
«ФУНКЦИЯ, ЕЕ СВОЙСТВА И ГРАФИК»

Учебное пособие по дисциплине
«Математика»

Преподаватель: Шевченко О.А.

ПЕРЕМЕННЫЕ

(Различные меняющиеся
величины $T, V, p, I, U, S, t, \dots$)



независимые

x



зависимые

y

Реальные процессы связаны с большим количеством переменных и зависимостей между ними.

Изучение зависимостей между переменными - наша главная задача.



Рене Декарт
1596 — 1650,
— французский
математик,,
создатель
аналитической
геометрии и
современной
алгебраической
символики

ПРОСТЕЙШИЕ ЗАВИСИМОСТИ

- 1. Пропорциональная зависимость: $y=kx$, k - постоянное число.

График: прямая.

- 2. Обратно пропорциональная зависимость: $y=k/x$, k - постоянное число, $k \neq 0$.

График: гипербола.

- 3. Квадратичная зависимость: $y = ax^2 + bx + c$.

График: парабола.

Пример: $I=U/R$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФУНКЦИИ

- Функция – это такая зависимость переменной y от переменной x , при которой, по некоторому правилу, каждому значению x соответствует одно единственное значение y .

y есть функция от x .

Обозначают:

$$y = f(x).$$

- **Переменная x** называется ***независимой переменной*** или ***аргументом функции***.
- **Переменная y** называется ***зависимой переменной*** или ***функцией***.

СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ФУНКЦИИ:

- Аналитический(формулами)

например: $S = \pi \cdot R^2$

- Табличный

(на практике часто приходится пользоваться таблицами значений функций, полученных опытным путём или в результате наблюдений)

- Графический(задаётся график функции).

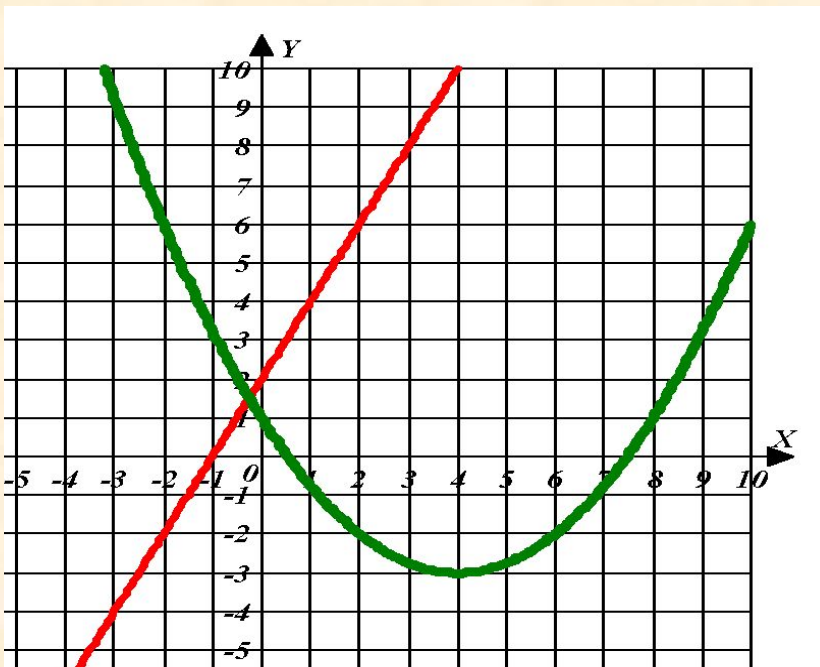
ГРАФИК ФУНКЦИИ

▣ **Графиком функции $y = f(x)$** называется множество точек $(x; y)$ плоскости Oxy , координаты которых связаны соотношением $y = f(x)$.

Само равенство $y = f(x)$ называется уравнением этого графика.

