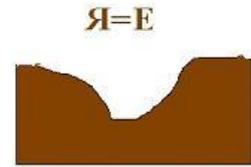


100

1 2 3



*Применение математических  
методов для решения  
содержательных задач из  
различных областей. (Решение задач  
с помощью  
систем уравнений и неравенств.)*

# Контрольные вопросы

- 1. Как на числовой прямой обозначаются числовые промежутки? Назовите их.
- 2. Что называется решением неравенства? Является ли решением неравенства  $3x - 11 > 1$  число 5, число 2? Что значит решить неравенство?
- 3. Как найти пересечение двух множеств чисел? объединение двух множеств?
- 4. Что называется решением системы неравенств? Является ли решением системы неравенств 
$$\begin{cases} 2x + 1 > 3 \\ 3x < 10 \end{cases}$$
 число 3? число 5? Что значит решить систему неравенств?

# Вместо звёздочек вставьте знаки

## «∩» и «∪»

• 1. Как называются промежутки? Назовите их.

• 2. Что называется решением неравенства? Является ли решение неравенства  $3x - 11 > 1$  число 5, число 2? Что значит решить неравенство?

• 3. Как называются промежутки? Объединение промежутков? Является ли решение системы неравенств  $\begin{cases} 2x + 1 > 3 \\ 3x < 10 \end{cases}$  число 3? Что значит решить систему неравенств?

• 4. Что называется решением системы неравенств? Является ли решение системы неравенств  $\begin{cases} 2x + 1 > 3 \\ 3x < 10 \end{cases}$  число 3? Что значит решить систему неравенств?

• 1. Как называются промежутки? Назовите их.

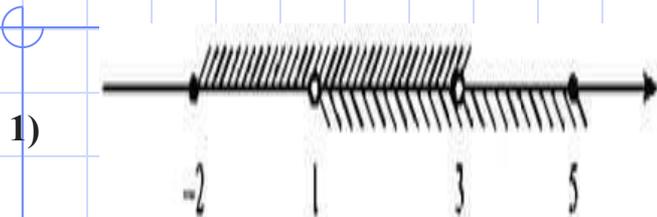
• 2. Что называется решением неравенства? Является ли решение неравенства  $3x - 11 > 1$  число 5, число 2? Что значит решить неравенство?

• 3. Как называются промежутки? Объединение промежутков? Является ли решение системы неравенств  $\begin{cases} 2x + 1 > 3 \\ 3x < 10 \end{cases}$  число 3? Что значит решить систему неравенств?

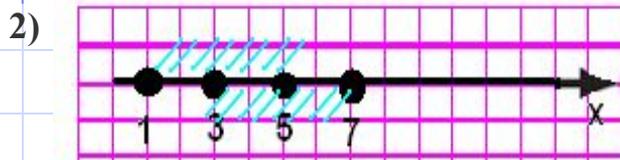
• 4. Что называется решением системы неравенств? Является ли решение системы неравенств  $\begin{cases} 2x + 1 > 3 \\ 3x < 10 \end{cases}$  число 3? Что значит решить систему неравенств?



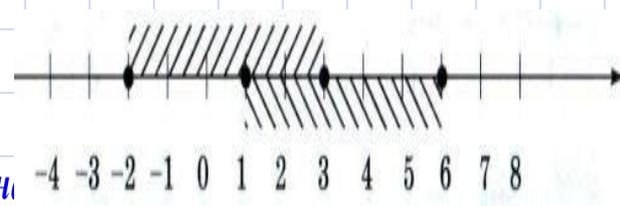
# Вместо звёздочек вставьте знаки « $\cap$ » и « $\cup$ »



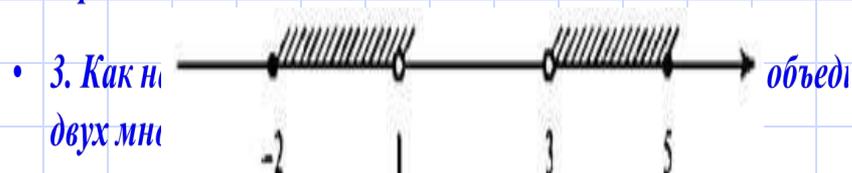
- $[-2; 3] \cup (1; 5] = [-2; 5]$
- $[-2; 3] \cap (1; 5] = (1; 3)$



- $[1; 5] \cap [3; 7] = [3; 5]$
- $[1; 5] \cup [3; 7] = [1; 7]$



- 1. Как найти  $[-2; 3] \cup (1; 5]$  промежутке? Назовите их.
- 2. Что называется решением неравенства? Является ли решением неравенства  $3x - 11 > 1$  число 5, число 2? Что значит решить неравенство?



