

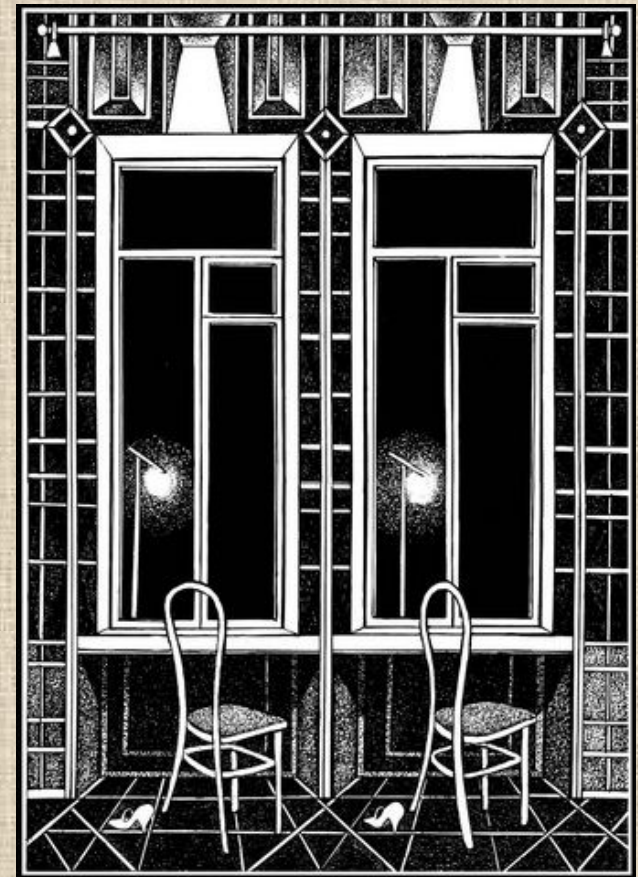
Урок геометрии в 10 классе по теме «Параллельность плоскостей»



«Параллельный мир - нечто, состоящее из слов и линий»

Помню снов тоску.
Тогда перед зеркалом стоял
и взгляд находил,
растворял.
Мысли бились друг о друга.
Так, бильярдные шары у вечерней
пустоты
откалывают штукатурку звуков.
Так, будильник-сфинкс равнодушно
и угрюмо
кожу чувств царапает, глотает.
Но в молчанье свой предел.
Всполохнутся мошки бликов,
солнце-сердце растопит все снега.
Это прошлое взбунтует
и вздохнет уснувшая мечта.

Анатолий Кудрявцев

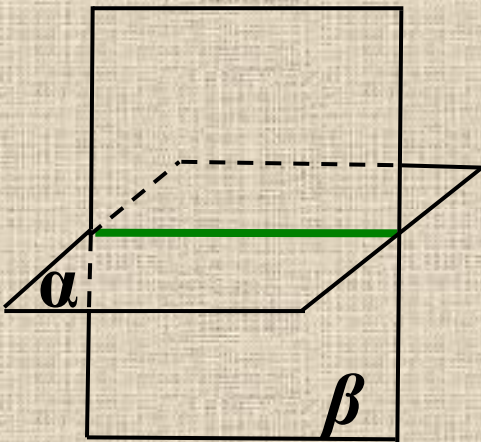


Две плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.

