

**Санкт-Петербургский государственный университет
телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича**

Обработка сигналов в радиотехнических системах

Лекция 1

ВВОДНАЯ

**Тема лекции - Задача приема сигналов и ее
основные элементы, случайные величины**

Коровин Константин
Олегович к.ф.-м.н. доцент
кафедры РОС Ауд. 437/1,
Ауд 436/1
konstkor@yahoo.com

СПб ГУТ)))

Требования по курсу

- Посещение лекций >80%
- Работа на практический занятиях - работа + сдача контрольных работ - 100%, посещение >80%
- Выполнение лабораторных работ - 100%

Материалы по курсу:

- Лекции – высылаются старостам групп
- Рекомендуемая литература – высылается старостам групп
- Доп вопросы для экзамена – высылаются старостам групп

Литература по курсу

Основная литература

1. Е. В. Масалов. Радиотехнические системы: Учебное пособие. - Томск : Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2012 - . Ч. 2 : Радиотехнические системы : Учебное пособие /- 2012.- 117 с.

Дополнительная литература

Волков, В. Ю. Адаптивные, инвариантные и робастные методы обнаружения и различения сигналов учебное пособие/ В. Ю. Волков.

– СПб.: СПбГУТ

– Ч. 1. – 2005. - 88 с.

- Ч. 2 . – 2008. – 86 с.

- Ч. 3. – 2012. – 96 с.

- Что такое радиотехника и радиотехническая система
- Задача приема сигналов – постановка и решение
- Основные элементы задачи приема сигналов: события, сигналы, наблюдения и решения.
 - Основные элементы анализа и синтеза алгоритмов обработки: модель, критерий оптимальности, метод анализа и синтеза
 - Основные характеристики одномерных случайных величин.
 - Основные модельные распределения вероятности.

Список вопросов по теме лекции

1. Назначение и классификация РТС.
2. Канал связи и радиолокационный канал.
3. Элементы общей задачи приема.
4. Частные задачи приема.
5. Основные характеристики одномерных случайных величин
6. Основные модельные распределения вероятности

Радио и радиотехника

Радиотехника – область науки и техники, использующая волны и излучения для передачи информации.

Радиотехническая система (РТС) – совокупность устройств, обеспечивающих выполнение конкретных относительно самостоятельных задач с использованием радиосигналов.

На первоначальном этапе своего развития РТС решали преимущественно связные задачи. Затем область их применения существенно расширилась: телевидение, радиолокация, радиоуправление, радионавигация, реализация методов измерения в различных отраслях (биологии, медицине, геологии и др.).

В настоящее время РТС – это телекоммуникационные вычислительные сети различного уровня и назначения

Классификация РТС

В рамках системных принципов выделяют следующие особенности радиотехнических систем:

1. Целостность – наличие у системы единого функционального назначения. При этом свойства системы нельзя свести к сумме свойств составляющих ее частей.
2. Иерархичность – часть системы может рассматриваться как система более низкого уровня, в свою очередь сама система может быть частью более сложной системы.
3. Сложность – наличие сложных взаимосвязей между различными переменными, описывающими систему.
4. Случайность – влияние на характер функционирования множества внутренних и внешних случайных факторов.
5. Автоматизация – широкое использование в структуре РТС вычислительных средств различного уровня и назначения.

Классификация радиотехнических систем

1. **Системы передачи информации** – системы связи (многоканальная радиосвязь, радиорелейная связь, связь через искусственные спутники Земли, мобильная радиосвязь), радиовещание и телевидение, телеметрия, передача команд.
2. **Системы извлечения** (обнаружения и измерения) информации.
Системы извлечения информации осуществляют извлечение информации из сигналов, излученных в направлении на объект и отраженных от него (радиолокация, радионавигация), из сигналов других радиотехнических систем (радиоизмерение, радиоразведка), из собственных радиоизлучений различных объектов (пассивная радиоастрономия).
3. **Системы радиоуправления.**
Системы радиоуправления обеспечивают управление различными объектами или процессами с помощью радиосигналов (радиоуправление ракетами, радиоуправление космическими аппаратами).
4. **Системы разрушения информации.**
Системы разрушения информации служат для создания помех нормальной работе конкурирующей радиосистемы путем излучения мешающего сигнала или путем переизлучения сигнала подавляемой радиосистемы после умышленного искажения.