- 3. Как найти объединение двух промежутков?
- 4. Что называется решением системы неравенств? Является ли решением системы неравенств  $\begin{cases} 2x + 1 > 3 \\ 3x < 10 \end{cases}$  число 3? Что значит решить систему неравенств?



# Матричный тест

	1 $(a;b)$	2 $[a;b]$	3 $(a;+\infty)$	4 $(-\infty;a]$	5 $[a;b)$	6 $(a;b]$	7 $[a;+\infty)$	8 $(-\infty;a)$
$a \leq x \leq b$								
$x \geq a$								
$x < a$								
$x > a$								
$a \leq x < b$								
$a < x < b$								
$x \leq a$								
$a < x \leq b$								



# Матричный тест

	1 (a;b)	2 [ a;b]	3 (a;+∞)	4 (- ∞; a ]	5 [a;b)	6 (a;b]	7 [a; + ∞)	8 (- ∞;a)
$a \leq x \leq b$		+						
$x \geq a$							+	
$x < a$								+
$x > a$			+					
$a \leq x < b$					+			
$a < x < b$	+							
$x \leq a$				+				
$a < x \leq b$						+		

***Установите соответствие между  
неравенством и числовым  
промежутком***

	<b>Неравенство</b>	<b>Числовой промежуток</b>
1	$x \geq 12$	1. $(-\infty; -0,3)$
2	$-4 < x \leq 0$	2. $(3; 18)$
3	$x < -0,3$	3. $[12; +\infty)$
4	$2,5 \leq x < 10$	4. $(-4; 0]$
5	$3 < x < 18$	5. $[4; 12]$
6	$4 \leq x \leq 12$	6. $[2,5; 10)$

**Ответы:**



**13; 24; 31; 46; 52; 65.**

«Математика учит преодолевать трудности и исправлять собственные ошибки»

*Найдите ошибку в решении неравенства и объясните почему допущена ошибка*

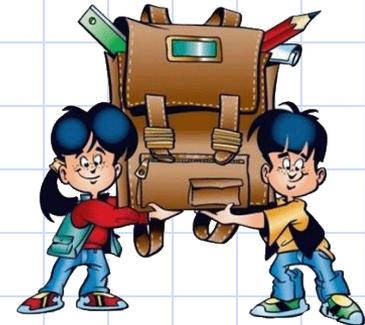
$$6 + 2x > 8$$

$$2x > 8 + 6$$

$$2x > 8 - 6$$

$$2x > 14$$

$$x > 7$$



«Математика учит преодолевать трудности и исправлять собственные ошибки»

*Найдите ошибку в решении неравенства и объясните почему допущена ошибка*

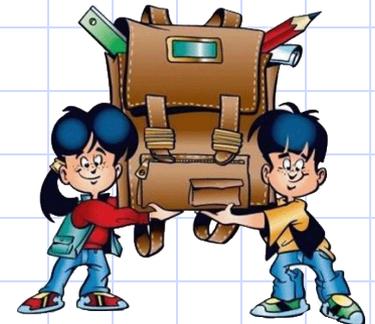
$$2 - 3x < 5$$

$$-3x < 5 - 2$$

$$-3x < 3$$

$$x < -1$$

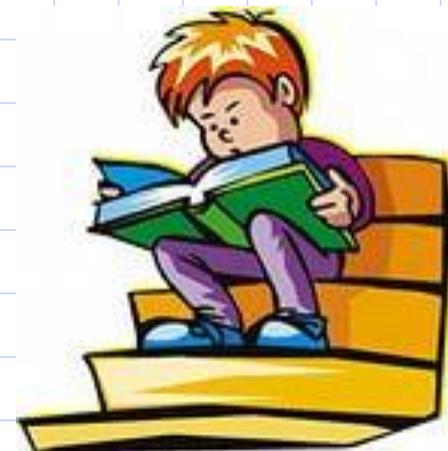
$$x > -1$$



# *Решение систем неравенств с одной переменной*

*Решением системы неравенств с одной переменной называется значение переменной, при котором верно каждое из неравенств системы*

*Решить систему неравенств* –  
значит  
*найти все её решения или доказать,  
что решений нет.*

