

РАЗМЕРНОСТИ. ПОДОБИЕ. МОДЕЛИРОВАНИЕ

ОСНОВЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Белкин Александр Анатольевич

ЛЕКЦИЯ 4

ПЛАН ЛЕКЦИИ

1. Измерение, единицы измерения, системы единиц
2. Введение в теорию размерностей
3. Виды подобия
4. Основы моделирования

ИЗМЕРЕНИЕ

определения отношения одной (измеряемой) величины с другой однородной величиной (единицей измерения), хранящейся в техническом средстве (средстве измерений)

Получившееся значение называется числовым значением измеряемой величины.

Числовое значение совместно с обозначением используемой единицы измерения называется значением физической величины.

$$Q = cq$$

$$Q = c_1q_1$$



ИЗМЕРЕНИЕ

определения отношения одной (измеряемой) величины с другой однородной величиной (единицей измерения) хранящейся в техническом средстве (средстве измерений)

Получившееся значение называется числовым значением измеряемой величины.

Числовое значение совместно с обозначением используемой единицы измерения называется значением физической величины.

$$Q = cq$$

$$Q = c_1 q_1$$



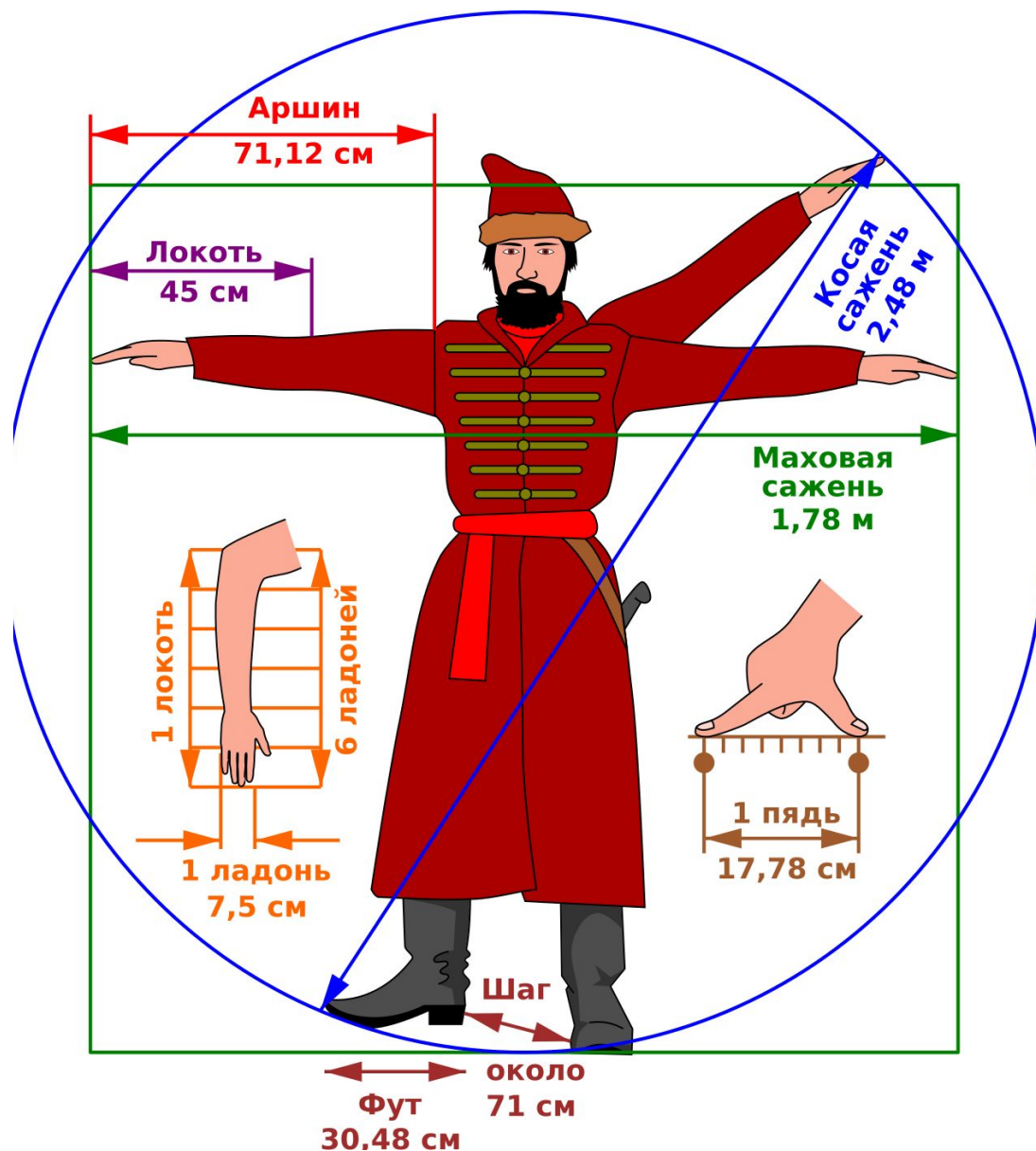
ИСТОРИЯ ЕДИНИЦ ИЗМЕРЕНИЯ

то, что под
рукой



дюйм - ширина большого
пальца

локоть - ???
сажень - ???



