

ЭНЕРГИЯ. РАБОТА. МОЩНОСТЬ

Работа постоянной и переменной силы. Кинетическая энергия.

Понятие энергии является одним из основных понятий физики. С понятием энергии приходится встречаться при рассмотрении ряда технических задач, ибо одной из важнейших проблем техники является получение, передача и использование энергии. В настоящей лекции и последующей за ней будет изложено понятие энергии и показано, как им пользоваться при решении физических задач.

До сих пор мы изучали движение частицы в рамках трех законов динамики Ньютона. При этом для количественного описания движения мы использовали понятие силы. Описание с помощью понятий энергия и импульс является альтернативным описанием движения с помощью силы. Важной особенностью этих величин является то, что они сохраняются. Свойства этих величин сохраняться не только позволяют нам глубже заглянуть в устройство мира, но и дают другой способ решения практических задач.

Законы сохранения энергии и импульса особенно полезны, когда мы имеем дело с системами многих тел, в которых детальное рассмотрение действующих сил представляло бы труднейшую задачу.

С понятием энергия тесно связано понятие работа. Поскольку эти величины являются скалярными и не имеют направления, во многих случаях с ними проще иметь дело, чем с векторными величинами. Важная роль энергии обусловлена двумя обстоятельствами. Во-первых, это сохраняющаяся величина, а во-вторых, это понятие, которое находит применение не только для изучений механического движения, но и во всех областях физики, и в других науках.

Энергия - универсальная мера различных форм движения и взаимодействия.

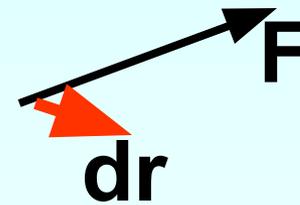
С различными формами движения материи связывают различные формы энергии: механическую, тепловую, электромагнитную, ядерную и др. В общих явлениях форма движения материи не изменяется (например, горячее тело нагревает холодное), в других – переходит в иную форму (например, в результате трения механическое движение

Элементарная и полная работа

Элементарной работой dA называют скалярное произведение вектора силы \mathbf{F} , действующей на тело или частицу и элементарного перемещения $d\mathbf{r}$, т.е. $dA = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = (F \cdot dr) = F \cdot dr \cos(\angle \mathbf{F} \wedge d\mathbf{r})$

2

1



Полной работой A называют интеграл от точки 1 по криволинейной траектории до точки 2 (под интегралом – векторы)

$$A_{12} = \int_1^2 F dr$$

Работа и энергия измеряются в СИ в единицах произведения силы на расстояние, т.е. в ньютонах на метр (Н·м);

Эта единица называется джоулем (Дж).

Сила может быть приложена к телу и не совершать при этом работы. Например, если вы держите в руках тяжелую сумку и не двигаетесь, то вы не совершаете работу. Вы устанете, но $A=0$. Если вы несете бочку с квасом, и идете по горизонтальному пути с постоянной скоростью, то не требуется горизонтальной силы. Вы действуете на бочку с силой, направленной вверх и равной весу бочки. Но эта сила перпендикулярна горизонтальному перемещению и потому работа равна 0. Почему вы устаете? Какая сила производит работу?

ВЫВОДЫ

- 1) работа обладает свойством аддитивности;
- 2) если $\pi/2 > \alpha > 0$, то $\cos\alpha > 0$ – работа положительна;
- 3) если $\alpha = \pi/2$, то работа равна нулю;
- 4) если $\pi > \alpha > \pi/2$, то работа совершается против действия силы и она отрицательна;
- 5) «центростремительная» сила (например, сила Лоренца) не совершает работы.

Электрическая лампочка мощностью 100 Вт расходует 100 Дж/с. Произведение мощности на время дает энергию. Широко используется единица энергии киловатт · час (кВт · ч):

$$1 \text{ кВт} \cdot \text{ч} = 10^3 \text{ Вт} \cdot 3600 \text{ с} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ Дж.}$$

В России ежедневно потребляется в среднем $1,3 \cdot 10^{13}$ кВт · ч энергии.