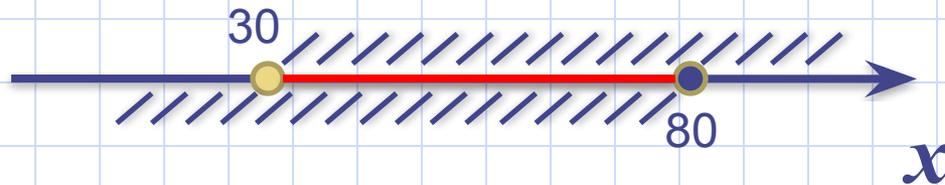


# Решаем систему неравенств.

$$\begin{cases} 7x > 210, \\ 5x \leq 400; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 210:7, \\ x \leq 400:5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 30, \\ x \leq 80. \end{cases}$$



**Ответ:  $(30; 80]$**

# *Алгоритм решения систем неравенств с одной переменной*

- 1. Решить каждое неравенство системы.*
- 2. Изобразить графически решения каждого неравенства на координатной прямой.*
- 3. Найти пересечение решений неравенств на координатной прямой.*
- 4. Записать ответ в виде числового промежутка.*

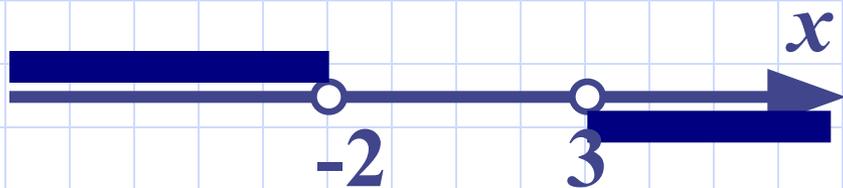


# Решаем систему неравенств.



Решить систему неравенств – значит найти все её решения или доказать, что решений нет.

$$\begin{cases} 1 - 5x > 11, \\ 6x - 18 > 0 \end{cases} \begin{cases} -5x > 10, \\ 6x > 18 \end{cases} \iff \begin{cases} x < -2, \\ x > 3 \end{cases}$$



**Ответ: решений нет**

4.

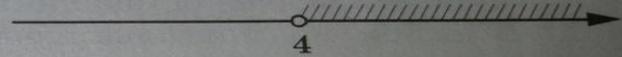
8

Укажите множество решений системы неравенств

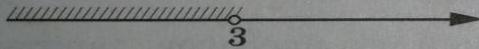
$$\begin{cases} -12 + 3x > 0, \\ 9 - 4x > -3. \end{cases}$$

1) система не имеет решений

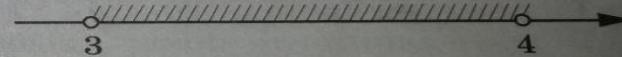
3)



2)



4)



Ответ:

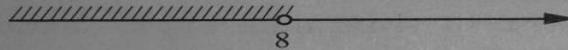
5.

8

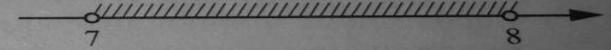
Укажите множество решений системы неравенств

$$\begin{cases} -35 + 5x < 0, \\ 6 - 3x > -18. \end{cases}$$

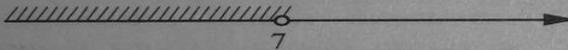
1)



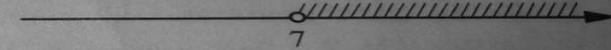
3)



2)



4)



Ответ:



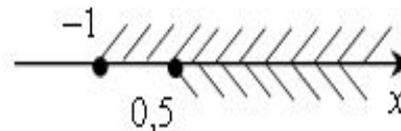
# Где могут применяться системы неравенств?

Найдите область определения функции:

- 1. Каким числовой прямой обозначаются числовые промежутки? Назовите их.
- 2. Что называется решением неравенства? Является ли решением неравенства  $x + 1 = 0$  число 0, число 2? Что значит решить неравенство?
- 3. Как называются неравенства двух переменных число? обозначаются двух переменных?
- 4. Что называется решением системы неравенств? Является ли решением системы неравенств  $\begin{cases} x + 1 > 0 \\ x - 2 < 0 \end{cases}$  число 0? Что значит решить систему неравенств?

Решение:

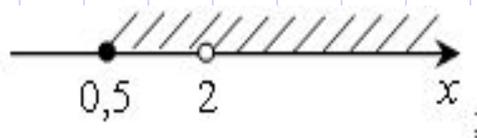
$$\begin{cases} 2x - 1 \geq 0, \\ x + 1 \geq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 2x \geq 1, \\ x \geq -1; \end{cases} \quad \begin{cases} x \geq 0,5, \\ x \geq -1. \end{cases}$$



Знаменатель равен нулю, если:

$$\begin{aligned} \sqrt{2x-1} &= \sqrt{x+1}; \\ 2x-1 &= x+1; \\ 2x-x &= 1+1; \\ x &= 2. \end{aligned}$$

