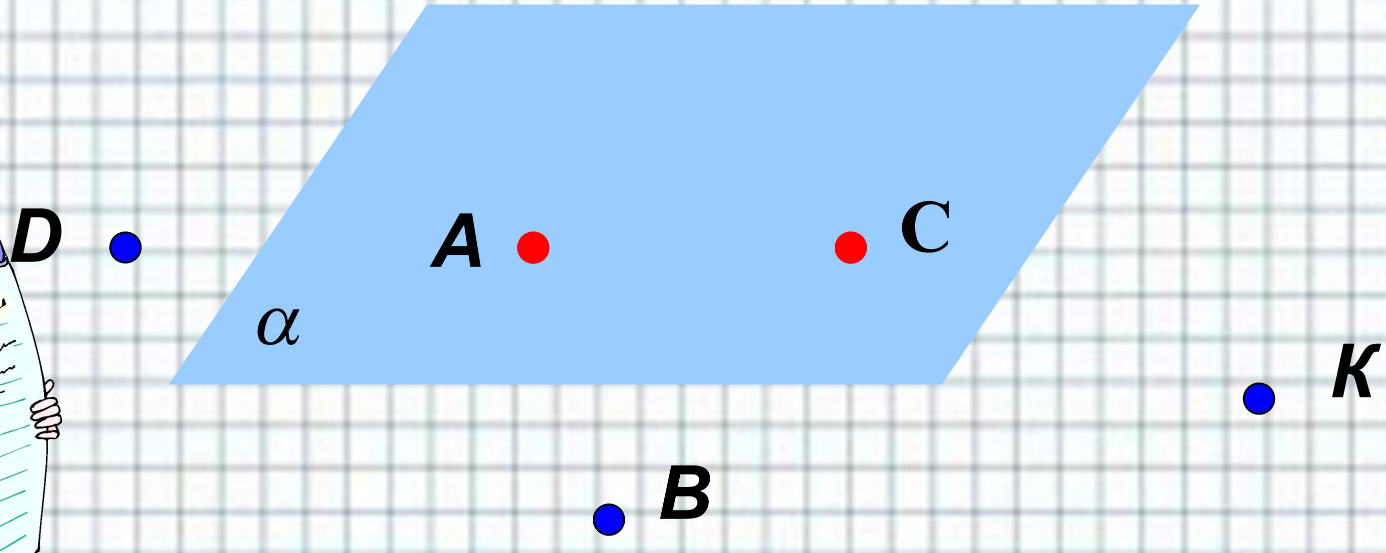
Урок обобщающего повторения по теме «Параллельность прямой и плоскости в пространстве.

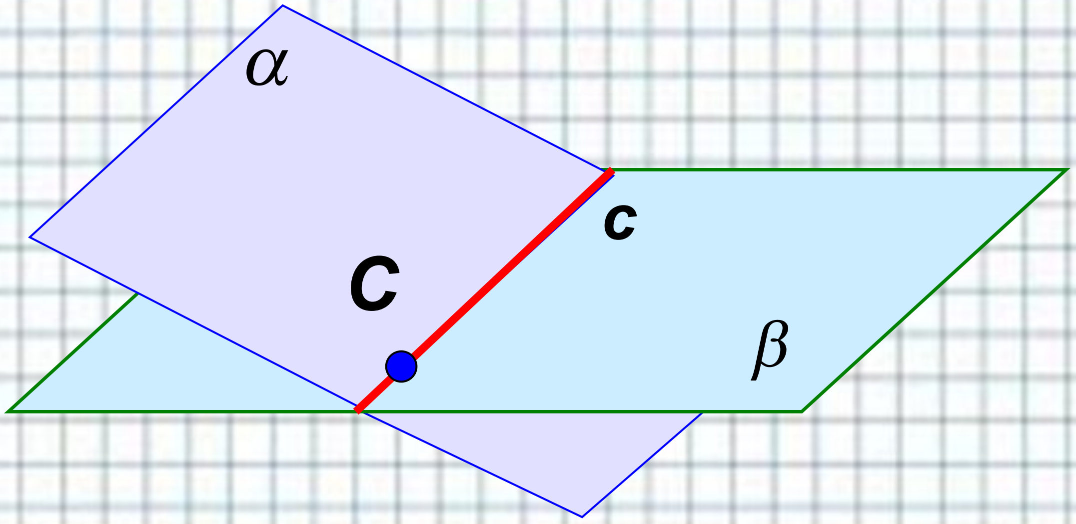
Аксиомы группы С.

Какова бы ни была плоскость, существуют точки, принадлежащие этой плоскости, и точки, не принадлежащие ей.