ИСТОРИЯ ЕДИНИЦ ИЗМЕРЕНИЯ

то, что под
рукой



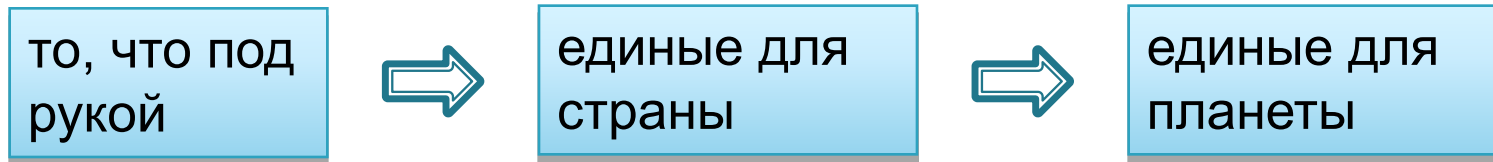
единые для
страны

Ярд - введен английским королём Эдгаром (959—975),
равен расстоянию от кончика носа Его Величества до кончика среднего
пальца вытянутой в сторону руки.

Богемский	0,296
Болонский	0,380098
Бразильский	0,33
Братиславский	0,316
Бременский	0,28935
Британский	0,304799472
Брюггский	0,27428
Брюссельский	0,27575
Варшавский или старопольский	0,2978
Веймарский	0,28198
Венгерский	0,316081



ИСТОРИЯ ЕДИНИЦ ИЗМЕРЕНИЯ



Метрическая система выросла из постановлений, принятых Национальным собранием Франции в 1791 и 1795 годах по определению метра как одной десятиmillionной доли половины земного меридиана (от Северного полюса до экватора через Париж)

В 1790 году французы предложили Великобритании и США установить единую длину метр, равную длине маятника с ударом в 1 секунду (то есть с периодом колебания 2 секунды).

Британский парламент и конгресс США отказались от этого предложения по причине неудачи согласования широты, на которой надо измерять маятник. Каждая страна хотела использовать меридиан, проходящий через их страну.

ИСТОРИЯ ЕДИНИЦ ИЗМЕРЕНИЯ

то, что под
рукой



единые для
страны



единые для
планеты

Эталон: средство измерений, обеспечивающее воспроизведение и хранение единицы измерения для передачи её размера нижестоящим по поверочной схеме средствам измерения

- В 1799 году во Франции были изготовлены два эталона: для единицы длины (метр) и для единицы массы (килограмм)
- В 1832 году Карл Гаусс разработал основы построения систем единиц и создал новую систему. В качестве основных физических величин он принял длину, массу и время, а в качестве основных единиц — миллиметр, миллиграмм и секунду.
- В 1874 году британскими физиками Джеймсом Максвеллом и Уильямом Томпсоном была представлена система СГС
 - В 1954 году принята система с шестью единицами: метр, килограмм, секунда, ампер, градус Кельвина, кандела
 - В 1971 в число основных единиц введена единица количества вещества

СИСТЕМА СИ

1. метр
2. килограмм
3. секунда
4. ампер
5. кельвин
6. кандела
7. моль

Количество основных единиц измерения обусловлено удобством их применения

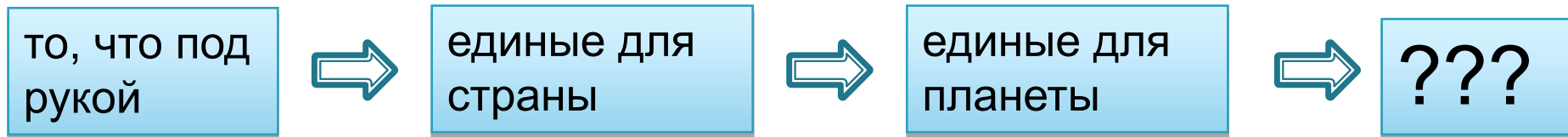


Уберем метр из основных единиц измерения!