Значит, из области определения функции необходимо исключить  $x = 2$

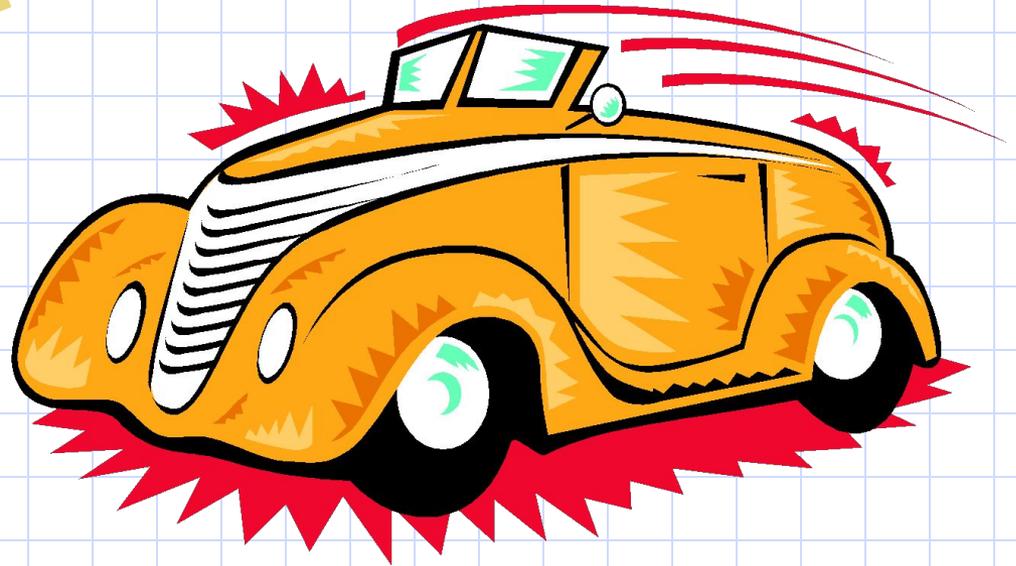
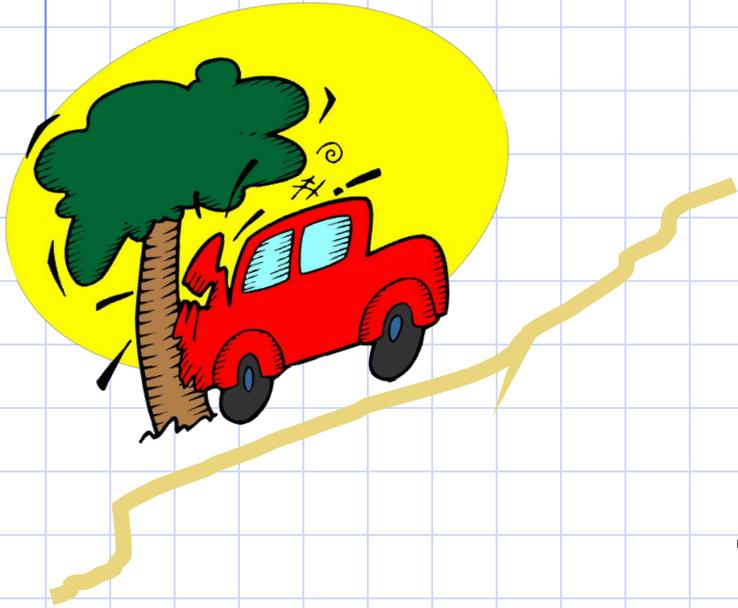


$$[0,5; 2) \cup (2; +\infty).$$

Ответ:  $[0,5; 2) \cup (2; +\infty)$ .

## Задача:

*Легковая машина по лесной дороге за 8 часов проезжает больше 240 км, а по шоссе за 6 часов проезжает меньше 324 км. В каких пределах может изменяться его скорость?*



V

t

S

$x$  км/ч

8 ч *больше* 240 км

$$8x > 240$$

$x$  км/ч

6 ч *не более* 324 км

$$6x < 324$$

$$8x > 240,$$

$$6x < 324.$$



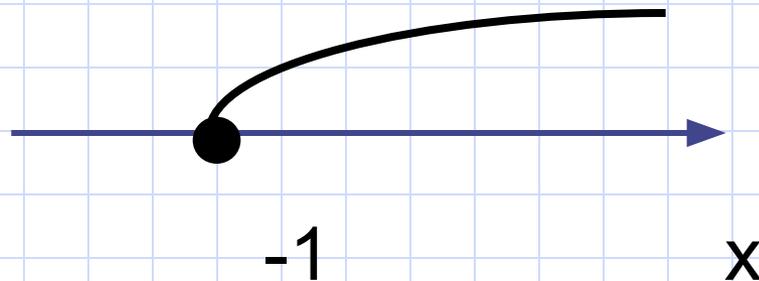
# ***РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ***

# Найди ошибку!

Решить неравенство:  $2x+4 \geq 6$ ;

Решение:  $2x \geq -2$ ;

$x \geq -1$ ;



Ответ:  $[-1; +\infty)$ .



