

Арифметические основы работы ЭВМ

- АВМ, ЦЭВМ. Алфавит ЦЭВМ (ЭВМ, ПК).
- Позиционные системы счисления (10-я, 2-я)
- Перевод (10) – (2)
- Перевод (2) – (10)
- Перевод дробной части
- Таблица соответствий
- Перевод (2) – (8)
- Перевод (8) – (2)
- Перевод (2) – (16)
- Перевод (16) – (2)
- Арифметические операции (+, *)
- Представление чисел в памяти ЭВМ

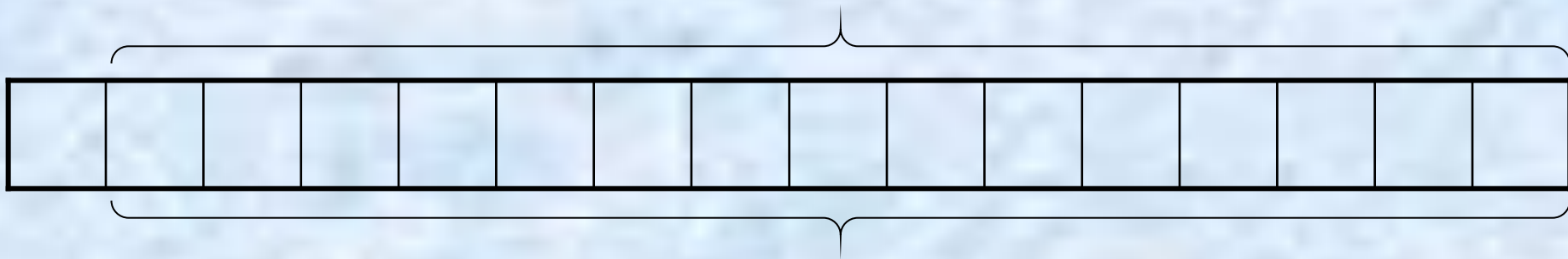
Представление целых чисел в памяти ЭВМ

Иначе: представление чисел в формате с фиксированной точкой. Точка располагается справа от младшего разряда

Наиболее часто используется
формат ***H*** (2 байта, 16 бит)

ПРЯМОЙ КОД ЧИСЛА

Знак числа
0 – «+», ***1*** – «-»



Число в двоичном коде

Минимальное число:

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$1111\ 1111\ 1111\ 1111_{(2)} = FF\ FF_{(16)} = -32\ 767_{(10)}$$

Максимальное число:

0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$0111\ 1111\ 1111\ 1111_{(2)} = 7F\ FF_{(16)} = 32\ 767_{(10)}$$

Фиксированная точка позволяет задавать числа в строго определенном диапазоне

Формат F (4 байта, 32 бита)

Минимальное число:



$$FF\ FF\ FF\ FF_{(16)} = -2\ 147\ 483\ 647_{(10)}$$

Максимальное число:



$$7F\ FF\ FF\ FF_{(16)} = 2\ 147\ 483\ 647_{(10)}$$

Представление 0 (нуля) в прямом коде

1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

И

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

0 (ноль) представлен двумя способами.

Количество положительных и отрицательных чисел одинаково.

Задача: представить числа 255 и -255 в формате Н (прямой код).

$$255_{(10)} = 1111\ 1111_{(2)}$$

0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$0000\ 0000\ 1111\ 1111_{(2)} = 00\ FF_{(16)}$$

$$-255_{(10)}$$

1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$1000\ 0000\ 1111\ 1111_{(2)} = 80\ FF_{(16)}$$

Задачи: числа представлены в формате H.
Определить знак числа.

- 9754
- 157A
- ABCD
- E100
- 0A00
- 7A0B
- 8000

Представить числа 67, -67, 108, -108 в прямом коде.

Машинные коды чисел (дополнительный код числа)

Для представления отрицательных чисел и замены операции вычитания операцией сложения, используется дополнительный код числа.

Правило образования двоичных машинных кодов:

- положительное число в прямом и дополнительном кодах выглядит одинаково;
- дополнительный код отрицательного числа может быть получен из прямого кода положительного числа заменой всех 0 (нулей) на 1 (единицы) и всех 1 на 0 (инверсия). Затем к младшему разряду прибавляется 1.

Например, 31 и -31 в дополнительном коде.

$$31_{(10)} = 11111_{(2)}$$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$31(\text{пр}) = 31(\text{доп}) \rightarrow 00\ 1F$$

-31(доп)

+31(пр) = 0000 0000 0001 1111

Инверсия: 1111 1111 1110 0000

Прибавляем 1: 1

- 31(доп): 1111 1111 1110 0001 (FF E1)

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Например, 30 и -30 в дополнительном коде.

$$30_{(10)} = 11110_{(2)}$$

0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

$$30(\text{пр}) = 30(\text{доп}) \rightarrow 00\ 1\text{E}$$

-30(доп)

+30(пр) = 0000 0000 0001 1110

Инверсия: 1111 1111 1110 0001

Прибавляем 1: 1

-30(доп): 1111 1111 1110 0010 (FF E2)

1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Задачи: числа представлены в формате H.
Определить знак числа.

- 9754
- 157A
- ABCD
- E100
- 0A00
- 7A0B
- 8000

Представить числа 67, -67, 108, -108 в прямом и дополнительном кодах.