Кинетическая энергия

Рассмотрим частицу массой m , на которую действует некоторая сила F . Считаем, что других сил нет. Вычислим работу данной силы при движении частицы (тела) по некоторой траектории от 1 до 2.

По определению $A_{12} = \int_1^2 F dr$

Заменяем значение $F = dp/dt$ и подставим $dp(dr/dt) = mdv \cdot v$, т.к. $dr/dt = v$.

В классической механике $m = \text{const}$, т.е. ее можно вынести за знак интеграла.

ЭТОТ интеграл равен

$$mV_2^2/2 - mV_1^2/2 = \Delta E_k$$

*Из формулы видно, что кинетическая энергия зависит только от массы и скорости тела, т.е. кинетическая энергия есть функция состояния ее движения. При выводе формулы предполагалось, что движение рассматривается в инерциальной системе отсчета, т.к. иначе нельзя было бы использовать законы Ньютона. В разных инерциальных системах отсчета, движущихся относительно друг друга, скорость тела, а, следовательно, и его кинетическая энергия будут неодинаковы. Таким образом, **кинетическая энергия зависит от выбора системы отсчета!!!** И еще. Работа любой силы ведет к изменению кинетической энергии частицы (тела).*

Запишем некоторые полезные соотношения

Легко видеть, что $dA = dE$. Если сила F –
результатирующая сил $F_1, F_2 \dots$ и т.д., то

$$dA = dA_1 + dA_2 + \dots + dA_N = dE.$$

Таким образом, видим, что работа любых сил
ведет в конечном итоге к изменению
кинетической энергии!!!!

Среди этих сил могут быть как консервативные
(гравитационные, электростатические, упругие)
так и силы трения, т.е. неконсервативные. Их
называют диссипативными.

Кинетическая энергия в релятивистском случае

Если масса зависит от скорости, то ее величину нельзя вынести за знак интеграла. Вернемся к прежнему выражению работы

$$A_{12} = \int_1^2 F dr$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

Преобразуем данную формулу (т.е. возведем в квадрат и раскроем скобки)

$$(1) \quad m^2 (1 - v^2/c^2) = m_0^2$$

$$(2) \quad c^2 m^2 - m^2 v^2 = m_0^2 c^2$$

$$(3) \quad c^2 m^2 - p^2 = m_0^2 c^2 \quad , \text{т.к. } p = mv$$

Продифференцируем формулу (3)

$$(4) \quad 2c^2 m dm - 2p dp = 0. \text{ Сократим на } 2.$$
$$c^2 m dm = p dp, \text{ или } c^2 dm = p dp / m$$

Напомним, что

$$F dr = m v dv = p (dv m) / m = (p dp) / m.$$

Следовательно,

$$A_{12} = \int_1^2 c^2 dm$$

Получили элементарный интеграл,

который равен $C^2(m_2 - m_1)$. Если частица стартовала с массой m_0 , то индекс 1 заменяем на 0, а m_2 становится текущей, т.е. получаем $C^2(m - m_0)$. Величина $C^2 m_0$ называется энергией покоя. Кинетическая энергия равна $E_k = C^2 m - C^2 m_0$.

$$E_k + m_0 C^2 = E - \text{полная энергия!!!}$$

Полная энергия равна $m\mathcal{C}^2$

Из формулы $c^2m^2 - p^2 = m_0^2c^2$

видим, что релятивистский импульс равен

$$p^2 = (c^2m^2 - m_0^2c^2),$$

Полная энергия

$$E_p = (m_0^2c^4 + p^2c^2)^{1/2}$$

Заметим! Величина $c^2m^2 - p^2$ – есть

инвариант!!!, т.е. одинакова во всех ИСО!!!

