

# Схема Бернулли (Повторение испытаний)

---

# Формула Бернулли

Вероятность того что в  $n$  независимых испытаниях, в каждом из которых вероятность появления события равна  $P$ , событие наступит ровно  $K$  раз, вычисляется по формуле Бернулли

$$P_n(K) = C_n^K \cdot p^K \cdot q^{n-K}$$

где  $q$ - вероятность противоположного события

$$q=1-p$$

## Задача 1

Какова вероятность того,  
что при 10 бросаниях игрального кубика «четверка»  
выпадет:

- а) ровно 3 раза;
- б) ровно 2 раза;
- в) ровно 6 раз;
- г) не выпадет ни разу?



## Решение

Число  $n$  независимых повторений (бросаний) равно 10.

Число  $k$  «успехов» равно 3.

Вероятность  $p$  «успеха», т.е. вероятность выпадения «четверки» при одном бросании кубика, равна  $\frac{1}{6}$ , а вероятность «неудачи» равна  $\frac{5}{6}$ .

$$P_{10}(3) = C_{10}^3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{10-3} = 0,155$$

$$P_{10}(2) = C_{10}^2 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^8$$

$$P_{10}(6) = C_{10}^6 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^6 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^4$$

$$P_{10}(0) = C_{10}^0 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^0 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{10} = \left(\frac{5}{6}\right)^{10}$$



## Задача 2

Найти вероятность того, что при 9 бросаниях монеты «орел» выпадет ровно 4 раза.

### Решение

Событие А выпадение «орла»,  $p = 0,5$ ;  $q = 0,5$ .

Бросания предполагаем независимыми друг от друга.

По формуле Бернулли, в которой

$$n=9, k=4, p=0,5, q=0,5.$$

$$P_9(4) = C_9^4 \cdot 0,5^4 \cdot 0,5^{9-4} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot \frac{1}{2^9} = \frac{2 \cdot 7 \cdot 9}{512} = \frac{63}{256} = 0,246$$

Ответ: 0,246.



## Задача 3



За один выстрел стрелок поражает мишень с вероятностью  $0,1$ .  
Найти вероятность того, что при  $5$  выстрелах он **хотя бы раз попадет** в мишень.

## Решение

Считаем, что все 5 выстрелов производятся независимо друг от друга.

Событие В - попадание в мишень при одном выстреле.

$$p = 0,1; q = 1 - 0,1 = 0,9.$$

А – событие, заключающееся в том, что при 5 выстрелах будет хотя бы 1 попадание

Тогда  $\bar{A}$  – событие, при котором стрелок все 5 раз «промазал».

$$P(\bar{A}) = P_5(0) = C_5^0 \cdot 0,1^0 \cdot 0,9^5 = 0,5905$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,5905 = 0,4095$$

**Ответ: 0,4095.**

## Решение задач

4. Вероятность появления события  $A$  равна  $0,4$ . Найти вероятность того, что при 6 испытаниях событие  $A$  появится не более 3 раз.
5. Монету подбрасывают 5 раз. Найти вероятность того, что она упадет гербом не менее 4 раз.
6. В классе 20 мальчиков и 10 девочек. На каждый из 3 вопросов, заданных учителем, ответили по одному ученику. Найти вероятность того, что среди ответивших было 2 мальчика и одна девочка.



# Наивероятнейшее число наступления события

Число  $k$  называется *наивероятнейшим числом* наступления события  $A$  в  $n$  испытаниях, если

Если  $P_k(n) \geq P_{m_i}(n)$  при  $m_i \neq k$   
определим  $P \neq 0$  и  $P \neq 1$  то число  $k$  можно  
определить из неравенства

$$np - q \leq k \leq np + p$$

Число  $k$  может принимать или единственное значение, или два наивероятнейших значения.

## Задача 8

Вероятность попадания стрелком в цель равна 0,7. Сделано 25 выстрелов. Найти наивероятнейшее число попаданий в цель.

### Решение

$$n=25; \quad p=0,7; \quad q=0,3$$

$$25 \cdot 0,7 - 0,3 \leq k \leq 25 \cdot 0,7 + 0,7$$

$$17,2 \leq k \leq 18,2$$

Т.к.  $k$  - целое число, то  $k=18$

***Ответ:  $k=18$***

## Задача 8

В урне 10 белых и 40 черных шаров. Подряд вынимают 14 шаров, причем цвет вынутого шара регистрируют, а затем шар возвращают в урну. Найти наивероятнейшее число появлений белого шара.

### Решение

$$n=14; \quad p=10/50=1/5; \quad q=1-1/5=4/5$$

$$\frac{14}{5} - \frac{4}{5} \leq k \leq \frac{14}{5} + \frac{1}{5}$$

$$2 \leq k \leq 3$$

Т.о., задача имеет 2 решения:  $k=2$ ;  $k=3$

**Ответ:**  $k=2$ ;  $k=3$

# Решение задач

7. В результате многолетних наблюдений установлено, что вероятность выпадения дождя в Москве 1 октября равна  $1/7$ . Найти наивероятнейшее число дождливых дней в Москве 1 октября за 40 лет.

---

8. Имеется 20 ящиков однородных деталей. Вероятность того, что в одном наудачу взятом ящике детали окажутся стандартными, равна  $0,75$ . Найти наивероятнейшее число ящиков, в которых все детали стандартные.

9. В урне 100 белых и 80 черных шаров. Из урны извлекают  $n$  шаров (с возвратом каждого вынутого шара). Наивероятнейшее число появлений белого шара равно 11. Найти  $n$ .

10. Один рабочий за смену может изготовить 120 изделий, другой – 140 изделий, причем вероятности того, что эти изделия высшего сорта, составляют соответственно  $0,94$  и  $0,8$ . Определить наивероятнейшее число изделий высшего сорта, изготовленных каждым рабочим.

## Домашнее задание

---

1. В каждом из 4 ящиков по 5 белых и по 15 черных шаров. Из каждого ящика вынули по одному шару. Какова вероятность вынуть 2 белых и 2 черных шара?
2. Имеется 100 урн с белыми и черными шарами. Вероятность появления белого шара из каждой урны равно 0,6. Найти наиболее вероятное число урн, в которых все шары белые.