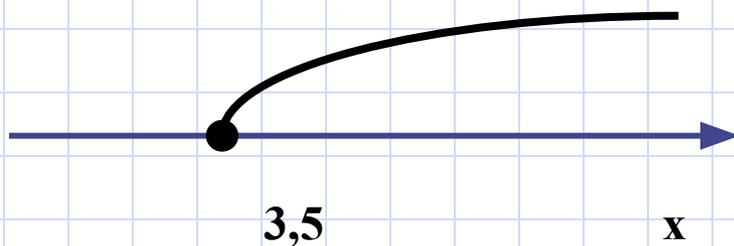
# Найди ошибку!

Решить неравенство  $3x - 3 < x + 4$

Решение:  $3x - x < 3 + 4$

$$2x < 7$$

$$x > 3,5$$



**Ответ:**  $x > 3,5$

**или**  $[3,5; +\infty)$



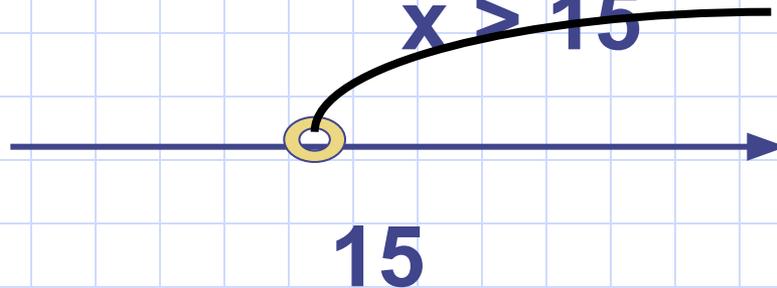
# Найди ошибку!

Решить неравенство:  $13x > 16x + 45$

Решение:  $13x - 16x > 45$

$$-3x > 45$$

$$x > 15$$



Ответ:  $x > 15$  или  $(15; +\infty)$



# Найди ошибку!

Решить неравенство

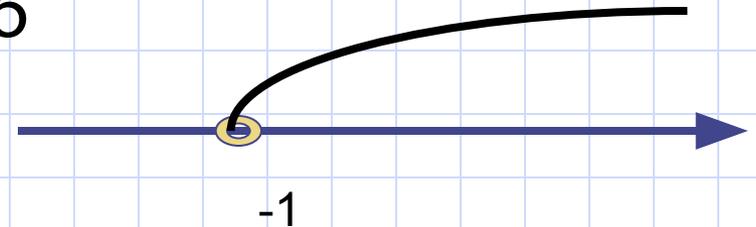
$$x - 0,25(x+4) + 0,5(3x-1) > 3$$

Решение:  $\underline{x - 0,25x - 1 + 1,5x - 0,5} > 3$

$$1,25x > 1,5 - 3$$

$$1,25x > -1,25$$

$$x > -1$$



x

Ответ:  $x > -1$  или  $(-1; +\infty)$



# Найди ошибку!

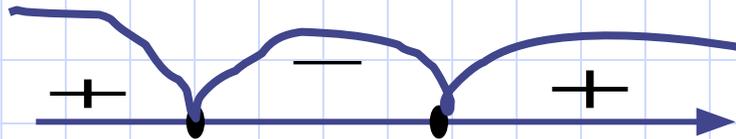
Решить неравенство:

$$x^2 - 4 \geq 0$$

Решение:  $(x - 2)(x + 2) \geq 0$

Значит  $x_1 = 2$   $x_2 = -2$

Для решения неравенства методом интервалов поставим найденные корни на числовой прямой ...