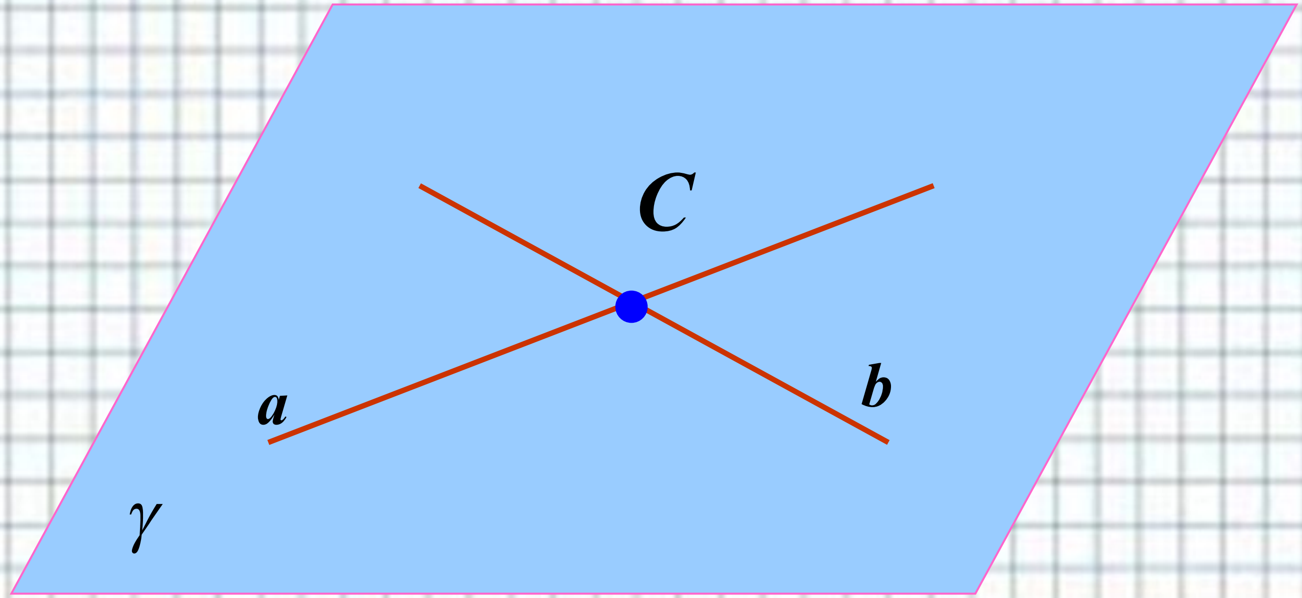
Аксиомы группы С.

Если две различные плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой, проходящей через эту точку.

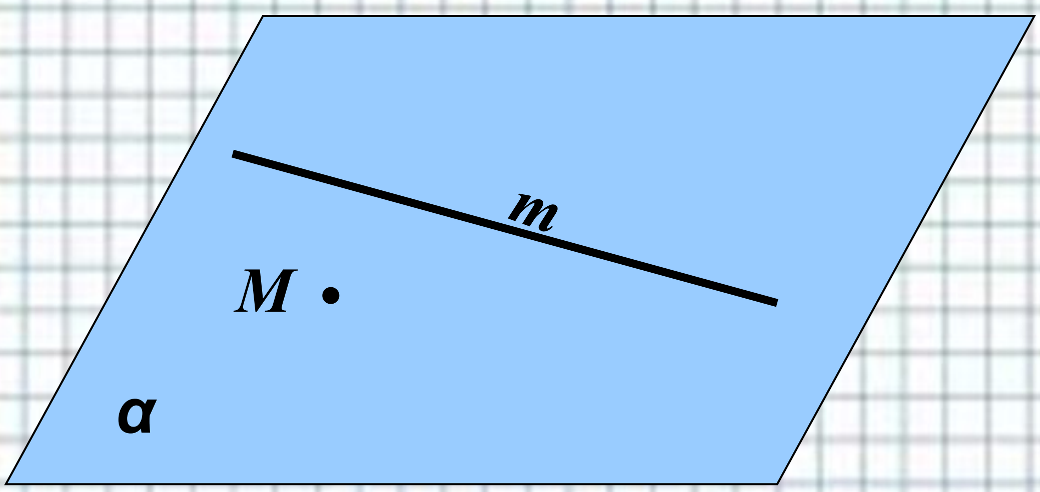


Аксиомы группы С.

Если две различные прямые имеют общую точку, то через них можно провести плоскость, и притом только одну.



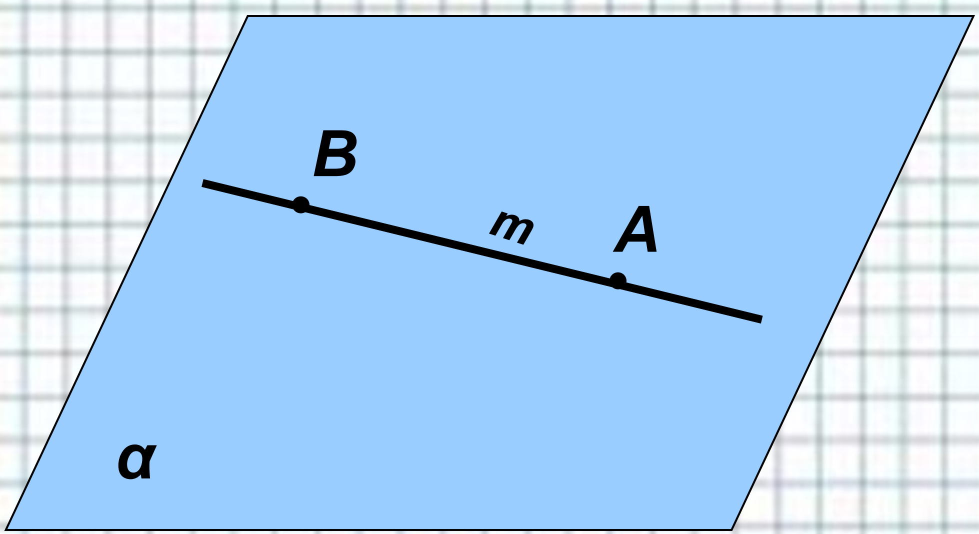
Следствия из аксиом



Через любую прямую и не принадлежащую ей точку можно провести плоскость, и притом только одну.