Пример структурной схемы системы передачи информации

8



Общее – решение задачи приема из наблюдений

Элементы общей теории приема сигналов

1. Событие event **e**
2. Сигнал signal **s**
3. Наблюдение observation **y=s+n** (noise)
y
4. Решение decision **d**

Частные задачи приема сигналов

Обнаружение – установление факта наличия сигнала при приеме

e - > H0

e1 -> H1

событие - >
гипотеза

$$H_0 \Rightarrow y=n \quad H_1 \Rightarrow y=s+n$$

	H_0	H_1
d_1	ПНО	ПР
$\bar{d}_1$	ЛТ	ПО

ПНО – правильное необнаружение

ПР – пропуск

сигнала ЛТ – ложная

тревога

ПО – правильное обнаружение

М – модель – описание гипотез при помощи формул

$p_0, p_1, f_0(y), f_1(y)$

К – критерий обнаружения (качество обнаружения)

$F = P(d_1/H_0)$ – ошибка первого рода (ложная тревога)

$D = P(d_1/H_1)$ – обнаружение

$P_s = (F + 1 - D)/2$

μ – метод

1. Detection – обнаружение
2. Discrimination – различение $H_0, H_1, H_2, \dots, H_m$

$$Y = S_k + n$$

3. Оценивание/ измерение

$$Y = S(L) + n \quad L - \text{параметр}$$

4. Разрешение resolution – выделение конкретного сигнала из суммы

$$y = \sum S_i l_i(t) + n$$

5. Распознавание Recognition

Разделение наблюдаемого на классы

в.т.ч. распознавание образов - Pattern recognition

6. Идентификация - Identification

Переходим к признаковому
распознаванию

(это пространство изначально не
определено)

Случайная величина — это переменная, значения которой представляют собой исходы какого-нибудь случайного феномена или эксперимента.

Простыми словами: это численное выражение результата случайного события. Случайная величина является одним из основных понятий теории вероятностей.

Для обозначения случайной величины принято использовать заглавный вариант буквы **X**. Если определять случайную величину

более строго, то она уже не переменная, а функция $Y = X(\omega)$, значения Y которой численно выражают исходы ω случайного феномена.

Определение вероятности случайной величины

если $A \in \mathcal{A}$ и $B \in \mathcal{A}$, то данному множеству событий принадлежат также события AB — произведение событий, заключающееся в наступлении обоих событий A и B , $(A+B)$ — сумма событий, под которой понимаю событие, состоящее в наступлении хотя бы одного из событий A и B , $(A-B)$ — разность событий, т.е. событие, состоящее в том, что A происходит, а B не происходит;

множество $\mathcal{A}$ содержит достоверное I и недостоверное O события.

Определение вероятности случайной величины

16

Вероятностью $P(A)$ события A называется определенная на A **однозначная функция**, удовлетворяющая трем аксиомам

Аксиома 1. $P(A) \geq 0$ для любого $A \in \mathcal{A}$,

Аксиома 2. $P(I) = 1$ для достоверного события $A = I$,

Аксиома 3. $P(A_1 \cup A_2 \cup \dots) = P(A_1) + P(A_2) + \dots$ для любой последовательности попарно несовместных событий $A_1, A_2, \dots$.

Из аксиом 1—3 следует, что $0 \leq P(A) \leq 1$. Если $A = O$ — невозможное событие, то $P(O) = 0$.

Дополнительно к трем основным аксиомам вводится четвертая, которая связывает «абсолютную» вероятность $P(A)$, относящуюся к данному испытанию, и условную вероятность $P(A|B)$, относящуюся к испытанию, ограниченному дополнительным условием осуществления события B . Условная вероятность $P(A|B)$ определяется следующей аксиомой.

Аксиома 4. Вероятность совмещения событий $A \cap B$ равна

$$P(A \cap B) = P(B)P(A|B).$$

Формулу (1.1) иногда называют *правилом умножения вероятностей*. Если $P(B) = 0$, то вероятность $P(A \cap B)$ не определена.

Два события A и B называются *независимыми* (по вероятности), если $P(A \cap B) = P(A)P(B)$.

Вероятностное описание случайной величины

17

Если случайная величина X принимает конечное число значений $\{x_i\}, i = 1, N$, она называется дискретной, и ее вероятностное описание задается соответствующими вероятностями $\{P_i = P(X = x_i)\}$, совокупность которых называется законом распределения вероятностей.