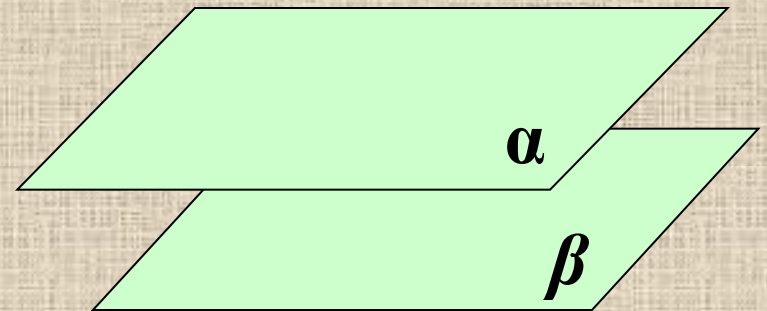
Плоскости

Пересекаются

Параллельны



$\alpha \cap \beta$



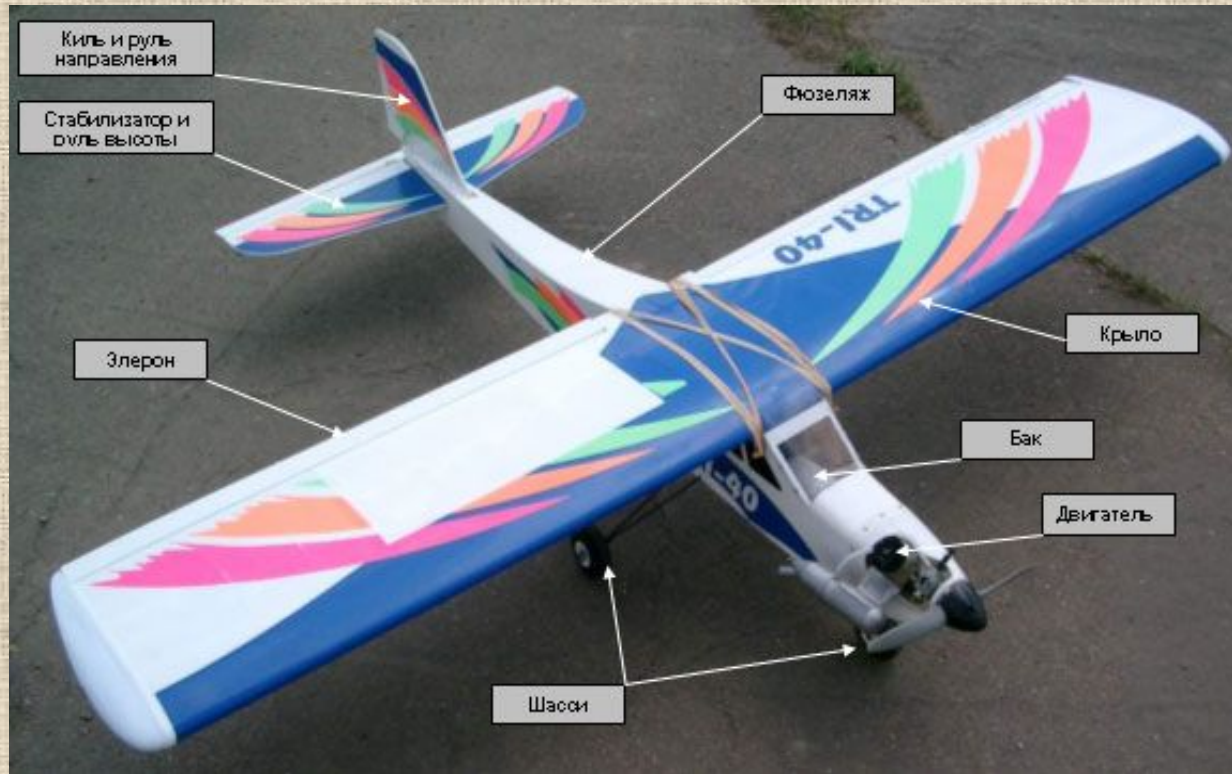
$\alpha \parallel \beta$

Параллельные плоскости в природе



Если стоять спиной к водопаду, скалы образуют геометрически правильные параллельные плоскости

Параллельные плоскости в технике



Параллельные плоскости «летают»

Параллельные плоскости в быту



- В своей сущности и основе геометрия – это пространственное воображение, пронизанное и организованное строгой логикой
- В ней всегда присутствуют эти два неразрывно связанных элемента: наглядная картина и точная формулировка, строгий логический вывод.
- Там, где нет одной из этих сторон, нет и подлинной геометрии.