Некоторые полезные соотношения
для кинетической энергии E_k
(классическая механика)

$$E = \frac{p^2}{2m},$$

$$p^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2$$

$$\frac{\partial E}{\partial \mathbf{p}} = \mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k}$$

Потенциальная энергия

Взаимосвязь работы и энергии очень широко используется при рассмотрении различных физических процессов. Ранее отметили, что для многих видов сил, *называемых консервативными*,

интеграл

$$\int_A^B (\mathbf{F}, d\mathbf{r})$$

не зависит от пути интегрирования между точками A и B , а определяется только начальным и конечным положением точек A и B .

Для сил, обладающих таким свойством, интеграл называют потенциальной энергией и обозначают буквой U :

$$U = -\int (\mathbf{F}, d\mathbf{r})$$

Потенциальную энергию можно представить себе как энергию, запасенную для дальнейшего использования. Во многих случаях при желании ее можно преобразовать в другие полезные формы энергии.

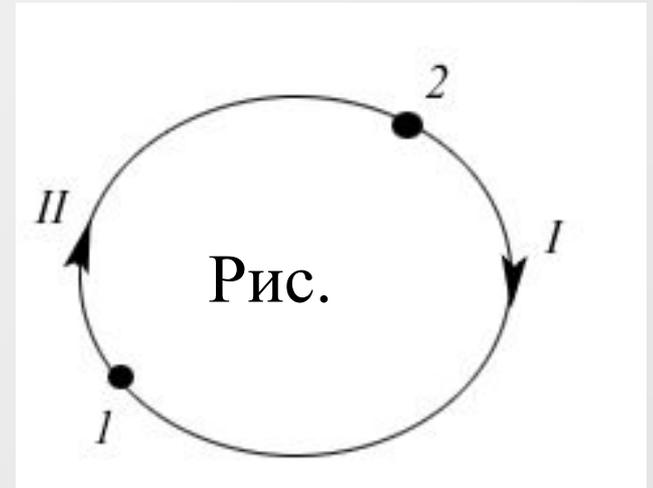
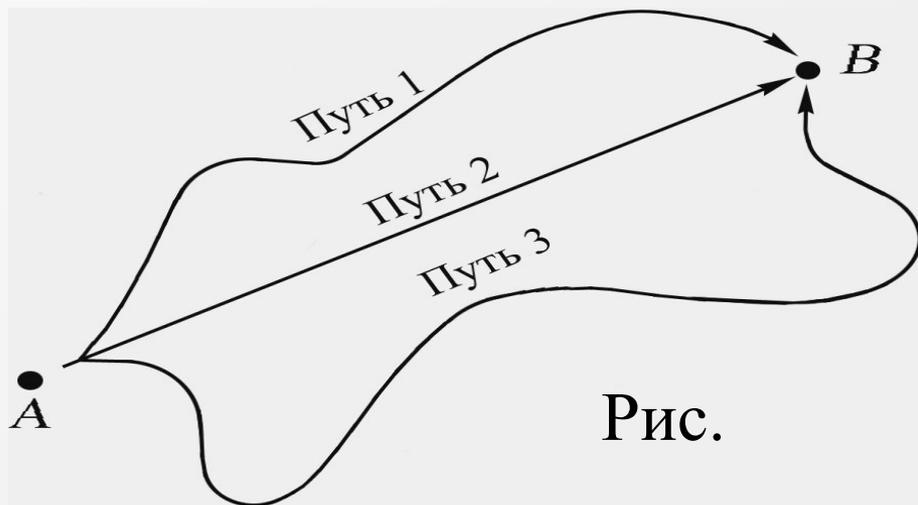
Консервативные силы

Понятие потенциальной энергии применимо лишь для сил определенного типа – консервативных сил. По определению если F – консервативная сила, то

(рис.)

$$\int_A^B (\mathbf{F}, d\mathbf{r}) = \int_A^B (\mathbf{F}, d\mathbf{r}) = \int_A^B (\mathbf{F}, d\mathbf{r})$$

Путь 1 Путь 2 Путь 3



Все четыре типа фундаментальных сил, действующих между элементарными частицами, (гравитационные, электромагнитные, ядерные, слабые) консервативные. Примером неконсервативной силы является трение. В этом случае \mathbf{F} и $d\mathbf{r}$ всегда направлены в противоположные стороны и интеграл $\int(\mathbf{F}, d\mathbf{r})$ по замкнутому пути всегда отрицателен (тело непрерывно теряет энергию).