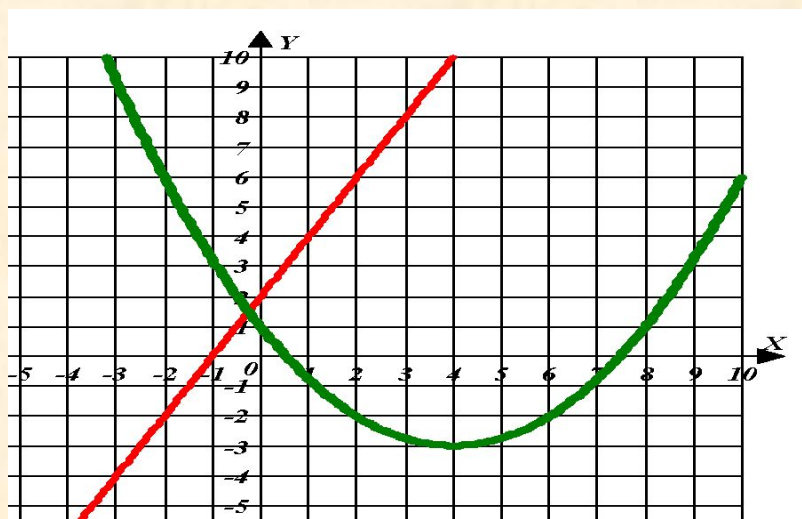
ОБЛАСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИИ

- Совокупность всех значений аргумента x , для которой функция $y=f(x)$ определена, называется *областью определения этой функции* (обозначают $D(f(x))$ или $D(y)$).



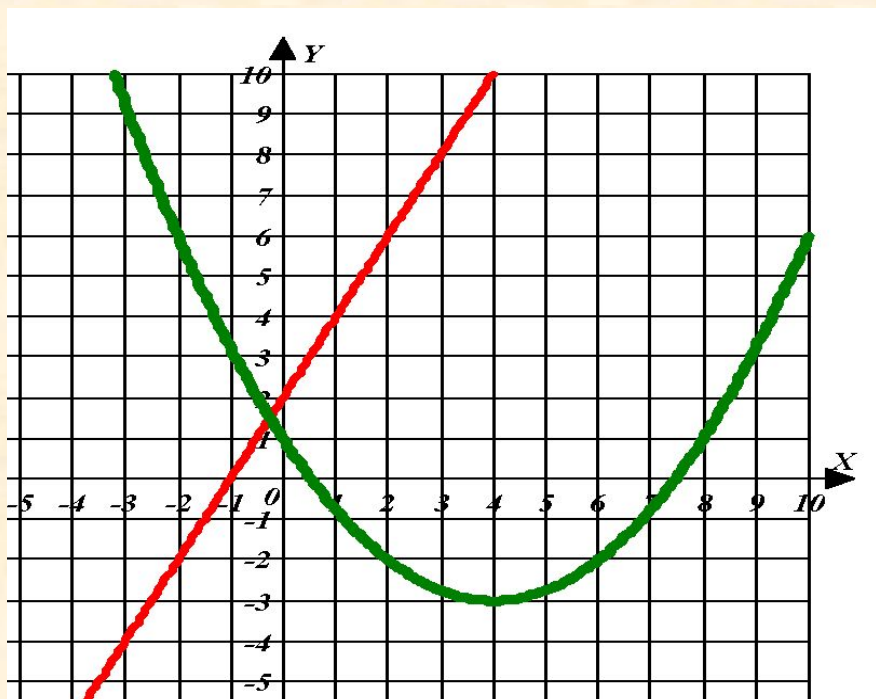
ОБЛАСТЬ ЗНАЧЕНИЙ (МНОЖЕСТВО ЗНАЧЕНИЙ) ФУНКЦИИ

Совокупность всех значений, принимаемых переменной y , называют областью значений функции $y=f(x)$ (Обозначают $E(f(x))$ или $E(y)$).



