c}{26a^3c - 13a^2b} = \frac{abc(4a^2c^2 - 4abc + b^2)}{13a^2(2ac - b)} = \frac{bc(2ac - b)^2}{13a(2ac - b)} = \frac{bc(2ac - b)}{13a}$$

$$2. \frac{18x^5 - 72x^3y^2}{12x^3y^2 - 48x^2y^3 + 48xy^4} = \frac{18x^3(x^2 - 4y^2)}{12xy^2(x^2 - 4xy + 4y^2)} = \frac{3x^2(x - 2y)(x + 2y)}{2y^2(x - 2y)^2} = \frac{3x^2(x + 2y)}{2y^2(x - 2y)}$$

$$\frac{x^2 - yz + xz - y^2}{x^2 + yz - xz - y^2} = \frac{(x - y)(x + y) + z(x - y)}{(x - y)(x + y) - z(x - y)} = \frac{(x - y)(x + y + z)}{(x - y)(x + y - z)} = \frac{(x + y + z)}{(x + y - z)}$$

$$3. \frac{48^2 - 2 \cdot 48 \cdot 18 + 18^2}{48^2 - 18^2} = \frac{(48 - 18)^2}{(48 - 18)(48 + 18)} = \frac{30}{66} = \frac{5}{11}$$

$$4. \frac{(d + 2)^2}{7d^2 + 14d} = \frac{(d + 2)^2}{7d(d + 2)} = \frac{d + 2}{7d};$$

$$5. \frac{6pq - 18p}{(q - 3)^2} = \frac{6p(q - 3)}{(q - 3)^2} = \frac{6p}{q - 3}$$

$$6. \frac{1 - c^2}{1 - c^3} = \frac{1 + c}{1 + c + c^2};$$

$$7. \frac{3 + 3n + 3n^2}{n^3 - 1} = \frac{3(1 + n + n^2)}{(n - 1)(1 + n + n^2)} = \frac{3}{n - 1}$$

$$8. \frac{3qp^2 - 27q}{27q - p^3q} = \frac{3q(p^2 - 9)}{q(27 - p^3)} = \frac{3(p - 3)(p + 3)}{(3 - p)(9 + 3p + p^2)} = -\frac{3(p + 3)}{9 + 3p + p^2}$$

$$9. \frac{8mn^4 - 2m}{8mn^4 + mn} = \frac{2m(4n^2 - 1)}{mn(8n^3 + 1)} = \frac{2(2n - 1)(2n + 1)}{n(2n + 1)(4n^2 - 2n + 1)} = \frac{2(2n - 1)}{n(4n^2 - 2n + 1)}$$

Тождеством называется равенство, верное при всех допустимых значениях входящих в него переменных.

Если изменить знак числителя (или знак знаменателя) дроби и знак перед дробью, то получим выражение, тождественно равное данному.

Самостоятельная работа

Вариант 1

1. В чём состоит основное свойство дроби?
2. Что нужно сделать, чтобы сократить рациональную дробь?
3. **Формулы:** квадрат разности двух выражений;
сумма кубов двух выражений.

Сократить дробь:

4. $\frac{15a}{25b}$

5. $\frac{15a + 15c}{25b}$

Вариант 2

1. Когда применяется основное свойство дроби?
2. Что нужно сделать, чтобы сократить рациональную дробь?
3. **Формулы:** разность квадратов двух выражений;
куб суммы двух выражений.

Сократить дробь:

4. $\frac{a^5 \cdot a^3}{a^{10}}$

5. $\frac{5a - 5b}{10c}$

Самостоятельная работа

Вариант 1

1. $\frac{z^8 t^4 w^{20}}{zt^3 w}$

2. $\frac{36 - y^2}{6 - y}$

3. $\frac{15a(p - q)}{20b(p - q)}$

4. $\frac{(x + y)^2}{x^2 - y^2}$

5. $\frac{10x^2 y^4 (c - d)}{20xy^5 (d - c)}$

6. $\frac{y^2 - x^2}{x^2 - 2xy + y^2}$

7. $\frac{xz - 3yz}{x^2 - 3xy}$

8. $\frac{x^2 - xy}{x^2 y - xy^2}$

Вариант 2

1. $\frac{a^{12} x^{19} z^5}{-a^{40} x^{31} z^6}$

2. $\frac{8 - 3c}{9c^2 - 64}$

3. $\frac{2b(m + n)}{6bc(m + n)}$

4. $\frac{(x - y)^2}{x^2 - y^2}$

5. $\frac{44c^3 d^8 (c - d)}{100c^5 d^4 (d - c)}$

6. $\frac{y^2 - x^2}{x^2 + 2xy + y^2}$

7. $\frac{3c^3 - 3cd^2}{6dc^2 - 6d^3}$

8. $\frac{ma^2 - m^2 a}{m^2 - ma}$

В о п р о с ы:

- В чём состоит основное свойство рациональной дроби?
- Что такое тождество?
- Когда применяется основное свойство дроби?