Ответ:  $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$   $x$

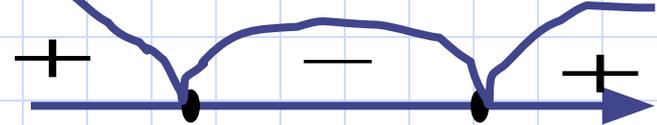
Решить неравенство:

$$x^2 + x - 6 \geq 0$$

Решение:  $x^2 + 5x - 6 = 0$

т.к.  $a + b + c = 0$ , то  $x_1 = 1$ , а

$x_2 = 6$



1

6

Ответ:  $(-\infty; 1] \cup [6; +\infty)$



# Найди ошибку!

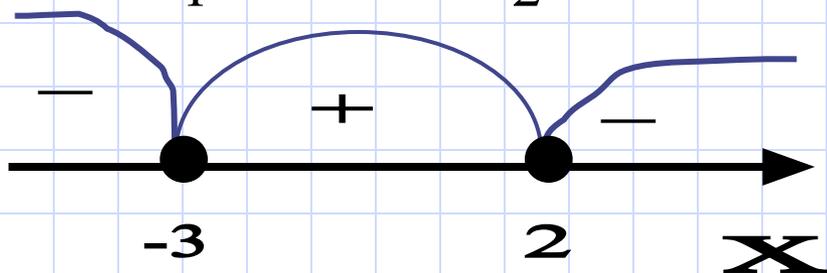
Решить

неравенство:

$$x^2 + x - 6 \geq 0$$

Решение:

$$x_1 = -3; x_2 = 2.$$



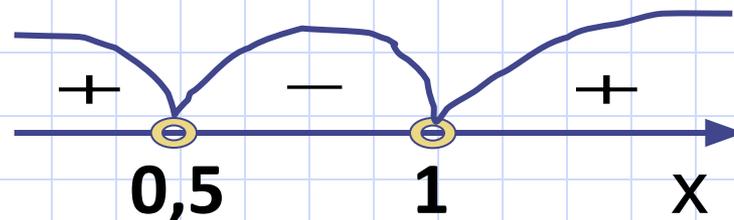
Ответ: [-3;2]

Решить неравенство:

$$-2x^2 + x + 1 \leq 0$$

Решение: т.к.  $a+b+c=0$ ,

$$\text{то } x_1 = 1 \quad x_2 = 0,5$$



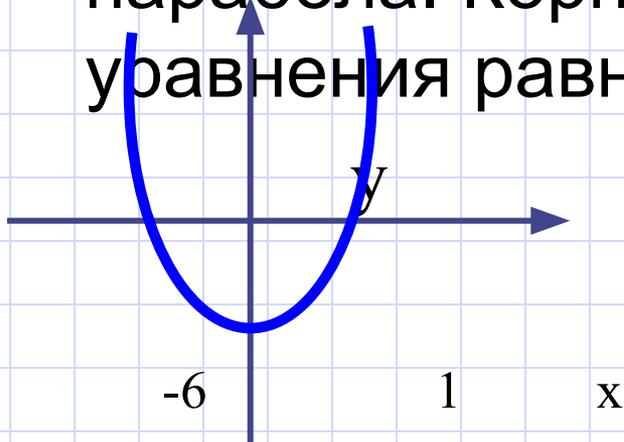
Ответ: (0,5;1)



# Найди ошибку!

Решить графически неравенство  
 $x^2+5x-6 \leq 0$

Решение: рассмотрим  $y = x^2+5x-6$ , это квадратичная функция, графиком является парабола. Корни соответствующего уравнения равны -6 и 1.



Ответ:  $(-\infty; -6] \cup [1; +\infty)$

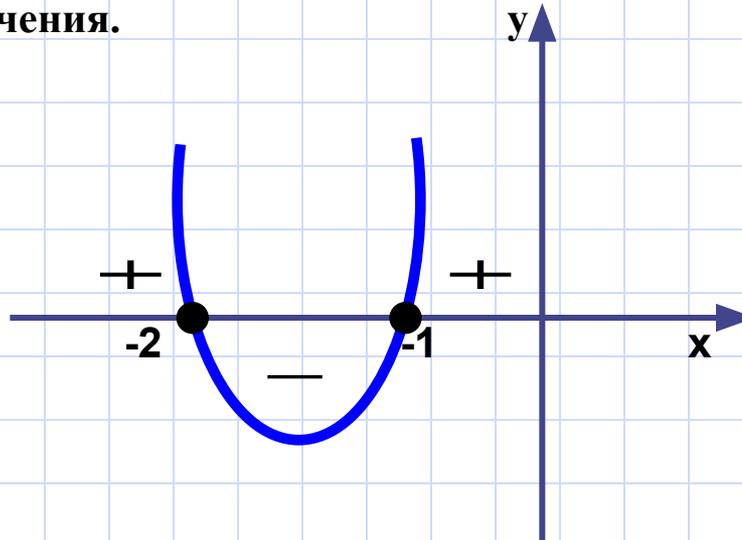


# Найди ошибку!

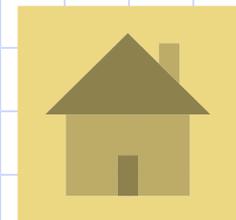
Решить неравенство  $(x-1)(x+2) \leq 0$

Решение:  $x^2+2x+x+2 \leq 0$   
 $x^2+3x+2 \leq 0$

Рассмотрим  $y = x^2+3x+2$  - это квадратичная функция. Графиком является парабола. Ветви вверх. Корни соответствующего уравнения равны  $x_1=-2$ ,  $x_2=-1$ . Построим эскиз графика и по нему определим промежутки, на которых квадратичная функция принимает отрицательные значения.