Параллельные плоскости в искусстве



- Д.Грин
- «Мечты»

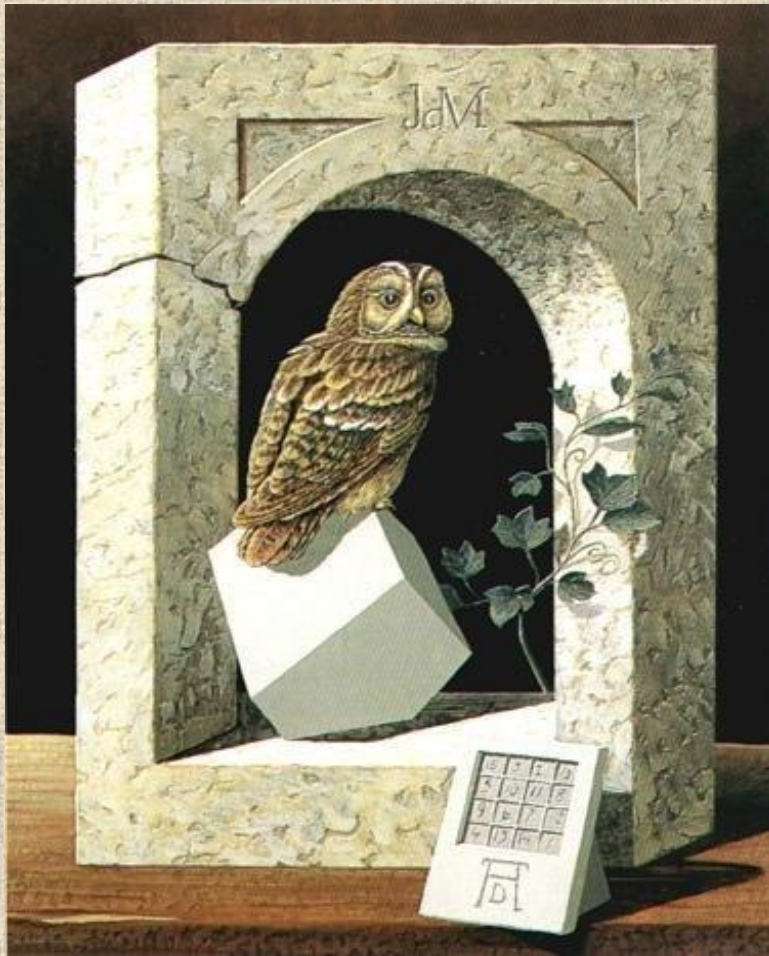
- *Силуэты мальчика расположены в параллельных плоскостях*

Невозможные структуры Жос Де Мей.(Jos de Mey)



- Жос де Мей (Jos de Mey) родился в 1928 году в Бельгии. Первые его работы были основаны на использовании различных математических законов и последовательностей, таких как ряд Фибоначчи и золотое сечение, но с 1976 года он с особой выразительностью стал использовать обман зрения, наряду с точным воспроизведением материалов и эффекта света и тени. Изображение невозможных фигур как таковых только увеличивает кажущуюся реалистичность.

Невозможные структуры Жос Де Мей.(Jos de Mey)



- Часто на картинах Жоса де Мея изображена сова.
- Эта птица в Голландии имеет двойное значение, с одной стороны – она является символом теоретических знаний, а с другой стороны – совой голландцы называют человека, которые выглядят глупо.

Невозможные фигуры возможны!



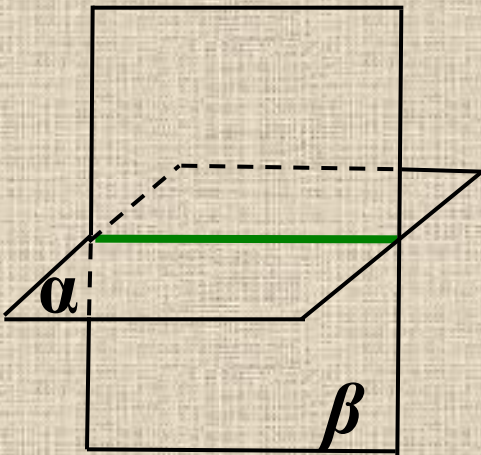
- Речной вокзал в Твери. Кстати, это место, где снимали несколько сцен фильма "Чучело". От этой пристани в финале фильма отходит пароход. Неправильно направленный на объект фотоаппарат сделал параллельные плоскости непараллельными

Две плоскости называются параллельными, если они не пересекаются.