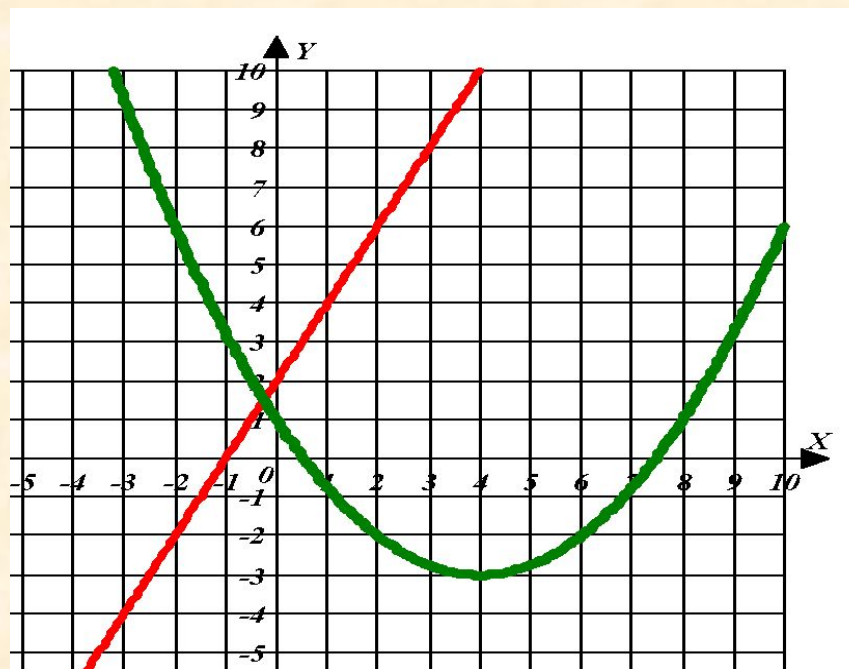
НУЛИ ФУНКЦИИ

- Точки, при которых функция обращается в нуль (решения уравнения $f(x)=0$).



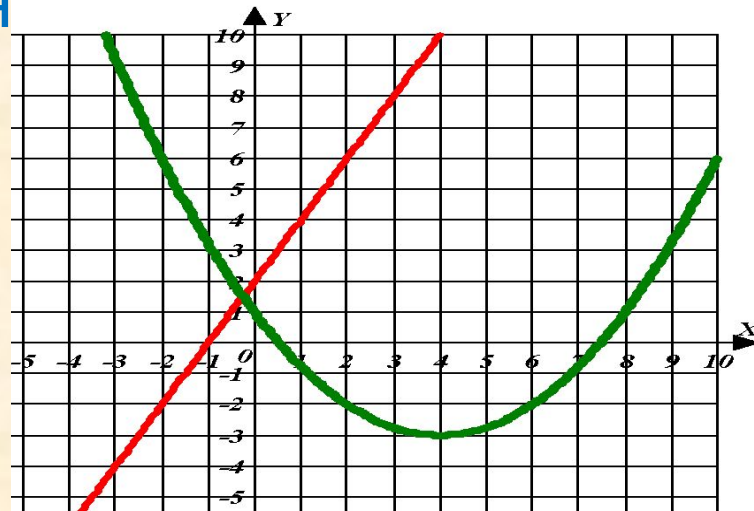
ПРОМЕЖУТКИ ЗНАКОПОСТОЯНСТВА

- Интервалы, на которых функция положительна или отрицательна (решение уравнений: $f(x) > 0$ и $f(x) < 0$).



ТОЧКИ ЭКСТРЕМУМА (КРИТИЧЕСКИЕ ТОЧКИ)

- Точки, лежащие внутри области определения, в которых функция принимает или самое большое (max) значение или самое малое (min) значение по сравнению со значением в близких точках. Значение переменной x в данном случае называется **точкой экстремума**, а **точка графика** с координатами $(x; y)$ - **экстремумом фун**



СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

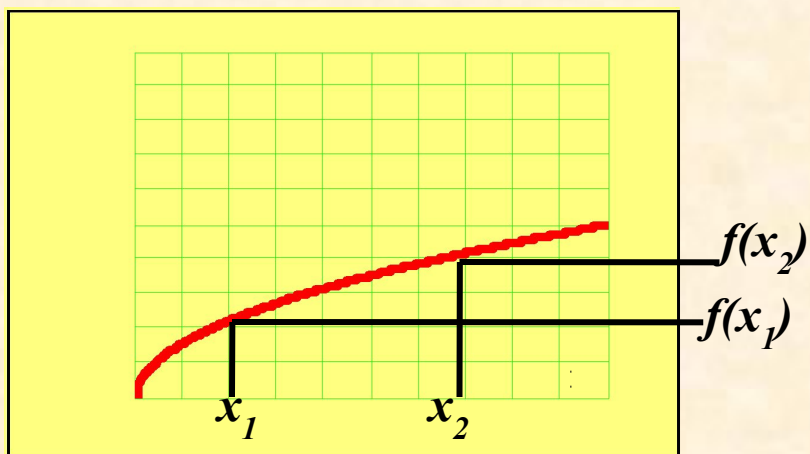


МОНОТОННОСТЬ

Возрастающая

Функцию $y = f(x)$ называют возрастающей на множестве X , если для любых двух точек x_1 и x_2 множества X , таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство

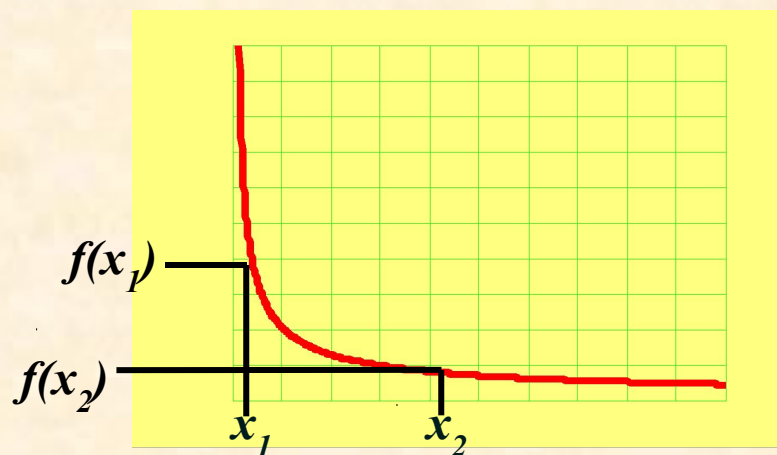
$$f(x_1) < f(x_2).$$



Убывающая

Функцию $y = f(x)$ называют убывающей на множестве X , если для любых двух точек x_1 и x_2 множества X , таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство

$$f(x_1) > f(x_2).$$



НЕПРЕРЫВНОСТЬ

Непрерывность функции на промежутке X означает, что график функции на промежутке X сплошной, т.е. не имеет проколов и скачков.

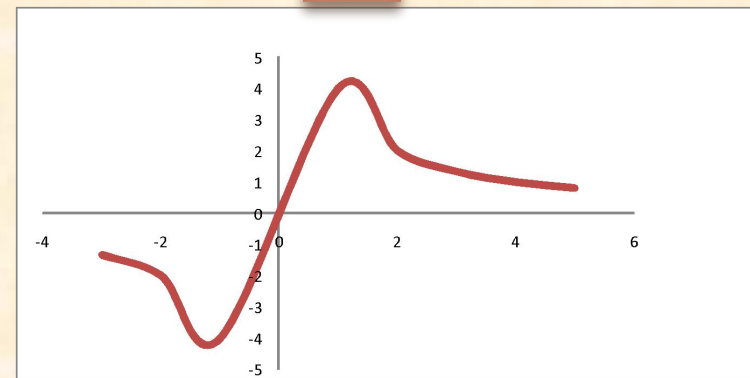
Задание: *Определите, на каком из рисунков изображен график непрерывной функции.*

1



подумай

2

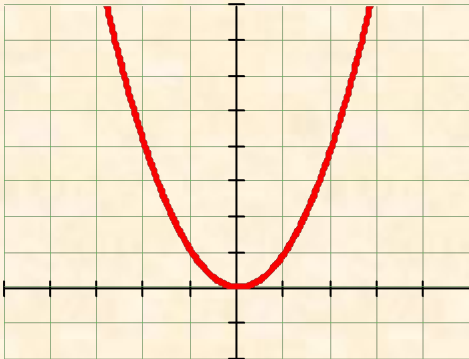


правильно

ЧЕТНОСТЬ

Четная функция

Функция $y = f(x)$ называется четной, если при всех значениях аргумента $f(-x) = f(x)$. Четная функция симметрична относительно *оси ординат*.