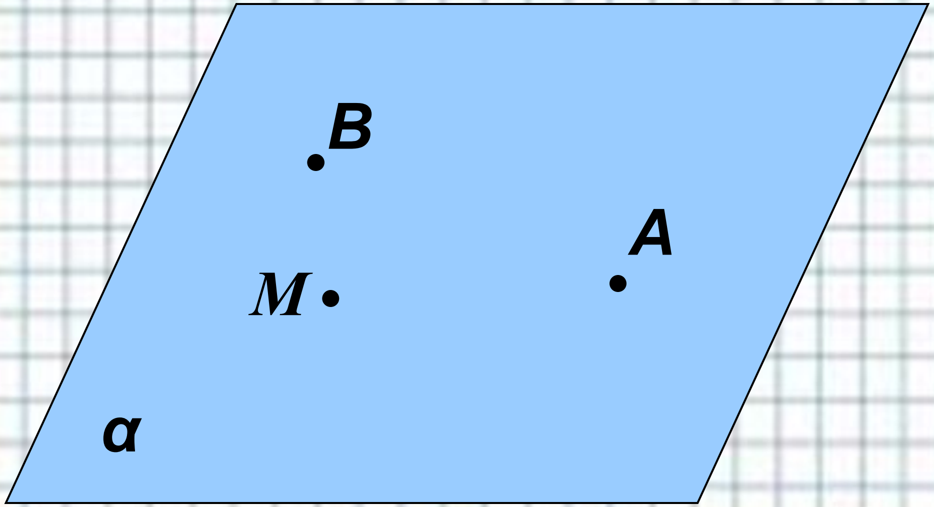
Т1

Следствия из аксиом



Если две точки прямой принадлежат плоскости, то вся прямая принадлежит плоскости

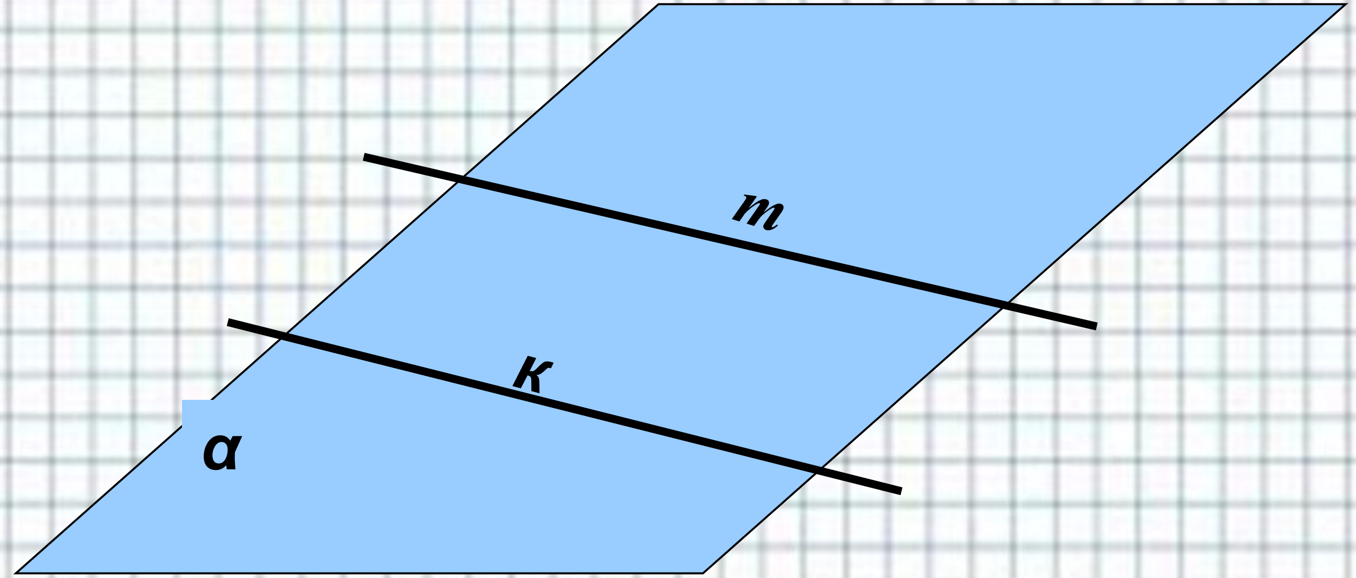
Следствия из аксиом



Через 3 точки, не лежащие на одной прямой, можно провести плоскость, и притом только одну.

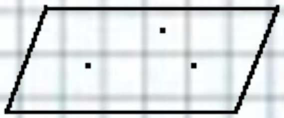
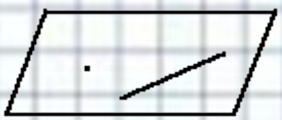
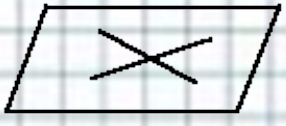
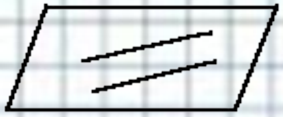
Следствие из T_1

Через две ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ прямые проходит плоскость, и притом только одна.