Ответ:  $[-2;-1]$



## Алгоритм решения задач с помощью систем уравнений

1. **Обозначить неизвестные элементы переменными;**
2. **По условию задачи составить систему уравнений;**
3. **Удобным способом решить полученную систему уравнений;**
4. **Выбрать ответ удовлетворяющий условию задачи.**

# Задача №1.

- «Спортивная площадка площадью  $2400 \text{ м}^2$  огорожена забором длиной  $200 \text{ м}$ .
- Найти длину и ширину этой площадки.»

# Решение:



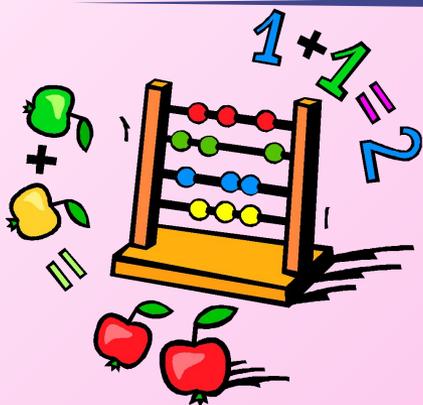
Пусть  $x$  м – длина площадки,  
 $y$  м – ширина площадки.

$$\begin{cases} (x + y) \cdot 2 = 200; \\ xy = 2400; \end{cases} \begin{cases} x + y = 200 : 2; \\ xy = 2400; \end{cases} \begin{cases} x + y = 100; \\ xy = 2400; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 100 - x; \\ x(100 - x) = 2400; \end{cases} \begin{cases} y = 100 - x; \\ 100x - x^2 = 2400 \end{cases}$$

$$-x^2 + 100x - 2400 = 0$$

$$x^2 - 100x + 2400 = 0$$



$$D = 400$$

$$x_1 = 60,$$

$$x_2 = 40.$$



**Если  $x_1 = 60$ , то  $y_1 = 100 - 60 = 40$**

**Если  $x_2 = 40$ , то  $y_2 = 100 - 40 = 60$**

**Ответ: 60 м длина спортивной площадки,  
40 м ширина этой площадки.**

- **Задача №2.** Сумма длин катетов прямоугольного треугольника равна 23 см, а длина его гипотенузы равна 17 см.  
Найдите длину каждого катета.

$$B) \begin{cases} x+y=23 \\ x^2+y^2=17^2 \end{cases}$$

# Алгоритм решения задач, в которых используется формула двузначного числа.

- Вводится обозначение:  
x – цифра десятков  
y – цифра единиц
- Искомое двузначное число  $10x + y$
- Составить систему уравнений

## Задача №3.

- Двухзначное число в четыре раза больше суммы его цифр. Если к этому числу прибавить произведение его цифр, то получится 32. Найдите это двухзначное число.

# Решение задач

- $X$  – цифра десятков.  $Y$  – цифра единиц.  $10x + y$  – искомое число.

$$\begin{cases} 10x + y = 4(x + y) \\ 10x + y + xy = 32 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 10x + y = 4x + 4y \\ 10x + y + xy = 32 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x = 3y \\ 10x + y + xy = 32 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ 10x + 2x + 2x^2 = 32 \end{cases}$$

$x_1 = -8$  (посторонний корень)  $x_2 = 2$ ,  
тогда  $y = 4$ .

# Задача №4

- **Один комбайнер может убрать урожай пшеницы с участка на 24 ч быстрее, чем другой. При совместной работе они закончат уборку урожая за 35 часов. Сколько времени потребуется каждому комбайнеру, чтобы одному убрать урожай?**

# Решение задачи

- Вспомним формулу для вычисления работы

$$A = N \cdot t$$

- A-работа, N-производительность, t-время

	A	N	t	За t=35
1 рабочий	1	1/x	x	35/x
2 рабочий	1	1/y	y	35/y

Составим систему:

$$\begin{cases} \frac{35}{x} + \frac{35}{y} = 1 \\ y = 24 + x \end{cases}$$

# Решаем систему способом подстановки

- Ответ:  $y = 60, x = 84$

# Задача 5.

Длина прямоугольника на 5 см больше его ширины, а периметр прямоугольника равен 22 см. Найти длину и ширину прямоугольника.