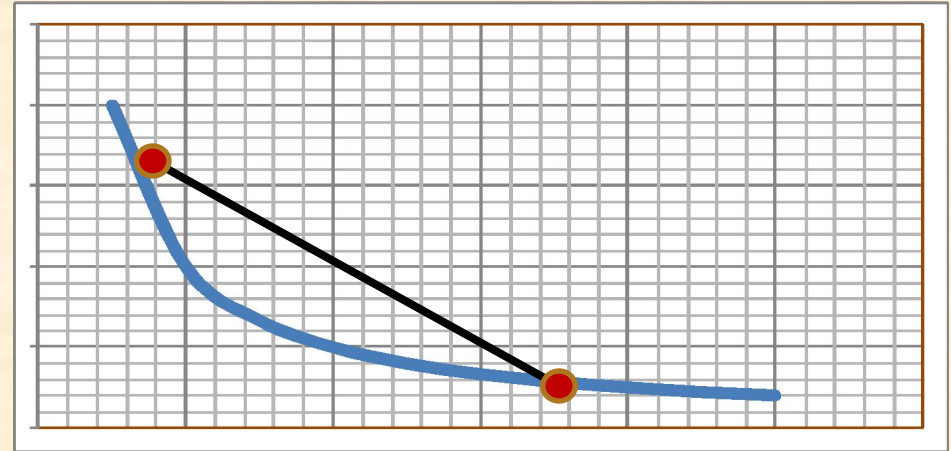
Нечетная функция

Функция $y = f(x)$ называется нечетной, если при всех значениях аргумента $f(-x) = -f(x)$. Нечетная функция симметрична относительно *начала координат*.

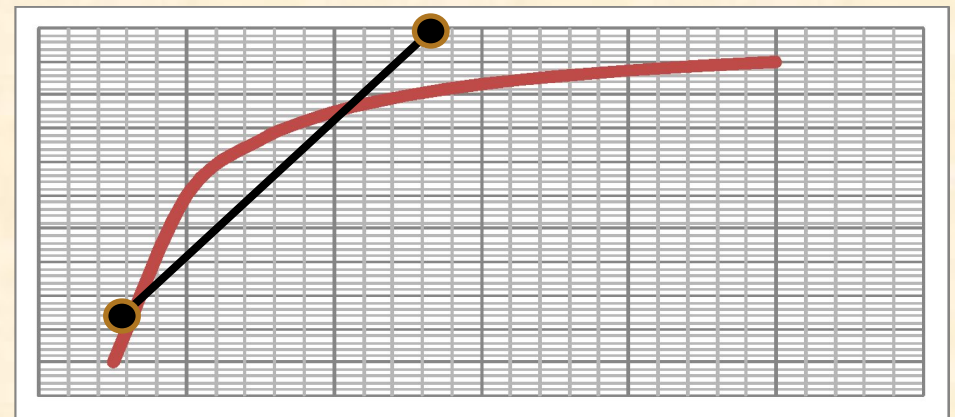


ВЫПУКЛОСТЬ

□ Функция выпукла вниз на промежутке X , если, соединив любые две точки ее графика отрезком прямой, мы обнаружим, что соответствующая часть графика лежит ниже проведенного отрезка.