Задачи: представить числа в прямом и дополнительном кодах:

17, -17, 38, -38, 169, -169

Преимущества дополнительного кода

- операция вычитания заменяется операцией сложения чисел в дополнительном коде.
- один “0” \square 0000 0000 0000 0000
- Диапазон чисел: $-32\,768 \dots 32\,767$

Таким образом, ***все арифметические операции (+, -, *, /) в ЭВМ сведены к одной – операции сложения.***

Арифметические действия над машинными кодами

Необходимо учитывать:

- числа в памяти компьютера хранятся в дополнительном коде;
- числа складываются вместе со знаками, при этом формируется знак результата. Единица переноса из знакового разряда “стирается”.

Задача. Дано: $x = 126$, $y = 267$.

Найти: $x + y$; $x - y$; $-x + y$; $-x - y$

$$X = 126 = 7E_{(16)} = 111\ 1110_{(2)}$$

$$Y = 267 = 10B_{(16)} = 1\ 0000\ 1011_{(2)}$$

$$\begin{array}{r} X(\text{пр}) = X(\text{доп}) = \quad 0000\ 0000\ 0111\ 1110 \\ - X(\text{доп}) = \quad \quad 1111\ 1111\ 1000\ 0010 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} Y(\text{пр}) = Y(\text{доп}) = \quad 0000\ 0001\ 0000\ 1011 \\ - Y(\text{доп}) = \quad \quad 1111\ 1110\ 1111\ 0101 \end{array}$$

$x + y;$

$$\begin{array}{r} 0000\ 0000\ 0111\ 1110 \\ +\ 0000\ 0001\ 0000\ 1011 \\ \hline 0000\ 0001\ 1000\ 1001 \end{array}$$

Проверка: $126 + 267 = 393$

$$1\ 1000\ 1001 = 2^8 + 2^7 + 2^3 + 2^0 = 256 + 128 + 8 + 1 = 393$$

$x - y;$

$$\begin{array}{r} 0000\ 0000\ 0111\ 1110 \\ +\ 1111\ 1110\ 1111\ 0101 \\ \hline 1111\ 1111\ 0111\ 0011 \end{array}$$

Проверка: $126 - 267 = -141$

$$1111\ 1111\ 0111\ 0011 - 1 = 1111\ 1111\ 0111\ 0010$$

Инвертируем: $0000\ 0000\ 1000\ 1101$

$$1000\ 1101 = 2^7 + 2^3 + 2^2 + 2^0 = 128 + 8 + 4 + 1 = 141$$

Результат: -141

- x + y;

$$\begin{array}{r} 1111\ 1111\ 1000\ 0010 \\ +\ 0000\ 0001\ 0000\ 1011 \\ \hline 0000\ 0000\ 1000\ 1101 \end{array}$$

Проверка: $-126 + 267 = 141$

$$1000\ 1101 = 2^7 + 2^3 + 2^2 + 2^1 = 128 + 8 + 4 + 1 = 141$$

Результат: 141

- x - y;

$$\begin{array}{r} 1111\ 1111\ 1000\ 0010 \\ + 1111\ 1110\ 1111\ 0101 \\ \hline 1111\ 1110\ 0111\ 0111 \end{array}$$

Проверка: $-126 - 267 = -393$

$$1111\ 1110\ 0111\ 0111 - 1 = 1111\ 1110\ 0111\ 0110$$

Инвертируем: 0000 0001 1000 1001

$$1\ 1000\ 1001 = 2^8 + 2^7 + 2^3 + 2^0 = 256 + 128 + 8 + 1 = 393$$

Результат: -393

Даны $X = 27\ 154$; $Y = 7\ 589$

Получить $X + Y$

$- X - Y$

$X(\text{пр}) = 0110\ 1010\ 0001\ 0010$

$X(\text{доп}) = 0110\ 1010\ 0001\ 0010$

$- X(\text{доп}) = 1001\ 0101\ 1110\ 1110$

$Y(\text{пр}) = 0001\ 1101\ 1010\ 0101$

$Y(\text{доп}) = 0001\ 1101\ 1010\ 0101$

$- Y(\text{доп}) = 1110\ 0010\ 0101\ 1011$

Даны $X = 27\ 154$; $Y = 7\ 589$

Получить $X + Y$

$X(\text{доп}) = 0110\ 1010\ 0001\ 0010$

$Y(\text{доп}) = 0001\ 1101\ 1010\ 0101$

$$\begin{array}{r} 0110\ 1010\ 0001\ 0010 \\ + 0001\ 1101\ 1010\ 0101 \\ \hline 1000\ 0111\ 1011\ 0111 \end{array}$$

Проверка: $27\ 154 + 7\ 589 = 34\ 743$

Результат: $1000\ 0111\ 1011\ 0111$

В знаковом разряде – “1”. Число отрицательное.

Причина: $34743 > 32\ 767$

Даны $X = 27\ 154$; $Y = 7\ 589$

Получить $-X - Y$

- $X(\text{доп}) = 1001\ 0101\ 1110\ 1110$

- $Y(\text{доп}) = 1110\ 0010\ 0101\ 1011$

$$\begin{array}{r} 1001\ 0101\ 1110\ 1110 \\ + 1110\ 0010\ 0101\ 1011 \\ \hline 0111\ 0111\ 1100\ 1001 \end{array}$$

Проверка: $-27\ 154 - 7\ 589 = -34\ 743$

Результат: $0111\ 0111\ 1100\ 1001$

В знаковом разряде – “0”. Число положительное.

Причина: $-34743 < -32\ 768$