Закон сохранения полной механической энергии

Закон сохранения энергии – один из центральных моментов всей физики и техники. Этот закон налагает строгие ограничения на возможности извлечения энергии и ее преобразования из одной формы в другую.

Закон сохранения энергии запрещает существование вечных двигателей, в которых замкнутая система непрерывно "поставляет" механическую энергию наружу.

Согласно этому закону, сумма кинетической и потенциальной энергий всех тел в любой замкнутой консервативной системе остается постоянной, независимо от типа взаимодействий и столкновений, происходящих между телами в системе.

Консервативность означает, что все силы взаимодействия в системе консервативны и могут быть, следовательно, выражены через потенциальную энергию.

Пусть в системе действуют как консервативные, так и диссипативные силы. Их элементарная работа равна

$$dA = dA_{\text{конс}} + dA_{\text{дисс}} = dE.$$

Элементарная работа консервативных сил равна $dA_{\text{конс}} = -dU$. Таким образом получаем $dA_{\text{дисс}} = dE + dU$. Но если в системе нет диссипативных сил, то

$$dE + dU = 0 \text{ или } (E + U) = \text{const}$$

ЭТО и есть закон сохранения механической энергии

Закон сохранения энергии для системы n
материальных точек в поле консервативных сил

$$E = \sum_{j=1}^n \frac{m_j v_j^2}{2} + U(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_n) = \text{const}$$

5.6. Применение законов сохранения

5.6.1. Абсолютно упругий центральный удар

При абсолютно **неупругом** ударе закон сохранения механической энергии не работает.

Применим закон сохранения механической энергии для расчета скорости тел при **абсолютно упругом ударе** – это такой удар, при котором не происходит превращения механической энергии в другие виды энергии.

Удар частиц

Ударом **точечных частиц** будем называть такое **механическое взаимодействие**

- при непосредственном контакте
- за бесконечно малое время

при котором **частицы обмениваются**

- энергией и
- импульсом

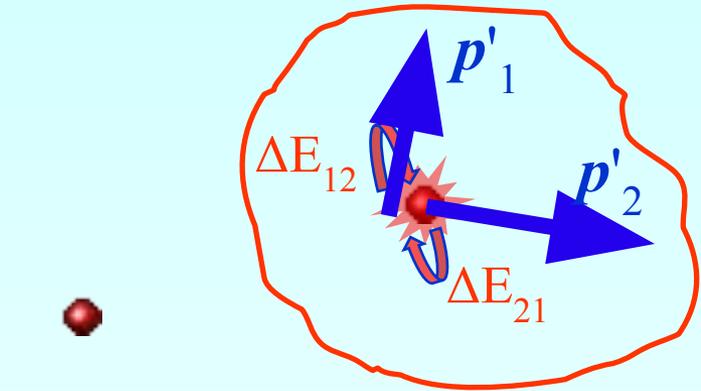
при условии, что **система частиц остается замкнутой**

Различают **два вида ударов**

абсолютно неупругий удар
такой удар, при котором **после удара частицы движутся как единое целое**

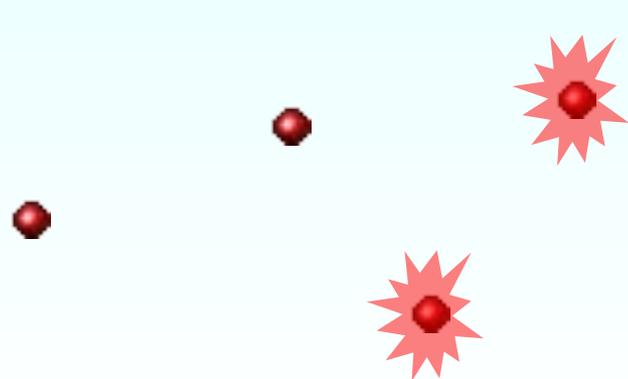


и **абсолютно упругий удар**
удар, при котором **после удара частицы движутся с различными скоростями и в течении удара выполняются законы сохранения (энергии и импульса)**