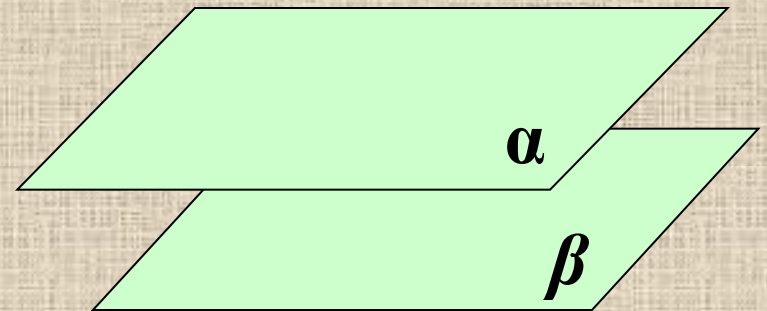
Плоскости

Пересекаются

Параллельны



$\alpha \cap \beta$



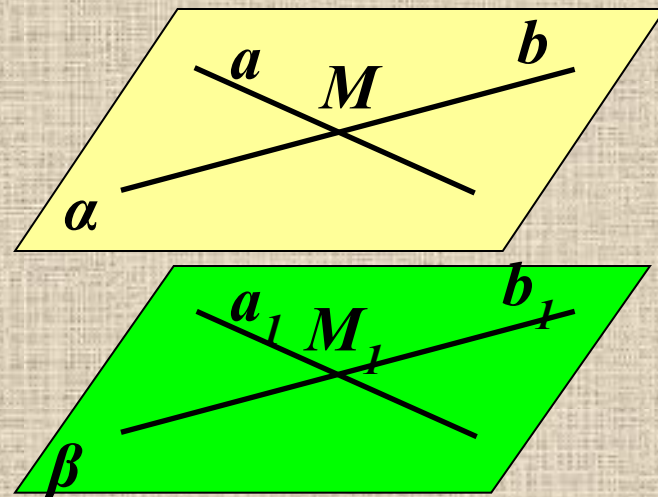
$\alpha \parallel \beta$

Признак параллельности плоскостей

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.

Дано:

- $a \subset \alpha; b \subset \alpha;$
 $a \cap b = M;$
- $a_1 \subset \beta; b_1 \subset \beta;$
- $a \parallel a_1; b \parallel b_1$
- Доказать,
- что $\alpha \parallel \beta$



Доказательство от противного

- $a \subset \alpha; a_1 \subset \beta; a \parallel a_1 \square a \parallel \beta$
 $v \subset \alpha; v_1 \subset \beta; v \parallel v_1 \square v \parallel \beta$

• Пусть $\alpha \cap \beta = c$

• Тогда

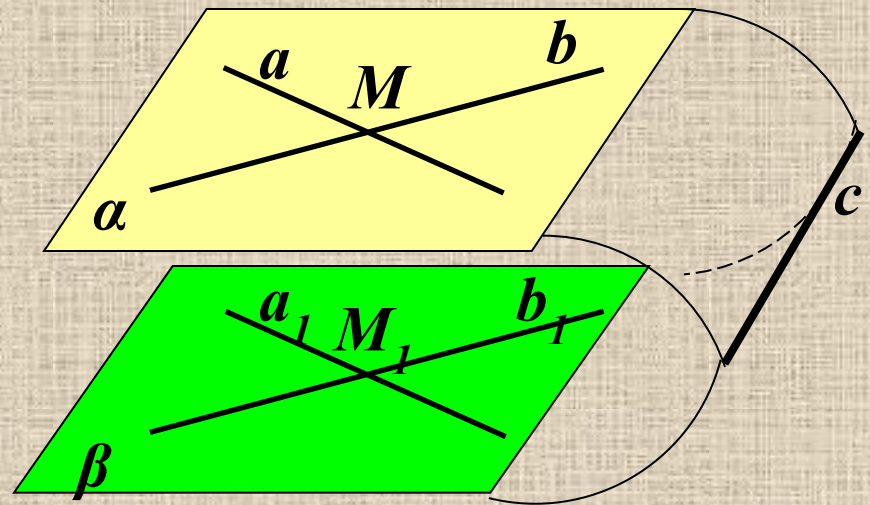
• $a \parallel \beta, \alpha \cap \beta = c \square a \parallel c.$