- **Решение.** 1). Пусть длина прямоугольника  $x$  см, а ширина  $y$  см. Так как длина на 5 см больше ширины, составим первое уравнение:  $x - y = 5$ . Так как периметр прямоугольника 22 см, составим второе уравнение:

$$2(x + y) = 22.$$

2). Так как эти условия выполняются одновременно, составим и решим систему уравнений:

$$x = 8,$$

$$y = 3.$$

$$\begin{cases} x - y = 5, \\ 2x + 2y = 22 \end{cases} ; \quad \begin{cases} 2x - 2y = 10, \\ 2x + 2y = 22; \end{cases}$$



$$\begin{cases} 4x = 32, \\ x = 8; \end{cases}$$

**Ответ:** длина прямоугольника – 8 см, ширина – 3 см.

# Составьте систему уравнений по условию задачи №6:

- « Одна сторона прямоугольника меньше другой на 5 см, периметр прямоугольника равен 38 см. Найти стороны этого прямоугольника.»
- **ВЫБЕРИТЕ ПРАВИЛЬНЫЙ ОТВЕТ.**

А)  $\begin{cases} X - Y = 5, \\ X + Y = 38; \end{cases}$  Б)  $\begin{cases} X + Y = 5, \\ 2(X + Y) = 38; \end{cases}$  В)  $\begin{cases} X - Y = 5 \\ 2(X + Y) = 38; \end{cases}$

Составьте систему уравнений по условию задачи:

1. «На двух полках 60 книг. На второй полке на 10 книг меньше, чем на первой. Сколько книг на каждой полке?»»
2. «Автомобиль проехал некоторое расстояние за 30 минут. За какое время проедет это же расстояние велосипедист, скорость которого в 5 раз меньше?»»

- Две бригады, работая совместно, могут выполнить некоторое задание за 3 ч 36 мин. Сколько времени затратит на выполнение этого задания каждая бригада, работая в отдельности, если известно, что первой бригаде требуется для этого на 3 часа больше времени, чем второй.

# Решаем системы неравенств

• 1. Как на числовой прямой обозначаются числовые промежутки?  
Назовите их.

• 2. Что называется решением неравенства? Является ли решением неравенства  $3x - 11 > 1$  число 5, число 2? Что значит решить неравенство?

• 3. Как найти пересечение двух множеств чисел? объединение двух множеств?

• 4. Что называется решением системы неравенств? Является ли решением системы неравенств  $\begin{cases} 2x + 1 > 3 \\ 3x < 10 \end{cases}$  число 3? число 5?  
Что значит решить систему неравенств?

• 1. Как на числовой прямой обозначаются числовые промежутки?  
Назовите их.

• 2. Что называется решением неравенства? Является ли решением неравенства  $3x - 11 > 1$  число 5, число 2? Что значит решить неравенство?

• 3. Как найти пересечение двух множеств чисел? объединение двух множеств?

• 4. Что называется решением системы неравенств? Является ли решением системы неравенств  $\begin{cases} 2x + 1 > 3 \\ 3x < 10 \end{cases}$  число 3? число 5?  
значит решить систему неравенств?



# Тест ~~«Да»~~- или ~~«Нет»~~

*Каждый последующий ответ пририсовывается к предыдущему.*

1. Верно ли утверждение: если  $x > 2$  и  $y > 14$ , то  $x + y > 16$ ?
2. Верно ли утверждение: если  $x > 2$  и  $y > 14$ , то  $x \cdot y < 28$ ?
3. Является ли число 0 решением неравенства  $3x - 1 < 11$ ?
4. Существует ли целое число, принадлежащее промежутку  $[-2, 5; -2, 3]$ ?
5. Является ли неравенство  $3x + 12 > 2x - 2$  строгим?
6. Верно ли, что при умножении или делении обеих частей неравенства на отрицательное число, знак неравенства не меняется?

**Ответ:**



# ТЕСТ

1. Найти уравнение второй степени с двумя переменными:

А)  $2x+4y^2 = 20$

В)  $(x+4)(y-3) = 5$

Б)  $3x - y = 18$

Г)  $xy+6 = 26$

2. Найти решение системы уравнений

$$\begin{cases} x^2+y^2=5; \\ 6x + 5y = -4, \end{cases}$$

А)  $(-2;1)$

Б)  $(1;-2)$

3. Выразить  $y$  через  $x$  в выражении  $-2x^2 - y = 5$ :

А)  $y = 5 - 2x^2$

Б)  $y = 2x^2+5$

В)  $y = -2x^2 - 5$