Абсолютно упругий удар бывает **двух типов**

- **нецентральный удар**
- **центральный удар**



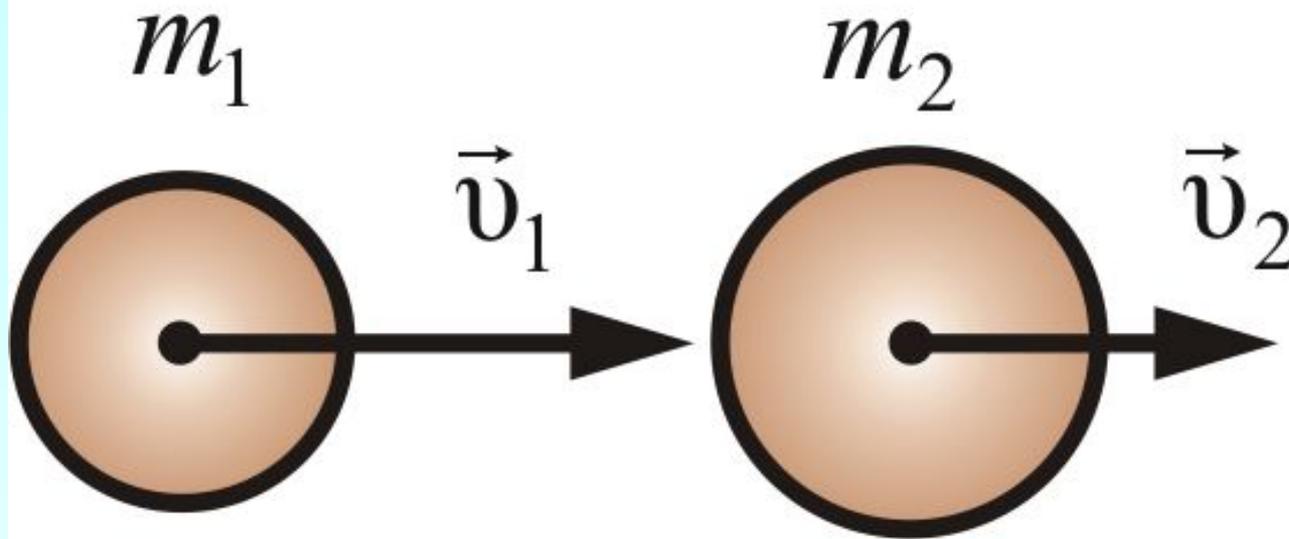


Рисунок 5.7

На рисунке 5.7 изображены два шара m_1 и m_2 . Скорости шаров $\vec{v}_1 > \vec{v}_2$ (поэтому, хотя скорости и направлены в одну сторону все равно будет удар).

Систему можно считать замкнутой. Кроме того, при абсолютно упругом ударе она консервативна.

5.6.2. Абсолютно неупругий удар

Абсолютно неупругий удар – это столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются и двигаются дальше, как единое целое.

Продемонстрировать абсолютно неупругий удар можно с помощью шаров из пластилина (глины), движущихся навстречу друг другу.

5.6.2. Абсолютно неупругий удар

Абсолютно неупругий удар – это столкновение двух тел, в результате которого тела объединяются и двигаются дальше, как единое целое.

Продемонстрировать абсолютно неупругий удар можно с помощью шаров из пластилина (глины), движущихся навстречу друг другу.

Когда $m_2 \gg m_1$ (масса неподвижного тела очень большая), то $v \ll v_1$ и почти вся кинетическая энергия при ударе переходит в другие формы энергии. Поэтому, например, для получения значительной деформации наковальня должна быть массивнее молотка.