Для этого нам понадобится физическое явление,
которое везде и всегда проходит одинаково



ИСТОРИЯ ЕДИНИЦ ИЗМЕРЕНИЯ



20 мая 2019 года

вступили в действие новые определения основных единиц СИ, окончательно удаляющие материальные предметы из определений

- частота **сверхтонкого расщепления** основного состояния **атома цезия-133** в точности равна 9 192 631 770 Гц
- скорость света в вакууме c в точности равна 299 792 458 м/с^[К 5];
- постоянная Планка h в точности равна $6,626\ 070\ 15 \cdot 10^{-34}$ Дж·с;
- элементарный электрический заряд e в точности равен $1,602\ 176\ 634 \cdot 10^{-19}$ Кл;
- постоянная Больцмана k в точности равна $1,380\ 649 \cdot 10^{-23}$ Дж/К;
- число Авогадро N_A в точности равно $6,022\ 140\ 76 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹;
- световая эффективность k_{cd} монохроматического излучения частотой $540 \cdot 10^{12}$ Гц в точности равна 683 лм/Вт

РАЗМЕРНОСТЬ ВЕЛИЧИНЫ

выражение, показывающее связь этой величины с основными величинами данной системы единиц измерений;
записывается в виде произведения степеней сомножителей, соответствующих основным единицам

$$[F] = \text{кг}^1 \text{м}^1 \text{с}^{-2}$$



$$[F] = \text{М}^1 \text{L}^1 \text{T}^{-2}$$

Основная величина	Символ для размерности
Длина	L
Масса	M
Время	T
Электрический ток	I
Термодинамическая температура	Θ
Количество вещества	N
Сила света	J

Размерности левых и правых частей уравнений должны совпадать!

Верна ли формула

$$x_c = \frac{1}{M} \int_V x dV$$

МЕТОД НУЛЕВЫХ РАЗМЕРНОСТЕЙ

Пусть имеется группа из N физических величин, между которыми по предположению имеется взаимозависимость. И пусть размерности этих N величин выражаются через K размерностей основных единиц размерности ($K < N$). Будем составлять из имеющихся N величин безразмерные комбинации. Если $N - K = 1$, такая комбинация единственная, и она-то и дает решение – определяет искомую взаимосвязь.

Определим силу сопротивления, действующую на тело в жидкости

$$F = ?$$

$$K = 3 \quad (L, M, T)$$

МЕТОД НУЛЕВЫХ РАЗМЕРНОСТЕЙ

$$K = 3 \quad (L, M, T)$$

От чего может зависеть сила сопротивления?

Размер тела (радиус шара)

Скорость тела

Вязкость жидкости

$$N = 4 \quad (F, R, v, \mu)$$

АНАЛИЗ

Ищем зависимость вида $F^\alpha R^\beta v^\gamma \mu^\delta = C$

$$[F]^\alpha [R]^\beta [v]^\gamma [\mu]^\delta = H^0 M^0 C^0$$

$$H^\alpha M^\beta \left(\frac{M}{C}\right)^\gamma \left(\frac{H}{M^2} C\right)^\delta = H^0 M^0 C^0$$

$$H: \alpha + \delta = 0$$

$$M: \beta + \gamma - 2\delta = 0$$

$$C: -\gamma + \delta = 0$$

$$\alpha = 1$$

$$\Rightarrow \beta = \gamma = \delta = -1$$

$$F = CR^1 v^1 \mu^1 \quad F = 6\pi R \mu v \quad \text{- закон Стокса}$$

СИНТЕ

ПОДОБИЕ

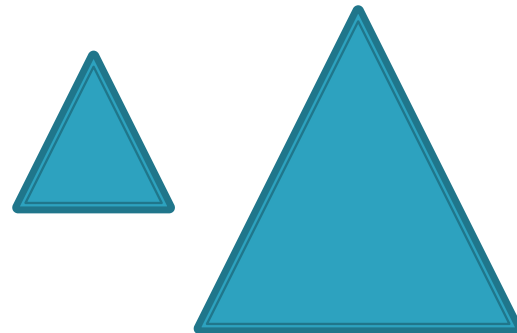
взаимно-однозначное соответствие между двумя объектами, при котором возможен переход от параметров одного объекта к параметрам другого.