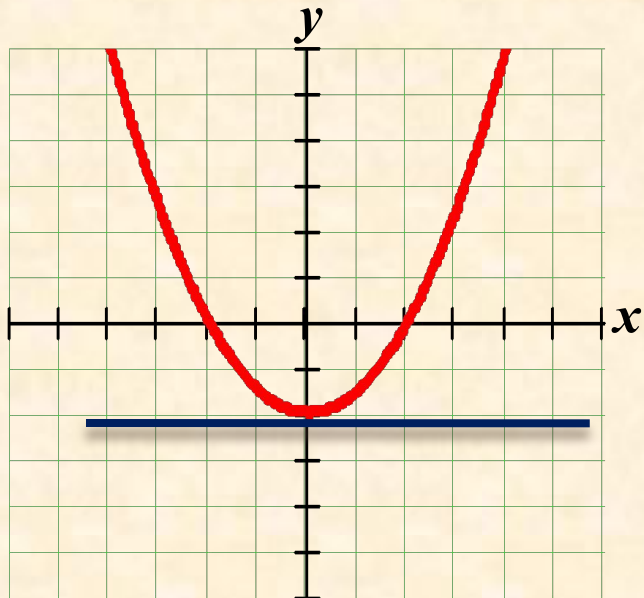


□ Функция выпукла вверх на промежутке X , если соединив любые две точки ее графика отрезком прямой, мы обнаружим, что соответствующая часть графика лежит выше проведенного отрезка.

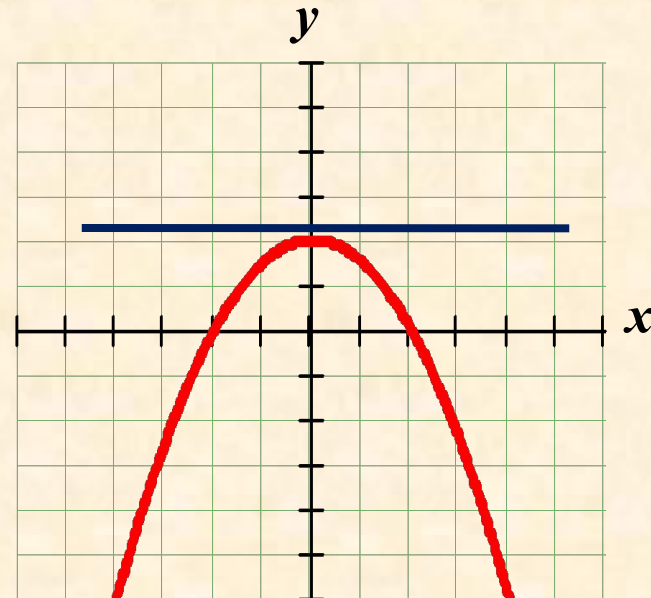


ОГРАНИЧЕННОСТЬ

Функцию $y = f(x)$ называют ограниченной снизу на множестве X , если все значения функции на множестве X больше некоторого числа.



Функцию $y = f(x)$ называют ограниченной сверху на множестве X , если все значения функции на множестве X меньше некоторого числа.



СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

НАИБОЛЬШЕЕ И НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЯ

Число m называют наименьшим значением функции

$y = f(x)$ на множестве X , если:

- 1) в X существует такая точка x_0 , что $f(x_0) = m$.
- 2) для всех x из X выполняется неравенство

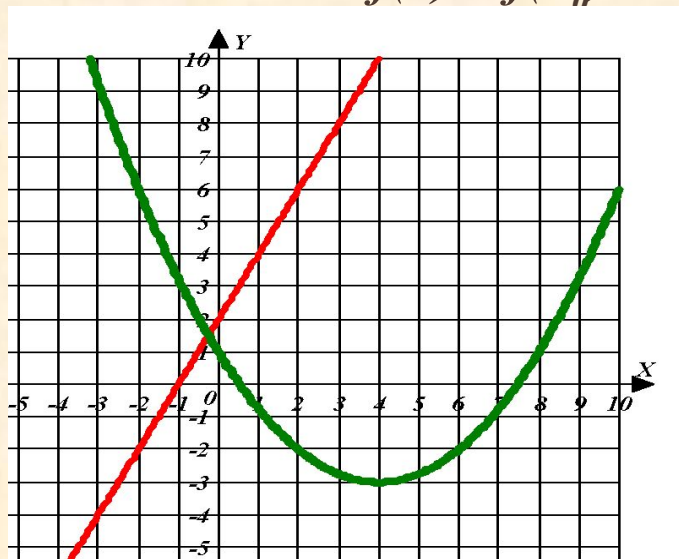
$$f(x) \geq f(x_0).$$

Число M называют наибольшим значением функции

$y = f(x)$ на множестве X , если:

- 1) в X существует такая точка x_0 , что $f(x_0) = M$.
- 2) для всех x из X выполняется неравенство

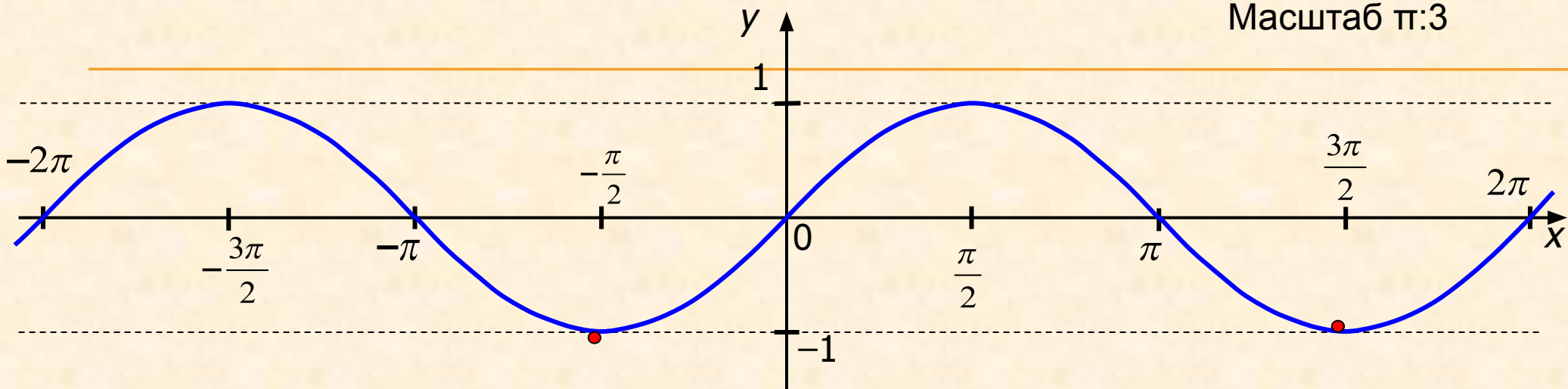
$$f(x) \leq f(x_0).$$



ПЕРИОДИЧНОСТЬ

- Функция $y = f(x)$ называется **периодической**, если существует такое число $T \neq 0$, что для каждого x из области определения функции значения $x + T$ и $x - T$ также принадлежат ее области определения, и при этом выполняются равенства
$$f(x - T) = f(x) = f(x + T).$$
- Число T называется **периодом функции $y = f(x)$** .

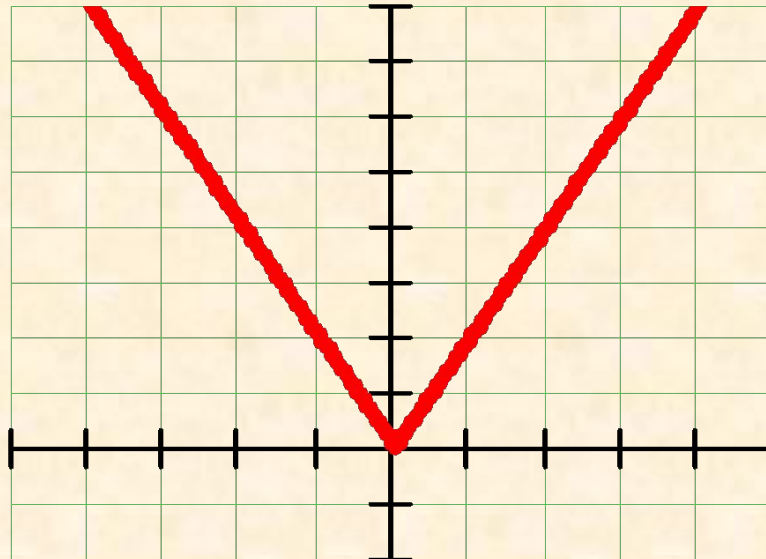
Масштаб $\pi:3$



ЗАКРЕПЛЕНИЕ

Опишите свойства функции по ее графику:

$$1. y = |x|$$



□ 2. $y = \sqrt{x}$