Если область случайных значений непрерывна, то говорят о непрерывной случайной величине, для которой аналогом закона распределения вероятностей является функция распределения $F^X(x) \equiv F(x) = P(X < x)$

Другим определением непрерывной СВ может быть следующее:

Действительная случайная величина X называется непрерывной, если ее функция распределения $F(x)$ непрерывна по x и имеет кусочно-непрерывную производную, к которой относятся вероятностные (ПВ))

$$p(X = x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{P(x \leq X < x + \Delta x)}{\Delta x} = \left. \frac{dF(x)}{dx} \right|_{X=x} \quad \text{если}$$

$$P(X < x) = F(x) = \int_{-\infty}^x p(v) dv ,$$

1. $P(x_1 \leq X < x_2) = F(x_2) - F(x_1) = \int_{x_1}^{x_2} p(v) dv , \int_{-\infty}^{\infty} p(v) dv = F(\infty) = 1$
2. $p(v) > 0$

Иногда вместо плотности вероятности СВ удобнее использовать *характеристическую функцию*, под которой понимают математическое ожидание случайной величины $Y = e^{j\vartheta X}$ или, что то же самое, преобразование Фурье от ПВ

$$\Phi(j\vartheta) = M[e^{j\vartheta X}] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\vartheta v} p(v) dv .$$

Обратное преобразование Фурье дает

$$p(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(j\vartheta) e^{-j\vartheta x} d\vartheta .$$

Числовые характеристики плотности вероятности

Математическим ожиданием (МО) функции $\phi(X)$ дискретной или случайной величины X называется

$$M[\phi(X)] = \begin{cases} \sum_i \phi(x_i) P(x_i), & X - \text{дискретная СВ,} \\ \int_{-\infty}^{\infty} \phi(v) p(v) dv, & X - \text{непрерывная СВ.} \end{cases}$$

Для описания случайной величины используются различные численные характеристики плотности вероятности, например **моменты**.

Моментом порядка k случайной величины X относительно числа β назыв

$$M[(X - \beta)^k] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \beta)^k p(x) dx$$

Начальным моментом или просто **моментом порядка** k называют $M[x^k]$

$m_0 = 1$ - условие нормировки

Центральный момент порядка k - это момент относительно центра

распределения $m_X = M[X]$, т.е. $M[(X - m_X)^k]$

Второй центральный момент $M[(X - m_X)^2]$ называют *дисперсией* D_X . Дисперсия характеризует концентрацию ПВ $p(x)$ в окрестности МО $m_X = M[X]$. Используя неравенство Чебышева, можно записать

$$P(|x - m_X| \geq \varepsilon) \leq D/\varepsilon^2,$$

где $\varepsilon > 0$ — произвольное положительное число.