• $b \parallel \beta, \alpha \cap \beta = c \square b \parallel c.$

• $a \cap v = M; a \parallel c; u \cap v \parallel c \square a \parallel b$

• Находим противоречие
условию: через точку M
проходят две прямые a и b ,
параллельные прямой c .

• Предположение $\alpha \cap \beta = c$ -
неверно



Какие теоремы мы использовали при доказательстве признака?

$a \subset \alpha; a_1 \subset \beta; a \parallel a_1 \square a \parallel \beta; v \subset \alpha;$ $v_1 \subset \beta; v \parallel v_1 \square v \parallel \beta$	<i>Признак параллельности прямой и плоскости</i>
Пусть $\alpha \cap \beta = c$	<i>Делаем предположение, противное заключению</i>
Тогда $a \parallel \beta, \alpha \cap \beta = c \square a \parallel c.$ $b \parallel \beta, \alpha \cap \beta = c \square b \parallel c.$	<i>Теорема о линии пересечения плоскостей</i>
$a \cap v = M; a \parallel c; u \in v \parallel c \square a \parallel b$	<i>Теорема о параллельности трех прямых в пространстве</i>
Находим противоречие условию: через точку M проходят две прямые a и b, параллельные прямой c.	<i>Теорема о параллельных прямых</i>
Предположение $\alpha \cap \beta = c$ - неверно	<i>Делаем вывод, $\alpha \parallel \beta$</i>

Задача № 51.

(еще один признак параллельности)

Дано: $m \cap n = K$, $m \in \alpha$, $n \in \alpha$,
 $m \parallel \beta$, $n \parallel \beta$.

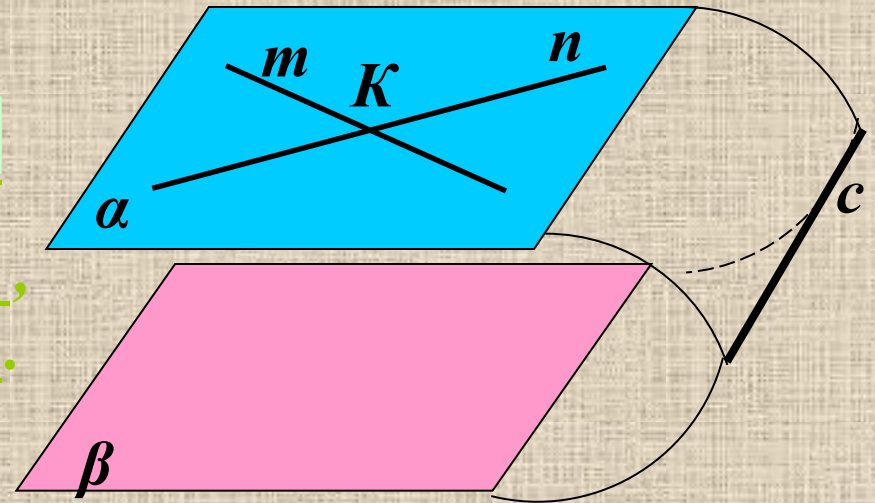
Доказать: $\alpha \parallel \beta$.

1) Допустим, что $\alpha \cap \beta = c$

2) Так как $n \parallel \beta$, $m \parallel \beta$,
то $m \parallel c$ и $n \parallel c$.