Когда $m_2 \approx m_1$, тогда $v \approx v_1$ и практически вся энергия затрачивается на возможно большее перемещение, а не на остаточную деформацию (например, молоток – гвоздь).

Удар с частичной потерей энергии

Промежуток времени, в течение которого длится удар, обычно очень мал (на практике $\sim 10^{-4}..10^{-5}$ с), а развивающиеся на площадках контакта соударяющихся тел силы (т. н. ударные или мгновенные) очень велики. За время удара они изменяются в широких пределах и достигают значений, при которых средние величины давления (напряжений) на площадках контакта имеют порядок 10^4 и даже 10^5 атм. Ввиду малости времени удара, импульсами всех неударных сил, таких, например, как сила тяжести, а также перемещениями точек тела за время удара пренебрегают.



Удар с частичной потерей энергии

На анимации изображён следующий эксперимент. Шарик, движущийся со скоростью $u = 5$ м/с, налетает на массивную стенку, движущуюся ему навстречу со скоростью $v = 2$ м/с.

$$k = W/W_0 = 0,64.$$

Скорость, с которой он отскакивает от стенки равна

$$V = v(1+k^{1/2}) + uk^{1/2} = 7,6 \text{ м/с.}$$

Тот же ответ можно получить используя коэффициент восстановления

$$K = (V-v)/(u+v) = 0,8$$



За счет потери кинетической энергии происходит увеличение внутренней энергии системы сталкивающихся шаров, сопровождающееся разрушением тел при столкновении и их нагревом.

На основе этой формулы в ЦЕРНЕ построен БАК – большой адронный коллайдер (Швейцария).

$$\Delta K = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} = \frac{(v_1 - v_2)^2 m_1 m_2}{2(m_1 + m_2)}.$$

Величина $\mu = (m_1 + m_2) / m_1 m_2$ – носит название приведенной массы.

$(V_1 - V_2)$ – относительная скорость в векторном виде

Если продифференцировать обе части равенства по времени, то при условии, что M постоянна, получим:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = M \frac{d\vec{v}_{\text{ц.м.}}}{dt} = M \vec{a}_{\text{ц.м.}} = \vec{F}^{\text{внеш.}}, \quad (5.6.5)$$

где $\vec{F}^{\text{внеш.}}$ – внешняя результирующая сила, приложенная к системе. Необходимо очень тщательно определять систему и учитывать все изменения ее импульса.

Важным примером систем с переменной массой являются ракеты, которые движутся вперед за счет выбрасывания назад сгоревших газов; при этом ракета ускоряется силой, действующей на нее со стороны газов. Масса M ракеты все время уменьшается, т. е. $dM / dt < 0$

Другим примером систем с переменной массой представляет собой погрузка сыпучих или иных материалов на транспортную ленту конвейера; при этом масса M нагруженного конвейера возрастает, т.е. $dM / dt > 0$



Рассмотрим **движение тел с переменной массой на примере ракеты.**

Реактивное движение основано на принципе отдачи. В ракете при сгорании топлива газы, нагретые до высокой температуры, выбрасываются из сопла с большой скоростью v_{Γ} .

Ракета и выбрасываемые газы взаимодействуют между собой по **закону сохранения импульса**: $m_p v_p = m_{\Gamma} v_{\Gamma}$ На основании этого закона конечная скорость ракеты:

$$v_p = -v_{\Gamma} \ln \left(\frac{M_0}{M} \right), \quad (5.6.6)$$

$$v_p = -v_{\Gamma} \ln\left(\frac{M_0}{M}\right),$$

где v_{Γ} – относительная скорость выбрасываемых газов, M_0 и M – начальная и конечная массы ракеты.

Это соотношение в физике называют **формулой Циолковского**. Из него следует, что для достижения скорости в 4 раза превышающей по модулю относительную скорость выбрасываемых газов, стартовая масса одноступенчатой ракеты должна, примерно в 50 раз, превышать ее конечную массу.