Вывод

Как в пространстве можно однозначно задать плоскость?

Способы задания плоскостей	***Рисунок***
1. По трем точкам	
2. По прямой и не принадлежащей ей точке.	
3. По двум пересекающимся прямым.	
4. По двум параллельным прямым.	

Определите: верно, ли утверждение?

1. Любые три точки лежат в одной плоскости.	ответ
2. Любые четыре точки лежат в одной плоскости.	
3. Любые четыре точки не лежат в одной плоскости.	
4. Если прямая пересекает 2 стороны треугольника, то она лежит в плоскости треугольника.	
5. 5 точек не лежат в одной плоскости. Могут ли какие–нибудь 4 из них лежать на одной прямой?	
6. Через середины сторон квадрата проведена плоскость. Совпадает ли она с плоскостью квадрата?	

Дано: ABCD-параллелограмм

$A, B, C \in \alpha$

Доказать: $D \in \alpha$

Доказательство:

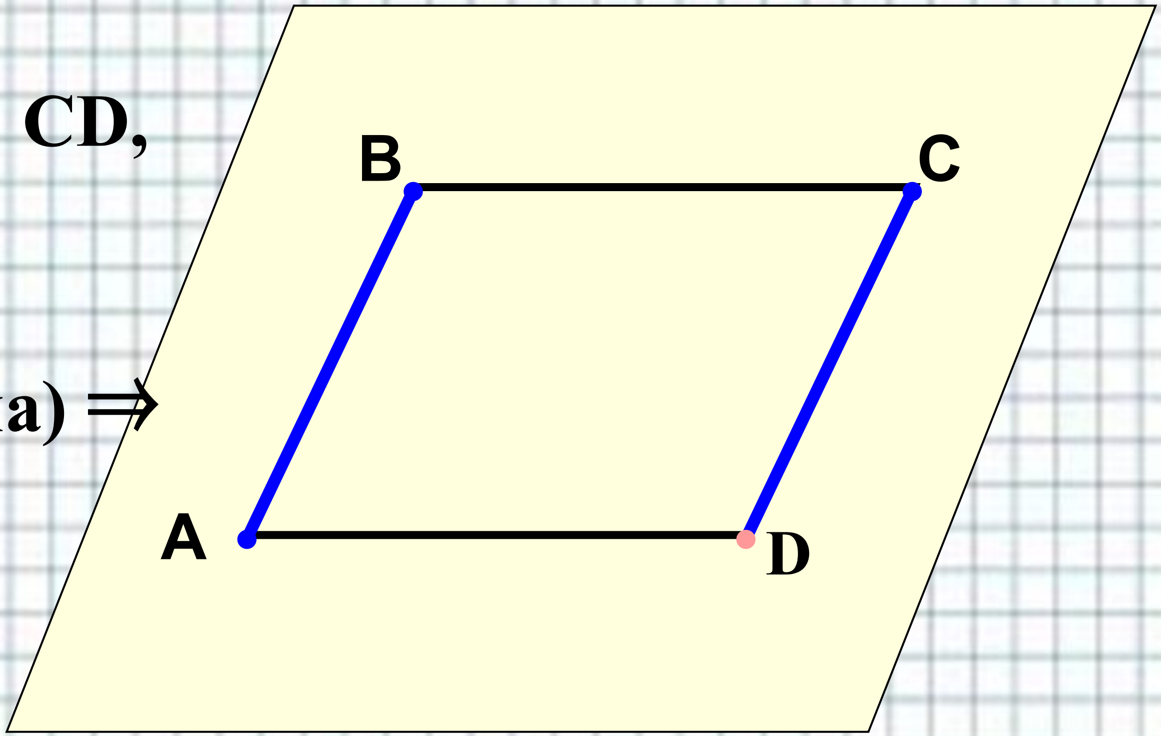
$A, B \in AB$, $C, D \in CD$,

$AB \parallel CD$

(по определению параллелограмма) $\Rightarrow$

$AB, CD \subset \alpha \Rightarrow$

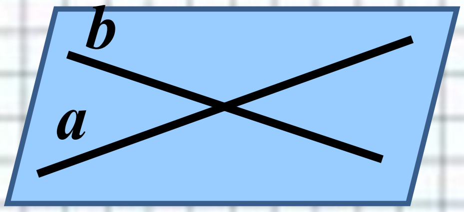
$D \in \alpha$



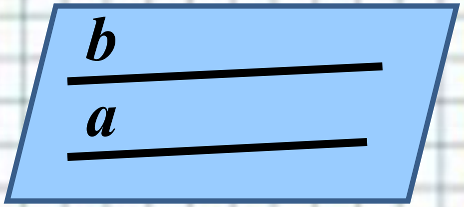
Взаимное расположение прямых в пространстве.

