Обработка результатов измерения одной величины.

Измерения, проводимые в опытах эксперимента, сопровождаются ошибками, ввиду конечной точности приборов и не идеальности условий эксперимента. Ошибки делятся на три типа.

- Систематические
- Грубые
- Случайные

Из-за наличия ошибок, точное значение измеряемой величины y* установить не удается. Поэтому при n повторных измерений одной и той же величины y* получают серию различных результатов $y_1, y_2, y_3, \ldots y_n$ и наиболее вероятной оценкой измеряемой величины y* будет являться среднее значение результатов серии.

$$\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + \ldots y_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}$$

xsr = mean(y);

Замена точного значения измеряемой величины y* значением $\bar{y}$ влечёт ошибку, значение которой точно указать нельзя, а можно определить приближенно с необходимой доверительной вероятностью β. Нам надо определить величину ε_β в неравенстве

$$\left| y^* - \bar{y} \right| \le \varepsilon_\beta$$

Очевидно, ε_β будет тем больше, чем с больше вероятностью β мы будем её определять, чем грубее был проведен эксперимент и чем меньше n (количество опытов в серии измерений).

Для оценки качества измерений, вводят понятие дисперсии, которая вычисляется по формуле:

$$S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{f}, \quad \text{где } f - \text{число степеней свободы}, \quad f = n - 1$$

s2x=var(y);

Среднеквадратичным отклонением или стандартом называют величину:

$$S_y = \sqrt{S_y^2}$$

standx=std(y);

Для определения, является ли измеренное значение грубой ошибкой, можно воспользоваться U критерием:

$$U^{\text{расч}} = \frac{\left| y^{\text{под}} - \bar{y} \right|}{\sqrt{S_y^2 \cdot \frac{n-1}{n}}}$$

Если $U^{\text{расч}} > U_{p,f}$, то подозреваемое значение с вероятностью β является грубой шибкой. Грубая ошибка исключается из серии. Критерий $U_{p,f}$ определяется из табл. 1 при уровне значимости p = 1 – β и числе степеней свободы f = n – 2.

Таблица 1

f\p	0.05	0.01
1	1.412	1.414
2	1.689	1.723
3	1.869	1.955
4	1.996	2.130
5	2.093	2.265
6	2.172	2.374

```
function x=U(p,f)
tr=t(2*p/(f+2),f);
x=tr*sqrt((f+1)/(f+tr^2));
```

В статистике доверительную ошибку вычисляют по формуле: $\varepsilon_\beta = t_{p,f} \cdot \sqrt{\frac{S_y^2}{n}}$

где $t_{p,f}$ – критерий Стьюдента, который определяется из табл. 2 при p = 1 – β и f = n – 1.

Таблица 2

f/p	0.10	0.05	0.01
2	2.92	4.30	9.92
3	2.35	3.18	5.84
4	2.13	2.78	4.60
5	2.01	2.57	4.03
6	1.94	2.45	3.78

```
function x=t(p,f)
  x=tinv(1-p/2, f);
```

Интервал, который с доверительной вероятностью β накрывает точное значение y^* определяется, значением ε_β и называется доверительным и определяется как:

$$\bar{y} - \varepsilon_\beta \le y^* \le \bar{y} + \varepsilon_\beta$$

Пример: $p = 0.05$ $\beta = 0.95$ $n = 6$

i	1	2	3	4	5	6
y_i	6.28	6.47	6.54	7.02	6.45	6.40

$\bar{y} = 39.16/6 = 6.527$ $S^2_y = 0.0659$ $U^{таб}$ для $f = 6-2 = 4$ $p = 0.05$ имеет значение 1.996

Подозреваемое значение $y_4 = 7.02$ т.к. $|7.02-6.527|=0.493$ максимальна

$$U^{расч.} = \frac{|7.02 - 6.527|}{\sqrt{0.0659 * \frac{6-1}{6}}} = 2.105$$

$2.105>1.996$ поэтому $x_4 = 7.02$ является грубой ошибкой и удаляется из серии $n = 5$