3) Получаем, что
через точку K проходят две прямые параллельные прямой c .

Вывод: $\alpha \parallel \beta$



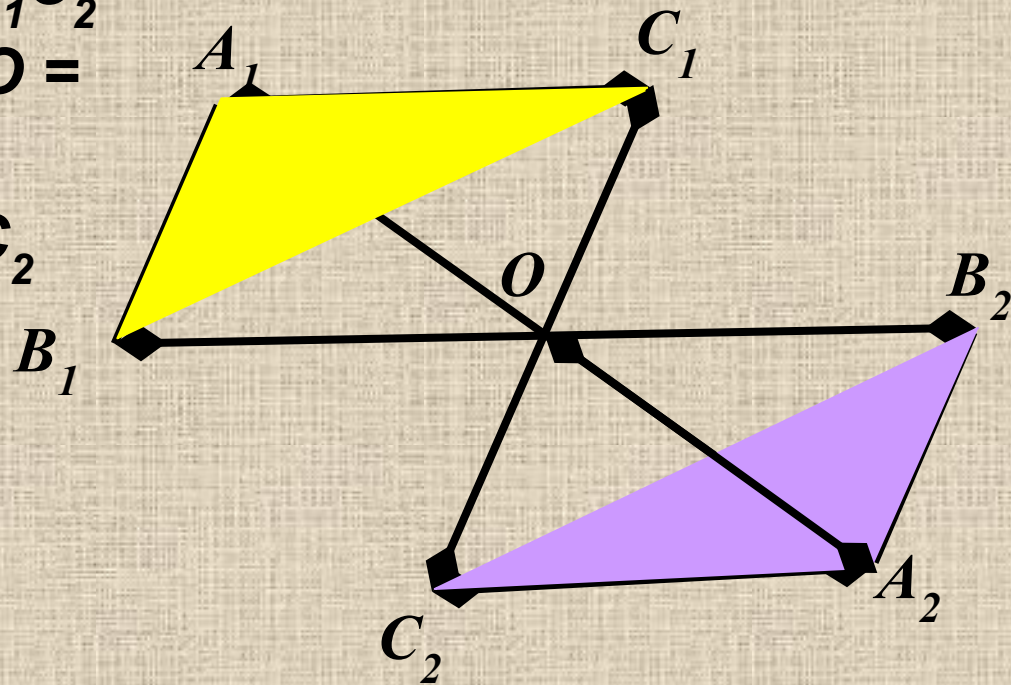
Задача № 53.

Дано: отрезки A_1A_2 ; B_1B_2 ; C_1C_2

$O \in A_1A_2$; $O \in B_1B_2$; $O \in C_1C_2$

$A_1O = OA_2$; $B_1O = OB_2$; $C_1O =$
 OC_2

Доказать: $A_1B_1C_1 \parallel A_2B_2C_2$



Задача № 53. Дано: отрезки A_1A_2 , B_1B_2 , C_1C_2 не лежат в одной плоскости и имеет общую середину - точку O .

Доказать: $A_1B_1C_1 \parallel A_2B_2C_2$.

Доказательство:

A_1A_2 , и B_1B_2 лежат в одной плоскости по следствию из A_1 (через две пересекающиеся прямые проходит плоскость, и притом только одна).

$A_1B_1A_2B_2$ - параллелограмм (диагонали четырехугольника пересекаются и в точке пересечения делятся пополам).