Лежат в одной плоскости

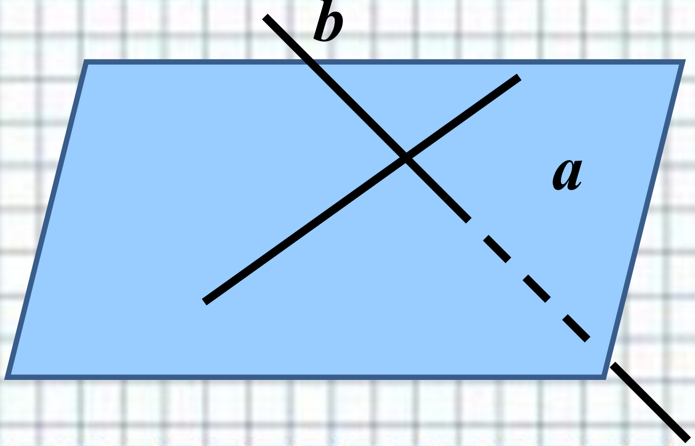
пересекаются



параллельны

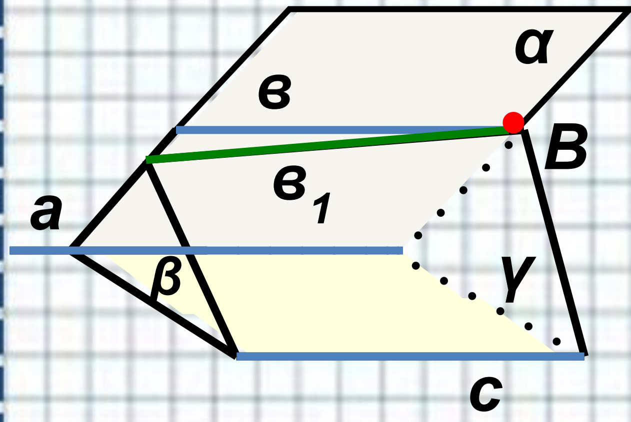


Не лежат в одной плоскости



скрещиваются

Две прямые, параллельные третьей прямой, параллельны



Доказательство:

1 случай. $a, в, c \in \alpha$ **рассмотрен в планиметрии**

2 случай. $a, в \in \alpha$; $a, c \in \beta$

1. Возьмем т.В, В $\in в$

Через т.В и c **проведем плоскость** γ $\gamma \cap \alpha = в_1$

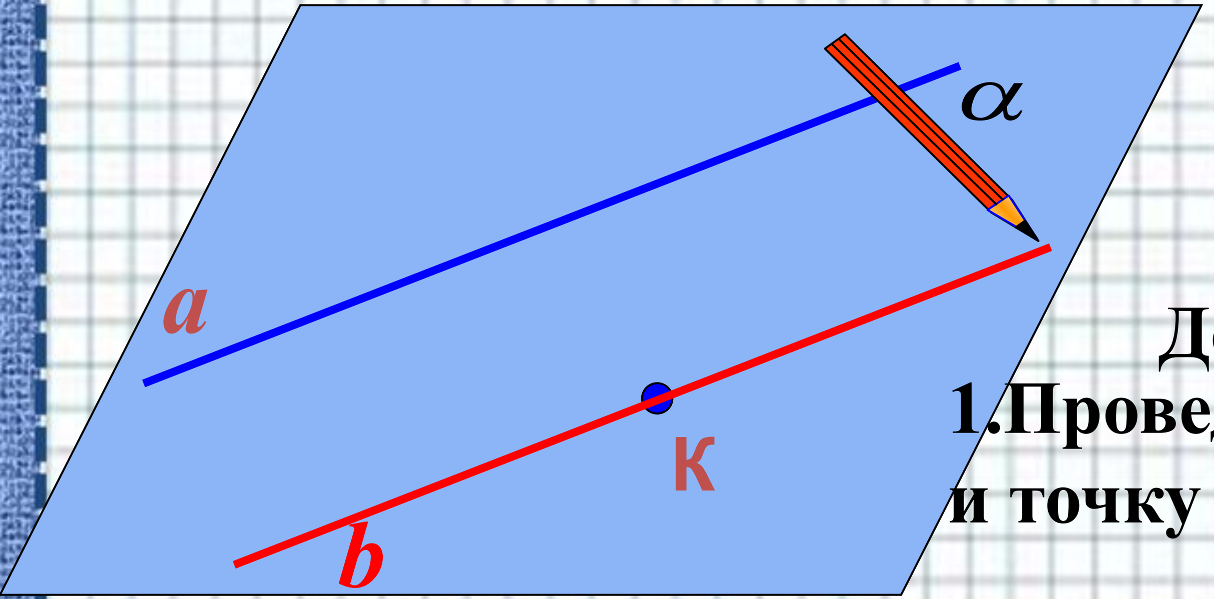
2. Если $в_1 \cap \beta = X, \Rightarrow \underline{X \in a}, в_1 \in \alpha,$

но $\underline{X \in c}$, **т.к.** $в_1 \in \gamma$, **а т.к.** $a \parallel c \Rightarrow в_1 \cancel{\cap} \beta$

3. $в_1 \in \alpha$, $в_1 \cancel{\cap} a \Rightarrow в_1 \parallel a \Rightarrow$ $в_1 = в$ (A **параллельных прямых**)

4. $\Rightarrow в \parallel c$ **Теорема доказана.**

Теорема о параллельных прямых.