Равномерное распределение

$$p(x) = 1/(b-a), \quad x \in (a, b).$$

Среднее значение, второй момент и дисперсия равномерного распределения равны

$$m_X = M[x] = \frac{1}{2}(a+b),$$

$$M[x^2] = \frac{1}{3}(a^2 + b^2 + ab),$$

$$D_X = M[(x-\xi)^2] = \frac{1}{12}(b-a)^2.$$

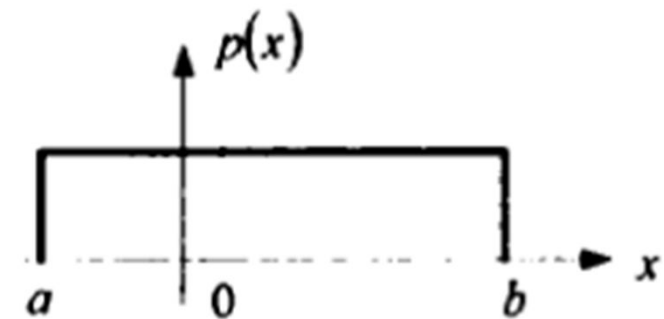


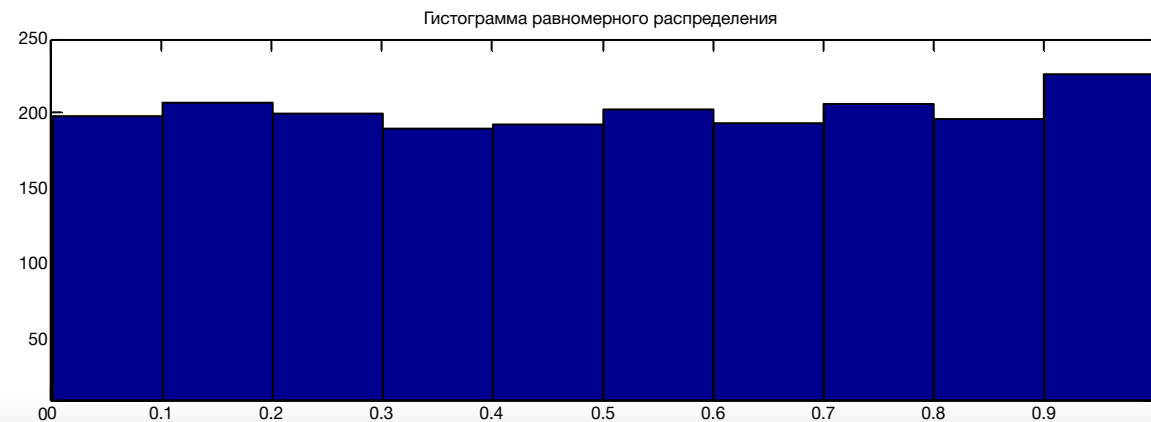
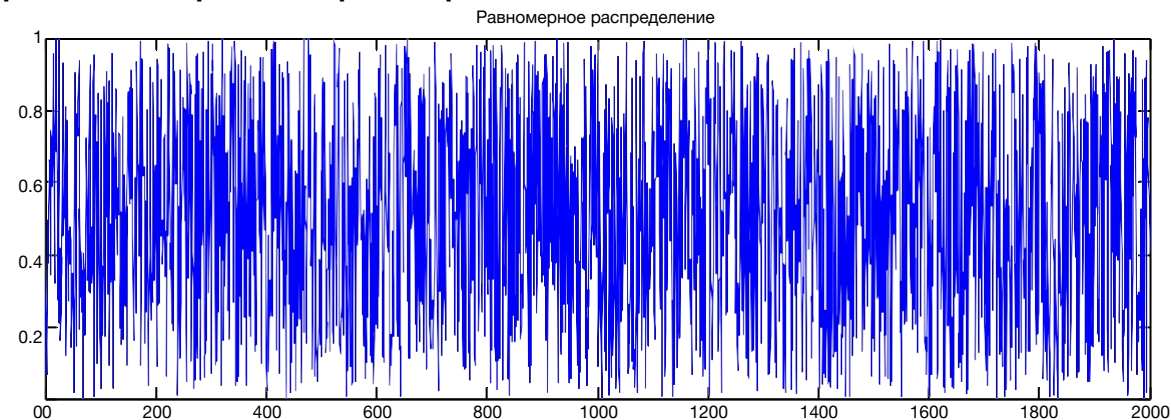
Рис. График ПВ равномерного распределения

Равномерное распределение используется в радиотехнике, например, для описания случайной фазы сигнала, принимающей значения на интервале $[-\pi, \pi]$.

Пример: симуляция равномерного распределения

22

```
x=rand(2000,1);  
subplot(2,1,1)  
plot(x)  
title(Равномерное распределение  
)  
subplot(2,1,2)  
hist(x)  
title(Гистограмма равномерного распределения  
)
```



$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_X}} \exp\left(-\frac{(x - m_X)^2}{2D_X}\right)$$

где $m_X = M[x]$ — среднее значение; D_X — дисперсия.

Момент 2-го порядка определяется выражением

$$M[x^2] = D_X + m_X^2.$$

Гауссовское распределение широко используется в радиотехнике, например, для описания флуктуационных явлений в аппаратуре.