ВИДЫ ПОДОБИЯ

- Физическое – между объектом и моделью, имеющими физическую природу;
- Структурное – между структурой моделируемого объекта и структурой модели;
- Функциональное – с точки зрения выполнения сходственных функций при соответствующих воздействиях;
- Математическое – между величинами, входящими в формулы;

ВИДЫ ПОДОБИЯ (МЕХАНИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ)

1. геометрическое $l_1 = l_2 \alpha$ α - коэффициент подобия
2. материальное $\rho_1 = \rho_2 \beta$
3. кинематическое $v_1 = v_2 \gamma$ ($\omega_1 = \omega_2 \gamma$)
4. динамическое 1+2+3



МОДЕЛИРОВАНИЕ

Модель – объект, находящийся в отношении подобия к моделируемому объекту

Моделирование – построение и изучение моделей реально существующих объектов, процессов или явлений с целью получения объяснений этих явлений, а также для предсказания явлений, интересующих исследователя.



ОБЪЕКТ
МОДЕЛИРОВАНИЯ



СУБЪЕКТ

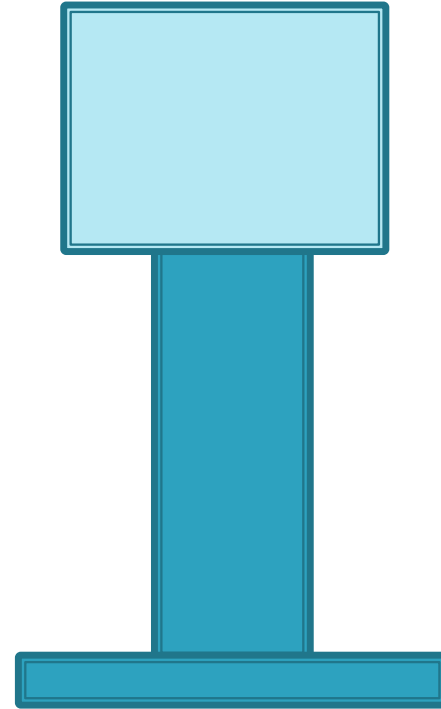


МОДЕЛ
Ь

ЭТАПЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

1. сбор информации об объекте исследования
2. построение модели
3. проведение «модельных» экспериментов
4. перенос сведений о модели на оригинал

ПРИМЕР МОДЕЛИРОВАНИЯ



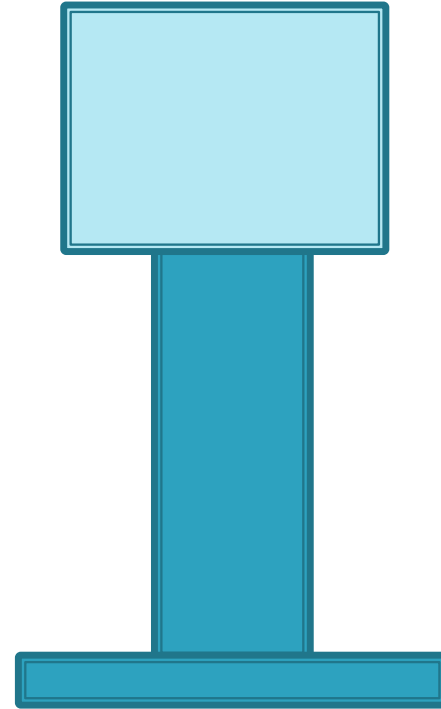
Модель (1) начинает разрушаться при объеме налитой воды 1 кубический метр. Сколько воды можно залить в оригинал (2)?

$$m = \rho V \quad \frac{m_2}{m_1} = \frac{\rho_2 V_2}{\rho_1 V_1} = \beta \alpha^3$$

коэффициенты материального и геометрического подобия

Ответ неверный! Этап 4 мы сделали неправильно

ПРИМЕР МОДЕЛИРОВАНИЯ



Когда модель начинает разрушаться?

Когда давление на материал опоры превысит допустимое

$$p = \frac{F}{S} = \frac{mg}{\pi R^2} = \frac{\rho V g}{\pi R^2}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\rho_2 V_2 R_1^2}{\rho_1 V_1 R_2^2} = \frac{\beta}{\alpha^2} \frac{V_2}{V_1} = 1$$

$$\beta = 1, \quad \alpha = 10 \quad \Rightarrow \quad \frac{V_2}{V_1} = 100$$

Согласно первому ответу - 1000

ПРИМЕР МОДЕЛИРОВАНИЯ



Могут ли великаны выглядеть как обычные люди?

А лилипуты?

Вопросы для зачета

1. Единицы измерения. Эталоны.
2. Основные и производные единицы измерения. Система СИ.
3. Размерности, основы теории размерностей.
4. Подобие, виды подобия механических систем.
5. Моделирование, его основные принципы.
6. Определение свойств оригинала по свойствам модели.