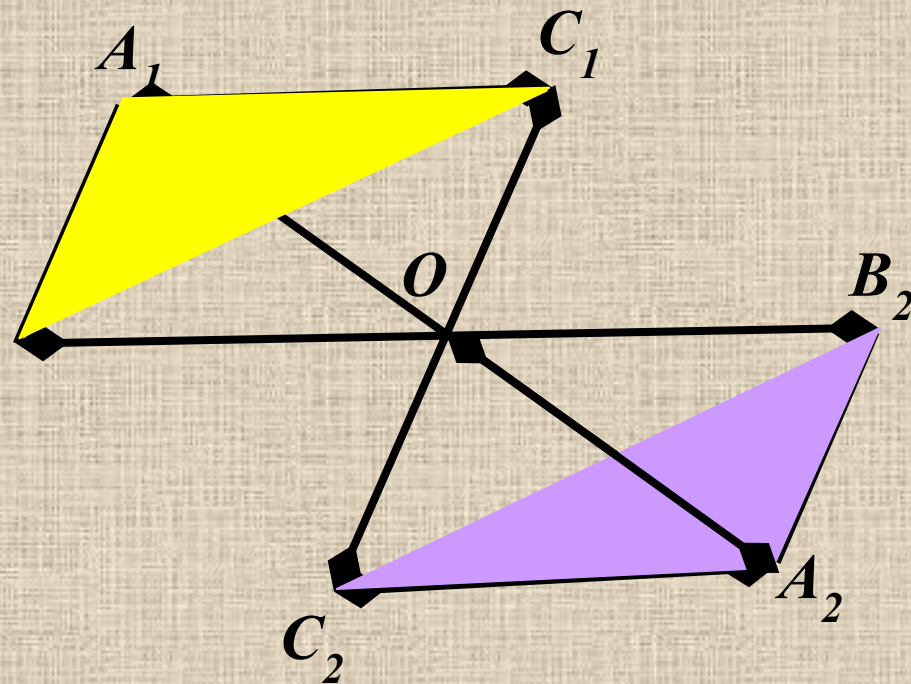
Следовательно, $A_1B_1 \parallel A_2B_2$

Аналогично A_1A_2 , и C_1C_2 лежат в B_1 одной плоскости. $A_1C_1A_2C_2$ - параллелограмм.

Отсюда, $A_1C_1 \parallel A_2C_2$

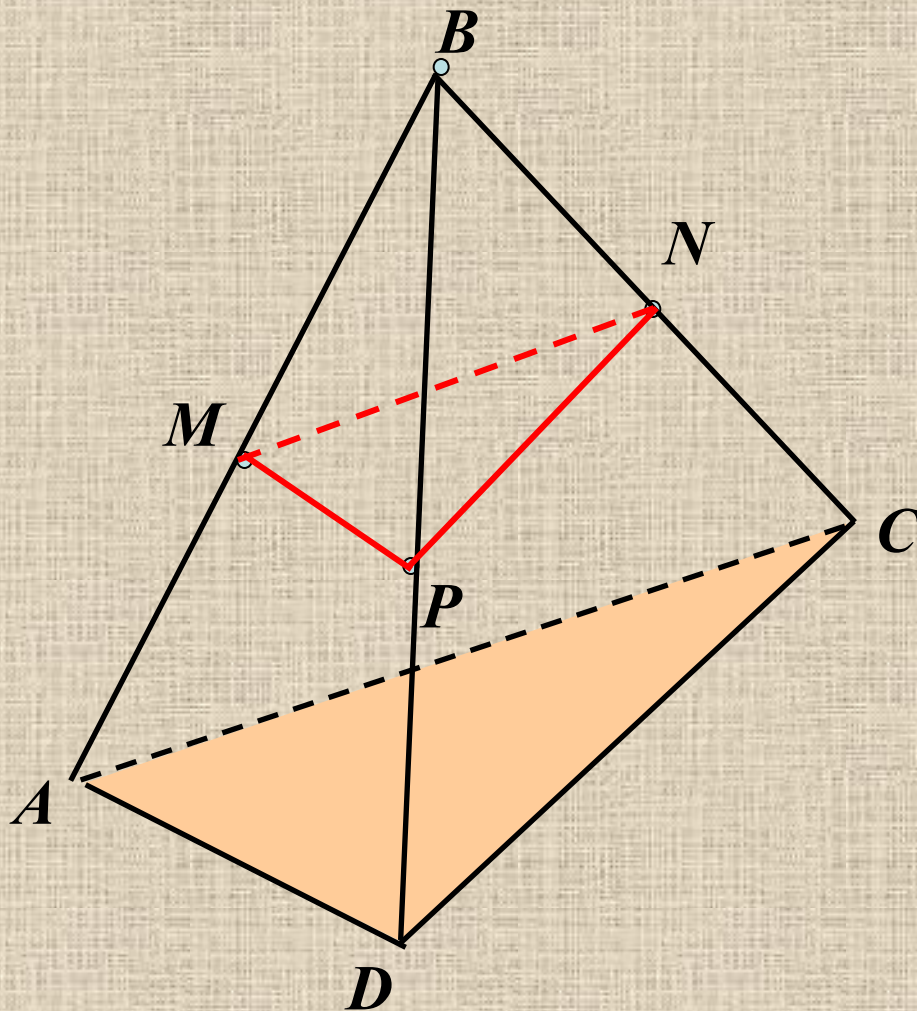
$A_1B_1 \cap A_1C_1 = A_1$; $A_2B_2 \cap A_2C_2 = A_2$.