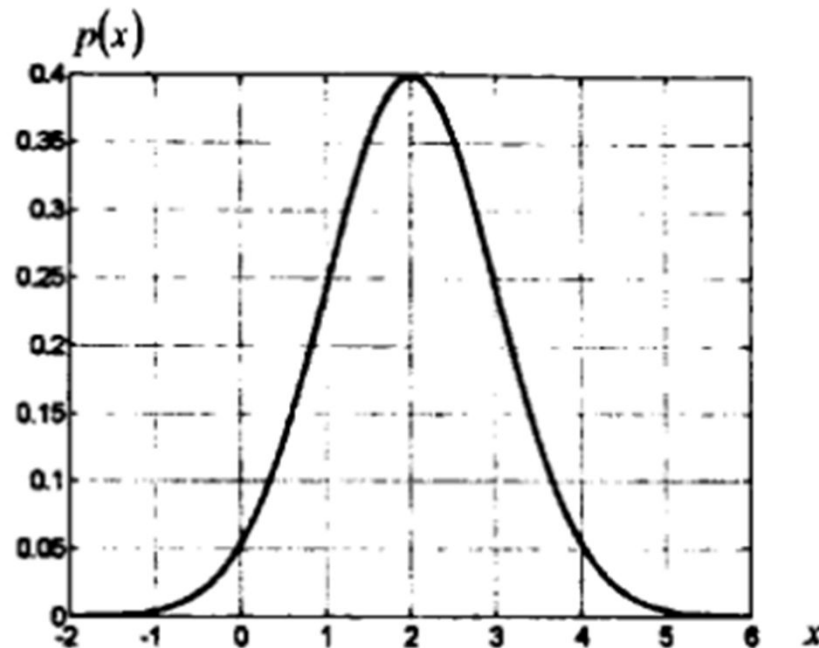
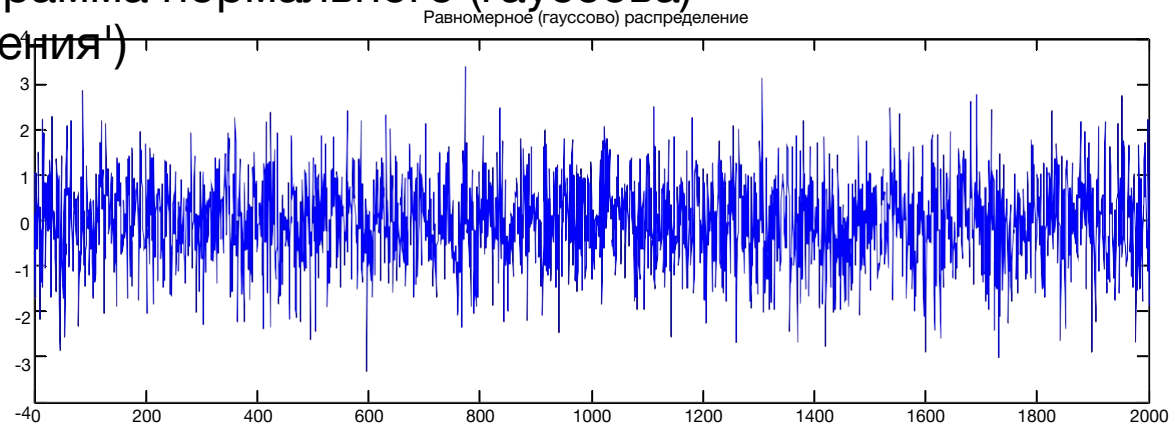


График ПВ нормального распределения

Нормальное (гауссово) распределение

24

```
x=randn(2000,1);  
subplot(2,1,1)  
plot(x)  
title('Равномерное (гауссово)  
распределение') subplot(2,1,2)  
hist(x)  
title('Гистограмма нормального (гауссова)  
распределения')
```



Пусть $X_i, i = \overline{1, n}$ — совокупность независимых гауссовских случайных величин, имеющих нулевые МО и одинаковые дисперсии σ^2 . Рассмотрим случайную величину

$$Y = \sum_{i=1}^n X_i^2.$$

Распределение случайной величины Y называют *хи-квадрат распределением с n степенями свободы*. Плотность вероятности такого распределения описывается формулой

$$p(y) = \frac{1}{\sigma^n 2^{n/2} \Gamma\left(\frac{1}{2}n\right)} y^{n/2-1} e^{-y/2\sigma^2}, \quad y \geq 0,$$

где $\Gamma(q)$ — гамма-функция, определяемая как

$$\Gamma(q) = \int_0^{\infty} v^{q-1} e^{-v} dv, \quad \text{при } q > 0,$$

$$\Gamma(q) = (q-1)!, \quad \text{при } q > 0 \text{ и } q - \text{целое число},$$

$$\text{Например: } \Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}, \quad \Gamma\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{\pi}.$$

Спасибо за внимание!!!