i	1	2	3	4	5
y_i	6.28	6.47	6.54	6.45	6.40

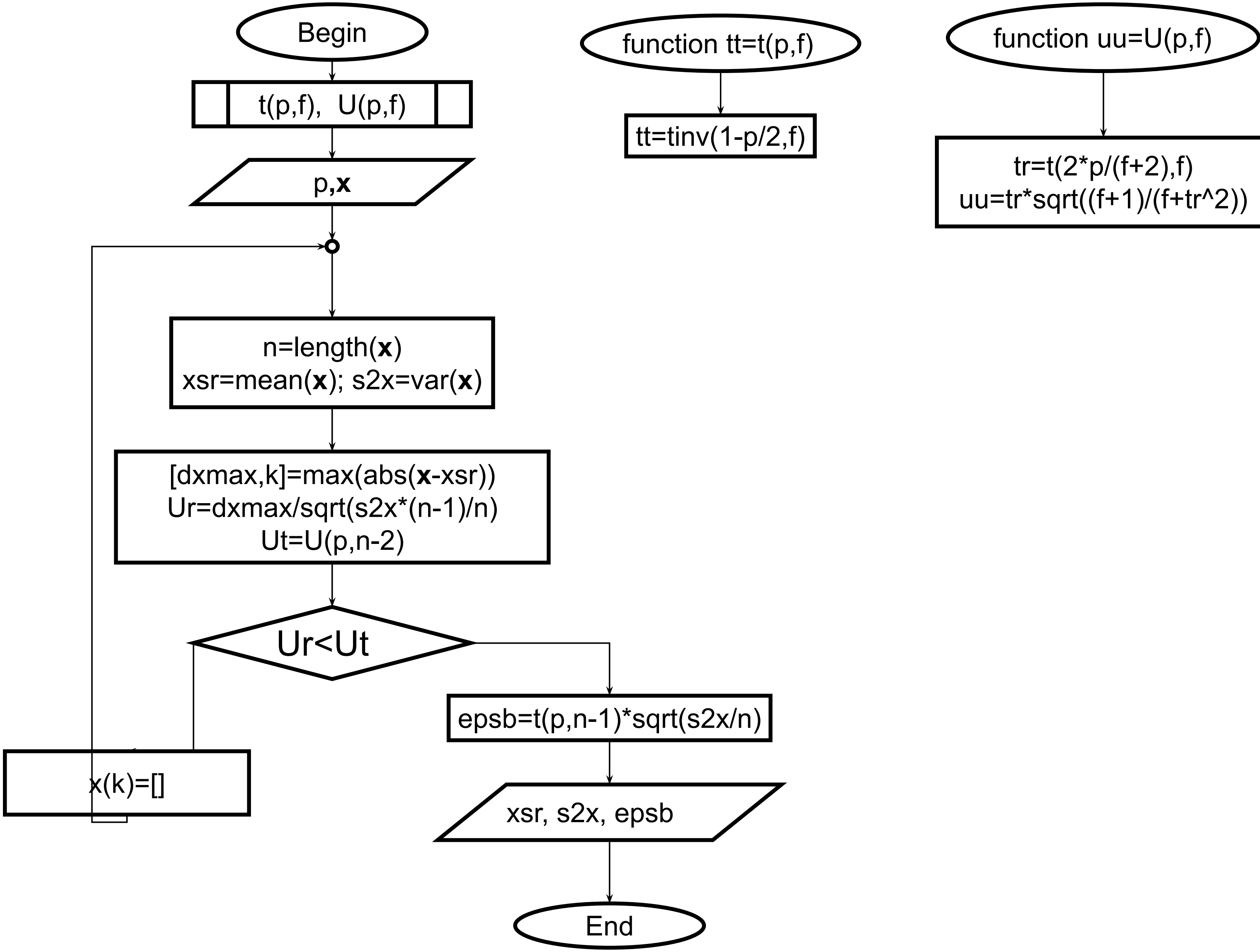
$\bar{y} = 32.14 / 5 = 6.428$ $S^2_y = 0.0094$ $U^{таб}$ для $f = 5-2 = 3$ $p = 0.05$ имеет значение 1.869

Подозреваемое значение $x_1 = 6.28$ т.к. $|6.28 -6.428|=0.148$ максимальна

$$U^{расч.} = \frac{|6.28 - 6.428|}{\sqrt{0.0659 * \frac{5-1}{5}}}$$ $= 1.709 < 1.869$ поэтому $y_1 = 6.28$ не является грубой ошибкой.

Для последней серии строим доверительный интервал

$t^{таб}_{0.05,\,4} = 2.78$ $\varepsilon_\beta = 2.78 * \sqrt{\frac{0.0094}{5}} = 0.12$ $6.308 < y^* < 6.548$


Begin
t(p,f), U(p,f)
p,**x**
n=length(**x**)
xsr=mean(**x**); s2x=var(**x**)
[dxmax,k]=max(abs(**x**-xsr))
Ur=dxmax/sqrt(s2x*(n-1)/n)
Ut=U(p,n-2)
Ur<Ut
x(k)=[]
epsb=t(p,n-1)*sqrt(s2x/n)
xsr, s2x, epsb
End
function tt=t(p,f)
tt=tinv(1-p/2,f)
function uu=U(p,f)
tr=t(2*p/(f+2),f)
uu=tr*sqrt((f+1)/(f+tr^2))