По признаку параллельности плоскостей $A_1B_1C_1 \parallel A_2B_2C_2$.



Задача № 54.

- Дано: $\triangle ADC$. M , K , P - середины BA , BC , BD соответственно. $S_{ADC} = 48 \text{ см}^2$.
Доказать: а) $MPN \parallel ADC$. б) Найти: S_{MNP} .



Отвечаем на вопросы

1. Могут ли прямая и плоскость не иметь общих точек?
2. Верно ли, что если две прямые не пересекаются, то они параллельны?
3. Плоскости α и β параллельны, прямая m не лежит в плоскости α . Верно ли, что прямая m параллельна плоскости β ?
4. Верно ли, что если прямая a параллельна одной из двух параллельных плоскостей, с другой плоскостью прямая a имеет одну общую точку?
5. Боковые стороны трапеции параллельны плоскости α . Верно ли, что плоскость трапеции параллельна плоскости α ?
6. Две стороны трапеции лежат в параллельных плоскостях. Могут ли эти стороны быть боковыми сторонами трапеции?
7. Верно ли, что плоскости параллельны, если прямая, лежащая в одной плоскости, параллельна другой плоскости?
8. Верно ли, что линия пересечения двух плоскостей параллельна одной из этих плоскостей?
9. Верно ли, что любые четыре точки лежат в одной плоскости?
10. Верно ли, что если две стороны треугольника параллельны плоскости α , то и третья сторона параллельна плоскости α ?

Проверяем свою работу

1. Могут ли прямая и плоскость не иметь общих точек? **Да**
2. Верно ли, что если две прямые не пересекаются, то они параллельны? **Нет**
3. Плоскости α и β параллельны, прямая m не лежит в плоскости α . Верно ли, что прямая m параллельна плоскости β ? **Да**
4. Верно ли, что если прямая a параллельна одной из двух параллельных плоскостей, с другой плоскостью прямая a имеет одну общую точку? **Нет**
5. Боковые стороны трапеции параллельны плоскости α . Верно ли, что плоскость трапеции параллельна плоскости α ? **Да**
6. Две стороны трапеции лежат в параллельных плоскостях. Могут ли эти стороны быть боковыми сторонами трапеции? **Нет**
7. Верно ли, что плоскости параллельны, если прямая, лежащая в одной плоскости, параллельна другой плоскости? **Нет**
8. Верно ли, что линия пересечения двух плоскостей параллельна одной из этих плоскостей? **Нет**
9. Верно ли, что любые четыре точки лежат в одной плоскости? **Нет**
10. Верно ли, что если две стороны треугольника параллельны плоскости α , то и третья сторона параллельна плоскости α ? **Да**

Домашнее задание

- П. 10, № 55, 56, 57.

- Пояснения к домашнему заданию:

В № 55 запишите в тетрадь и разберите решение задачи, приведенное в учебнике.

- Дополнительная задача:

Прямая a параллельна плоскости α .

Существует ли плоскость, проходящая через прямую a и параллельная плоскости α .

Если существует, то сколько таких плоскостей? Ответ обоснуйте.