Дано: $К \notin a$

Доказать:

$\exists\ !\ b: К \in b,\ b \parallel a$

Доказательство:

1.Проведем через прямую а и точку К плоскость α.

2.Проведем через т. $К \in \alpha$ прямую b, $b \parallel a$.(А планиметрии)

<u>Единственность (от противного)</u>

1.Пусть $\exists\ b_1: К \in b_1,\ b_1 \parallel a$.Через прямые а и b_1 можно провести плоскость α_1.

2. $a,\ К \in \alpha_1; \Rightarrow \alpha_1$ и α (Т о точке и прямой в пространстве).

3. $\Rightarrow b = b_1$ (А параллельных прямых). Теорема доказана.

Задание 1 Вставьте пропущенные слова

1) Единственную плоскость можно задать через три точки, при этом они ………… на одной прямой.
2) Если ……точки прямой принадлежат плоскости, то и вся прямая принадлежит плоскости.
3) Две различные плоскости могут иметь только одну общую …………..
4) Прямые являются ………………. в пространстве, если они не пересекаются и ………. в одной плоскости.

Задание 2 Определите: верно, ли утверждение?

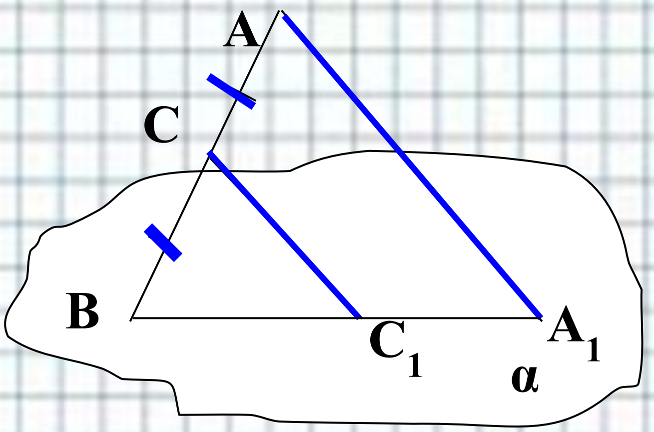
1. Если прямая проходит через вершину треугольника, то она лежит в плоскости треугольника.	
2. Если прямые не пересекаются, то они параллельны.	
3. Прямая m параллельна прямой n, прямая m параллельна плоскости α. Прямая n параллельна плоскости α.	
4. Все прямые пересекающие стороны треугольника лежат в одной плоскости.	
5. Прямая AB и точки C, D не лежат в одной плоскости. Могут ли прямые AB и CD пересекаться?	

Задание 2 **Определите: верно, ли утверждение?**

6. Прямые AB и CD пересекаются. Могут ли прямые AC и BD быть скрещивающимися?	
7. Прямые *а* и *в* не лежат в одной плоскости. Можно ли провести прямую *с*, параллельную прямым *а* и *в*?	
8. Прямая *а*, параллельная прямой *в*, пересекает плоскость α. Прямая *с* параллельна прямой *в*. Может ли прямая *с* лежать в плоскости α?	
9. Прямая а параллельна плоскости α. Существует ли на плоскости α прямые, непараллельные а?	

Задание 3

Дано: $BC=AC$,
$CC_1 \parallel AA_1$,
$AA_1=22$ см
Найти: CC_1



Решение:

$AA_1 \parallel CC_1$, $AC = BC$

$\Rightarrow$ C_1– середина A_1B

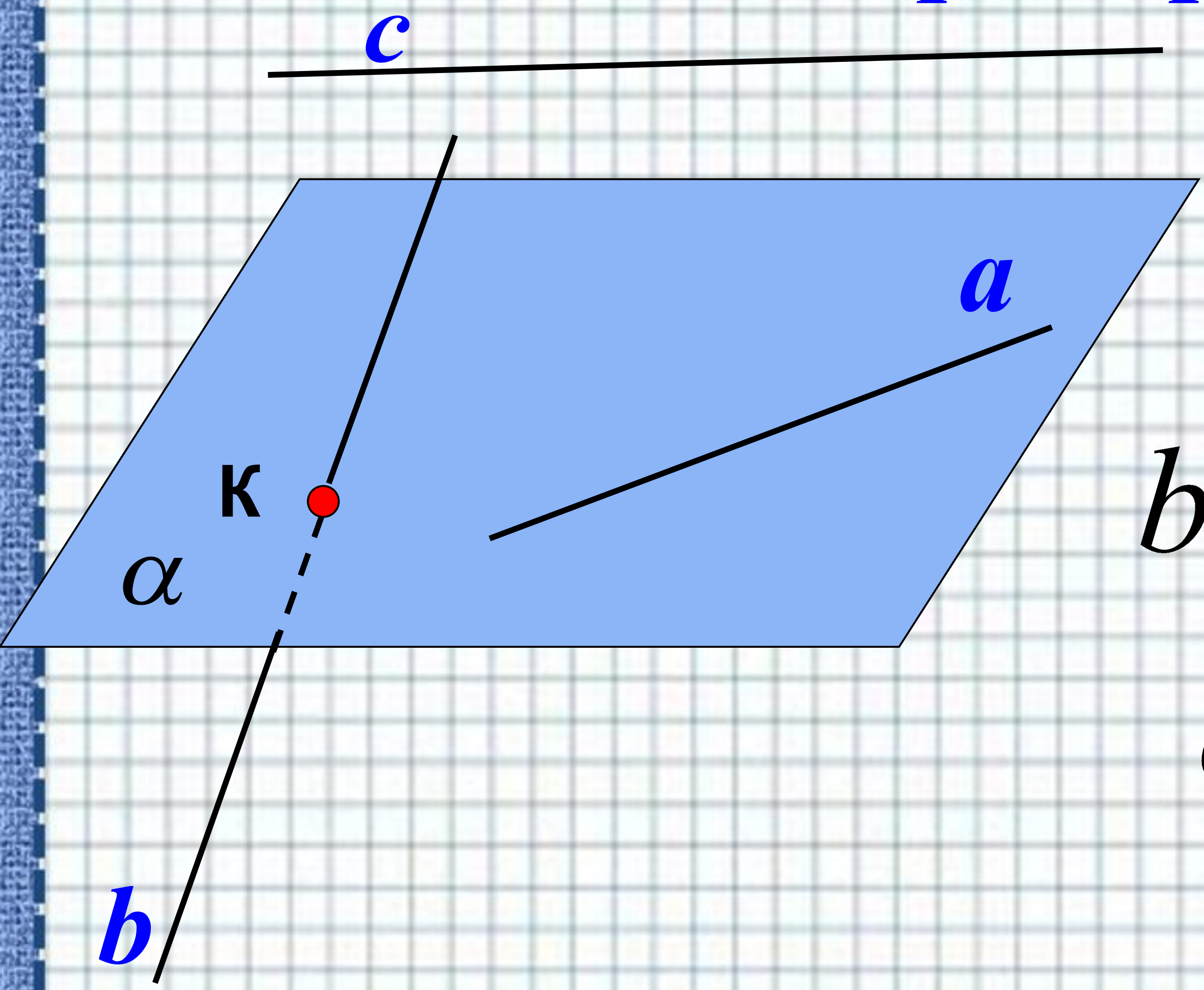
(по т.Фалеса) $\Rightarrow$

CC_1- средняя линия $\Delta AA_1B \Rightarrow$

$CC_1= 0{,}5AA_1 = 11$ см

Ответ: 11см.

Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.

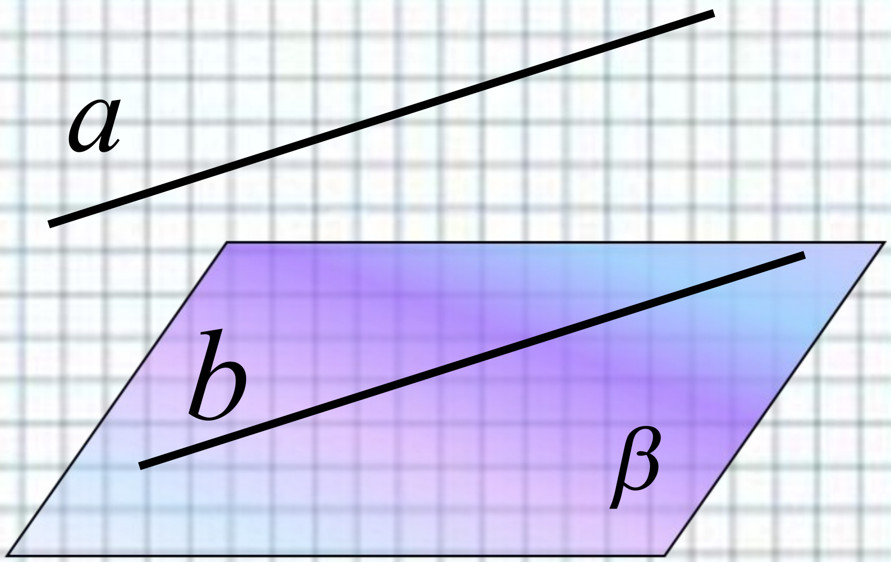


$$a \subset \alpha$$

$$b \cap \alpha = K$$

$$c \parallel \alpha$$

Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости , то
она параллельна и самой плоскости.



Дано:

$a \not\subset \beta$

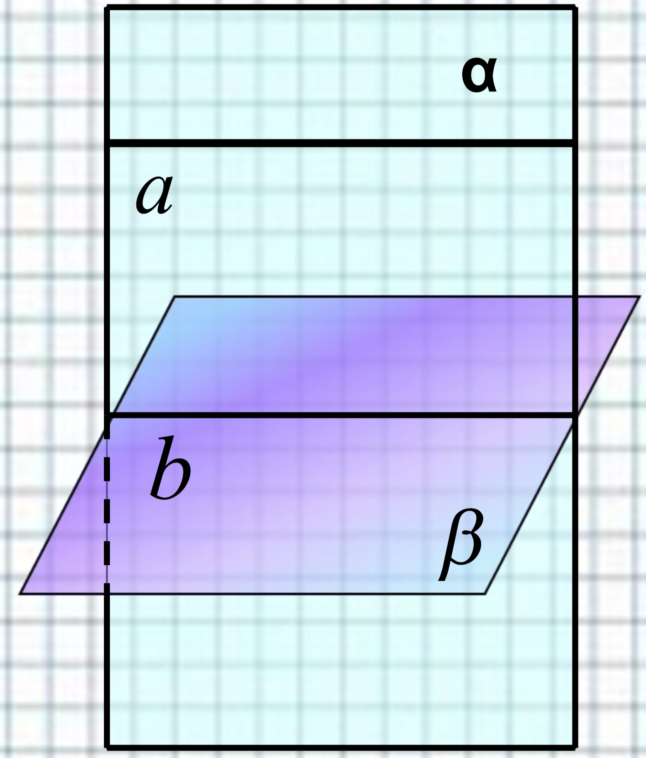
$a \parallel b$

$b \subset \beta$

Доказать:

$a \parallel \beta$

Пусть $a \not\subset \beta$, $b \subset \beta$, $a \parallel b$



1.Через прямые *a* и *b* проведем плоскость α

2. α ∩ β = *b*

Если *a* ∩ β = X, то X ∈ *b*, это невозможно, т.к. *α* || *b*

⇒ $a \not\cap \beta$

⇒ *a* || β

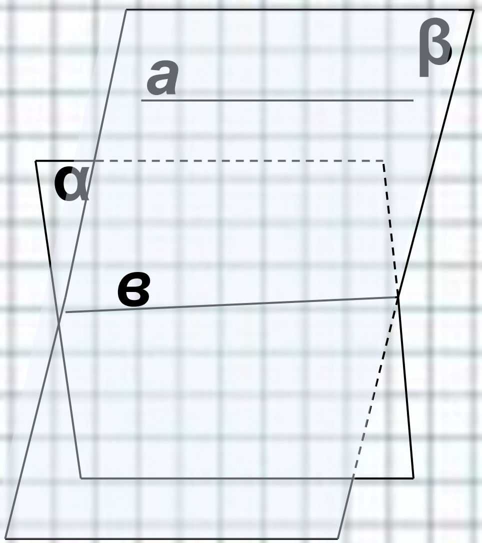
Теорема доказана.

Задание 2

Дано: *а* || α

а ⊂ β; β ∩ α = *в*

Доказать: *а* || *в*



Доказательство:

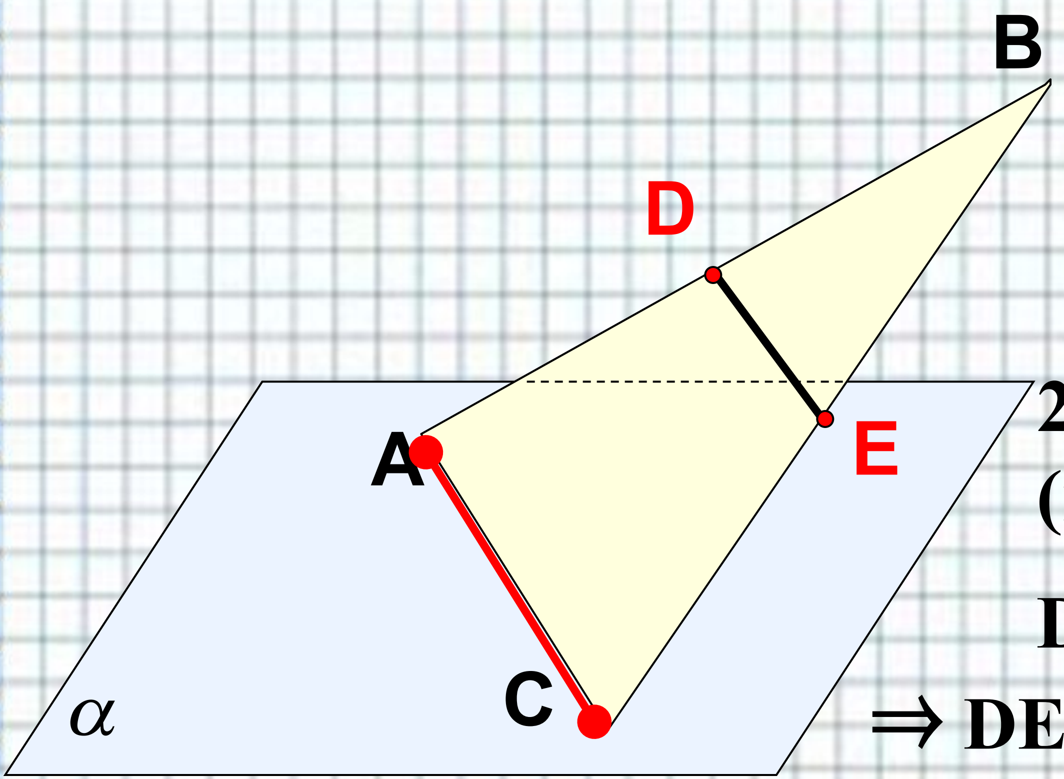
а, *в* ⊂ β

Пусть *в* ∩ *а*, тогда *а* ∩ α,

что противоречит условию.

Значит *в* || *а*

Плоскость проходит через сторону АС ∆ АВС. Точки D и Е - середины отрезков АВ и ВС соответственно. Докажите, что DE || α



Доказательство:

1. Точки D и Е - середины отрезков АВ и ВС соответственно ⇒

2. DE – средняя линия (по определению) ⇒

DE || АС (по свойству)

⇒ DE || α (по признаку параллельности прямой и плоскости)